|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | **ENUNCIADO DE AVALIAÇÃO** | | | | | Modelo  PED.002.02 | | |
| Curso | **Engenaria Topográfica** | | | | | | | Ano lectivo | | | | 2011/2012 |
| Unidade Curricular | | **Programação** | | | | | | | | | | |
| Ano | **1** | | Semestre | 1 | | Data entrega | 04-11-2011 | | Duração | |  | |
| **TRABALHO INDIVIDUAL (10%) - TEMAS** | | | | | | | | | | | | |

Em elaboração! 03-10-2012 13:02:11

**Índice**

[1. Ângulos 3](#_Toc275445578)

[1.1 Altura de uma árvore 3](#_Toc275445579)

[1.2 Largura de um rio 3](#_Toc275445580)

[1.3 Razões trigonométricas 3](#_Toc275445581)

[1.4 Razões trigonométricas 4](#_Toc275445582)

[1.5 Altura de um edifício 4](#_Toc275445583)

[1.6 Altura de uma montanha 5](#_Toc275445584)

[2. Estudo da recta 2D 5](#_Toc275445585)

[2.1 Exercícios sobre equações de recta 6](#_Toc275445586)

[2.2 Paralelismo de Rectas em R3 6](#_Toc275445587)

[2.3 Perpendicularidade de Rectas em R3 7](#_Toc275445588)

[3. Planos 7](#_Toc275445589)

[3.1 Paralelismo de planos 7](#_Toc275445590)

[3.2 Perpendicularidade de planos 7](#_Toc275445591)

[3.3 Paralelismo entre um plano e uma recta 7](#_Toc275445592)

[3.4 Perpendicularidade entre um plano e uma recta 8](#_Toc275445593)

[4. Números complexos 8](#_Toc275445594)

[5. Matrizes 8](#_Toc275445595)

[5.1 Soma 8](#_Toc275445596)

[5.2 Multiplicação 8](#_Toc275445597)

[6. Coordenadas GPS 8](#_Toc275445598)

[7. Derivadas de polinómios 8](#_Toc275445599)

[8. Sistemas de coordenadas 8](#_Toc275445600)

[8.1 Coordenadas rectangulares 8](#_Toc275445601)

[8.2 Exercícios 9](#_Toc275445602)

[9. VECTORES 9](#_Toc275445603)

[9.1 Operações com vectores no espaço 3d 9](#_Toc275445604)

[9.2 Características entre vectores no plano 2d 10](#_Toc275445605)

[9.3 Produto interno de vectores no espaço 2d 10](#_Toc275445606)

[9.4 Perpendicularidade de vectores no espaço 3d 10](#_Toc275445607)

[10. Polígonos regulares 10](#_Toc275445608)

[10.1 Centro de um polígono 10](#_Toc275445609)

[10.2 Área de um polígono 11](#_Toc275445610)

[10.3 Vértices de um polígono 11](#_Toc275445611)

[11. Coordenadas cilíndricas 11](#_Toc275445612)

[11.1 Exercícios 11](#_Toc275445613)

[12. Coordenadas esféricas 12](#_Toc275445614)

[12.1 Exercícios 12](#_Toc275445615)

[Referências Web 12](#_Toc275445616)

# Ângulos

## Altura de uma árvore

A uma certa hora do dia, uma estaca com 0,5 m de altura produz uma sombra de 0,325 m. Qual a altura de uma árvore cuja sombra, à mesma hora e no mesmo local, mede 1,3 m?

Elabore um algoritmo que permita calcular a altura de árvores com base na sua sombra, uma estaca e a sombra desta. A Figura 1, ilustra um modelo para o efeito.

Figura 1 – Esquema de um modelo para calcular altura de árvores.

## Largura de um rio

Como se mede a largura de um rio? Muito simples! Com um transferidor, uma corda, como está ilustrado na Figura 2.

Do ponto A, escolhe-se um objecto C (uma árvore por exemplo) na margem oposta. Do ponto A estica-se uma corda e determina-se o ponto B, de modo que, AB seja perpendicular a AC e anota-se a distância entre A e B. A partir de B marca-se a direcção entre B e C utilizando para isso um transferidor e um pau (ou tubo).

