

DIFFRACTION DES ONDES LUMINEUSES

Bibliographie: HENRY et JOUANISSON : La lumière du laser.

FRANÇON : Vibrations lumineuses-Optique cohérente.

FRANÇON, KRAUZMAN, MATHIEU ET MAY : Expériences d'optique physique.

SEXTANT : Optique expérimentale.

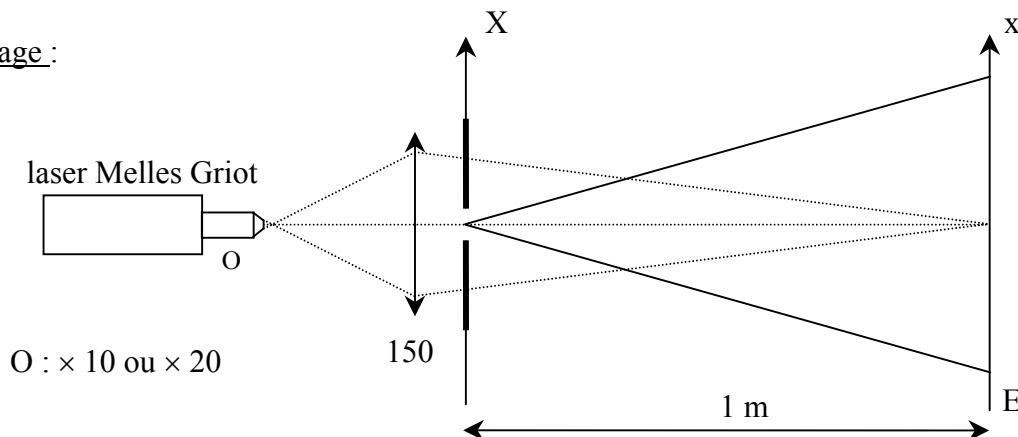
DUFFAIT : Expériences d'optique.

I DIFFRACTION PAR UNE FENTE

1.1 Etude qualitative

On commence par quelques manipulations simples mettant en évidence les propriétés importantes de la diffraction de Fraunhofer et la limite entre cette diffraction et celle de Fresnel.

Montage :



Placez le laser, la lentille de 150 mm et l'écran diffractant sur un petit banc d'optique. Prendre une fente d'épaisseur variable, la placer sur un pied de translation latéral. On peut placer autour du point de convergence de l'objectif de microscope un diaphragme circulaire ($\varnothing \approx 1$ mm) pour éliminer les rayons qu'il diffracte. Minimisez les aberrations en centrant bien le système et en choisissant le meilleur sens pour les lentilles.

Lorsqu'on observe la figure de diffraction au voisinage de l'image géométrique d'une source ponctuelle, on est avec une bonne approximation dans les conditions de Fraunhofer (cf. annexe).

Propriétés de la diffraction de Fraunhofer :

Montrez l'évolution du phénomène en fonction de la largeur de fente, l'influence de l'orientation de la fente. Translatez latéralement la fente ; la figure de diffraction doit rester immobile.

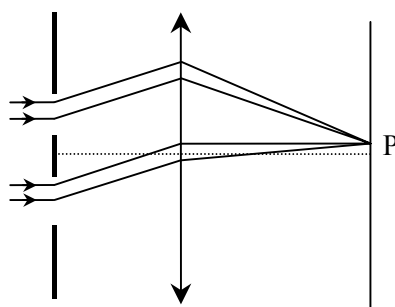
Explication :

Le calcul de l'amplitude diffractée dans les conditions de Fraunhofer montre qu'elle correspond à la transformée de Fourier de la fonction de transparence de l'écran diffractant (cf. annexe) :

$$A(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} t(X) \cdot \exp\left(\frac{-i2\pi \sin \theta X}{\lambda}\right) \cdot dX$$

La présence du produit $\sin \theta \cdot X$ justifie le fait que l'extension de la figure de diffraction soit inversement proportionnelle à la largeur de la fente (cf. l'expression de l'intensité diffractée en annexe). La plus grande dimension de la figure de diffraction est perpendiculaire à la plus grande dimension de l'objet diffractant.

L'insensibilité de la figure de diffraction à une translation de la fente dans son plan peut se justifier à partir des propriétés de la transformée de Fourier (cf. annexe). On peut aussi le justifier à l'aide d'un schéma dans les conditions rigoureuses de la diffraction de Fraunhofer (onde incidente plane, diffraction à l'infini) :



Pour un point d'observation P donné, la translation ne modifie pas la d.d.m. donc la figure en P restera inchangée.

Cela aura des conséquences lors de la diffraction d'un motif répété de façon régulière.

Passage de Fraunhofer à Fresnel :

Les deux diffractions supposent d'avoir des distances suffisamment grandes par rapport à la taille de l'objet diffractant et à la tache de diffraction pour pouvoir faire les hypothèses $\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$. On est en Fraunhofer si la figure de diffraction est beaucoup plus large que la tache géométrique (cf. annexe). Dans le cas contraire, elle doit être décrite par la diffraction de Fresnel.

On reprend le montage précédent. Fermez la fente jusqu'à obtenir sur l'écran une figure de diffraction largement étalée dans la direction horizontale. Les taches ont la répartition prévue par la théorie de la diffraction de Fraunhofer. Si on translate la fente dans son plan, on constate qu'il n'y a aucun déplacement sur l'écran.

Rapprochez progressivement l'écran de la fente. Après quelques centimètres de déplacement, l'une des propriétés précédentes disparaît : si on effectue une translation de la fente dans son plan, l'image sur l'écran bouge. Plus on rapproche l'écran, plus la figure sur l'écran s'allonge verticalement et devient parallèle à la fente diffractante et de moins en moins étalée dans la direction horizontale ; on passe en Fresnel (le critère énoncé précédemment n'est plus vérifié).

Si on rapproche beaucoup l'écran de la fente, la forme de la figure de diffraction se modifie. En particulier, à l'intérieur de la frange centrale on voit apparaître des franges sombres (ceci peut s'interpréter comme la somme des figures de diffraction des bords de la fente – cf. Duffait p. 41). Si l'on n'observe pas cette dernière propriété, c'est que la fente diffractante est trop étroite et qu'il faut l'élargir. La figure de diffraction étant alors très petite on peut la dilater en inclinant l'écran.

Choisir une largeur de fente juste assez grande pour voir une frange centrale sombre et, en n'y touchant plus, éloignez à nouveau l'écran et repassez progressivement à la diffraction de Fraunhofer (retrouvez cette position en ôtant l'écran diffractant pour retrouver le point de focalisation du faisceau). La figure de diffraction obtenue alors est petite, mais on peut

l'agrandir en inclinant l'écran. Eloignez encore l'écran au-delà du point de convergence et repassez en diffraction de Fresnel.

