

Sem vložte zadání Vaší práce.

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
KATEDRA ... (DOPLŇTE)



Bakalářská práce

Doplňte název práce

Doplňte Vaše jméno a tituly

Vedoucí práce: Doplněte jméno vedoucího práce

2. dubna 2014

Poděkování

Doplňte, máte-li komu a za co děkovat. V opačném případě úplně odstraňte tento příkaz.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o etické přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona, ve znění pozdějších předpisů. V souladu s ust. § 46 odst. 6 tohoto zákona tímto uděluji nevýhradní oprávnění (licenci) k užití této mojí práce, a to včetně všech počítačových programů, jež jsou její součástí či přílohou a veškeré jejich dokumentace (dále souhrnně jen „Dílo“), a to všem osobám, které si přejí Dílo užít. Tyto osoby jsou oprávněny Dílo užít jakýmkoli způsobem, který nesnižuje hodnotu Díla a za jakýmkoli účelem (včetně užití k výdělečným účelům). Toto oprávnění je časově, teritoriálně i množstevně neomezené. Každá osoba, která využije výše uvedenou licenci, se však zavazuje udělit ke každému dílu, které vznikne (byť jen zčásti) na základě Díla, úpravou Díla, spojením Díla s jiným dílem, zařazením Díla do díla souborného či spracováním Díla (včetně překladu), licenci alespoň ve výše uvedeném rozsahu a zároveň zpřístupnit zdrojový kód takového díla alespoň srovnatelným způsobem a ve srovnatelném rozsahu, jako je zpřístupněn zdrojový kód Díla.

V Praze dne 2. dubna 2014

.....

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta informačních technologií

© 2014 Doplňte Vaše křestní jméno/jména Doplňte Vaše příjmení. Všechna práva vyhrazena.

Tato práce vznikla jako školní dílo na Českém vysokém učení technickém v Praze, Fakultě informačních technologií. Práce je chráněna právními předpisy a mezinárodními úmluvami o právu autorském a právech souvisejících s právem autorským. K jejímu užití, s výjimkou bezúplatných zákonných licencí, je nezbytný souhlas autora.

Odkaz na tuto práci

Doplňte Vaše příjmení, Doplňte Vaše křestní jméno/jména. *Doplňte název práce.* Bakalářská práce. Praha: České vysoké učení technické v Praze, Fakulta informačních technologií, 2014.

Abstrakt

V několika větách shrňte obsah a přínos této práce v češtině. Po přečtení abstraktu by se čtenář měl mít čtenář dost informací pro rozhodnutí, zda chce Vaši práci číst.

Klíčová slova Nahradte seznamem klíčových slov v češtině oddělených čárkou.

Abstract

Sem doplňte ekvivalent abstraktu Vaší práce v angličtině.

Keywords Nahradte seznamem klíčových slov v angličtině oddělených čárkou.

Obsah

Úvod	1
1 Úvod do problematiky	3
1.1 Použití násobení matic	3
1.2 Matice	3
1.3 Vektor	3
1.4 Násobení matic	3
1.5 Složitosti	4
1.6 Řídké matice	4
1.7 Numerická stabilita	4
1.8 Optimalizace kódu	4
2 Algoritmy násobení matic	7
2.1 Podle definice	7
2.2 Násobení transponovanou maticí	7
2.3 Násobení po řádcích	8
2.4 Rekursivní násobení	8
2.5 Strassenův algoritmus	10
2.6 Coppersmith-Winograd algoritmus	12
2.7 Další algoritmy	12
3 Formáty uložení řídkých matic	15
3.1 COO - Coordinate list	15
3.2 CSR - Compressed sparse row	15
3.3 BSR - Block Sparse Row	15
3.4 Quadtree	15
3.5 ?	15
4 Modifikace formátu quadtree	17

5	Analýza a návrh	19
6	Realizace	21
6.1	MatrixMarket	21
6.2	Optimalizace	21
6.3	? Design implementace	21
6.4	Měření	21
	Závěr	23
	Literatura	25
A	Seznam použitých zkratk	27
	Seznam obrázků	27
B	Obsah přiloženého CD	31

