# INTERFERENCES LUMINEUSES; CONDITIONS D'OBTENTION

#### **I INTRODUCTION**

Le phénomène d'interférence est un phénomène ondulatoire dû à l'addition de vibrations de même longueur d'onde et cohérentes (c'est-à-dire présentant une différence de phase constante). Les interférences s'expliquent en terme de déphasage ou de différence de marche entre deux rayons cohérents arrivant au même point ; les interférences destructives se produisent lorsque la différence de marche est égale à une demi-longueur d'onde (à un nombre entier de longueur d'onde près) ; les interférences sont constructives lorsque la différence de marche est égale à la longueur d'onde (à un nombre entier de longueur d'onde près).

Les interférences créées par l'émission de deux sources ponctuelles cohérentes  $S_1$  et  $S_2$  forment des surfaces d'interférence constructive. Ces surfaces d'interférence constructive sont définies par la relation  $S_1P$  - $S_2P$  =  $k\lambda$  où k est un entier, vérifiée par tout point P de la surface. Ce sont en fait des hyperboloïdes de révolution (d'axe la médiatrice du segment  $S_1S_2$ ), dont les intersections avec un plan orthogonal à l'axe sont des hyperboles (dégénérées en droites à proximité de l'axe).

Les phénomènes d'interférences entre les vibrations émises par deux sources sont faciles à mettre en évidence en acoustique et en mécanique où les problèmes de cohérence sont moins critiques. L'obtention d'interférences en optique est plus délicate et fait apparaître de façon fondamentale la notion de cohérence entre les vibrations qui doivent interférer. Si on considère une nouvelle fois le cas de deux sources, l'intensité lumineuse résultant de la superposition en un point P des deux vibrations (supposées de même amplitude) est donnée par la relation :

$$I(P) = 2I_0[1 + cos(\varphi_2(P) - \varphi_1(P))]$$

On doit s'attendre à

ce qu'elle varie de 0 à 4I<sub>0</sub>. En général il n'en est rien ; on obtient la plupart du temps un éclairement correspondant à la somme des éclairements obtenus séparément. Autrement dit, si l'on ne prend pas de précautions, le terme d'interférence est nul. Cette difficulté, propre à l'optique, est dû au mécanisme d'émission de la lumière : dans une source classique, l'émission est produite en excitant des atomes. Ceux ci passent à un niveau d'énergie supérieur puis retombent à leur niveau fondamental en émettant un train d'onde, etc , etc ...La durée des trains d'ondes est typiquement de l'ordre de  $10^{-6}$  à  $10^{-9}$  s et, d'une émission à l'autre (cohérence temporelle) ou d'un atome à l'autre (cohérence spatiale), la phase varie de manière aléatoire. La plupart des détecteurs utilisés ayant un temps de réponse long devant la durée des trains d'ondes, ils ne peuvent détecter instantanément l'intensité en une position donnée. Par conséquent, ils donnent une mesure moyenne de cette intensité. La phase variant de manière aléatoire, on a alors  $\langle\cos(\phi_2(P)-\phi_1(P))\rangle=0$  ce qui explique qu'on observe pas le terme d'interférence

Il est important de comprendre qu'aucune source n'est intrinsèquement incohérente. L'incohérence résulte simplement d'un processus de mesure qui rejette une information présente dans la figure d'interférence mais qu'on atteint effectivement qu'a l'aide d'un dispositif de détection sensible à des durées inférieures à celles des trains d'ondes (extrêmement difficile à réaliser en pratique).

# Obtention de vibrations cohérentes en optique

On peut remédier à la difficulté précédente en obtenant deux ondes à partir d'une même source soit par division d'amplitude (interféromètre de Michelson ...) soit par division du front d'onde (fentes d'Young ...). Dans ce cas, bien que la phase de chaque source soit erratique, leur phase relative reste constante et de nature purement géométrique ; on le comprend facilement sur l'expression du déphasage dans le cas d'un dispositif à division du front d'onde :

$$\phi_{2}(P) - \phi_{1}(P) = \phi_{2}(S_{2}) - \phi_{1}(S_{1}) + \underbrace{\frac{2\pi}{\lambda}[S_{2}P - S_{1}P]}_{\text{terme dépendant du temps lié au processus d'émission}}_{\text{temps}} + \underbrace{\frac{2\pi}{\lambda}[S_{2}P - S_{1}P]}_{\text{terme géométrique indépendant du temps}}$$

Le premier terme varie de façon aléatoire et très rapide  $\rightarrow$  les interférences qui en résultent ne sont pas observables avec les détecteurs classiques. Le second terme donne un phénomène d'interférences stable dans le temps puisque ne dépendant que des coordonnées géométriques.

On se propose d'étudier les problèmes liés à l'obtention d'interférences contrastées sur les deux types de dispositifs interférentiels.

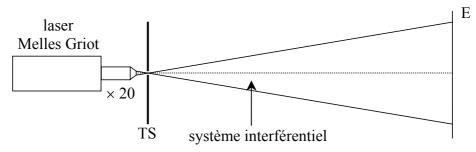
# 1.1 Cas d'une source quasi ponctuelle et quasi monochromatique

Lorsque

l'on éclaire un dispositif interférentiel avec une source ponctuelle (cohérence spatiale parfaite) et monochromatique (cohérence temporelle parfaite), on obtient des interférences avec un contraste maximum et sensiblement constant dans tout l'espace de superposition des ondes → l'observation des interférences ne pose alors aucun problème. La source qui s'approche le plus de ce cas de figure est le laser.

#### Montage:

On se propose de vérifier les propriétés énoncées en éclairant un système interférentiel avec un laser dont on élargi le faisceau à l'aide d'un objectif de microscope. Le faisceau obtenu présente alors des variations d'intensité résultant d'interférences dues aux poussières, traces d'empreintes...sur l'objectif qui diffractent la lumière. Pour s'en affranchir, on peut faire passer le faisceau dans un trou microscopique ( $\emptyset = 30\mu m$ ); on élimine ainsi les rayons diffractés et on retrouve en sortie un faisceau propre (pour ce réglage et des explications, se reporter au montage diffraction § 4.1.4).



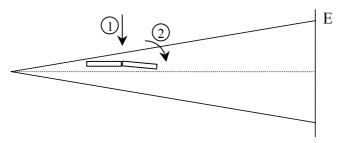
Plusieurs systèmes interférentiels peuvent être utilisés pour cette manip; on peut les étudier rapidement en TP et n'en présenter qu'un en montage.

# Biprisme de Fresnel:

Ce dispositif à dispositif du front d'onde est le plus simple à mettre en œuvre ; il suffit de le placer dans le faisceau laser élargi et regarder le résultat sur l'écran. La seule précaution à prendre pour observer des interférences est de placer le biprisme assez près de la source (10-20 cm) pour avoir un interfrange appréciable. Pour plus de précision sur le principe du biprisme, se reporter au Berty Escault, tome 3 Optique, p. 154.