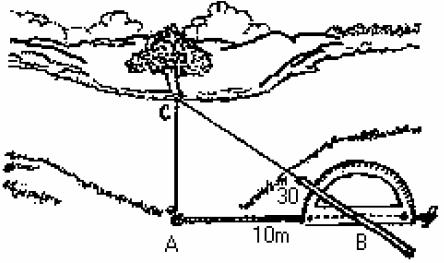


Figura 2 – Esquema de um modelo para calcular a largura de um rio.

Elabore um algoritmo que permita calcular a largura de rios com base utilizando uma corda, um tubo e um transferidor.

## Razões trigonométricas

Elabore um algoritmo que permita calcular as razões trigonométricas, o ângulo α e o quadrante com base nas coordenadas de um ponto ***P***. A Figura 3, ilustra as razões trigonométricas do primeiro quadrante e os sinais das mesmas nos quatro quadrantes.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Figura 3 – Razões trigonométricas e sinais por quadrante.

## Razões trigonométricas

Elabore um algoritmo que permita calcular os valores das coordenas (***x, y***) dos pontos sobre a circunferência com base nas coordenadas do centro e o número de sectores.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Figura 4 – Exemplos de circunferências divididas em 8 e 12 sectores.

## Altura de um edifício

A Figura 5, representa o "Edifício dos Descobrimentos" em Lisboa. Foi necessário medir a sua altura. Para isso utilizou-se um aparelho - teodolitos que permite calcular amplitudes de ângulos. Registaram-se as medidas seguintes, conforme o esquema da figura:

* α = 2o e β = 39o
* a distância do Padrão P ao aparelho T é igual a 60m.

Qual é a altura aproximada do Padrão?

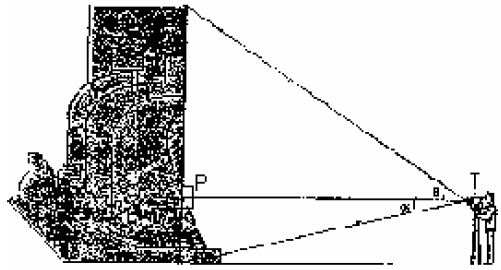


Figura 5 – Esquema de um modelo para calcular a altura do Edifício dos Descobrimentos, em Lisboa.

Elabore um algoritmo que permita calcular a altura de edifícios com base num aparelho – teodolitos utilizado para medir a amplitude de dois ângulos e uma fita métrica para medir a distância entre o edifício e o aparelho teodolitos.

## Altura de uma montanha

Se quisermos fazer uma representação topográfica de uma montanha, precisamos de conhecer a sua altura. Geralmente o levantamento topográfico, de uma determinada superfície, é condicionado pelo relevo. Sabendo que, a distância entre os dois pontos de observação do cume da montanha é igual a 64m.

Determina a altura (h) da montanha.

Figura 6 – Esquema de um modelo para calcular a altura de uma montanha.

# Estudo da recta 2D

A equação da recta pode ser representadas por várias equações:

1. Equação Reduzida.
2. Equação Vectorial.
3. Equações Paramétricas.
4. Equações Cartesianas.
5. Equação Geral.

Uma recta pode ser definida com base em diversos dados:

1. Passa por um ponto ***R***e tem a direção****;
2. Passa por dois pontos ***P*** e ***Q***;
3. Passa por um ***A*** e é paralela a um segmento de recta ;
4. Intersecta o eixo dos ***XX*** em na abcissa ***a*** e o eixo dos ***YY*** na ordenada ***b***;
5. Passa por um ponto ***C*** e tem ordenada na origem ***a***;
6. Contém o ponto ***P*** e tem declive ***m***;

|  |
| --- |
|  |

Figura 7 – Estudo da recta. Equação vectorial, equações paramétricas e

## Exercícios sobre equações de recta

Escolha uma equação (1 a 5) e os dados para definir uma recta (1 a 6), determine os seguintes elementos:

1. a equação da recta;
2. ordenada na origem;
3. abcissa na origem;

Por exemplo: recta 1, dados 2. O enunciado para este problema é:

Com base em nas coordenadas de "dois pontos P e Q" elabore um algoritmo que permita calcular os seguintes elementos:

1. equação Reduzida da recta;
2. ordenada na origem;
3. abcissa na origem;

## Paralelismo de Rectas em R3

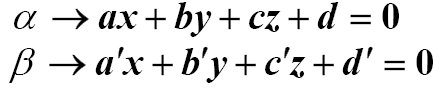
Duas rectas são paralelas se os seus os vectores directores são colineares e são perpendiculares se os seus vectores directores são perpendiculares. Elabore um algoritmo que determine se duas rectas são paralelas.