Seznam obrázků

2.1	Strassen	10
2.2	Strassen stability	13

Úvod

Úvod do problematiky

1.1 Použití násobení matic

TODO: kde se používá násobení matic

1.2 Matice

Matice \mathbf{A} typu (m, n) je mn uspořádaných prvků z množiny \mathbf{R} . O prvku $a_{r,s} \in \mathbf{R}, r \in \{1, 2, \dots, m\}, s \in \{1, 2, \dots, n\}$ říkáme, že je na r -tém řádku a s -tém sloupci matice \mathbf{A} . Matici \mathbf{A} zapisujeme do řádků a sloupců takto:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Matici \mathbf{M} typu (m, n) , kde všechny její prvky jsou rovny nule, nazýváme *nulovou maticí*.

O matici typu (m, n) budeme říkat, že je m široká a n vysoká. Pokud o matici řekneme že má velikost n , myslíme tím, že je typu (n, n) .

1.3 Vektor

Matici \mathbf{V} typu $(1, n)$ nazveme vektorem.

TODO=popsat vektory poradne FIXME=muzu to takhle zjednodusit?

1.4 Násobení matic

Buď \mathbf{A} matice typu (m, n) s prvky $a_{i,j}$ a \mathbf{B} matice typu (n, p) s prvky $b_{j,k}$. Definujeme součin matic $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ jako matici \mathbf{C} typu (m, p) s prvky $c_{i,k}$ které vypočteme jako:

$$c_{row,col} = \sum_{k=1}^N a_{row,k} b_{k,col} \quad (1.2)$$

Výsledek součinu matic se nezmění, pokud matice doplníme o libovolný počet nulových řádků a nebo sloupců. Této vlastnosti můžeme využít pro získání potřebných rozměrů:

1. Při násobení matice A typu (m,n) s maticí B typu (o,p) , kde $n \neq o$.
2. Pokud potřebujeme matice stejné velikosti.
3. Pokud potřebujeme matice určité velikosti, například 2^N .

1.5 Složitosti

TODO: popsat notace

1.6 Řídké matice

Matice, které obsahují velké množství nulových prvků, nazýváme řídké. Nebudeme přesně uvádět kolik procent z celkového počtu prvků musí být nulových, abychom matici nazývali řídkou. Stejně jako řídkou matici můžeme uložit do formátu pro husté matice, můžeme hustou matici uložit do formátu pro řídké matice.

Řídkost matice budeme vyjadřovat pomocí *nnz* (Number of NonZero elements), tedy počtem nenulových prvků z celkových mn , pro matici A typu (m, n) .

Formáty uložení řídkých matic obecně ukládají jednotlivé elementy zvlášť a tedy nemusí ukládat ty nulové. To ale přináší řadu nevýhod. Za prvé se musí ukládat informace o souřadnicích jednotlivých prvcích. Za druhé, ztrácíme možnost přístupu k prvku na libovolných souřadnicích v čase $O(1)$.

TODO: typy řídkých matic (pasova, atd, pattern, real)

1.7 Numerická stabilita

TODO: numerická stabilita (viz strassen?)

1.8 Optimalizace kódu

Dnešní překladače umí velice dobře optimalizovat vygenerovaný kód. Pokusy o nějaké mikrooptimalizace program spíše zpomalí.

Je vhodné používat funkce standardních knihoven, protože bývají optimalizované přímo v assembleru.

1.8.1 Rozbalování cyklů

1.8.2 AoS -> SoA

TODO, i příklad?

Algoritmy násobení matic

2.1 Podle definice

Základním algoritmem násobení dvou matic je podle definice. Ve třech for cyklech postupně vybíráme řádky matice A, sloupce matice B a v N krocích násobíme. N je jak šířka matice A, tak i výška matice B.

