

Chapitre 3

Manipulation 3 : Interféromètre de Pérot-Fabry.

3.1. Partie théorique

3.1.1. Principe du Pérot-Fabry

Description

L'étalon de Pérot-Fabry¹ (P.F. dans la suite) trouve ses principales applications en spectroscopie et en métrologie. L'appareil est constitué de deux lames de verre planes, parallèles, dont les surfaces ont été recouvertes d'une mince couche d'aluminium, par évaporation thermique sous vide par exemple (figure 3.1 (a)). Si on observe une source monochromatique étendue à travers ces deux lames, on peut voir un système d'interférences constitué d'anneaux alternativement sombres et brillants, centrés sur la normale à la lame passant par l'œil. En effet, un rayon incident tel

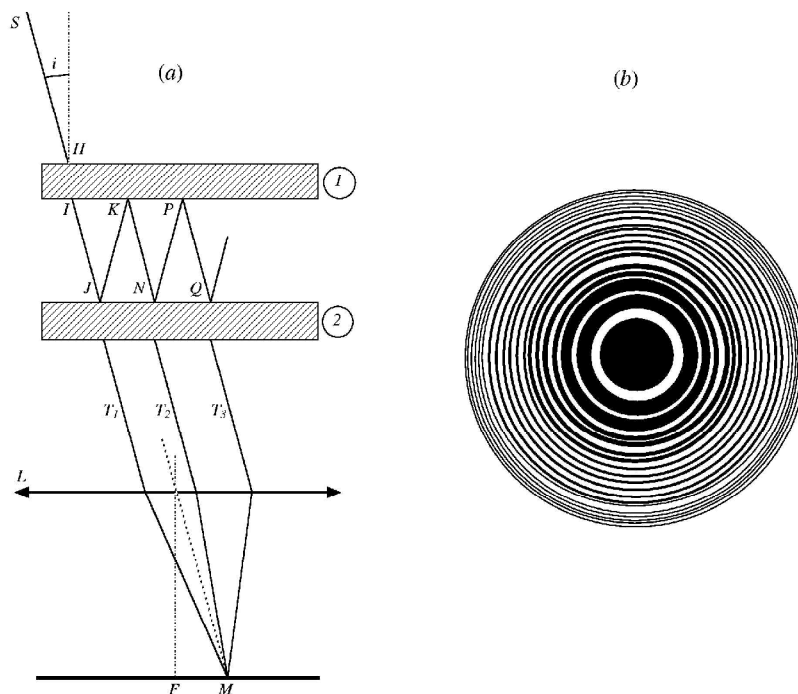


FIGURE 3.1 (a) : Schéma de principe d'un interféromètre de Pérot-Fabry; (b) : Anneaux d'interférences observés.

que SH tombant sur la lame (1) du P.F. subit un grand nombre de réflexions entre les deux lames, leur pouvoir de

¹ On dit *étalon* ou *interféromètre de Pérot-Fabry* suivant l'utilisation qu'on fait de l'instrument. Si l'épaisseur de la lame d'air entre les lames est fixée (à des réglages fins près), l'instrument est un étalon très précis de longueur; si par contre cette épaisseur peut être modifiée de façon plus importante (mais toujours faible à notre échelle), il constitue un interféromètre permettant une mesure précise des longueurs d'onde. Nous l'utiliserons essentiellement sous sa forme d'étalon, bien que dans ce cas aussi la mesure précise de longueur d'onde soit possible.

réflexion étant élevé. À la sortie de l'interféromètre, deux rayons transmis successifs, T_1 et T_2 par exemple, présentent entre eux une différence de marche :

$$\delta = 2ne \cos i$$

où e et n sont respectivement l'épaisseur et l'indice de l'air compris entre les deux lames, i étant l'angle d'incidence du rayon SH .