#### Miroir de Fresnel:

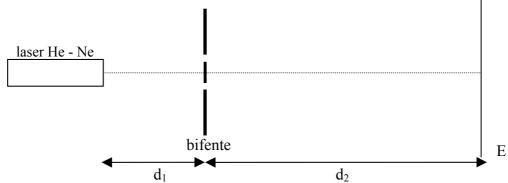
Ce système est assez simple à mettre en œuvre avec un laser. La aussi, mieux vaut le mettre assez près du point source ; commencez par donner un angle important entre les miroirs (quelques tours de vis). Procédez alors comme suit :



Placez le dispositif dans le faisceau (miroirs ≈ parallèles à l'axe optique) jusqu'à masquer environ la moitié du faisceau laser (phase 1). Faire pivoter les deux miroirs autour d'un axe vertical (phase 2). Si l'angle entre les deux miroirs est suffisamment important, vous devez avoir à coté de la moitié du faisceau d'origine deux bandes lumineuses correspondant aux faisceaux déviés par les miroirs. Desserrez alors la vis donnant l'angle pour rapprocher les deux images jusqu'à ce qu'elles se recouvrent entièrement. Observez le résultat.

#### Fentes d'Young:

Il faut prendre des bifentes suffisamment fines (figure de diffraction large) et suffisamment proches (interfrange appréciable). A Rennes, prendre la bifente métallique A (diapositive Leybold) ou la bifente plastique sur support métallique tournant. La figure obtenue est peu lumineuse car une faible partie de la lumière est utilisée. Si on veut utiliser une bifente, le plus simple est de l'éclairer directement avec un laser non élargi.



Les bifentes métalliques ont la meilleure fonction de transparence  $\rightarrow$  le facteur de forme correspond le mieux à celui prévu par la théorie. En revanche, l'espacement important des fentes que l'on a à Rennes donne un petit interfrange et leur largeur donne un facteur de forme assez resserré (pour ces notions, se reporter au montage 9  $\S$  2.1). La bifente plastique a quant à elle une fonction de transparence moins bonne mais donne des interfranges plus importants avec un terme de diffraction plus étalé. A vous de choisir celle qui vous convient le mieux !

Ajustez  $d_1$  de façon à éclairer totalement la bifente ; ajustez  $d_2$  de façon à avoir un interfrange assez important. Si la figure d'interférence est déformée, retouchez le centrage latéral de la bifente par rapport à l'axe optique. En effet, pour que le raisonnement théorique soit validé (cf. montage sur la diffraction, annexe 2), les deux fentes doivent en être équidistantes ! Or cette condition est délicate à réaliser avec un laser (on peut utiliser un pied à déplacement latéral).

# Dispositif à anneaux de Newton :

Par rapport aux systèmes précédents, celui-ci est à division d'amplitude. Son emploi est simple avec un laser ; il suffit de le placer dans le faisceau, lui faire subir une rotation suivant l'axe de son pied jusqu'à observer correctement les anneaux. Ceux-ci peuvent être observés en transmission ( $I_{max}$  au centre, faible contraste) ou en réflexion ( $I_{min}$  au centre, meilleur contraste).

#### Manipulation:

Quelque soit le dispositif employé, il faut montrer en déplaçant l'écran que les franges d'interférences ne sont pas localisées et qu'elles s'observent avec un contraste sensiblement constant dans tout le domaine ou les ondes interfèrent.

# 1.2 Cas d'une source large et poly chromatique

Refaire la même manipulation en utilisant cette fois-ci comme source une lampe quartz iode  $\rightarrow$  cette fois-ci, les figures d'interférences ne sont plus visibles (à nuancer sur le dispositif à anneaux de Newton  $\rightarrow$  cf. § 2.2.1).

#### Conclusion:

Si on veut observer des interférences avec une source autre qu'un laser, il faut prendre certaines précautions et respecter certaines conditions.

#### II <u>INFLUENCE DE LA COHERENCE SPATIALE</u>

La cohérence spatiale est un concept qui traduit l'influence de l'extension d'une source lumineuse sur le contraste des franges. On supposera dans ce chapitre qu'il n'y a pas d'effets de cohérence temporelle. On s'en affranchira en pratique en considérant des ddm faibles et en employant, dans la mesure du possible, des lumières monochromatiques. Lorsque l'on utilise une source spatialement étendue, le contraste des franges diminue, mais cette diminution peut être faible voire nulle dans certaines régions de l'espace : on dit qu'il y a localisation.

#### 2.1 Bifentes d'Young

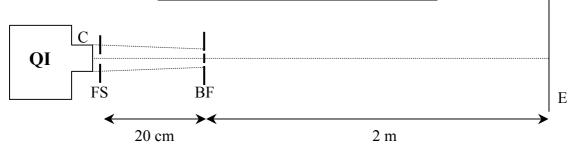
Si l'on veut observer des interférences en utilisant une source large, il faut la diaphragmer pour se rapprocher au mieux d'une source ponctuelle. Plutôt que d'utiliser un trou source, on prend une fente pour accroître la luminosité de la figure d'interférence.

#### Remarque:

Les manipulations qui suivent peuvent aussi s'effectuer avec les miroirs de Fresnel. L'inversion de contraste (§3.1.2) reste alors qualitative car on ne connaît pas l'angle entre les miroirs et les relations d'inversion sont à trouver. En revanche, elle est nettement plus visible car, contrairement aux bifentes d'Young, on ne fait pas appel à la diffraction avec

le montage proposé pour obtenir des faisceaux qui interfèrent  $\rightarrow$  on gagne nettement en luminosité. Avec ce système, on peut utiliser un filtre gélatine jaune pour montrer la figure d'interférences à l'assemblée. En groupe restreint, on peut utiliser des filtres interférentiels peu sélectif (à Rennes, utilisez les filtres interférentiels 623 nm T = 60 %  $\Delta\lambda$  = 48 nm et 453,7 nm T = 82 %  $\Delta\lambda$  = 91 nm – l'inversion de contraste est alors plus franche et n'a pas tout à fait lieu pour la même ouverture de la fente source).

#### 2.1.1 <u>Influence de l'orientation de la fente source</u>



C : condenseur de 6 cm

FS : fente source réglable en largeur et en orientation

BF : bifente  $\rightarrow$  l'espacement entre les fentes doit être faible pour avoir un interfrange appréciable (i= $\lambda$ D/a) et leur largeur aussi pour valider le raisonnement théorique (cf. Annexe 1).

→ à Rennes, prendre la plaque Phywe réf. 08523.00 (bifente 0.1mm / 0.25mm) ou la bifente métallique Leybold n° A ou la bifente plastique sur support métallique tournant.

Ajustez dans un premier temps le tirage du condenseur de façon à former l'image du filament juste avant la bifente (meilleure luminosité). Placez alors la fente source contre la lampe (prendre une FS assez fermée).

La première condition à réaliser pour visualiser les interférences est d'avoir la fente source parallèle aux bifentes → modifiez l'orientation de la fente source jusqu'à observer les interférences. Si vous n'en observez pas, refermez un peu plus la fente source. La figure d'interférence étant peu visible, on peut la visualiser sur oscilloscope en utilisant une barrette CCD (CCD 220 ou Caliens).