Algorithm 1 Násobení matic podle definice

```
1: procedure MMM-DEFINITION( $A, B, C$ )           ▷ A,B,C jsou matice
2:   for  $row \leftarrow 0$  to  $A.height$  do           ▷ řádky
3:     for  $col \leftarrow 0$  to  $B.width$  do           ▷ sloupce
4:        $sum \leftarrow 0$ ;
5:       for  $i \leftarrow 0$  to  $A.height$  do
6:          $sum \leftarrow sum + A[row][i] * B[i][col]$ ;
7:       end for
8:        $C[row][col] \leftarrow sum$ ;
9:     end for
10:  end for
11: end procedure
```

2.2 Násobení transponovanou maticí

Pokud nám formát uložení matice nedovolí procházet prvky po sloupcích, je řešením druhou matici transponovat. Poté můžeme násobit řádky matice A s řádky transponované matice B.

Podobný algoritmus můžeme použít i pokud nám formát nedovolí procházet prvky po řádcích, ale pouze po sloupcích. Například v této práci neuvedený Compressed Sparse Columns.

Pro matice musí platit, že výška matice A musí být stejná jako výška matice B. (FIXME: je to opravdu tak?)

Algorithm 2 Násobení transponovanou maticí

```
1: procedure MMM-TRANPOSE( $A, B, C$ ) ▷  $A, B, C$  jsou matice
2:    $B \leftarrow \text{transpose}(B)$ 
3:   for  $\text{row}A \leftarrow 0$  to  $A.\text{height}$  do ▷ řádky
4:     for  $\text{row}B \leftarrow 0$  to  $B.\text{height}$  do ▷ sloupce
5:        $\text{sum} \leftarrow 0$ ;
6:       for  $i \leftarrow 0$  to  $A.\text{height}$  do
7:          $\text{sum} \leftarrow \text{sum} + A[\text{row}A][i] * B[i][\text{row}B]$ ;
8:       end for
9:        $C[\text{row}A][\text{row}B] \leftarrow \text{sum}$ ;
10:    end for
11:  end for
12: end procedure
```

2.3 Násobení po řádcích

Další možností jak násobit dvě matice, kde nám formát uložení nedovolí procházet po sloupcích je procházet současně řádky matice A i B a přičítat jednotlivé součiny na správné místo ve výsledné matici C.

Nevýhodou tohoto řešení je velký počet přístupů do pole C. Protože k prvkům přičítáme, tedy načítáme a sčítáme, je potřeba před samotným násobením nastavit všechny prvky matice C na hodnotu nula.

Algorithm 3 Násobení po řádcích

```
1: procedure MMM-BY-ROWS( $A, B, C$ ) ▷  $A, B, C$  jsou matice
2:   for  $r \leftarrow 0$  to  $A.\text{height}$  do ▷ řádky matice A i B
3:     for  $cA \leftarrow 0$  to  $A.\text{width}$  do ▷ sloupce matice A
4:       for  $cB \leftarrow 0$  to  $B.\text{width}$  do ▷ sloupce matice B
5:          $C[r][cA] \leftarrow C[r][cA] + A[r][cA] * B[r][cB]$ ;
6:       end for
7:     end for
8:   end for
9: end procedure
```

2.4 Rekurzivní násobení

Pro matice A i B o stejné velikosti 2^N můžeme použít rekurzivní přístup. Tedy programovací techniku rozděl a panuj, kdy rozdělíme větší problémy na menší podproblémy.

Každou z matic rozdělíme na čtvrtiny a jednotlivé podmatice násobíme algoritmem podle definice, tedy jako matice o velikosti dva.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Pro ilustraci jako příklad uvádíme výpočet horního levého prvku v násobení dvou matic o velikosti 2^2 .

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & a_{1,4} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} \\ a_{4,1} & a_{4,2} & a_{4,3} & a_{4,4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & b_{1,3} & b_{1,4} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & b_{2,3} & b_{2,4} \\ b_{3,1} & b_{3,2} & b_{3,3} & b_{3,4} \\ b_{4,1} & b_{4,2} & b_{4,3} & b_{4,4} \end{pmatrix} = \quad (2.2)$$

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} \\ b_{2,1} & b_{2,2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1,3} & a_{1,4} \\ a_{2,3} & a_{2,4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{3,1} & b_{3,2} \\ b_{4,1} & b_{4,2} \end{pmatrix} & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} = \quad (2.3)$$

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{1,1}b_{1,1} + a_{1,2}b_{2,1} & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1,3}b_{3,1} + a_{1,4}b_{4,1} & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} = \quad (2.4)$$

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{1,1}b_{1,1} + a_{1,2}b_{2,1} + a_{1,3}b_{3,1} + a_{1,4}b_{4,1} & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Kvůli režii rekurzivního dělení nezmenšujeme matice až na velikost dva. Vhodná velikost matice je například taková, co se vejde do L1 cache.