Si ce retard δ est égal à un nombre entier de longueurs d'onde, tous les rayons transmis par l'incident SH sont en phase constructive, de sorte que si on place une lentille convergente L derrière l'étalon, tous ces rayons convergent en un point M du plan focal, et ce point correspond à un maximum de lumière.

Le système étant à symétrie de révolution, ce maximum de lumière se retrouve en tous les points du plan focal situés à une distance $r = FM$ du point F , foyer de la lentille L . On observe donc un anneau brillant de rayon r .

Un autre point M' du plan focal correspond à un état interférentiel différent et fonction de sa distance à F seulement ; finalement, l'aspect du champ sera analogue à celui donné par la figure 3.1 (b).

Ce système d'anneaux donné par une lame d'air est appelé système d'anneaux à l'infini, anneaux d'égale inclinaison ou *franges de Haidinger*. L'ordre au centre du champ d'interférences correspond à $i = 0$; il est donné par

$$p_c = \frac{2ne}{\lambda_0} = \frac{2e}{\lambda} \quad (3.1.1)$$

λ_0 et λ étant respectivement la longueur d'onde dans le vide et dans l'air de la lumière monochromatique utilisée. Cet ordre est en général fractionnaire et peut être écrit sous la forme

$$p_c = K + \epsilon$$

où K est un entier et ϵ s'appelle l'*excédent fractionnaire*. Comme l'ordre d'interférence décroît avec la distance au centre, le $l^{\text{ième}}$ anneau brillant a un ordre $p_l = K - (l - 1)$ relié à son rayon angulaire i_l par $p_l = \frac{2ne}{\lambda_0} \cos i_l$, d'où, avec $\cos i \approx 1 - i^2/2$ et en comptant soigneusement les anneaux à partir du centre (voir figure 3.2) :

$$i_l^2 = \frac{\lambda_0}{ne} (\epsilon + l - 1) = \frac{\lambda}{e} (\epsilon + l - 1)$$

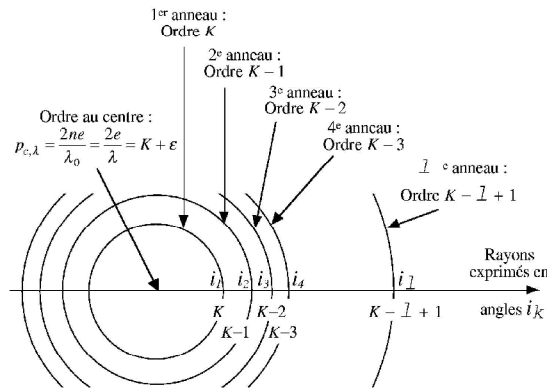


FIGURE 3.2 : Comptage des anneaux d'un P.F. à partir du centre.

Utilisation pratique et applications

La partie entière de l'ordre au centre, K , a disparu de cette expression. D'autre part il est facile de mesurer les diamètres d_l des anneaux examinés avec un oculaire micrométrique ; ces diamètres sont proportionnels aux diamètres angulaires $2i_l$ avec un facteur de proportionnalité α qui ne dépend que du grandissement optique de l'appareillage.

Avec eux on dispose donc d'une suite arithmétique $d_l^2 = 4\alpha^2 \frac{\lambda}{e} (\epsilon + l - 1)$ de raison $\rho = 4\alpha^2 \frac{\lambda}{e}$. Par différences entre carrés de diamètres successifs, on obtient $\rho = d_2^2 - d_1^2 = d_3^2 - d_2^2 = \dots = d_{l+1}^2 - d_l^2$. Ceci permet une détermination de ρ , qui, une fois connu avec une précision suffisante, conduit à une détermination multiple de ϵ (pouvant donner lieu à une estimation statistique de son erreur) par

$$\frac{d_1^2}{\rho} = \epsilon, \quad \frac{d_2^2}{\rho} = 1 + \epsilon, \quad \frac{d_3^2}{\rho} = 2 + \epsilon, \quad \dots \quad \frac{d_l^2}{\rho} = l - 1 + \epsilon.$$

Ainsi, on arrive au résultat suivant : on ne connaît pas l'ordre au centre p_c qui est très grand puisqu'il est égal à $2\epsilon/\lambda$, donc, pour des radiations visibles et e de l'ordre du millimètre, de l'ordre de plusieurs milliers ; par contre on connaît avec une bonne précision la partie décimale de p_c .