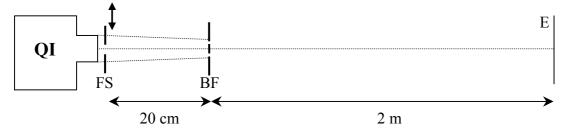
#### 2.1.2 Influence de la largeur de la fente source

Partir de l'expérience

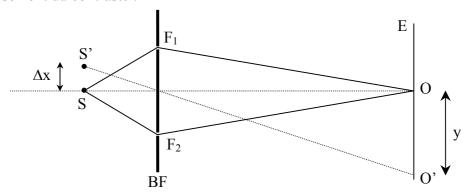
précédente ; augmentez progressivement la largeur de FS et observez l'annulation du contraste et son inversion (on peut observer la deuxième annulation mais c'est plus délicat). Là aussi, la caméra CCD peut permettre la visualisation de l'inversion de contraste.

#### Explication:

Afin de simuler l'effet d'un élargissement de la source, déplacez la fente fine dans son plan et perpendiculairement à son grand axe, sans changer son orientation (cf. schéma). Vous pouvez placer la fente source sur un pied à translation latérale.



Remarquez que le système de franges se déplace globalement. On comprend ainsi qu'une source large va donner lieu à une juxtaposition de franges décalées, incohérentes entre elles, d'où un affaiblissement du contraste :



Si la source S éclaire les fentes  $F_1$ et  $F_2$  telles que  $SF_1 = SF_2$ , la frange centrale du système d'interférence est en O car les trajets  $SF_1O$  et  $SF_2O$  sont alors égaux. Si la fente se déplace en S', la frange centrale se déplace en O' telle que  $SF_1O' = SF_2O'$ .

Supposons que S et S' existent simultanément : lorsque y est égal à une demie interfrange (il faudrait travailler en toute rigueur en lumière monochromatique), la somme des éclairements sur l'écran est alors constant puisqu'à  $I_{max}$  de S correspond  $I_{min}$  de S' et vice versa  $\rightarrow$  les franges disparaissent pour une valeur  $\Delta x = \Delta x_0$ . Lorsque y est égal à une interfrange, la somme des éclairements sur l'écran correspond alors au double de celui donné par une seule fente car alors à  $I_{max}$  de S correspond aussi  $I_{max}$  de S'  $\rightarrow$  les franges réapparaissent.

Si on considère maintenant une fente source de largeur égale à  $2\Delta x_0$ , on peut la décomposer en série de raies élémentaires telle qu'à toute fente du coté supérieur de l'axe optique corresponde une fente dans la partie inférieure, dont la somme des éclairements sur l'écran se compense  $\rightarrow$  le système de franges disparaît complètement pour cette largeur de FS. Si on continue à élargir la fente source au delà de  $2\Delta x_0$ , les franges réapparaissent : les parties au delà de  $2\Delta x_0$ , tant qu'elles sont suffisamment petites, donnent un système de franges qui se superpose en intensité au fond continu dû à la partie  $2\Delta x_0 \rightarrow$  les franges sont très peu contrastées.

#### Mesures:

Lors du premier brouillage, on a (cf. annexe) :  $a = \lambda d / b \rightarrow$  connaissant la valeur de b (distance entre les bifentes) et en mesurant d (distance FS – BF), on peut en déduire la valeur de a (largeur FS) et la comparer à la lecture donnée par la FS étalonnée. Pour ce faire on doit opérer en lumière théoriquement monochromatique mais l'emploi d'un filtre interférentiel abaissant trop la luminosité du phénomène, on utilisera juste un filtre gélatine jaune (max. de sensibilité de l'œil).

# Remarque importante:

On peut considérer qu'à partir de cette largeur, la source n'est plus suffisamment cohérente spatialement pour obtenir des interférences. Cependant il faut bien voir que cette largeur ne vaut que pour le montage que l'on considère! Pour s'en convaincre, procédez en deux étapes:

- ajustez la largeur de FS pour avoir un contraste correct. Déplacez alors l'écran. Le contraste de la figure d'interférence doit rester sensiblement constant.

- replacez l'écran dans sa position d'origine. Ajustez cette fois-ci la

largeur de FS pour avoir le brouillage et déplacer alors la bifente suivant l'axe optique de part et d'autre de son emplacement d'origine → on voit réapparaître les franges.

Justifiez à la vue des considérations effectuées ci après sur  $\Delta \varphi$ .

# 2.1.3 Influence sur la localisation

Partir du montage précédent avec une

FS suffisamment fermée ; pour différentes position de l'écran, déplacez de nouveau FS  $\rightarrow$  quelque soit la position de l'écran, les franges se déplacent tout le temps. L'idéal serait alors de placer la fente FS sur la platine de translation micrométrique, d'évaluer le déplacement  $\Delta x$  nécessaire pour que le système de franges se déplace d'un interfrange pour plusieurs position de l'écran. On s'apercevrait alors qu'il n'existe aucune position de l'écran qui minimise la valeur de  $\Delta x \rightarrow$  les franges d'Young ne sont pas localisées.

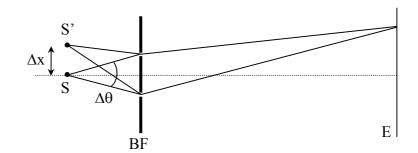
On peut à défaut montrer qu'en dehors du brouillage, les franges s'observent avec un contraste sensiblement identique quelque soit la position de l'écran. Pour une position de l'écran, élargir FS jusqu'au brouillage ; déplacez alors l'écran → le brouillage des franges a lieu dans tout l'espace.

#### Explication:

Le déplacement Δx de S à S' introduit au point M une variation de phase, qui vaut au premier ordre :

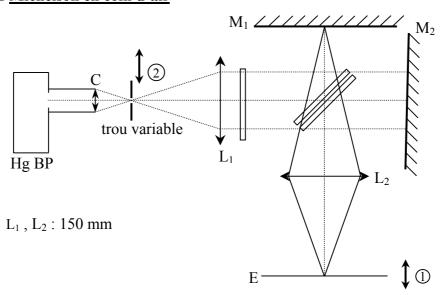
$$\Delta \phi = \frac{2\pi \ \Delta \theta \ \Delta x}{\lambda} \quad \text{ où } \quad$$

 $\Delta\theta$  est l'angle sous lequel on voit la bifente depuis S



Dans cette limite,  $\Delta \phi$  est indépendant de la position de l'écran et le contraste des franges a donc la même valeur en tous points de l'espace au delà des bifentes. En revanche,  $\Delta \phi$  dépend de  $\Delta x$  ce qui permet aussi de justifier le brouillage.

#### 2.2 Michelson en coin d'air



Commencez par accoler la lentille de 150 contre la face d'entrée du Michelson. Prendre le condenseur de 6 cm logé dans un tube métallique et l'accoler à la sortie de la lampe. Placez l'ensemble à une vingtaine de centimètres de la lentille de 150. Intercalez un petit trou source entre les deux et déplacez le suivant l'axe optique de façon à voir le faisceau réfléchi par le miroir du Michelson reconverger vers le diaphragme → le diaphragme est alors dans le plan focal de la 150 et on éclaire le coin d'air en lumière parallèle. Déplacez alors l'ensemble lampe + condenseur de façon à faire converger un maximum de lumière dans le trou.