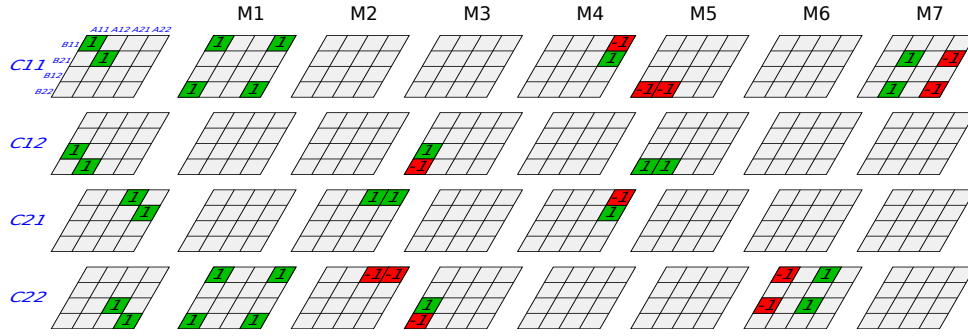
Algorithm 4 Rekurzivní násobení

```

1: procedure MMM-RECURSIVE( $A, B, C, ax, ay, bx, by, cx, cy, s$ )
2:   if  $s = 1$  then
3:      $C[cy][cx] \leftarrow C[cy][cx] + A[ay][ax] \cdot B[by][bx];$ 
4:     return;
5:   end if
6:   for all  $r \in \{0, s/2\}$  do
7:     for all  $c \in \{0, s/2\}$  do
8:       for all  $i \in \{0, s/2\}$  do
9:         MMM-recursive( $A, B, C, ax + i, ay + r, bx + c, by + i, cx +$ 
            $c, cy + r, s/2$ );
10:      end for
11:    end for
12:  end for
13: end procedure

```

2. ALGORITMY NÁSOBENÍ MATIC



Obrázek 2.1: Strassen

2.5 Strassenův algoritmus

V roce 1969 Volker Strassen v časopise Numerische Mathematik publikoval článek [1] .

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} \\ A_{2,1} & A_{2,2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} \\ B_{2,1} & B_{2,2} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$M_1 = (A_{1,1} + A_{2,2}) \cdot (B_{1,1} + B_{2,2}) \quad (2.7)$$

$$M_2 = (A_{2,1} + A_{2,2}) \cdot B_{1,1} \quad (2.8)$$

$$M_3 = A_{1,1} \cdot (B_{1,2} - B_{2,2}) \quad (2.9)$$

$$M_4 = A_{2,2} \cdot (B_{2,1} - B_{1,1}) \quad (2.10)$$

$$M_5 = (A_{1,1} + A_{1,2}) \cdot B_{2,2} \quad (2.11)$$

$$M_6 = (A_{2,1} - A_{1,1}) \cdot (B_{1,1} + B_{1,2}) \quad (2.12)$$

$$M_7 = (A_{1,2} - A_{2,2}) \cdot (B_{2,1} + B_{2,2}) \quad (2.13)$$

$$C = \begin{pmatrix} M_1 + M_4 - M_5 + M_7 & M_3 + M_5 \\ M_2 + M_4 & M_1 - M_2 + M_3 + M_6 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

TODO

Strassenův algoritmus má lepší asymptotickou složitost $O(n^{2.808})$, to však za cenu numerické stability. Z definice tento algoritmus od $n > 655$ potřebuje méně instrukcí než algoritmus podle definice[zdroj]

TODO: zdroj: Generative and Transformational Techniques in Software Engineering II: International Summer School, GTTSE 2007, Braga, Portugal, July 2-7. 2007, Revised Papers | Front Cover Ralf Lämmel, Joost Visser, João Saraiva | Springer, Oct 8, 2008 - Computers - 521 pages

Numerickou stabilitu Strassenova algoritmu demonstrujeme na výpočtu jednoho prvku z násobení dvou matic o velikosti dva. Pro ukázkou budeme uvažovat počítač, který u čísel ukládá pouze tři destinná čísla.