Cette situation particulière donne lieu à des applications métrologiques intéressantes si on dispose d'une source monochromatique bien étalonnée (longueur d'onde λ connue avec précision) :

- Mesure très précise des écarts des lames, donc de déplacements de l'ordre de quelques λ ,
- Amélioration sensible des mesures de longueurs d'onde mal déterminées.

3.1.2. Variation des longueurs d'onde avec la température et la pression

Lorsque l'on entreprend un travail d'une telle précision, il faut tenir compte des variations des longueurs d'ondes avec les conditions ambiantes. Dans la section précédente, on a vu que la longueur d'onde d'une vibration monochromatique a des valeurs différentes dans le vide (λ_0) et dans un milieu d'indice n ($\lambda = \lambda_0/n$) ; cela provient du fait que ce qui est conservé et qui caractérise une vibration c'est sa *fréquence* et non sa longueur d'onde. On comprend donc que, l'indice de l'air variant avec la température et la pression ambiante, la longueur d'onde λ dans l'air va elle-même varier selon T et H . Dans ce T.P., il faudra tenir compte de cette variation qui s'exprime selon :

$$\frac{T}{H}(n_\lambda - 1) = C^{\text{ste}}, \quad (3.1.2)$$

où T est la température absolue exprimée en Kelvin et H la pression en unités arbitraires pourvu qu'elles soient homogènes dans les calculs (un changement d'unité a pour seul effet de modifier la constante).

Les longueurs d'onde des radiations monochromatiques de références sont forcément mesurées dans l'air ; on les détermine dans des conditions standards qui sont ici $t_0 = 15^\circ \text{C}$ et $H = 760 \text{ mm}$. Nous utiliserons comme référence une lampe à vapeur de Cadmium qui émet essentiellement 4 raies dans le visible. Les caractéristiques standards (longueur d'onde et indice) de ces raies sont données dans le tableau 3.1. De ces données seront déduites les longueurs d'onde à utiliser dans les calculs, après relevé de la température et de la pression moyennes le jour de la manipulation ; mais on peut dès la première lecture déduire les relations donnant ces longueurs d'onde.

TABEAU 3.1 : Caractéristiques standards de 4 raies visibles du Cadmium.

	Longueur d'onde λ (Å)	$(n_{T_0} - 1) 10^7$
Raie Rouge	6438,4696	2759
Raie Verte	5085,823	2779
Raie Bleue	4799,912	2786
Raie Indigo	4678,151	2790

3.2. Partie expérimentale

L'essentiel du travail pratique réside dans un parfait réglage des appareils. Une fois ce réglage fait, les mesures en elles-mêmes prennent peu de temps. Un mauvais réglage initial peut lourdement hypothéquer la qualité des résultats.

Avant toute chose, il faut relever la température et la pression ambiante au début (et à la fin) de la manipulation, au baromètre à mercure disponible en salle de T.P.

3.2.1. But de la manipulation, matériel

Au cours de cette manipulation, on examinera deux applications métrologiques :

- La détermination précise de l'épaisseur d'un P.F.,
- L'amélioration de la mesure d'une longueur d'onde imprécise (raie verte de la vapeur de mercure) où on utilisera le résultat de la première partie.

Pour cela, on dispose autour d'un banc d'optique de deux sources spectrales (lampes à vapeur de Cadmium (référence) et à vapeur de mercure), de deux lentilles (\mathcal{L}_1) et (\mathcal{L}_2), d'un étalon de Pérot-Fabry et d'un spectroscopie à prisme.