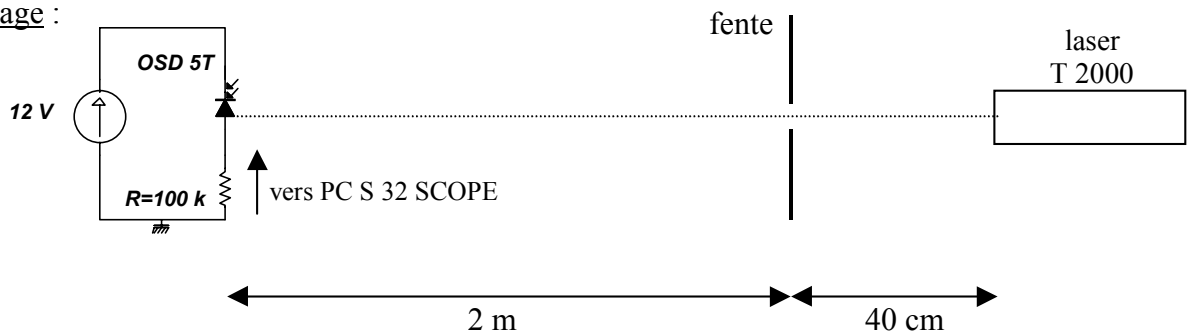
1.2 Enregistrement de la figure de diffraction

On se propose de vérifier quantitativement l'expression de l'intensité diffractée dans l'approximation de Fraunhofer à l'aide d'un enregistrement. On pourrait réutiliser le montage précédant mais, pour des raisons de luminosité, on éclaire directement la fente par le laser. La réussite de cette manipulation repose alors entièrement sur le choix de la source et de l'élément diffractant :

- l'onde incidente devant être plane pour être dans les conditions de Fraunhofer, il faut choisir comme source un laser possédant la plus grande cohérence spatiale possible → prendre un laser ayant une grande cavité (à Rennes, prendre le T 2000).

- la qualité de la fente est cruciale ! Il ne faut pas prendre de fente sur plaque de verre ou diapositive car leur opacité n'est pas suffisante lorsqu'on utilise un laser → des interférences parasites modulent la figure de diffraction attendue (le vérifier). **Prendre une fente métallique** (à Rennes prendre celle notée «diffraction par une fente »).

Montage :



Prendre la photodiode OSD5T avec la fente accolée à l'entrée. Réglez la résistance du potentiomètre intégré à sa valeur maximum à l'ohmmètre. Placez cet ensemble sur la platine de translation motorisée.

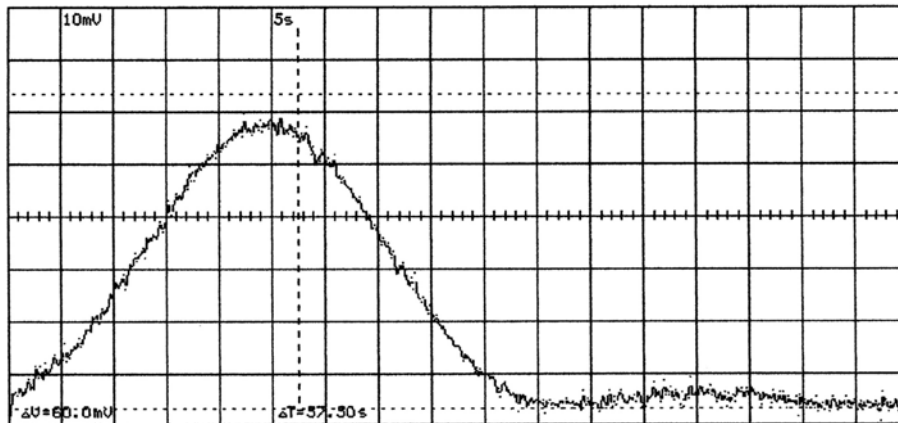
Placez la fente diffractante sur un petit banc d'optique dans un pied à déplacement latéral. Ajustez le centrage fente-laser (le faisceau réfléchi doit revenir sur le laser).

Afin de pouvoir comparer ultérieurement l'enregistrement avec celui d'une bifente, ajustez la largeur de la fente à 0.1 mm (à l'aide du vernier ou par comparaison de la figure de diffraction avec une fente étalon sur plaque de verre de même largeur).

Les distances indiquées ont été optimisées compte-tenu du déplacement maximum de la platine de translation, de la largeur de la fente et de celle du faisceau laser → les ajuster avec soin.

Placez la photodiode au centre de la figure de diffraction. Utilisez la fonction REC (étude de régimes transitoires) du système PCS32. Lancer des acquisitions successives (cliquer sur RUN) avec une base de temps de 0.02 s/div pour ajuster le zéro en bas de l'écran et pour adapter la sensibilité de l'oscillo à la valeur maximum à mesurer. Pour l'enregistrement, réglez «time /div. » à 5 s. Démarrez simultanément la platine de translation (vitesse max.) et l'acquisition. Si vous désirez conserver l'acquisition, cliquez sur «save image ».

Voici à titre indicatif le résultat d'une acquisition :



Mesurez la largeur à sa base du pic central et comparer à la valeur théorique. Calculez le rapport :

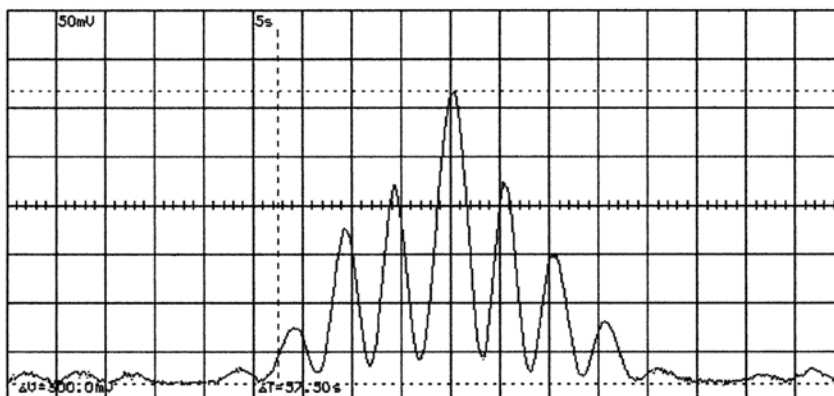
$$\frac{I_{\text{PIC.SECONDAIRE}}}{I_{\text{PIC.CENTRAL}}} \quad \text{et comparer à la valeur théorique (4.44\%)}$$

II DIFFRACTION PAR UN MOTIF REPETE REGULIEREMENT

2.1 Diffraction par une bifente

Reprendre le montage précédent (ne pas modifier les distances). Là encore, la qualité de la bifente conditionne la réussite de la manipulation, l'idéal étant d'avoir une bifente métallique. A Rennes prendre la bifente 0.1-0.25 mm sur plaque de verre Phywe réf. 08523.00 (des morceaux de scotch noir ont été posés pour améliorer sa fonction de transparence). Vérifiez qu'elle est parfaitement propre (sinon, demandez au professeur de la nettoyer).

Refaire les réglages comme au & 1.2. Voici à titre indicatif le résultat d'une acquisition :



Remarque :

Il arrive souvent que la figure d'interférence soit déformée (mais pas l'enveloppe). Cela provient en général d'un mauvais centrage latéral de la bifente par rapport à l'axe optique. En effet, pour que le raisonnement théorique soit validé (cf. annexe), les deux fentes doivent en être équidistantes ! Or cette condition est délicate à réaliser avec un laser d'où la nécessité du pied à déplacement latéral.