Algorithm 5 Strassenův algoritmus

```

1: procedure MMM-STRASSEN( $A, B, C, ax, ay, bx, by, cx, cy, s$ )
2:   if  $s = 1$  then
3:      $C[cy][cx] \leftarrow C[cy][cx] + A[ay][ax] \cdot B[by][bx]$ ;
4:     return;
5:   end if
6:    $h \leftarrow s/2$ ;
7:    $M[9] \leftarrow \text{initMatrices}(9, h)$ ; ▷ devět pomocných matic
8:    $\text{offsetAdd}(M[8], 0, 0, A, ax, ay, A, ax + h, ay + h, h)$ ; ▷ M1
9:    $\text{offsetAdd}(M[9], 0, 0, B, bx, by, B, bx + h, by + h, h)$ ;
10:   $\text{MMM-strassen}(M[8], M[9], M[1], 0, 0, 0, 0, 0, 0, h)$ ;
11:   $\text{offsetAdd}(M[8], 0, 0, A, ax, ay + h, A, ax + h, ay + h, h)$ ; ▷ M2
12:   $\text{MMM-strassen}(M[8], B, M[2], 0, 0, bx, by, 0, 0, h)$ ;
13:   $\text{offsetSub}(M[8], 0, 0, B, bx + h, by, B, bx + h, by + h, h)$ ; ▷ M3
14:   $\text{MMM-strassen}(A, M[8], M[3], ax, ay, 0, 0, 0, 0, h)$ ;
15:   $\text{offsetSub}(M[8], 0, 0, B, ax, ay + h, B, ax, ay, h)$ ; ▷ M4
16:   $\text{MMM-strassen}(A, M[8], M[4], ax + h, ay + h, 0, 0, 0, 0, h)$ ;
17:   $\text{offsetAdd}(M[8], 0, 0, A, ax, ay, A, ax + h, ay, h)$ ; ▷ M5
18:   $\text{MMM-strassen}(M[8], B, M[5], 0, 0, bx + h, by + h, 0, 0, h)$ ;
19:   $\text{offsetSub}(M[8], 0, 0, A, ax, ay + h, A, ax, ay, h)$ ; ▷ M6
20:   $\text{offsetAdd}(M[9], 0, 0, B, bx, by, B, bx + h, by, h)$ ;
21:   $\text{MMM-strassen}(M[8], M[9], M[6], 0, 0, 0, 0, 0, 0, h)$ ;
22:   $\text{offsetSub}(M[8], 0, 0, A, ax + h, ay, A, ax, ay, h)$ ; ▷ M7
23:   $\text{offsetAdd}(M[9], 0, 0, B, bx, by + 2, B, bx + h, by + h, h)$ ;
24:   $\text{MMM-strassen}(M[8], M[9], M[7], 0, 0, 0, 0, 0, 0, h)$ ;
25:   $\text{offsetAdd}(M[8], 0, 0, M[1], 0, 0, M[4], 0, 0, h)$ ; ▷ C1,1
26:   $\text{offsetSub}(M[8], 0, 0, M[8], 0, 0, M[5], 0, 0, h)$ ;
27:   $\text{offsetAdd}(C, cx, cy, M[8], 0, 0, M[7], 0, 0, h)$ ;
28:   $\text{offsetAdd}(C, cx + h, cy, M[3], 0, 0, M[5], 0, 0, h)$ ; ▷ C1,2
29:   $M[8] \leftarrow \text{offsetAdd}(C, cx, cy + h, M[2], 0, 0, M[4], 0, 0, h)$ ; ▷ C2,1
30:   $M[8] \leftarrow \text{offsetSub}(M[8], 0, 0, M[1], 0, 0, M[2], 0, 0, h)$ ; ▷ C2,2
31:   $M[8] \leftarrow \text{offsetAdd}(M[8], 0, 0, M[8], 0, 0, M[3], 0, 0, h)$ ;
32:   $M[8] \leftarrow \text{offsetAdd}(C, cx + h, cy + h, M[8], 0, 0, M[6], 0, 0, h)$ ;
33: end procedure

