

LP38 : ASPECT ONDULATOIRE DE LA MATIÈRE. NOTION DE FONCTION D'ONDE (L2)

Prérequis

- physique ondulatoire
- aspect corpusculaire du rayonnement
- notion de transformation de Fourier

Idées directrices à faire passer

- dualité onde-corpuscule
- approche probabiliste de la mécanique quantique
- la mécanique classique est étendue mais pas remplacée (comme en relativité)

Commentaires du jury

–

Bibliographie

- [1] Mécanique quantique, Basdevant, Editions de l'école Polytechnique (fondamental pour toute la leçon)
- [2] Mécanique quantique tome I, Cohen, Hermann (peu utile)
- [3] Mécanique quantique : cours et exercices corrigés, Texier, Dunod

Introduction [1] : introduction du chapitre 2 du Basdevant : en particulier reprendre la partie "les étapes de la théorie"

I Aspect ondulatoire de la matière

1 L'intuition de De Broglie [2]

- émission lumineuse par les atomes se fait sur des raies spectrales discrète : incite à proposer une quantification
- la réponse de Bohr est de faire une quantification à marche forcée : il quantifie le produit impulsion position, mais sans le justifier
- De Broglie avance alors une vision ondulatoire des corpuscules
- il introduit (dans une formulation relativiste) la relation sur le quadrivecteur : $P = \hbar K$
- la quantification s'assimile alors à un mode propre d'une onde dans une cavité
- donner des ODG de longueur d'onde de De Breuil pour un grain de poussière et un électron thermique (complément A1 du Cohen) -> permet de savoir quand la quantique doit être appliquée

2 L'expérience de Davisson et Germer [1]

- confirmation expérimentale du caractère ondulatoire
- la diffraction de X sur un cristal était connue
- comparer le λ des X envoyés à celui calculé par de Breuil pour des électrons accélérés
- manipulation : diffraction sur poudre (à expliquer par diffraction de Bragg) et expliquer l'expérience historique de Davisson et Germer : confirmation éclatante de la validité du modèle

3 Interférence des ondes de matière [1]

- rappeler les caractéristiques d'une diffraction classique par fentes d'Young et définir l'interfrange en fonction de λ
- lâché sur fentes d'Young d'un nuage d'atomes de néon -> il y a interférences!!!!
- observation : 1 point = 1 impact
- l'interfrange obtenu correspond bien à celui attendu par la théorie de de Broglie
- l'expérience peut être faite avec d'autres objets encore plus massifs
- ce qui est d'habitude un corpuscule localisé semble pouvoir interférer sur des échelles bien plus grandes
- remarquer la chose étonnante : interférences mais figure présentant une granularité (chaque impact est ponctuel)...

II Vers la description quantique de la matière

1 Dualité onde-corpuscule : interprétation probabiliste [1]

- Donner l'ensemble des observations relatives à ce type d'expériences (en particulier les manipulations menées avec une particule à la fois)
- on montre un phénomène purement probabiliste
- tout se passe comme si la particule était passée par les deux fentes pour interférer avec elle-même -> nul besoin d'avoir un ensemble de particules pour former une onde de matière
- une fois le caractère ondulatoire accepté, le phénomène d'interférence devient trivial -> mais alors pourquoi voit-on des impacts localisés ?

2 la fonction d'onde [1]

2.1 définition

- rappeler le cas classique : particule parfaitement localisée (son état est connu si l'on connaît position et impulsion)
- en quantique, c'est la fonction d'onde qui décrit entièrement l'état (spatial) de la particule
- donner les caractéristiques de cette fonction

2.2 mesure

- caractériser l'opération de mesure
- revenir sur le cas d'étude de diffraction : interpréter la localisation lors de la mesure
- définir la moyenne et l'écart type associée à la mesure pour une fonction d'onde donnée
- insister sur l'aspect stochastique de la mesure

3 les ondes libres de De Broglie [1]

- puisque l'on a supposé que l'on pouvait donner un caractère ondulatoire au corpuscule (sous forme de la fonction d'onde ψ), on peut supposer que des particules libres seront représentées par des ondes libres
- il suffit alors d'appliquer les relations de de Broglie pour obtenir la forme attendue

4 principe de superposition [1]

- reprendre le cas d'étude pour poursuivre l'interprétation : interférence par superposition des ondes venant de chacune des fentes
- énoncer le principe général de superposition
- supposer sans démonstration que les ondes de Broglie forment une base de l'espace des fonctions d'onde (analogie avec les OEM)

III Dynamique de la fonction d'onde

1 Equation d'évolution : l'équation de Schrödinger [1]

1.1 dans le vide

- à dériver des ondes de Broglie
- par linéarité, cette équation décrit également l'évolution temporelle de toute onde (puisque les ondes planes forment une base)

1.2 en présence d'un potentiel

- à donner sans démonstration
- dire que c'est l'expérience qui vérifie sa validité

2 Deux modes d'évolution complémentaires [3]

- la fonction d'onde évolue selon l'équation de Schrödinger ou par l'effet d'une mesure
- deux modes très différents : l'un semble déterministe tandis que l'opération de mesure est intrinsèquement statistique
- mais alors peut-on parler d'état de la particule avant la mesure ?

3 Notion de paquets d'onde [1]

- rappeler l'impossibilité physique d'une onde plane (énergie infinie)
- écrire une onde quelconque comme somme continue d'ondes planes (notion de TF apparaît)
- on a alors introduit la fonction d'onde en représentation p
- ces deux représentations sont équivalentes
- donner les caractéristiques de la représentation p : moyenne, écart type
- l'équation de Schrödinger permet de connaître l'évolution du paquet d'onde par linéarité

4 Relation d'Heisenberg en impulsion-position [2] et [3]

- intuitiver la relation par relation classique sur les TF $\Delta x \simeq 1/\Delta k_x$
- donner la relation d'Heisenberg
- attention, cette relation se démontre en théorie ondulatoire (relation de TF), ce n'est donc pas un principe !
- le Basdevant fait des calculs intéressants d'ODG

Conclusion : revenir sur les différences essentielles par rapport à la mécanique classique apportées par la notion de fonction d'onde

Q/R

- 1. Quand faut-il utiliser la MQ ?** Quand la longueur est inférieure à la longueur d'onde de De Broglie
- 2. Analogie avec l'optique de ce changement de régime ?** l'OPG est la limite à longueur d'onde nulle de l'optique ondulatoire
- 3. Quantique macroscopique ?** Supraconductivité, condensât de Bose, superfluidité, conduction des électrons dans les solides...
- 4. En combien de temps la MQ s'est construite ?** De Planck à De Broglie, à une 30 ans, il faut insister dessus !
- 5. Equation de dispersion des ondes de Broglie ?** Lier l'impulsion et l'énergie pour une particule non relativiste permet de conclure (elle serait différente dans le cadre relativiste : il faudrait alors différencier la relation pour les photons de celle pour les particules massives)
- 6. Validité de la relation de Broglie en relativité ?** Oui ! Elle a été proposée sous forme d'une relation entre quadri-vecteurs.