3.2.2. Montage, alignement, réglages

Montage

Le montage à réaliser est schématisé sur la figure 3.3 : Une lentille (\mathcal{L}_1) envoie la lumière émise par une lampe spectrale sur l'étalon P.F. (l'épaisseur de sa lame d'air est notée a) ; la lumière émergent du P.F. est focalisée sur la fente d'entrée d'un spectroscopie à prisme par une seconde lentille (\mathcal{L}_2) ; la lumière dispersée par le spectroscopie est observée au moyen d'un oculaire micrométrique (voir son utilisation en annexe).

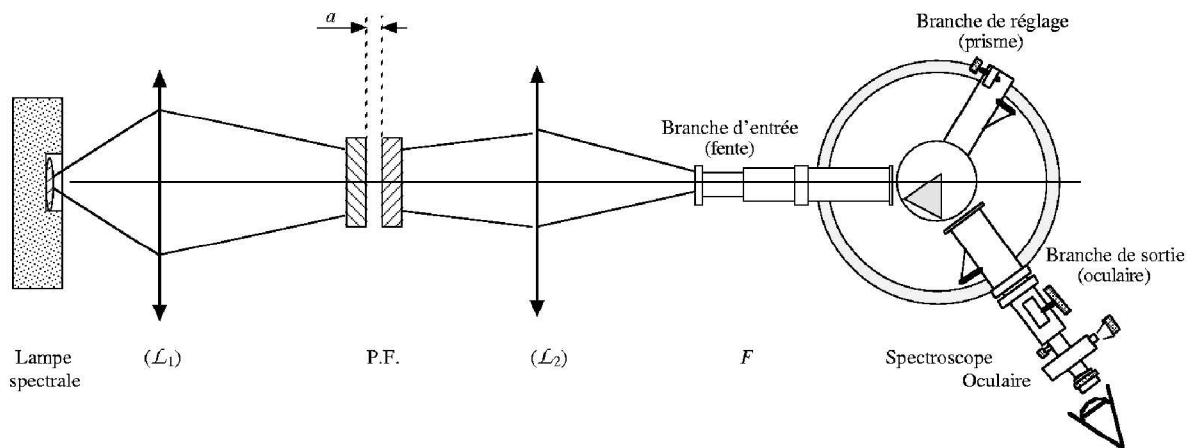


FIGURE 3.3 : Montage pour l'utilisation de l'étalon de Pérot-Fabry.

Alignement, réglages

Réglage en hauteur : La hauteur du spectrographe ne devant pas être modifiée, on ajustera la hauteur du P.F. et celle de la lentille (\mathcal{L}_1) en rapprochant ces éléments de la fente d'entrée du spectrographe. On en déduira la hauteur optimale de la lampe. On fera de même plus tard pour (\mathcal{L}_2) qu'on ne place pas immédiatement

Position de (\mathcal{L}_1) : On remarque que le faisceau sortant de (\mathcal{L}_1) *n'est pas* parallèle car la vibration doit arriver sur le P.F. sous un petit angle : la lampe n'est donc pas au foyer de (\mathcal{L}_1). La lampe étant en bout de banc, on réglera la position de (\mathcal{L}_1) de façon à avoir le maximum de luminosité à la sortie du P.F. ; ce travail se fait à l'œil, directement derrière l'étalon. Il faut éviter en particulier de voir les ombres des bords de la fente-source : c'est sur l'ampoule elle-même qu'il faut ajuster, et déplacer la lampe latéralement ou la tourner en conséquence.