```

Pomocí algoritmu podle definice, by takový počítač vypočítal součin dvou matic následovně:

$$\begin{pmatrix} 0.1234 & 0.5678 \\ 0.9123 & 0.4567 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.8912 & 0.3456 \\ 0.7891 & 0.2345 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5579 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Správný výsledek je $0.1234 \times 0.8912 + 0.5678 \times 0.7891 = 0.10997408 + 0.44805098 = 0.55802506$.

Nyní výpočet provedeme pomocí Strassenova algoritmu:

$$\begin{pmatrix} 0.1234 & 0.5678 \\ 0.9123 & 0.4567 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.8912 & 0.3456 \\ 0.7891 & 0.2345 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

$$M_1 = (0.1234 + 0.4567) \cdot (0.8912 + 0.2345) = 0.6530 \quad (2.17)$$

$$\dots \quad (2.18)$$

$$M_4 = 0.4567 \cdot (0.7891 - 0.8912) = -0.0466 \quad (2.19)$$

$$M_5 = (0.1234 + 0.5678) \cdot 0.2345 = 0.1620 \quad (2.20)$$

$$\dots \quad (2.21)$$

$$M_7 = (0.5678 - 0.4567) \cdot (0.7891 + 0.2345) = 0.1137 \quad (2.22)$$

$$\begin{pmatrix} M_1 + M_4 - M_5 + M_7 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5581 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

TODO: pro strassena ja potreba dodelat i ostatni prvky

Strassenův algoritmus lze ještě vylepšit. Pro sedm operací násobení je možné snížit počet sčítání a odečítání. Pro jednoduchost zde ovšem uvádíme originální algoritmus.

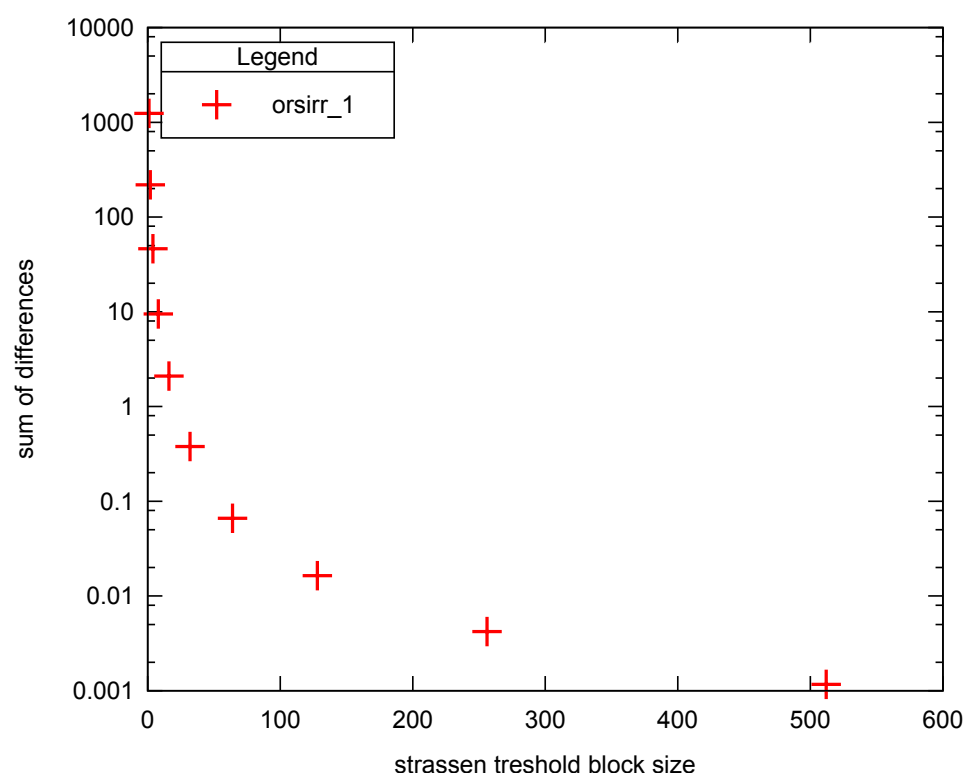
Tady jsem zkusil matici z MM:

2.6 Coppersmith-Winograd algoritmus

TODO: rict ze ma dobrou $O(n^{2.735477})$, ale velkou konstantu a je v praxi zatim nepouzitelnej

2.7 Další algoritmy

Existuje mnoho dalších algoritmů násobení matic. Zmíníme algoritmy vyhledávající vzory v řídkých maticích, například diagonály, co násobí jednotlivé vzory mezi sebou. **?muzu rict, ze to delat nebudu?** V této práci se zabýváme pouze algoritmy a formáty uložení pro (odkaz do sekce s typama ridkych matic).



Obrázek 2.2: Strassen stability

Formáty uložení řídkých matic

3.1 COO - Coordinate list

3.2 CSR - Compressed sparse row

3.3 BSR - Block Sparse Row

3.4 Quadtree

3.5 ?

TODO: tady jsem chtel spocictat kdy se vyplati mit ridkou matici, ale lepsi bude tabulka

Pokud například uložíme matici o rozměrech 100x100 v dvojté přestnosti, bude zabírat $M \times N \times \text{sizeof}(\text{double}) = 100 \times 100 \times 8 = 80000\text{B} = 80\text{kB}$. Pokud zvolíme řídký formát matice, kde ke každému elementu uložíme i jeho x a y souřadnici, tak do 80kB uložíme $80000 / (\text{sizeof}(\text{int}) + \text{sizeof}(\text{int}) + \text{sizeof}(\text{double})) = 80000/16 = 5000$ elementů. Pokud matice obsahuje více jak 50 % nulových elementů, vyplatí se nám ji uložit do řídkého formátu.

Modifikace formátu quadtree

je to samostatnej bod v zadani tak by to mohla byt cela chapter

TODO: popsat nevyhody quadtree a obrazkama ukazat jak to udelat lip
neco jako quadtree loop unrolling

Analýza a návrh

? bud to nechapu nebo tuhle chapter smazu

XXX: napsat o tom, jak jsem pouzil spoustu knihoven. napr libc nebo math. napsat o tom, jak jsem chtel scipy sparse, ale chtel jsem to co nejjednodussi

Realizace

6.1 MatrixMarket

TODO: popsat format matrixmarket, ve kterém budu všechno dělat

6.2 Optimalizace

TODO: říct že budeme verit -O3, ale popsat transformaci cyklu a loop-unrolling

6.3 ? Design implementace

TODO: popsat OOP v C, moje testy

6.4 Měření

TODO: popsat jak to budu měřit, tedy čas z omp a cachegrind/callgrind (možná solaris)

Závěr

Literatura

- [1] Ziv, J.; Lempel, A.: A Universal Algorithm for Sequential Data Compression. *IEEE Transactions on Information Theory*, ročník 23, č. 3, May 1977: s. 337–343.

Seznam použitých zkratek

GUI Graphical user interface

XML Extensible markup language

Seznam obrázků

2.1	Strassen	10
2.2	Strassen stability	13

Seznam algoritmů

1	Násobení matic podle definice	7
2	Násobení transponovanou maticí	8
3	Násobení po řádcích	8
4	Rekurzivní násobení	9
5	Strassenův algoritmus	11
*		

Obsah přiloženého CD

	readme.txt.....	stručný popis obsahu CD
	exe	adresář se spustitelnou formou implementace
	src	
	impl.....	zdrojové kódy implementace
	thesis	zdrojová forma práce ve formátu \LaTeX
	text	text práce
	thesis.pdf	text práce ve formátu PDF
	thesis.ps	text práce ve formátu PS