Mesures :

Mesurez la largeur centrale du pic de diffraction, l'interfrange de la figure d'interférence. Comparez aux valeurs théoriques. Pourquoi les minimums de la figure d'interférence ne sont pas nuls au centre ?

Vérifiez que la hauteur du pic central est grossièrement 4 fois plus grande que pour une seule fente.

Analyse :

L'enveloppe des franges ressemble à la figure de diffraction par une seule fente étudiée précédemment. Elle est modulée par un terme d'interférence dû à la présence de deux fentes. Ce résultat concorde avec le calcul théorique de l'intensité diffractée (cf. annexe) :

$$I = 4 a^2 A_o^2 \cos^2 \frac{\pi \sin \theta b}{\lambda} \sin^2 \frac{\pi \sin \theta a}{\lambda}$$

On identifie clairement :

le terme de diffraction par une seule fente $I_0 \sin^2 \frac{\pi \sin \theta a}{\lambda}$

un terme d'interférence entre deux sources ponctuelles $4 a^2 A_o^2 \cos^2 \frac{\pi \sin \theta b}{\lambda}$

La diffraction de Fraunhofer étant insensible à une translation dans le plan latéral de l'objet diffractant, les enveloppes se superposent. Le terme d'interférence y est en revanche sensible (cf. remarque précédente).

Ce résultat peut aussi se justifier à l'aide des propriétés de la transformée de Fourier. Pour plus de détail, se reporter au Sextant p.116-117.

Remarque importante :

L'expression de l'intensité peut s'écrire sous la forme compacte suivante :

$$I(\theta) = S(\theta) \times F(\theta)$$

Où **F(θ)** est le terme de diffraction que l'on appelle **facteur de forme**

Et **S(θ)** est le terme d'interférence que l'on appelle **facteur de structure**

Cette décomposition est générale pour un même motif qui se répète

Manipulation :

La plaque Phywe 08523.00 comporte plusieurs bifentes ou a et b varient. Etudiez l'influence de ces deux paramètres (faire des mesures quantitatives mais pas d'enregistrement).

2.2 Diffraction par un réseau de N fentes

2.2.1 Evolution de la figure quand N augmente

Reprendre le montage précédent avec cette fois-ci la plaque Phywe 08526.00. Elle comporte plusieurs objets diffractants ou seul le nombre de fentes varie. Observez la figure de diffraction pour N =2, 3,

4, 5 (placez l'écran d'observation à environ 2 m et refocalisez l'image de la source sur E pour toujours être en Fraunhofer).

Vous devez faire les constatations suivantes :

- l'enveloppe reste identique car les traits ont la même épaisseur $a \Rightarrow$ le facteur de forme reste inchangé.
- le nombre de maximums secondaires augmente quand N augmente car il est égal à $N - 2$ (le vérifier expérimentalement).
- la largeur des maximums principaux diminue quand N augmente car elle est inversement proportionnelle à $N a$.

La dernière remarque permet de comprendre pourquoi on a intérêt à éclairer la plus grande surface possible d'un réseau en spectroscopie ; cela augmente le pouvoir de résolution.

2.2.2 Le réseau (N grand)

Même montage. Visualisez successivement la figure de diffraction obtenue avec les réseaux notés :

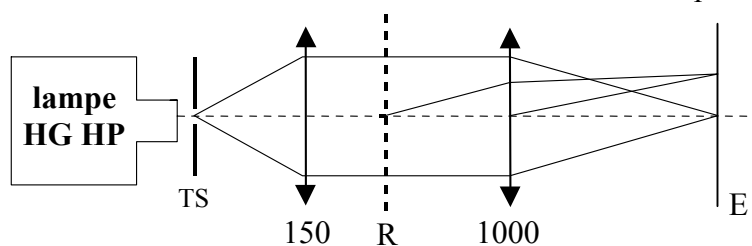
- coarse grating 3
- 250 striche (trait en allemand)/cm
- 500 striche/cm

Constatations :

- Même avec un réseau peu dispersif, les maximums secondaires sont peu apparents.
- L'enveloppe de la figure d'interférences s'étale rapidement au fur et à mesure que le nombre de traits augmente. Cela est dû au fait qu'une augmentation du nombre de traits s'accompagne logiquement d'une diminution de l'épaisseur des traits \rightarrow le facteur de forme devient négligeable.
- La dispersion d'un même ordre d'interférence augmente avec le nombre de traits.

2.2.3 Application à la spectroscopie

Manip facultative.



Prendre un réseau d'environ 1000 traits/cm. Veillez à ce qu'il soit bien perpendiculaire à l'axe optique. Mesurez pour les différentes longueurs d'onde du Mercure la distance les séparant de l'ordre zéro. Vérifiez en calculant $\frac{\Delta d}{\Delta \lambda}$ que la dispersion linéaire est constante (ce n'est vrai qu'en incidence nulle et tant que θ reste petit).

Remarque :

Les réseaux à traits simples ne sont pas employés en spectroscopie car ils dispersent les longueurs d'onde dans plusieurs ordres et le maximum de l'intensité diffractée se situe dans l'ordre zéro (cf. manip précédente) qui n'a aucun intérêt. On préfère concentrer

la majeure partie de l'énergie incidente dans un seul ordre en utilisant des réseaux blasés (pour plus de détails sur ces réseaux, se reporter au Sextant p. 120-121).

III DIFFRACTION PAR UN MOTIF A REPETITION ALEATOIRE

3.1 Diffraction par un trou

Eclairez directement le trou à l'aide d'un faisceau laser et observez la figure de diffraction sur un écran relativement éloigné pour se placer au mieux dans les conditions de Fraunhofer. L'idéal est de réaliser cette expérience avec le nettoyeur de faisceau laser ($\varnothing = 30 \mu\text{m}$, prix : 1000 Fr. ! \rightarrow y faire attention s.v.p.) pour pouvoir comparer avec ce qui suit mais faire passer le faisceau dedans s'avère délicat (on peut utiliser la platine de translation) et la tâche de diffraction est peu lumineuse (la majeure partie du faisceau est arrêtée). A défaut, on peut mener cette expérience avec les trous de 0.2 et 0.3 mm.

Mesures :

Mesurez le rayon du premier anneau noir.

Vérifiez la formule d'Airy $\sin\theta = \frac{1.22\lambda}{a} \cong \text{tg}\theta = \frac{R_{\text{ANNEAU}}}{D_{\text{TROU-ECRAN}}}$

3.2 Ecrans complémentaires - Théorème de Babinet

Cette partie n'a pas de relation directe avec le & III mais il permet de comprendre la manipulation suivante (le signaler en montage). L'idéal serait d'utiliser ici des diaphragmes circulaires (il y en aura à l'oral). A Rennes, utilisez la plaque Phywe 08521.00 (fente/trait).