Placez ensuite une lentille de courte focale (15 cm) en sortie du Michelson et faire l'image des miroirs sur un écran placé à environ 1 m de la sortie du Michelson. Réglez le coin d'air de façon à ce que les franges soient verticales et se placer au voisinage du contact optique.

# 2.2.1 <u>Influence de la cohérence spatiale sur la localisation des franges</u>

#### Manipulation 1:

Placez l'écran dans le plan conjugué des miroirs par rapport à L<sub>2</sub>. Comparez le contraste des franges lorsque le trou source TS est ouvert ou fermé. Le contraste doit rester sensiblement le même.

Partir d'un TS ouvert, rapprochez l'écran du Michelson  $\rightarrow$  le contraste chute fortement. S'arrêter dès que les franges ont disparues puis refermez TS  $\rightarrow$  les franges réapparaissent. Refaire la même manipulation en plaçant cette fois ci l'écran au delà du plan conjugué des miroirs par rapport à  $L_2 \rightarrow$  les observations doivent être les mêmes.

#### Conclusion:

Lorsque la source est suffisamment petite, les interférences sont délocalisées (à rapprocher de la manipulation du § 1.1 sur les anneaux de Newton). Lorsque la source est large, les interférences sont localisées sur les miroirs. Les manipulations qui suivent permette de comprendre pourquoi.

#### Manipulation 2:

Fermez le trou source au maximum. Les franges étant verticales, déplacez latéralement le trou source (toujours dans le plan focal du condenseur). Vous devez faire les constatations suivantes :

- lorsque l'écran est avant ou après le plan conjugué des miroirs, les franges doivent se déplacer en bloc en suivant les mouvements de TS.

- lorsque l'écran est dans le plan conjugué des miroirs, les franges doivent se déplacer nettement moins.

⇒ On comprend ainsi pourquoi le Michelson en coin d'air est moins sensible à la cohérence spatiale lorsque l'on observe les interférences au niveau des miroirs.

# Remarque:

Cette propriété se retrouve dans tous les systèmes interférentiels donnant des franges d'égales épaisseur. C'est la raison pour laquelle les lames de savon donnent des franges contrastées (lorsqu'elles sont minces) même si on les éclaire avec une source large. On peut aussi le vérifier sur le dispositif des anneaux de Newton (cf. § 1.1). Lorsqu'on l'éclaire avec le laser, on observe des interférences partout ; si on l'éclaire avec une source de lumière blanche large, on n'en voit plus sauf à l'interface entre les prismes ; on peut les projeter à l'aide d'une lentille en faisant l'image de l'interface sur un écran.

# 2.2.2 <u>Influence de la différence de marche</u>

Lorsque l'écran est dans le plan conjugué des miroirs par rapport à L<sub>2</sub>, l'effet d'un déplacement latéral est faible. Cet effet est plus important si on s'éloigne du contact optique.

# Manipulation:

S'éloigner suffisamment du contact optique et refaire la manipulation 2 du § précédent : lorsque l'écran est avant ou après le plan conjugué des miroirs, l'effet est encore plus fort. Lorsque l'écran est dans le plan conjugué des miroirs, l'effet qui était peu perceptible auparavant est maintenant plus visible.

#### Conclusion:

Le Michelson est d'autant moins sensible à la cohérence spatiale que l'on est près du contact optique. Là encore, cette propriété est valable pour tous les systèmes interférentiels donnant des franges d'égales épaisseur.

# Autre manipulation possible:

Elargir au maximum le trou source. Chariotez jusqu'à ce que les franges deviennent peu visibles. Fermer le trou. On doit voir réapparaître les fanges (cette manipulation n'apporte pas grand chose de nouveau par rapport aux précédentes).

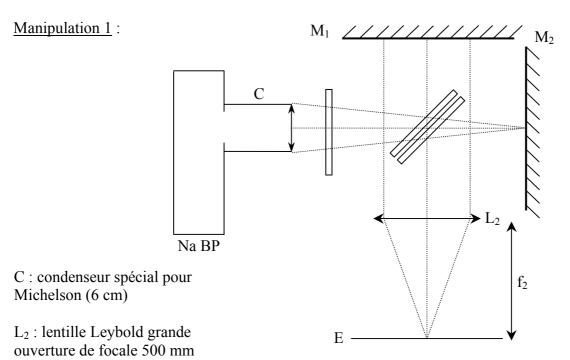
#### Remarque:

Ne pas expliquer ce phénomène par une augmentation de la profondeur de champ :

profondeur de champ  $\rightarrow$  on diaphragme la lentille cohérence spatiale  $\rightarrow$  on diaphragme la source !

# 2.3 Michelson en anneaux

Pour le réglage du Michelson en anneaux, se reporter au topo «Principe et réglage des interféromètres».



Partant du contact optique, chariotez jusqu'à dépasser la première anti coïncidence et retrouvez des anneaux contrastés ( $\Rightarrow$  pas de problème de cohérence temporelle). Déplacez alors l'écran de part et d'autre du foyer de la lentille  $L_2 \rightarrow$  les franges doivent se brouiller dans les deux cas. Le contraste est maximum lorsque l'écran est dans le plan focal de la lentille. Enlevez ensuite la lentille  $L_2$  et commencez par mettre l'écran juste à la sortie du Michelson  $\rightarrow$  les franges doivent être brouillées. Eloignez l'écran progressivement  $\rightarrow$  le contraste du système d'anneaux doit s'améliorer au fur et à mesure que l'on éloigne l'écran.

#### Conclusion:

Le Michelson en anneaux est d'autant moins sensible à la cohérence spatiale de la source que l'on observe les interférences au loin. Il est en toute rigueur complètement insensible à la cohérence spatiale lorsque l'on effectue une observation à l'infini. L'observation dans le plan focal d'une lentille correspond à ce cas de figure.

#### Remarques:

Une justification simple de cette propriété se trouve dans le livre de Françon : Vibrations lumineuses ; Optique cohérente p. 64.

Cette propriété a une importance capitale en spectroscopie car elle permet d'étudier les problèmes de cohérence temporelle d'une source indépendamment de sa cohérence spatiale. On la met à profit dans le chapitre III; § 3.2.

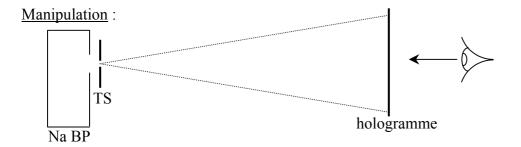
Une manipulation plus poussée sur ce sujet est proposée dans le Sextant p. 164 → s'y reporter.

#### Manipulation 2:

Refaire le même type d'observation en étant cette fois-ci plus près du contact optique → les problèmes de cohérence sont moins marqués (à rapprocher du § 2.2.2).