Parallélisme des lames du P.F. : Il s'agit d'un travail délicat mais essentiel. Les deux lames du P.F. doivent être aussi parallèles que possible. On contrôle ce parallélisme en observant à l'œil, à la sortie du P.F. les variations des diamètres des anneaux lorsqu'on déplace l'œil transversalement au faisceau ; tant qu'on observe une variation de ces diamètres,

les lames ne peuvent pas être considérées comme parallèles. La figure 3.4 montre la face de sortie du P.F. Trois vis de réglage équipées de ressorts contrôlent le parallélisme des lames par un léger écrasement des cales D séparant les lames L . On déplace successivement l'œil perpendiculairement à la direction définie par deux de ces vis (direction (Δ) perpendiculaire à AB sur la figure 3.4) ; si une variation des diamètres est observée, on joue sur la troisième vis pour l'atténuer au mieux (vis C sur la figure 3.4), puis on passe à deux autres couples de vis et on recommence. Plusieurs passages sont quelquefois nécessaires pour obtenir un résultat satisfaisant. Il ne faut pas hésiter à les faire.

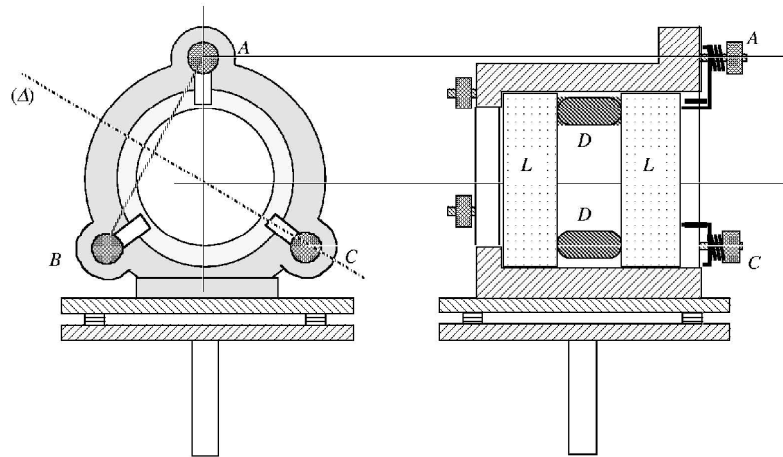


FIGURE 3.4 : Sortie du P.F. et réglage du parallélisme des lames L par les vis A , B et C d'écrasement des cales D .

Lentille (\mathcal{L}_2) : On installe la lentille (\mathcal{L}_2) et on l'ajuste en hauteur de façon que le faisceau émergent recouvre correctement la fente d'entrée du spectroscopie ; la branche d'entrée du spectroscopie peut aussi être tournée pour être correctement dans l'axe du montage. Le pinceau lumineux sur la fente doit être fin, mais il est inutile de se préoccuper de sa focalisation pour l'instant.

Réglages fins, spectroscopie : En règle générale, on ne touche jamais à la branche prisme du spectroscopie (figure 3.5) et en particulier à sa vis de blocage située sous le plateau ou à sa vis de déplacement fin d .

- Le balayage spectroscopique se fait en déplaçant la branche de sortie autour du plateau ; on aperçoit alors les différentes images de la fente d'entrée avec les anneaux d'interférence du P.F. comme montré sur la figure 3.6
- La mise au point sur les anneaux se fait en déplaçant (\mathcal{L}_2) le long du banc d'optique (focalisation de (\mathcal{L}_2)).
- Le déplacement latéral des anneaux dans les rectangles des images des fentes se fait par déplacement de la branche d'entrée du spectrographe.
- Le déplacement vertical des anneaux dans les rectangles des images des fentes se fait par le déplacement vertical de la lentille (\mathcal{L}_2).
- Le déplacement vertical de l'ensemble anneaux-images des fentes se fait par la vis de basculement a de la branche de sortie.
- La mise au point sur le réticule du micromètre se fait par la bague e de l'oculaire et le déplacement vertical du réticule de mesure par la vis micrométrique f .
- La mise au point sur les images des fenêtres est inutile. Elle peut se faire, mais au détriment d'autres réglages.
- Lors de chaque série de mesures dans une fenêtre spectroscopique, on prendra soin de bloquer la branche de sortie par sa vis de blocage c de façon à éviter tout déplacement vertical ou horizontal intempestif pendant la manipulation du tambour du micromètre. Il pourra être nécessaire de refaire une mise au point sur les anneaux par (\mathcal{L}_2) lors d'un changement de fenêtre spectroscopique.