Reprendre le montage du & 1.1. La plaque doit être très propre pour minimiser les speckles. On constate que les figures de diffraction sont les mêmes ; confirmez en mesurant et comparant les interfranges.

Explication :

Là encore, la transformée de Fourier va nous faciliter l'interprétation.

Pour la fente $A(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} t(X).e^{-iqX}.dX$ avec $t(X) = 1$ pour $-a < X < +a$
 $= 0$ ailleurs

Le trait a une fonction de transparence complémentaire. On peut donc la redéfinir à partir de celle de la fente. Elle vaut $1 - t(X)$. L'amplitude diffractée est alors égale à :

$$A'(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} [1 - t(X)].e^{-iqX}.dX = \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-iqX}.dX}_{\delta(0) = \text{faisceau direct}} - \int_{-\infty}^{+\infty} t(X).e^{-iqX}.dX$$

On retrouve donc la même intégrale au signe près (mais il disparaît quand on passe à l'intensité) \Rightarrow la figure de diffraction sera la même.

Application amusante :

Vous pouvez mesurer le diamètre d'un de vos cheveux (s'ils n'est pas transparent !) en réalisant sa figure de diffraction et en s'aidant des résultats pour une fente !

3.3 Diffraction par la poudre de lycopode

Les lycopodes sont une sorte de mousse dont les spores, grossièrement sphériques, ont surtout une très faible dispersion de taille (visualiser les au microscope). Elles permettent donc d'observer le résultat d'une diffraction par un très grand nombre d'objets identiques mais répartis cette fois-ci de façon aléatoire.

Montage :

Reprendre celui du § 1.1. Réaliser l'objet diffractant en prenant une lamelle de microscope très propre pour éviter les speckles parasites. Soufflez dessus pour déposer un film de buée. Déposez dessus de la poudre de lycopodes et ressoufflez pour enlever l'excès.

Résultats :

La figure de diffraction correspond à celle d'un trou circulaire de faible diamètre (tache d'Airy) mais par rapport à la manipulation du § 3.1, elle est nettement plus lumineuse (on avait dû garder le faisceau concentré pour l'observer). Pour l'interprétation, se reporter au Sextant p. 122-123.

A retenir :

La figure de diffraction par un grand nombre d'objets identiques répartis de façon aléatoire est la même que pour un seul objet mais elle est N fois plus intense (elle devient d'ailleurs visible en lumière blanche).

Cela a une conséquence pratique ; lorsque l'on étudie la figure de diffraction d'un motif, on a intérêt à le reproduire de façon aléatoire un grand nombre de fois pour augmenter le signal.

Remarque :

Certains auront peut être remarqués la présence d'un speckle dans la figure de diffraction et ce quelque soit la propreté de la plaque de verre. Il résulte des fluctuations de $S(\theta)$.

Pour ceux que le speckle passionne, revisualisez la figure de diffraction en enlevant toutes les lentilles. Que constate-t-on ? Justifiez en s'aidant des résultats de la manipulation sur la mesure de la divergence d'un faisceau laser (cf. montage sur les lasers).

IV APPLICATIONS DE LA DIFFRACTION

4.1 Influence sur le pouvoir séparateur d'un instrument d'optique

Le pouvoir séparateur exprime l'aptitude d'un instrument d'optique à séparer et à percevoir des détails rapprochés (linéairement ou angulairement). Quand l'instrument d'optique est parfait (il ne présente pas d'aberration), le pouvoir de résolution est limité par la diffraction qui résulte de la limitation en largeur du faisceau entrant dans l'instrument d'optique (on suppose ici que le récepteur ne limite pas cette résolution). Elle interviendra d'autant plus rapidement que la pupille d'entrée du système optique sera plus étroite. Dans la plupart des instruments d'optique, les pupilles sont des diaphragmes circulaires (les spectroscopes à fentes sont une

Chaque fente source donne une tache de diffraction. Le premier minimum correspond à

On est au critère de Rayleigh lorsque $\min 1 = \max 2 \Rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{e} = \frac{x}{L} \Rightarrow x = \frac{\lambda \cdot L}{e}$

Or $x = a \times G_L = a \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow \boxed{e = \frac{\lambda \cdot L \cdot l_1}{a \cdot l_2}}$

Mesure :

Réduire la largeur e de la fente diffractante jusqu'à avoir un minimum entre les deux taches correspondant à 80 % de l'intensité des maximums ; on est alors au critère de Rayleigh. Notez la valeur de e et comparer au calcul théorique.

Remarque :

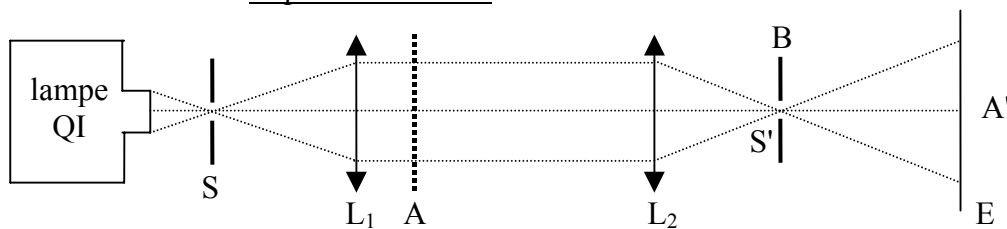
Les deux résultats se recoupent en général avec un écart non négligeable. Par contre, on peut changer l'écart entre les bifentes et vérifier que la largeur e de la fente diffractante pour laquelle on est à la limite de résolution est inversement proportionnelle à a .

4.2 Filtrage des fréquences spatiales

Sextant p. 129 et suivantes

Werner Lauterborn : Optique cohérente

4.2.1 Expérience d'Abbe



A : toile métallique

L_1 : 15 cm → permet d'obtenir un faisceau parallèle (réglage par autocollimation)

L_2 : 25 cm → forme l'image de A sur l'écran

B : fente fine

On a en S' (plan focal de L_2) l'image de S sous forme de figure de diffraction due à A (dans le plan de S' , on est dans l'espace transformé de Fourier du plan de A).

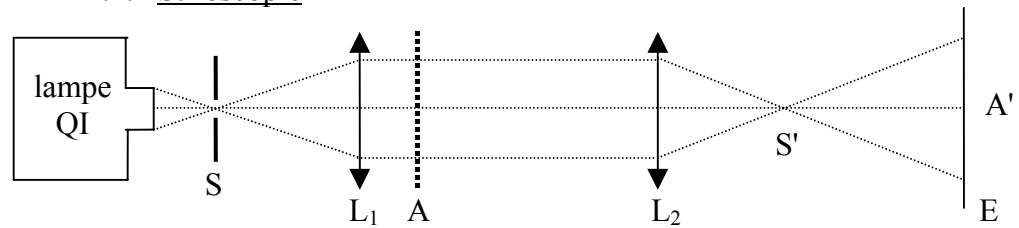
Si l'on place dans le plan de S' un objet B, on modifie la figure de diffraction de A, et, sur l'écran E (où on est repassé dans l'espace réel, E étant le plan conjugué de A par rapport à L_2), on observe une modification de l'image A' de A.