# 2.4 <u>Influence de la cohérence spatiale d'une source sur l'observation d'un</u> hologramme

Le laser n'est pas indispensable pour l'observation d'un hologramme (alors qu'il l'est pour son enregistrement !). On peut prendre une lampe à vapeur de sodium (bonne monochromaticité).



TS : diaphragme circulaire réglable en diamètre

H: hologramme Phywe 08578.00 sur support gris (dans systèmes interférentiels)

Placez l'hologramme à environ 50cm de la lampe. Ouvrir le TS au maximum et observez à travers l'hologramme. L'image observée est floue. Refermez TS ; qu'observe-t-on ?

Rouvrir TS jusqu'à la moitié et éloignez progressivement l'hologramme de la lampe. Qu'observe-t-on ? Justifiez à la vue des paragraphes précédents.

#### Remarque:

Pour que l'observation puisse être visible de l'ensemble de la salle, on peut utiliser une caméra vidéo. L'utiliser en position macro, collée contre l'hologramme.

#### III INFLUENCE DE LA COHERENCE TEMPORELLE

On étudie uniquement dans ce paragraphe l'influence de l'étendue spectrale d'une source sur le contraste de la figure d'interférences que peut fournir un dispositif interférentiel. On supposera donc qu'il n'y a pas de problème de cohérence spatiale.

Si les sources secondaires qui interfèrent ont même longueur d'onde, elle présente une différence de phase constante → l'intensité lumineuse résultant de la superposition en un point P des deux vibrations (supposées de même amplitude) est donnée par la relation :

$$I(P)=2I_0[1+\cos(\varphi_2(P)-\varphi_1(P))] \implies$$
 elle varie de 0 à  $4I_0$ .

En revanche, deux ondes monochromatiques de fréquences très légèrement différentes ne peuvent interférer de façon cohérente à l'échelle des temps de réponse caractéristique des détecteurs optique car la différence de phase varie alors trop rapidement (d'autant plus vite que les fréquences sont différentes) : elles sont dites temporellement incohérentes entre elles ; en conséquence, leurs intensités s'ajoutent (au lieu des amplitudes). Ce problème interviendra tout le temps avec une source réelle puisqu'elle émet toujours dans un spectre plus ou moins étendu.

Pour comprendre le résultat que l'on obtient à l'aide d'un telle source, il suffit de la considérer comme une collection de raies élémentaires, quasi monochromatiques et incohérentes entre elles. Chaque raie contribue à la figure d'interférences par une figure élémentaire, dont l'interfrange dépend de la longueur d'onde ; chaque figure élémentaire s'ajoute aux autres en intensité et affaiblit ainsi le contraste de la figure totale.

D'un point de vue pratique, lorsque l'on réalise une expérience interférométrique avec une source donnée, il est bon de connaître la différence de marche maximale  $\delta_{max}$  pouvant être atteinte sans avoir un brouillage complet des franges. Lorsqu'une seule longueur de cohérence L suffit à décrire le spectre de la source, on a alors  $L = \delta_{max}$ . Dans le cas de sources à raies multiples, la longueur de cohérence devient une notion délicate à manipuler (cf. Sextant p.242).

# Remarque:

Il est tentant de vouloir montrer sur un dispositif interférentiel type Fentes d'Young, Miroirs de Fresnel ou biprisme de Billet et en utilisant des sources de plus en plus monochromatiques (lumière blanche, lampe à vapeur de mercure, sodium et laser) que plus le rayonnement est monochromatique, plus le nombre de franges observées est important. On déconseille ce genre de manipulation pour plusieurs raisons :

la différence d'intensité de ces sources rend délicate l'interprétation (voit-on plus de franges parce que la lumière est plus monochromatique ou parce qu'elle est plus intense ?). De plus, il est difficile d'obtenir des interférences lumineuses visibles avec certaines sources (lampe à vapeur de sodium).

ces systèmes sont sensibles à la

cohérence spatiale ce qui rend délicate l'interprétation des résultats.

En fait, l'emploi du Michelson en anneaux est la méthode qui permet l'approche la plus rigoureuse de ce problème car si l'on observe à l'infini (dans le plan focal d'une lentille en pratique), il est complètement insensible à la cohérence spatiale → on peut dès lors utiliser une source large et observer les phénomènes interférentiels dans les meilleures conditions.

# 3.2 Mesure de longueurs de corrélation

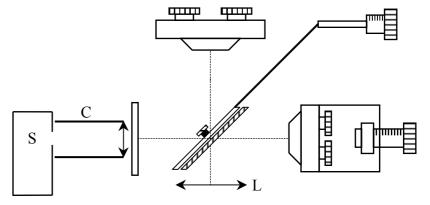
Par longueur de corrélation, on entend l'étendue maximum de différence de marche que l'on peut parcourir en observant des franges. Cette manipulation permet de se fixer des ordres de grandeur pour chaque source.

# 3.2.1 Etude de quelques sources

C : condenseur  $\times$  6 cm logé dans tube métallique L : lentille Leybold  $\times$  500

mm

S: sources diverses



Placez un écran au foyer de la lentille L, un écran noir entre la source et l'écran pour éliminer la lumière parasite. Réglez l'interféromètre en anneaux d'égale inclinaison. Pour chaque source, chariotez jusqu'à diminution significative du contraste. La longueur de cohérence L est le double de la distance de chariotage mesurée.

#### Lampe Na BP:

Lorsqu'on chariote de part et d'autre du contact optique, on s'aperçoit que le contraste est modulé en fonction de  $\delta$  et s'annule périodiquement pour un chariotage  $\Delta e \cong 0.3$  mm. Cette source est principalement constituée d'une raie jaune ( $\lambda = 589.3$  nm) qui est en fait un doublet de raies fines distantes de  $\Delta\lambda = 0.6$  nm et  $L_{doublet} = 2\Delta e$ . La largeur de ces raies module également le contraste des franges (cf. Sextant p. 235 ou topo sur les interféromètres) ce qui fait qu'au delà d'un chariotage total d'environ 7 mm, on n'observe plus de franges.

#### Lampe Hg BP (20 W):

Les franges sont colorées car plusieurs raies sont présentes, les plus intenses étant la raie verte à 546 nm et le doublet jaune à 577 et 579 nm. Le contraste des anneaux diminue progressivement à partir de l'ordre zéro et devient imperceptible à l'œil nu après environ 4 mm de chariotage total (cette estimation est d'autant plus imprécise que les anneaux sont peu lumineux).

# Lampe Hg MP (50 W):

Les raies sont identiques à la précédente mais comme la pression est plus forte, elles sont plus larges  $\Rightarrow$  le contraste s'annule plus rapidement :  $L_{max} \cong 0.3$  mm

#### Lampe Hg HP (150 W):

La pression est telle qu'on n'observe des franges qu'autour du contact optique. La longueur de corrélation n'est pas mesurable ici.

# 3.2.2 cohérence temporelle de la raie verte du mercure

Pour toutes les

expériences qui suivent, **sélectionnez la raie verte** en plaçant un filtre interférentiel centré sur 546 nm à la sortie de l'interféromètre (pourquoi à votre avis ?).