## Perpendicularidade de Rectas em R3

Duas rectas são paralelas se os seus os vectores directores são colineares e são perpendiculares se os seus vectores directores são perpendiculares. Elabore um algoritmo que determine se duas rectas são perpendiculares.

# Planos

As equações dos planos da Figura 8, são dados pelas seguintes equações:



|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Figura 8 – Planos paralelos (esquerda) e planos perpendiculares (direita).

## Paralelismo de planos

Dois planos são paralelos os vectores perpendiculares aos planos são colineares. Elabore um algoritmo que determine se dois planos são paralelas.

## Perpendicularidade de planos

Dois planos são paralelos os vectores perpendiculares aos planos são colineares. Elabore um algoritmo que determine se dois planos são paralelas.

## Paralelismo entre um plano e uma recta

Se uma recta é paralela a um plano, é perpendicular ao vector perpendicular ao plano. Elabore um algoritmo que determine se um plano e uma recta são paralelos.

## Perpendicularidade entre um plano e uma recta

Se uma recta é perpendicular a um plano, é paralela ao vector perpendicular ao plano. Elabore um algoritmo que determine se um plano e uma recta são perpendiculares.

# Números complexos

Elabore um algoritmo que dados dois números complexos permita efectuar a sua soma, diferença, produto e divisão.

# Matrizes

## Soma

Elabore um algoritmo quer permita somar três matrizes.

## Multiplicação

Elabore um algoritmo quer permita multiplicar duas matrizes.

# Coordenadas GPS

# Derivadas de polinómios

Um polinómio (função polinomial) com coeficientes reais na variável ***x*** é uma função matemática f:Rhttp://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/polinom/zz_to.gifR definida por:

p(x) = ao + a1***x*** + a2***x***² + a3***x***³ +...+ an***x***n.

Elabore um algoritmo quer permita calcular a derivada de polinómios na sua forma canónica.

# Sistemas de coordenadas

## Coordenadas rectangulares

Um sistema de coordenadas tridimensionais pode ser obtido através desta estrutura de três eixos que se interceptam em um único ponto, ao qual chamamos de origem e que também marca uma distinção angular entre os eixos, fazendo com que cada um seja recto em relação aos vizinhos. Nos sentidos positivos coloca-se uma seta para indicar a progressão crescente dos valores. Num sistema como este cada eixo recebe o nome associado a variável que é expressa, ou seja, *(x, y, z)*, que representam as três direcções do sistema.

A tripla ordenada no formato, (x, y, z), corresponde a um único ponto no sistema, o qual é encontrado através do reflexo dos valores nos eixos, da seguinte forma:

Se desejarmos encontrar o ponto (3, 0, 5) na Figura 9, localizamos o valor 3 no eixo ***x***, depois o zero no eixo ***y***, estes dois valores determinam uma linha sobre o eixo ***x*** e ***y***, depois localizamos o valor 5 no eixo ***z*** e traçamos uma sub-recta paralela à linha que encontramos anteriormente, nesta altura, no lado oposto ao eixo na direção da sub-retca está o ponto.

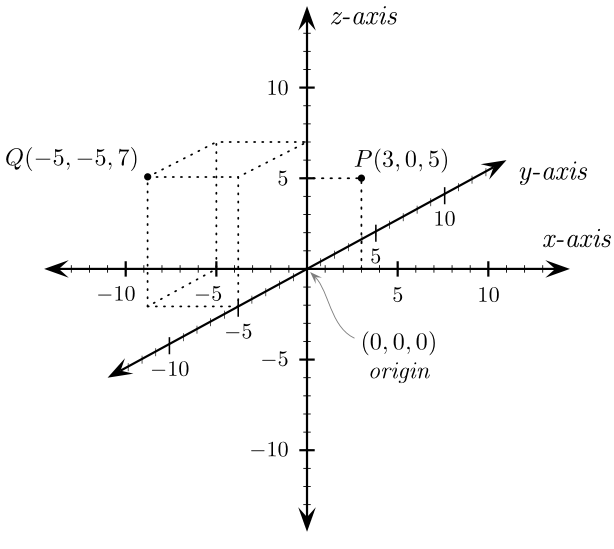


Figura 9 – Exemplo de pontos em coordenadas rectangulares.

## Exercícios

Converter as coordenadas de um ponto para coordenadas cilíndricas e coordenadas polares.