Si B est verticale, on ne voit en A' que les traits horizontaux et vice-versa. Dans la transformée de Fourier de la grille, qui est une croix, on supprime la branche horizontale. En A' ne subsistent alors que les traits dont la figure de diffraction est verticale, c'est-à-dire les traits horizontaux.

Remarque :

Elargir le trou source S ; on constate que cela ne modifie pas le résultat. En réalité, dans les conditions de l'expérience, l'éclairage est toujours partiellement incohérent. L'interprétation est plus délicate. Pour plus de précision, se reporter à "Maréchal et Françon : Diffraction et structure des images p. 36" ou "Françon : Diffraction, cohérence en optique p. 80».

4.2.2 Strioscopie



S : trou-source (pas trop petit).

S' : pastille noire (prendre la diapo avec un cercle sur une tige) couvrant entièrement mais sans déborder l'image de S (en l'absence de A, l'écran doit être parfaitement sombre).

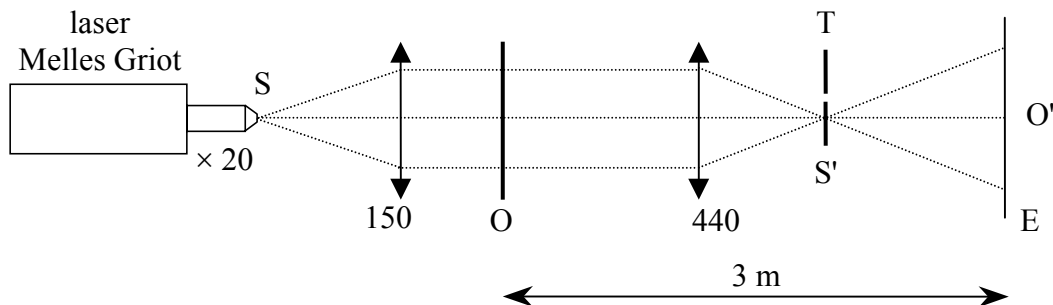
A : objet diffractant : objet de phase → empreintes digitales sur une plaque de verre parfaitement propre.

A' : image de A

On observe la lumière diffractée par les bords de A en blanc sur fond noir. Les mises au point doivent être soignées. Reliez l'interprétation de cette expérience à celle de la précédente.

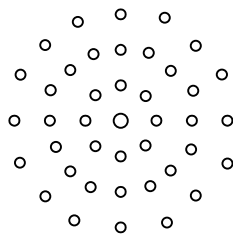
4.2.3 Détramage d'une photo

Réalisez le montage suivant en utilisant pour objet la diapositive contenant la photo tramée d'un dragon asiatique.



Formez un faisceau de lumière parallèle avec la lentille de 150. Placez la diapositive derrière cette lentille et formez l'image du dragon sur un écran placé à trois mètres de la diapositive → l'image est tramée.

Recherchez à l'aide d'un écran le point S' ; vous devez observer une succession de traces lumineuses :



Sélectionnez un seul point lumineux à l'aide d'un trou T
→ Conséquence sur l'image ?

Explication :

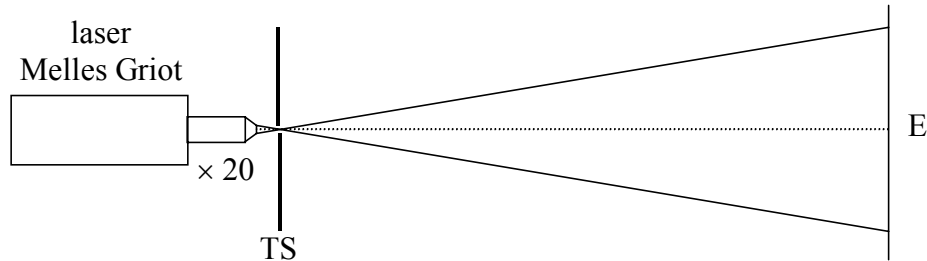
On est dans l'espace de Fourier en S'. Le spectre des fréquences spatiales de l'objet est convolué par une trame spatiale qui est la TF de la trame de la diapositive (celle-ci équivaut à un échantillonnage de la photo d'origine).

Il y a une forte analogie avec ce que l'on observe en électronique avec les oscilloscopes numériques ou les systèmes d'acquisition (le spectre fréquentiel calculé est convolué par le peigne de Dirac de l'échantillonnage). Se reporter aux montages M 25 et M 31.

4.2.4 Nettoyage d'un faisceau laser

On a, au cours de ce TP, utilisé principalement le laser pour bénéficier de sa grande cohérence mais il y a un revers à la médaille : les speckles. On les observe dès que le laser traverse un système optique. Ce phénomène inévitable est souvent gênant. On peut l'éliminer en mettant à profit les résultats de la diffraction de Fraunhofer.

Montage :



Prendre un objectif de microscope $\times 20$. Placez le trou microscopique ($\varnothing = 30\mu\text{m}$) sur la platine de translation motorisée en plaçant son axe motorisé suivant l'axe optique.

Manipulation :

Eclairez directement l'objectif avec le laser. On observe sur l'écran une zone lumineuse dont la répartition d'intensité semble gaussienne mais qui contient des irrégularités locales. Le filtrage s'effectue en plaçant un petit trou au niveau du waist (le point de convergence - cf. Sextant p. 184) du faisceau issu de la lentille. Etant donné la taille du trou, l'opération s'avère délicate d'où la nécessité de recourir à la platine de translation.

Commencez par faire passer le faisceau dans le trou en jouant sur les verniers non motorisés (il faut regarder de part et d'autre du trou pour effectuer ce réglage – attention aux yeux !). On observe alors généralement sur l'écran une figure de diffraction ressemblant à une tache d'Airy, signe qu'une partie du faisceau est arrêtée par le trou. Translatez ensuite le trou suivant l'axe optique à l'aide de l'axe motorisé pour se placer au waist. On s'en approche lorsque la luminosité de la tache sur l'écran subit des variations brutales d'intensité et de netteté. Affinez alors les réglages suivant les trois axes de proche en proche. Une fois le réglage terminé, constatez que sur l'écran le faisceau gaussien est "propre".

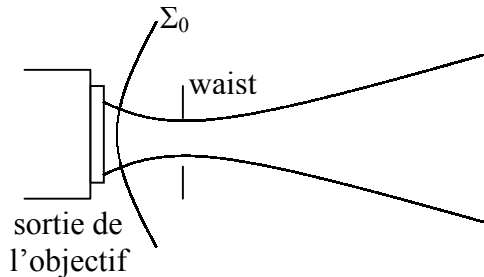
Explication :

Les taches indésirables résultent de quelques poussières, traces de doigts ou rayures que le faisceau rencontre sur son trajet ainsi que des réflexions parasites sur les dioptries. Un grain de poussière, par exemple, diffuse une très faible fraction de l'énergie lumineuse mais, étant donnée la grande cohérence du laser, il donne sur l'écran une figure de diffraction de Fresnel très contrastée (avec une source conventionnelle large, on additionne les intensités et non plus les amplitudes donc l'effet du grain de poussière est pratiquement invisible).