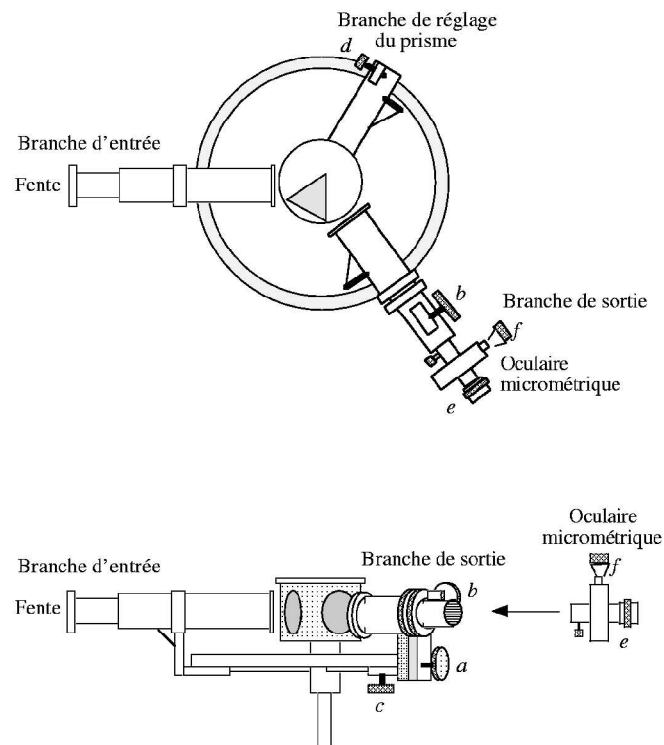


FIGURE 3.5 : Spectroscopie à prisme.

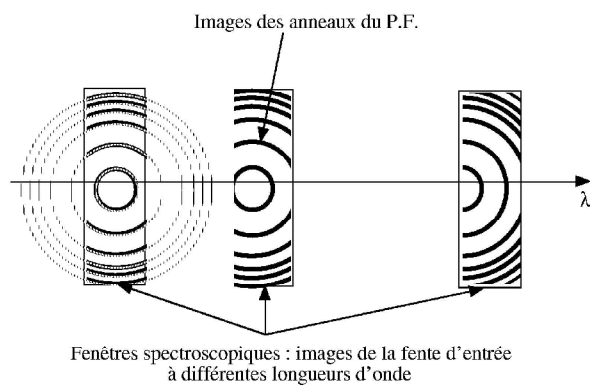


FIGURE 3.6 : Images à la sortie du spectroscopie à prisme, visibles dans l'oculaire micrométrique.

3.2.3. Mesures

Mesure des diamètres

Comme on l'a déjà dit, les mesures sont courtes. Il faut prendre soin, lors de chaque série, d'avoir des anneaux bien nets dans les fenêtres par focalisation de (\mathcal{L}_2). D'autre part il faut s'assurer, avant la toute première mesure, que l'amplitude de balayage du réticule de mesure commandé par le tambour micrométrique, est suffisante pour couvrir

toutes les mesures envisagées ; le cas échéant, reprendre le réglage en hauteur de l'ensemble fenêtres-anneaux en les centrant correctement. Si le temps le permet, plusieurs séries de mesures (en changeant d'opérateur) sont souhaitables dans chaque cas ; ceci permettra un traitement plus statistique des erreurs.

On demande de :

- Mesurer les diamètres des cinq premiers anneaux des radiations Rouge, Vert, Indigo et Bleu de la lampe à vapeur de Cadmium.
- Mesurer les diamètres des cinq premiers anneaux des radiations Vert et Jaune (doublet) de la lampe à vapeur de Mercure.