Calcular a distância entre três pontos;

Calcular o volume de uma esfera definida por um ponto e o comprimento do raio.

Calcular o volume de uma elipse definida por um ponto pelos comprimentos dos seus eixos.

Calcular o volume do paralelepípedo definidos por três pontos;

# VECTORES

## Operações com vectores no espaço 3d

Elabore um algoritmo que dados dois vectores permita calcular a sua soma, diferença, produto interno e produto por um escalar.

## Características entre vectores no plano 2d

Elabore um algoritmo que permita determinar se dois vectores são colineares, paralelos, perpendiculares ou nenhuma das anteriores.

## Produto interno de vectores no espaço 2d

Elabore um algoritmo que permita calcular o produto interno de dois vectores e o ângulo entre os mesmos.

## Perpendicularidade de vectores no espaço 3d

Elabore um algoritmo que permita verificar se dois vectores são perpendiculares baseando-se no seu produto interno como condição de perpendicularidade.

# Polígonos regulares

Um polígono é uma figura plana limitada por segmentos de recta, chamados lados dos polígonos onde cada segmento de recta, intersecta exactamente dois outros extremos; se os lados forem todos iguais e os ângulos internos também, o polígono diz-se regular. Na Figura 10, está desenhado um polígono hexagonal.



Figura 10 – Exemplo de um hexágono.

## Centro de um polígono

Elabore um algoritmo que permita calcular as coordenadas do centro de um polígono sabendo as coordenadas de dois pontos consecutivos e o número de lados.

## Área de um polígono

Elabore um algoritmo que permita calcular a área de um polígono sabendo as coordenadas de dois pontos consecutivos e o número de lados.

## Vértices de um polígono

Elabore um algoritmo que permita calcular as coordenadas dos vértices de um polígono sabendo as coordenadas de dois pontos consecutivos e o número de lados.

# Coordenadas cilíndricas

Este sistema foi concebido a partir da definição das coordenadas polares, em segunda instância, pode-se pensar nele como uma evolução do modelo polar adaptado para o espaço tridimensional.

Basicamente o sistema é composto por um subsistema polar na base de um cilindro circular, as coordenadas são: 

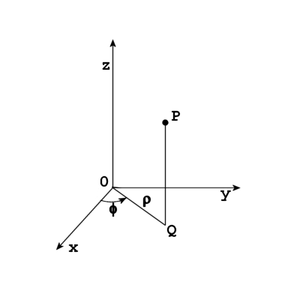


Figura 11 – Exemplo de um ponto em coordenadas cilíndricas.

## Exercícios

Converter as coordenadas de um ponto para coordenadas rectangulares e coordenadas polares.

Calcular a distância entre três pontos;

Calcular o volume de uma esfera definida por um ponto e o comprimento do raio.

Calcular o volume de uma elipse definida por um ponto pelos comprimentos dos seus eixos.

Calcular o volume do paralelepípedo definidos por três pontos;

# Coordenadas esféricas

O sistema representa a coordenada através do raio esférico da membrana que virtualmente conteria o ponto no espaço e de dois ângulos, suficientes para identificar a posição do mesmo em relação aos eixos principais. As coordenadas são compostas pela tripla ordenada:  .

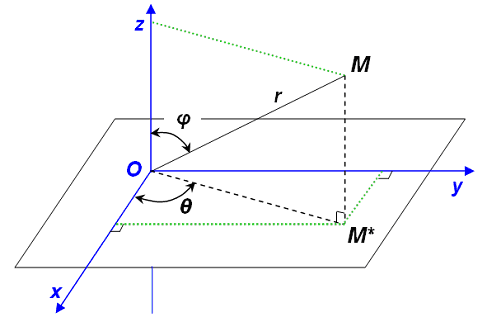


Figura 12 – Exemplo de um ponto em coordenadas esféricas.

## Exercícios

Converter as coordenadas de um ponto para coordenadas cilíndricas e coordenadas polares.

Calcular a distância entre três pontos;

Calcular o volume de uma esfera definida por um ponto e o comprimento do raio.

Calcular o volume de uma elipse definida por um ponto pelos comprimentos dos seus eixos.

Calcular o volume do paralelepípedo definidos por três pontos;

# Referências Web

1. <http://pt.wikibooks.org/wiki/>
2. <http://www.esas.pt/dm/FICHAS/>
3. <http://www.ipg.pt/user/~mateb1.eseg/doc/Classificação%20de%20polígonos.pdf>