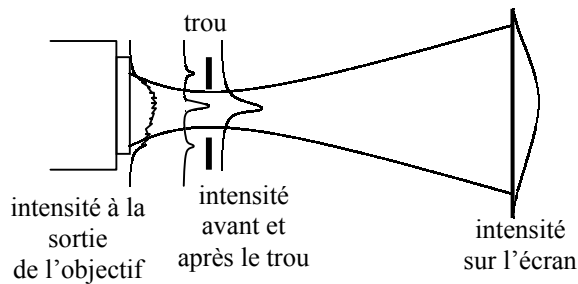
Pour interpréter le nettoyage, on raisonne dans Σ_0 , surface d'onde du faisceau non perturbé, juste à la sortie de l'objectif (cf. ci-dessous). En présence des perturbations, sa répartition d'amplitude est quasi gaussienne, modifiée localement par des franges à variations spatiales rapides (il n'est pas nécessaire d'en connaître les causes), situées avant Σ_0 . On peut considérer que l'amplitude complexe dans Σ_0 est la somme de l'amplitude du faisceau gaussien non perturbé et d'une amplitude à fréquences spatiales élevées, qui contient une faible fraction de l'énergie. Au voisinage du centre de courbure de Σ_0 , pratiquement situé au waist du faisceau émergent, on obtient une figure de diffraction de Fraunhofer qui est donc la

transformée de Fourier de la répartition d'amplitude complexe dans Σ_0 . La linéarité de l'opération permet de dire qu'elle est la somme de deux termes :

- la transformée de Fourier de l'amplitude du faisceau non perturbé, située au voisinage de l'axe optique et qui correspond au waist du faisceau.



la transformée de Fourier du terme supplémentaire qui donne des taches d'autant plus écartées de l'axe que ses fréquences spatiales sont élevées.



Le trou sert à éliminer les fréquences spatiales élevées indésirables de sorte que le faisceau qui en est issu retrouve sa pureté gaussienne originelle. Plus il est petit, meilleur est le filtrage.

4.3 Le Speckle

Biblio : Françon, Granularité laser, speckle p. 22
Se reporter au montage sur les lasers.

4.4 Holographie

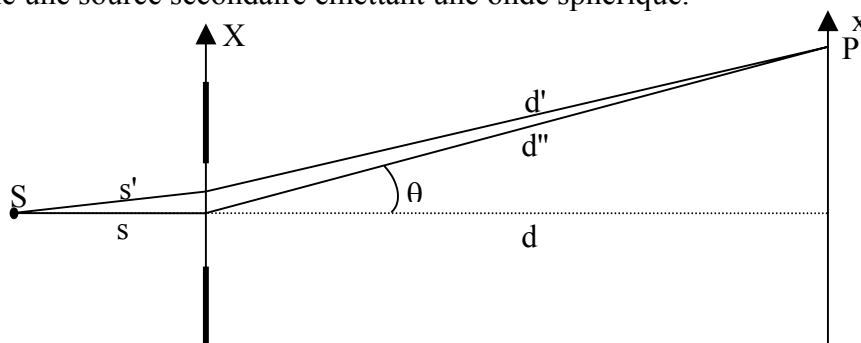
Se reporter au même montage.

4.5 Mesure d'objet de petites dimensions

vos cheveux → cf. § 3.2. Vous pouvez mesurer le diamètre de

ANNEXE 1 : LIMITE FRAUNHOFER – FRESNEL

On considère la diffraction d'une onde sphérique issue d'une source ponctuelle S par un objet diffractant. D'après le principe de Huygens-Fresnel, chaque point de l'écran diffractant se comporte comme une source secondaire émettant une onde sphérique.



L'amplitude totale en P s'obtient en ajoutant toutes les ondes provenant du diaphragme de transparence $t(X)$:

$$A(x) = \int A_0 \frac{e^{iks'}}{s'} t(X) \frac{e^{ikd'}}{d'} dX \approx \frac{A_0}{sd} \int t(X) e^{ik(s'+d')} dX$$

On peut poser : $s' = s + (s' - s)$ et $d' = d'' + (d' - d'')$

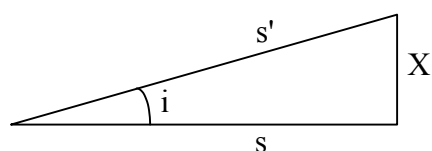
On a alors : $A(x) = A_0 e^{ik(s+d'')} \int t(X) e^{ik[(s'-s)+(d'-d'')]} dX = A_0 e^{ik(s+d'')} \int t(X) e^{i\Phi} dX$

Où Φ est la phase de l'onde diffractée en P arbitrairement décalée d'un terme indépendant de X (s et d'' sont constants par rapport à X).

Cet arrangement permet de ne conserver dans l'intégrale que des termes correspondant à la différence de marche entre les rayons réels (s' et d') et les rayons correspondant au cas idéal de la diffraction de Fraunhofer (s et d'').

Calcul de ($s' - s$) :

Etant donné qu'on se place au minimum dans les conditions de Fresnel, on supposera que pour les petits angles, $\sin i \approx \tan i \approx i$ et on limitera les développements limités au deuxième ordre.



$$\begin{aligned} \cos i &= \frac{s}{s'} \cong 1 - \frac{i^2}{2} \\ \sin i &= \frac{X}{s'} \cong i \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \frac{s}{s'} \cong 1 - \frac{X^2}{2s'^2}$$

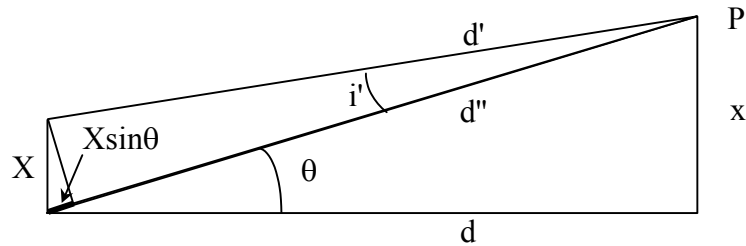
d'où $s' - s \cong \frac{X^2}{2s'} \approx \frac{X^2}{2s}$ car $s' \approx s$ puisque $\sin \approx \tan$

Calcul de ($d' - d''$) :

On fait encore les mêmes hypothèses de calculs.

$$d'' = X \sin \theta + d' \cos i' \cong X \sin \theta + d' \left(1 - \frac{i'^2}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad d' - d'' \cong -X \sin \theta + \frac{d' i'^2}{2}$$

$$\text{Or } \sin i' = \frac{X \cos \theta}{d'} \cong \frac{X}{d'} \approx i' \quad \Rightarrow \quad d' - d'' \approx -X \sin \theta + \frac{X^2}{2d'} \approx -X \sin \theta + \frac{X^2}{2d} \text{ car } d' \approx d$$



Calcul de Φ :

$$\Phi = k[(s' - s) + (d' - d'')] = -X \sin \theta + \frac{X^2}{2} \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{d} \right)$$

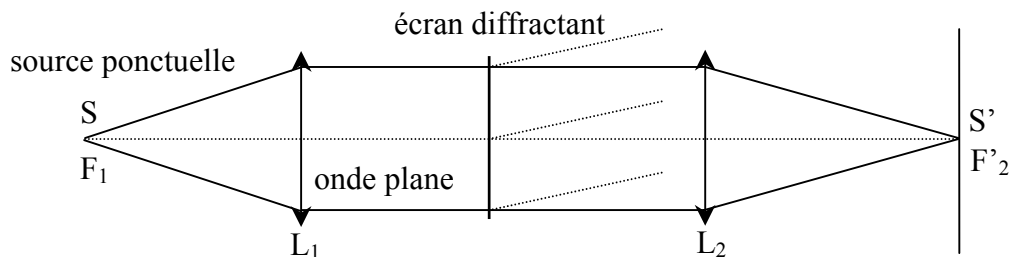
Le premier terme correspond au cas limite de la diffraction de Fraunhofer. On passe en diffraction de Fresnel lorsque le deuxième terme n'est plus négligeable.