Si le premier anneau est trop près du centre, la mesure de son diamètre est extrêmement imprécise ; il est alors souhaitable de tenter la mesure du diamètre du sixième anneau à la périphérie.

Ne pas oublier de relever la température et la pression ambiante à la fin des mesures, pour en déduire une température et une pression moyennes avec les relevés faits en début de séance.

Vérification : carrés des diamètres

Une vérification doit être faite au cours des mesures : tracer pour chacune des raies la courbe donnant le carré du diamètre des anneaux successifs en fonction de la différence d'ordre d'interférence entre l'anneau considéré et le centre. Montrer que la théorie prévoit des droites. La nature du phénomène implique des droites *parfaites* sur un graphe. Toute déviation graphique, même minime, est l'indice d'une erreur importante qui nécessite une reprise des mesures correspondantes.

3.2.4. Exploitation

Cette partie doit être effectuée après la séance pratique. Elle nécessite des calculs assez longs, et l'utilisation d'un ordinateur est conseillée (mais le travail peut aussi être fait avec une calculatrice, programmable de préférence). L'utilisation d'un tableur du commerce peut s'avérer très utile.

Méthode des excédents fractionnaires — Épaisseur de la lame d'air

Le premier travail demandé est l'étalonnage du P.F. par la détermination précise de l'épaisseur a de sa lame d'air. Pour cela, on utilisera la méthode des excédents fractionnaires conjointement avec les radiations de longueurs d'onde bien connues (tableau 3.1) du Cadmium.

La méthode des excédents fractionnaire tire parti de la remarque faite dans la partie théorique concernant la connaissance précise de l'excédent fractionnaire au centre alors que l'ordre lui-même est mal connu.

Une connaissance grossière de l'épaisseur de la lame d'air permet d'obtenir une valeur approximative, mais très imprécise, de l'ordre au centre du système d'anneaux correspondant à une vibration de longueur d'onde dans l'air $\lambda(T, H)$. Par exemple, on sait par construction et par mesure classique que l'étalon P.F. utilisé dans ce travail a une épaisseur $a = 5,46 \pm 0,005$ mm. On travaillera avec la radiation bleue du Cadmium dont on déterminera la longueur d'onde $\lambda_B(T, H)$ dans les conditions (T, H) relevées lors des mesures et à l'aide des données du tableau 3.1. Il est alors possible d'obtenir une valeur d'ordre au centre par la relation (3.1.1). Faire un calcul d'erreur pour montrer que cet ordre, très important, n'est connu qu'à plusieurs dizaines d'unités près. On obtient ainsi les ordres possibles non corrigés $p_c(B)$.

On substitue aux parties décimales de ces ordres la partie fractionnaire déduite de l'étude des diamètres des anneaux correspondants, en faisant un calcul d'erreur sur cette partie fractionnaire. On obtient ainsi les ordres corrigés $p'_c(B)$.

Si on travaille maintenant avec la radiation verte de longueur d'onde (à déterminer) $\lambda_V(T, H)$, on montrera que l'on peut calculer l'ordre au centre correspondant grâce à la formule

$$p_c(V) = p'_c(B) \frac{\lambda_B(T, H)}{\lambda_V(T, H)}, \quad (3.2.1)$$

valable tant que les longueurs d'onde sont proches (pourquoi?). On examine les parties décimales obtenues avec toute la collection des $p'_c(B)$. Parmi tous les ordres $p_c(V)$ ainsi déduits, seuls une petite partie ont des excédents fractionnaires compatibles avec ceux que l'on aura déduits de l'étude des diamètres des anneaux verts, tenant compte de l'erreur sur ces excédents. Combiner les erreurs sur les excédents bleus et sur les excédents verts pour déduire de tous les ordres non corrigés $p_c(V)$ l'ensemble plus restreint de ceux qui sont cohérents avec les résultats des mesures,

puis corriger ces ordres en leur substituant la partie décimale expérimentale. On obtient ainsi une collection bien plus restreinte d'ordres corrigés $p'_c(V)$.