#### Influence de T:

Même montage que précédemment. Placez l'interféromètre au contact optique. Prendre comme source la lampe à vapeur de Hg HP 150 W <u>préalablement éteinte</u> (elle doit être froide au départ!) munie d'un condenseur de 6 cm. Allumez la lampe, ajustez rapidement le tirage de la lampe et sa position de façon à éclairer la totalité des miroirs avec un faisceau le plus convergent possible. Chariotez. Au bout d'environ 0,2 mm de translation, le contraste devient nul. Revenir en arrière à un endroit où les anneaux sont visibles. Attendre quelques minutes. Qu'observe-t-on? Conclusion?

#### Influence de P:

Partir de l'expérience précédente à un endroit où l'on n'observe plus d'anneaux. Remplacez la Hg HP par une Hg BP. Que constatez vous ? Justifiez.

#### Evaluation de la largeur de la raie :

Utilisez une lampe Hg MP ou Hg BP.

Chariotez en partant du contact optique. Observez que le contraste sur l'écran diminue progressivement lorsque l'on augmente la différence de marche de part et d'autre de la différence de marche nulle. Repérez la valeur de  $\delta$  correspondant à une réduction sensible du contraste. Le critère visuel n'étant pas précis, seul l'ordre de grandeur de  $\delta$  a un sens. Cette décroissance étant monotone, le contraste n'est important que dans un intervalle symétrique [- $\delta$ , + $\delta$ ] qui est égal à la longueur de cohérence de la raie. Pour le calcul de  $\Delta\lambda$  (principe et résultats), se reporter aux § 2.1.1 et 2.1.3 du topo « Principe et réglage des interféromètres».

#### 3.3 Cas d'une source de lumière blanche

Le domaine de différence de marche pour lequel on observe des interférences avec une telle source est tellement faible qu'il n'est pas mesurable avec le Michelson en anneaux. On peut cependant l'évaluer en utilisant le Michelson en coin d'air bien qu'il soit aussi sensible à la cohérence spatiale. Cela n'est pas très gênant avec la lumière blanche car on restera au voisinage du contact optique. De plus, on regardera au voisinage des miroirs et on diaphragmera la source. Toutes ces conditions minimisent l'influence de la cohérence spatiale (cf. § 2.2).

# <u>Préréglage du Michelson</u>:

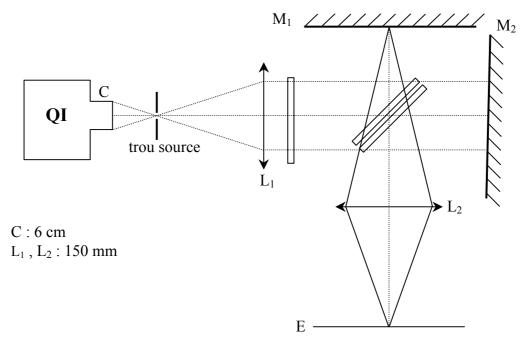
La principale difficulté pour observer des franges en lumière blanche est d'avoir des différences de marche extrêmement faibles (c'est ce qui doit ressortir en montage)  $\rightarrow$  il faut se placer au mieux au contact optique.

Si vous êtes auparavant en anneaux, chariotez de façon à faire défiler les anneaux jusqu'au contact optique. Lorsque vous y êtes, donnez un petit angle aux miroirs (boutons de réglage  $A_1$  ou  $A_2$ ) de façon à observer plusieurs franges rectilignes ( $\approx$  10). Si vous êtes en coin d'air, faire de même en passant progressivement d'une lampe à vapeur de sodium à une lampe à vapeur de mercure (la moins bonne cohérence temporelle de cette source permet de lieux repérer le contact optique). Une fois au contact optique, ajustez l'angle entre les miroirs pour avoir de même une dizaine de franges.

Passez alors en lumière blanche pour commencer la manipulation.

#### Manipulation:

Se reporter au § 2.2 pour régler l'éclairement de l'interféromètre et la projection de l'image des miroirs sur l'écran.



Si tout se passe bien, on doit observer des interférences. Dans le cas contraire, **chariotez très lentement et très très peu** autour du contact optique pour les trouver. On observe alors au centre du système d'interférences une frange noire puis, en s'en écartant, des franges irisées. Au bout de quelques franges, la figure d'interférence se brouille. Réajustez si nécessaire l'inclinaison des miroirs pour placer dans le champ toutes les franges visibles à l'œil nu. Placez alors en sortie du Michelson un filtre interférentiel afin d'étalonner le coin d'air. Mesurez sur l'écran la distance séparant plusieurs interfranges ; en déduire la conversion longueur sur l'écran  $\leftrightarrow$  différence de marche. Otez alors le filtre interférentiel, mesurez sur l'écran la longueur totale du domaine ou l'on voit des interférences ; en déduire la différence de marche totale  $\delta_{max}$  ( $\approx 8 \mu m$ ).

#### Conclusion:

Une translation d'un miroir de 4  $\mu$ m (moins d'une demi-graduation de vernier au 1/100 mm) suffit donc à faire disparaître les franges en lumière blanche, ce qui explique les difficultés rencontrées pour les obtenir.

# Remarque:

Si l'on interprète cette longueur comme une caractéristique de la cohérence temporelle de la source, il est nécessaire de tenir compte, non seulement du spectre d'émission de la source, mais également de la réponse spectrale du détecteur, en l'occurrence ici l'œil, qui pondère la contribution de chaque longueur d'onde à la figure d'interférence. Pour plus de précision à ce sujet, se reporter au Sextant p0 91 et 170).

#### 3.4 Cas des lasers

Les lasers sont les sources lumineuses les plus cohérentes à notre disposition. Cette cohérence a ici un inconvénient : il n'est pas possible de mesurer leur

longueur de cohérence avec un Michelson classique! On peut cependant montrer certaines choses:

Laser Hélium Néon  $\rightarrow$  impossibilité de la mesurer  $\rightarrow$  se reporter au montage sur les lasers (§ 1.3.1).

Laser à semi conducteur  $\rightarrow$  se reporter au Sextant p. 171.

# 3.5 <u>Influence de la cohérence temporelle d'une source sur l'observation d'un hologramme</u>

Reprendre le montage du § 2.4 avec un trou source assez fermé (hologramme bien visible) ; remplacez la lampe à vapeur de sodium par une lampe Hg BP. Qu'observez vous ?

#### IV CONDITION A RESPECTER SUR LA POLARISATION DES ONDES

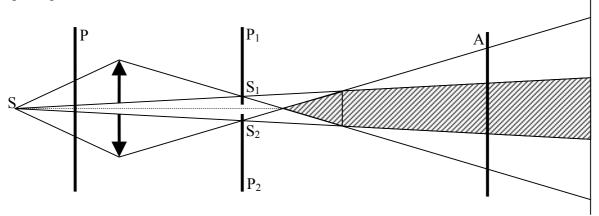
Expérience

importante dans la théorie des interférences. Pour une introduction au problème, consultez le Duffait p. 50 et 52.