Commençons par étudier les différentes configurations expérimentales permettant d'observer la diffraction de Fraunhofer.

Diffraction d'une onde plane à l'infini :

$$1/s = 1/d = 0$$

Seul le terme linéaire en X est non nul. Cette condition est rigoureusement réalisée uniquement dans le montage suivant :

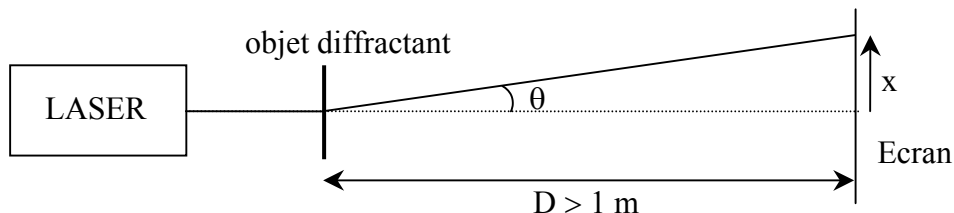


Avec un tel montage, la ddm est strictement égale à $X \sin \theta$

Diffraction d'une onde plane à grande distance :

$$1/s = 0 \text{ et } 1/d \approx 0$$

L'utilisation d'un laser éclairant directement l'objet diffractant correspond à ces conditions.



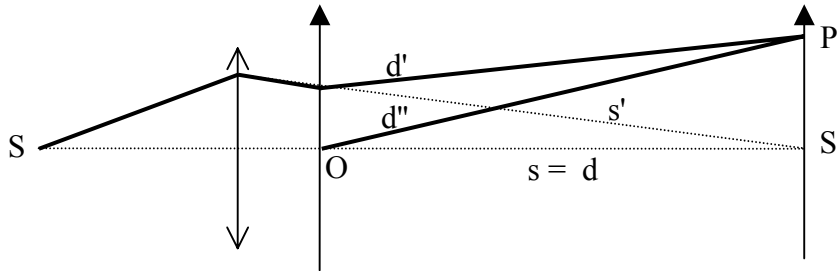
Pour avoir l'onde la plus plane possible ($1/s = 0$), il faut prendre un laser ayant la plus grande cohérence spatiale possible. Il faut donc prendre un laser He-Ne possédant une grande cavité optique (pas à S.C.). Il faut alors placer l'écran diffractant assez loin du laser pour qu'il

l'éclaire totalement de façon homogène (le faisceau est gaussien). Enfin, l'écran d'observation doit être très éloigné (au moins 1 m) pour valider au mieux l'hypothèse $1/d \approx 0$.

Diffraction au voisinage de l'image géométrique de la source :

$$1/s + 1/d = 0$$

Cette condition, qui s'écrit $s = -d$, signifie que la source se trouve sur l'écran ! Cette configuration correspond au montage classique que l'on utilise :



La source image S' étant sur l'écran, ce montage réalise la condition ci-dessus.

Remarque importante :

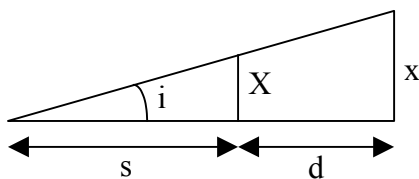
Il faut bien voir que seul le premier montage permet d'observer rigoureusement la diffraction de Fraunhofer. Les deux autres le permettent si on vérifie les hypothèses qu'ils impliquent. Le deuxième montage suppose d grand, le troisième n'en impose pas apparemment mais il ne faut pas non plus oublier de vérifier pour eux que le deuxième ordre du développement limité est négligeable (sinon on passe en Fresnel !).

On va donc essayer de trouver pour les montages approchés un critère permettant de vérifier cette dernière condition.

Limite Fraunhofer – Fresnel :

On réécrit l'expression de la d.d.m.

$$\delta = (s' - s) + (d' - d'') = -X \sin \theta + \frac{X^2}{2} \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{d} \right)$$



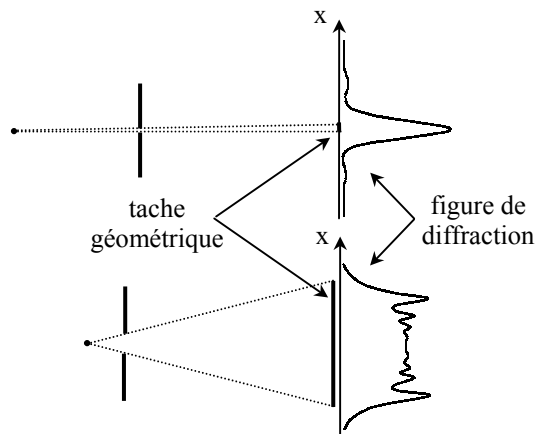
Dans l'approx des petits angles $\sin \theta \cong \theta \cong \frac{x}{d}$

$$\Rightarrow \delta = -\frac{Xx}{d} \left(1 + \frac{X}{2x} \frac{s+d}{s} \right)$$

La limite de Fraunhofer correspond à un terme entre crochets égal à 1. Cela revient à comparer x à $X(s+d)/s$. Or ce dernier facteur a une interprétation géométrique simple :

$$\text{tg } i = X/s = x/(s+d) \Rightarrow x = X \frac{s+d}{s}$$

$X(s+d)/s$ représente la largeur sur l'écran de la tache géométrique, projection de la source à travers le diaphragme en l'absence de diffraction. On a donc un critère :



Si la figure de diffraction est beaucoup plus large que la tache géométrique, elle peut être décrite par la diffraction de Fraunhofer.