Le même travail peut être fait, toujours à partir du bleu, mais en direction de la radiation indigo ; il présente moins d'intérêt car dans cette direction on s'éloigne du rouge, et une règle générale dans ce genre de travail est de travailler de proche en proche en utilisant des radiations de longueurs d'onde aussi voisines que possible.

TABLEAU 3.2 : Arrondis dans la méthode des excédents fractionnaires (les valeurs indiquées ne sont que des exemples).

$p_c(B)$	23353,936	23354,962	23355,988	23357,014	23358,040	23359,066
$p'_c(B)$	23353,952	23354,952	23355,952	23357,952	23358,952	23359,952
$p_c(V)$	22041,057	22042,001	22042,944	22044,832	22045,776	22046,720
$\Delta p_c(V)$	0,944	0,943	1,888	0,944	0,944	0,944

On repart donc des résultats $p'_c(V)$, en vérifiant toutefois que dans la phase de substitution de la partie décimale, on n'a pas commis d'erreur de discontinuité à cause des passages d'unité : ce problème d'arrondi est illustré dans le tableau 3.2 où l'on voit comment le passage de $p_c(B)$ de la valeur 23355,988 à 23357,014, parfaitement régulier, entraîne un saut d'une unité lors de la substitution par l'excédent expérimental 0,952, $p'_c(B)$ passant de 23355,952 à 23357,952 ; ceci a pour conséquence un saut anormal dans la succession des $p_c(V)$ déduits ; on contrôle ce problème en vérifiant les écarts $\Delta p_c(V)$ qui doivent rester constants et égaux à $\lambda_B(T, H)/\lambda_V(T, H)$ (on le montrera), et on corrige au besoin par une rectification d'une unité.

La procédure est poursuivie de proche en proche, en passant maintenant de la radiation verte à la radiation rouge avec une nouvelle réduction d'intervalle conduisant à quelques rares ordres corrigés $p'_c(R)$, souvent un seul.

On peut donc déterminer, avec une précision liée à celle de l'excédent fractionnaire, l'épaisseur a de la lame d'air du P.F. qui devient ainsi un étalon de longueur. Le faire en utilisant la longueur d'onde du Cadmium qui est la plus favorable. Ceci est évidemment lié à l'existence d'un étalon de radiation qui est ici la lampe à vapeur de Cadmium.

Amélioration de précision dans la mesure d'une longueur d'onde de raie spectrale

On se propose maintenant de déterminer avec plus de précision la longueur d'onde de la raie verte du Mercure. On connaît sa valeur approximativement :

Dans les conditions standards, $\lambda_{T_0, H_0}(V, Hg) = 5460,7 \text{ \AA}$ et $[n_{T_0, H_0}(V, Hg) - 1]10^7 = 2772$.

Comme on ne dispose ici que d'une radiation, la connaissance de la partie entière K de l'ordre au centre est nécessaire. On a maintenant l'avantage de connaître a avec précision, mais il faut avant tout vérifier que la précision actuelle de λ permet d'obtenir K sans ambiguïté. Le faire par calcul d'erreur.

Ensuite, utiliser les mesures des diamètres des anneaux de cette radiation pour déterminer la partie fractionnaire de l'ordre au centre. En déduire la valeur améliorée de $\lambda_{T, H}(V, Hg)$ dans les conditions atmosphériques de l'expérience. Faire un calcul d'erreur, d'une part pour donner la précision du résultat et d'autre part pour voir si l'on peut, avec cette précision, améliorer la valeur standard $\lambda_{T_0, H_0}(V, Hg)$. Quelle est la valeur $\lambda_0(V, Hg)$ de la longueur d'onde de cette radiation dans le vide ?