L'expérience classiquement décrite dans les livres de manipulation est celle de Fresnel-Arago avec l'interféromètre de Michelson (Sextant p. 165 ou Duffait p. 89). Elle est cependant délicate à réaliser car il faut des polaroïds pas trop déformés et il n'est pas aisé de les placer correctement dans l'interféromètre → l'expérience est risquée pour les miroirs. On propose une manipulation plus simple ou n'intervient pas le problème de cohérence temporelle de polarisation (cf. Sextant p. 165 , 263) et qui met en œuvre une bi-lentille de Billet (cf. Berty-Fagot, Tome 3 p. 155, 159).

# 4.1 Principe de la bi-lentille de Billet

C'est un dispositif constitué de deux demilentilles convergentes rigoureusement identiques séparées par une cale opaque de 5/10<sup>ème</sup> de mm. Le décalage entre les axes optiques est volontairement exagéré sur le dessin ci-dessous pour plus de visibilité.



On peut avoir des interférences dans la zone où les pinceaux lumineux issus des deux sources réelles  $S_1$  et  $S_2$  se recoupent. L'idée est de modifier la polarisation des ces deux sources à l'aide des polaroïds  $P_1$  et  $P_2$ . On verra l'utilité de P et A par la suite.

## 4.2 Montage

Les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  étant très proches l'une de l'autre, il faut qu'elles soient ponctuelles pour pouvoir les séparer  $\rightarrow$  on utilisera comme source S un laser.

On agrandira son faisceau à l'aide d'un objectif de microscope pour avoir un champ d'interférences étendu.



 $O: \times 10 \text{ ou} \times 20$ 

Placez le laser et l'écran aux extrémités de la paillasse. Ajustez la position de BL pour avoir une tache sur l'écran de 1-2 cm environ. Vous devez constater la présence d'interférences (alignez BL  $\perp$  à l'axe optique par réflexion). Recherchez entre BL et E les images  $S_1$  et  $S_2$  du laser ; réajustez alors la position de BL pour les placer à 1 m environ de S (bon compromis entre leur écartement et un interfrange pas trop petit).

# <u>Manipulation</u>:

L'expérience consiste à observer l'absence ou la présence de figure d'interférences en fonction des positions respectives des polariseurs P, A, P<sub>1</sub> et P<sub>2</sub>.

	P	$P_1$	P <sub>2</sub>	A	Franges
Cas 1	absent	0°	0°	absent	oui
Cas 2	absent	0°	90°	absent	non
Cas 3	absent	0°	90°	45°	non
Cas 4	absent	0°	90°	45°	non
Cas 5	45°	0°	90°	± 45°	oui

Pour les configurations où  $P_1$  et  $P_2$  sont croisés, utilisez la diapositive notée "Fresnel-Arago" et placez là au niveau de  $S_1$  et  $S_2$  en faisant passer  $S_1$  dans un polaroïd et  $S_2$  dans l'autre (alignez cette diapositive  $\bot$  à l'axe optique par réflexion). Utilisez pour P et A des polaroïds de bonne qualité (Phywe à Rennes).

#### Cas n° 1:

La présence de franges contrastées dans cette configuration garantit qu'on s'est bien affranchi des problèmes de cohérence temporelle et spatiale de la source pour n'étudier que les effets liés à la polarisation (ce n'est pas étonnant avec un laser).

#### Cas n° 2:

On n'observe pas de franges. En effet, les deux ondes qui se superposent sont polarisées orthogonalement et ne peuvent donc interférer.

# Cas $n^{\circ} 3$ :

Ajoutez A en position  $45^\circ$ : on n'observe toujours pas de franges (si on en observe, c'est que  $P_1$  et  $P_2$  ne sont pas rigoureusement croisés  $\to$  on ne peut pas y retoucher avec le système utilisé). Cela est dû au fait que le laser employé est polarisé verticalement  $\to$  l'onde issue de  $P_2$  est éteinte (le vérifier en regardant à la sortie de ce polaroïd).

#### Cas $n^{\circ} 4$ :

Cette fois-ci, la projection de P sur  $P_1$  et  $P_2$  donne deux faisceaux d'amplitudes identiques qui se recombinent grâce à l'analyseur A: les franges réapparaissent.

#### Conclusion:

On n'obtient un phénomène d'interférences que si les vibrations qui se composent sont cohérentes et non perpendiculaires ; le contraste est maximum lorsque les vibrations sont parallèles.

#### Remarques:

Si on veut réaliser l'expérience complète de Fresnel-Arago, il faut utiliser une source de lumière naturelle (lumière blanche). La difficulté réside alors dans l'obtention d'une source suffisamment ponctuelle (à essayer). L'explication du cas n° 3 est alors différente.

Le cas n° 3 n'est pas à faire en montage.

# 4.3 <u>Interférences obtenues par biréfringence</u>

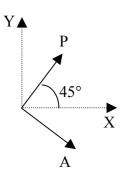
Duffait p. 145 et suivantes Sextant p. 279 et suivantes

Certains matériaux présentent une anisotropie optique qui est nécessairement liée à une anisotropie de structure. Dans ce type de composés, la biréfringence se manifeste par un comportement optique différent suivant l'orientation du champ électrique de la vibration lumineuse. Si on se limite aux milieux uniaxes, on peut montrer que la vibration lumineuse incidente va se décomposer en 2 vibrations rectilignes (dirigées suivant les 2 lignes neutres du cristal) qui vont se propager avec des vitesses différentes (v = c/n avec  $n_o$  et  $n_e$  les indices ordinaire et extraordinaire). A la sortie de la lame, elles présenteront donc un certain déphasage  $\phi = 2\pi\delta/\lambda = 2\pi (n_e - n_o)e/\lambda$  et pourront par conséquent donner lieu à un phénomène d'interférences si on les recompose  $\rightarrow$  les interférences avec des lames anisotropes peuvent s'observer avec de la lumière polarisée et en utilisant un analyseur pour recomposer les vibrations.

#### 4.3.1 Lames minces : expérience des couleurs complémentaires

L'idée

est de placer polariseur et analyseur croisés à  $45^{\circ}$  des lignes neutres de la lame comme indiqué ci-dessous (axe lent noté Y, axe rapide noté X) :



 $P = E_0 \cos \omega t$  pour une vibration monochromatique

Entrée de la lame :  $X = E_0 \cos(45) \cos\omega t = E' \cos\omega t$  $Y = E_0 \sin(45) \cos\omega t = E' \cos\omega t$ 

Sortie de la lame :  $X = E' \cos \omega t$  $Y = E' \cos(\omega t - \phi)$ 

Sortie de l'analyseur :  $E \cos(\omega t - \varphi)$ ]

Les deux vibrations étant cohérentes, l'intensité est de la forme  $A^2 + B^2 + 2AB\cos\varphi$  soit  $I = 2 \ E^2(1+\cos\varphi) = \ I_0 \ \sin^2\left(\varphi/2\right)$ . Si on utilise de la lumière blanche, on a (puisque les longueurs d'onde sont incohérentes entre elles) :

$$I_{Total} = \int I(\lambda) d\lambda$$
 soit  $I_{crois\acute{e}} = \int I(\lambda) \sin^2 \frac{\phi}{2} d\lambda$ 

Un calcul similaire montre qu'entre P et A parallèle, on aura :  $I_{parallèle} = \int I(\lambda) \cos^2 \frac{\varphi}{2} d\lambda$ 

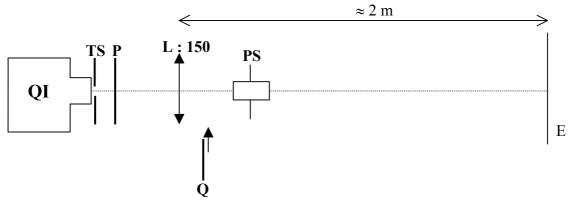
$$I_{\text{parallèle}} = \int I(\lambda) \cos^2 \frac{\phi}{2} d\lambda$$

Ces deux teintes sont complémentaires puisque leur somme redonne I<sub>Total</sub>.