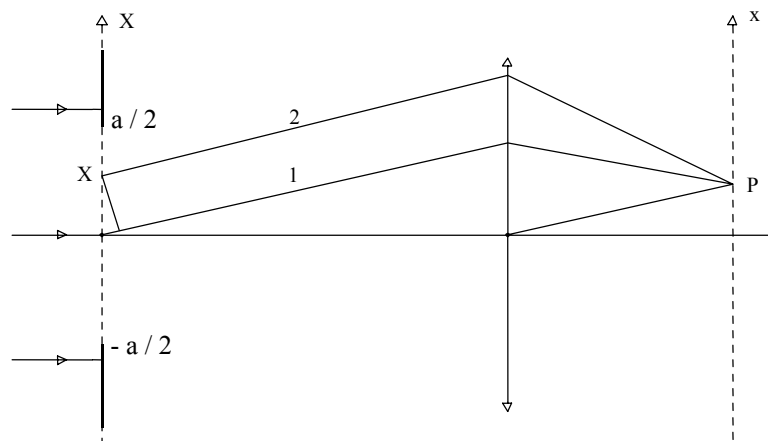
Si la figure de diffraction est incluse dans la tache géométrique, elle doit être décrite par la théorie de Fresnel.

ANNEXE 2 : DIFFRACTION A L'INFINI (FRAUNHOFER)

I DIFFRACTION PAR UNE FENTE

On fait les hypothèses suivantes :

- fente infiniment longue
- faisceau incident parallèle
- l'écran diffractant ne modifie pas l'état vibratoire (vrai si $a \gg \lambda \Rightarrow A_0 = \text{cte}$)
- la lentille ne fait pas intervenir de différence de marche supplémentaire (vrai au premier ordre)
- les vibrations sont cohérentes $\Rightarrow A_t = \Sigma A_i$



$$\delta_{II,I} = X \sin \alpha$$

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = m\alpha$$

avec

$$m = \frac{2\pi \sin \alpha}{\lambda}$$

Intensité en P :

$$A_I = A_0 e^{\delta\omega t}$$

$$A_{II} = A_0 e^{j(\omega t - \varphi)}$$

$$\Rightarrow A_{\text{totale}} = \int_{-a/2}^{a/2} A_0 e^{j(\omega t - mX)} dX$$

$$= A_0 e^{j\omega t} \int_{-a/2}^{a/2} e^{-jmX} dX \quad \text{d'où} \quad A_t = a A_0 \sin c \frac{ma}{2} e^{j\omega t}$$

Finalement : $I = A A^* = a^2 A_0^2 \sin^2 c \frac{ma}{2}$

Etude des maximums :

$$x = 0 \Rightarrow \sin \alpha = 0 \Rightarrow \frac{ma}{2} = 0 \quad \text{or} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \text{sinc } x = 1 \Rightarrow I(0) = a^2 A_0^2$$

max secondaires quand $\frac{ma}{2} = (2K+1)\frac{\pi}{2}$ avec $K \neq 0$

$$K = 1 \Rightarrow I_1 = 0,044 I_0$$

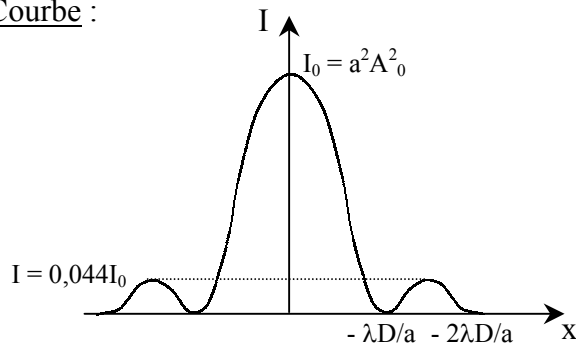
$$K_2 = 2 \Rightarrow I_2 = 0,016 I_0$$

Etude des minimums :

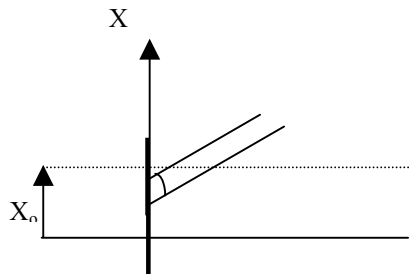
$$I = 0 \Leftrightarrow \sin c = 0 \Leftrightarrow \frac{ma}{2} = K\pi$$

$$\text{soit } \sin \alpha = \frac{K\lambda}{a} \approx \frac{x}{D} \Rightarrow i = \frac{\lambda D}{a}$$

Courbe :



II CAS D'UNE FENTE DECENTREE



A un décalage d'origine près, le calcul est le même.

$$A'_t = A_0 e^{j\omega t} \int_{x_0 - a/2}^{x_0 + a/2} e^{-jm x} dx$$

Pour simplifier le calcul, on procède à un changement de variable :

$$\left. \begin{array}{l} X = X_0 \\ X' = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow X' = X - X_0$$

L'intégrale devient : $\int_{-a/2}^{a/2} e^{-jm(x'+x_0)} d(x'+x_0)$

$$\Rightarrow A'_t = e^{j\omega x_0} A_t$$

Comme $I = AA^*$

$$\Rightarrow \boxed{I' = I}$$

(figure inchangée)

III DIFFRACTION PAR DEUX FENTES

les amplitudes.

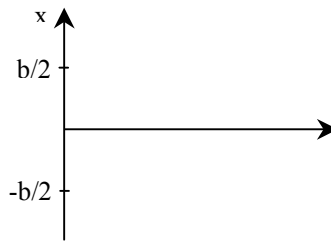
On garde le résultat précédent et on additionne

$$A'_t = A_t (e^{jmb/2} + e^{-jmb/2})$$

$$= A_t 2 \cos \frac{mb}{2}$$

$$I' = A \times A^*$$

$$\Rightarrow I' = 4 \cos^2 \frac{mb}{2} I$$



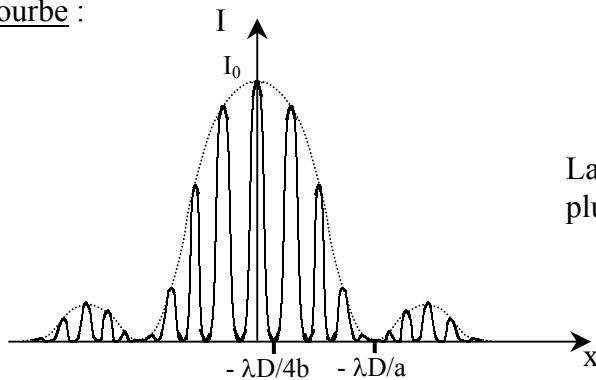
La figure de diffraction due à une fente est modulée par un terme d'interférence dû aux deux fentes.

Min des interférences :

$$\Leftrightarrow \cos = 0 \Leftrightarrow mb = (2K + 1) \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{2k+1}{4} \frac{\lambda}{b} \approx \frac{x}{D}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2k+1}{4} \frac{\lambda D}{b}$$

Courbe :



La tâche centrale de diffraction est deux fois plus grande. Pas celle d'interférence.

Important :

Pour montrer cette courbe en pratique, il faut un faisceau incident bien parallèle \Rightarrow laser HeNe (même pas laser à SC) non agrandi. Il faut aussi pour corroborer les formules, que les 2 fentes soient à égale distance de l'axe optique sinon la figure d'interférence n'a pas l'allure attendue (cela ne gêne pas l'enveloppe de diffraction).

\Rightarrow Pour régler correctement la position de la bifente en montage, il suffit de regarder la figure d'interférence.