Une manière élégante de se rendre compte de cette complémentarité des couleurs est d'utiliser à la place de l'analyseur une lame de spath de forte épaisseur qui jouera le rôle de double analyseur (cf. M 12 § 1.2).

# Montage:

Sextant p. 286 Duffait p.147



TS: trou source variable

Q : lame biréfringente notée couleurs complémentaires (une est en cellophane, les autres sont en mica; attention à ces dernières  $\rightarrow$  fragiles!); la placer sur un support tournant.

PS: prisme de spath sur support tournant.

Faire l'image du trou source TS (faible diamètre pour commencer) sur l'écran E. Placez P (sens passant vertical par exemple). Placez le prisme de spath PS assez près de la lentille. On observe alors deux images du trou source. Faire tourner le prisme dans son support à l'aide de la molette jusqu'à faire disparaître une des images; on a alors deux analyseurs parallèle et croisé avec P. Placez la lame biréfringente Q entre L et PS; faire tourner Q jusqu'à faire disparaître une des images de  $TS \rightarrow$  les lignes neutres de la lame sont alors alignées avec P et A. Partant de cette configuration, tournez de nouveau la lame pour mettre ses lignes neutres à 45° de P → vous devez obtenir deux images colorées de TS. Agrandir TS jusqu'à ce que les images se recouvrent partiellement → l'intersection des deux images doit être blanche (réajustez le tirage du condenseur et la position des différents éléments pour avoir un éclairement uniforme).

# Remarque 1:

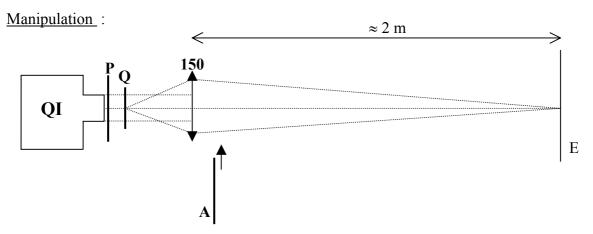
La complémentarité des couleurs démontre qu'on a bien  $I_{croisé} + I_{parallèle} = I_{Total}$ . Or cette formule a été établie sur la base d'une addition en amplitude des vibrations ( $I = A^2 +$  $B^2 + 2AB\cos\varphi$  et non pas  $I = A_1^2 + A_2^2$ )

⇒ c'est un phénomène typiquement interférentiel.

#### Remarque 2:

La couleur obtenue renseigne sur la différence de marche optique Δn.e de la lame → évaluez l'épaisseur optique de la lame d'après la couleur observée en se reportant au tableau des teintes de Newton (Duffait p. 148). On utilise cette échelle pour visualiser les

variations d'épaisseurs d'une lame. On peut fabriquer une telle lame en utilisant du ruban adhésif transparent qui est légèrement biréfringent (à votre avis, où sont les lignes neutres du scotch?). En superposant quelques épaisseurs, on obtient un résultat spectaculaire.



Q: lame de scotch à plusieurs épaisseurs  $\rightarrow$  la placer sur un support tournant.

Envoyez un faisceau grossièrement parallèle sur Q. Faire l'image de Q sur l'écran ; placez ensuite A perpendiculaire à P ; repérez les lignes neutres de Q en la faisant tourner jusqu'à éteindre le faisceau transmis ; tournez alors la lame Q d'un angle de 45° pour avoir un contraste maximum. Mettre ensuite A parallèle à P pour observer les couleurs complémentaires.

# Remarque:

Cette technique sert couramment en minéralogie pour visualiser des différences locales d'orientation cristalline.

#### Bibliographie:

Sextant : Optique expérimentale

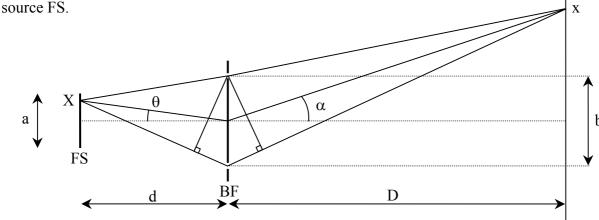
Duffait : Expériences d'optique à l'agrégation

Berty Fagot Martin: Physique pratique, tome 3: Optique

# ANNEXE 1: INVERSION DE CONTRASTE

#### Hypothèse:

On suppose les bifentes infiniment fines par rapport à la largeur de la fente



Chaque point source X donne une figure d'interférence en  $x : \delta = b\sin \theta + b\sin \alpha$  $\approx bX/d + bx/D$ 

$$\Rightarrow$$
 I = A<sup>2</sup> + B<sup>2</sup> +2ABcos $\varphi$  = 2A<sup>2</sup>(1+cos $\varphi$ ) si A = B

Tous les points sources étant incohérents entre eux, on ajoute les intensités :

$$I(x) = \int_{X=-a/2}^{X=a/2} 2A^{2} (1 + \cos\varphi) dX = 2A^{2} \left( a + \int \cos\varphi \ dX \right)$$

#### Calcul de l'intégrale :

$$\int \cos \phi \, dX = \int \cos(uX + vx) \, dX$$
 avec  $u = 2\pi b/\lambda d$   
 $v = 2\pi b/\lambda D$ 

Comme cos(a + b) = cosa cosb - sina sinb et qu'ici x est une constante, l'intégrale devient :

$$\cos vx \int \cos uX dX - \sin vx \int \sin uX dX$$

La deuxième intégrale donne un cosinus. Comme on intègre entre a/2 et -a/2, le résultat sera nul. On a alors pour le terme restant :  $\cos vx \left[ \frac{1}{u} \sin ux \right]_{a/2}^{a/2} = \cos vx \cdot \left( \frac{1}{u} \right) \cdot 2\sin \left( \frac{ua}{2} \right)$ 

= a cos vx sinc 
$$\left(\frac{ua}{2}\right)$$

Finalement: 
$$I(x) = 2aA^{2} \left[ 1 + \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi b a}{\lambda d}\right) \cos\left(\frac{2\pi b x}{\lambda D}\right) \right]$$

#### Conclusion:

Le terme d'interférence est multiplié par une constante qui peut s'annuler. Le premier brouillage a lieu quand:

$$\pi ba/\lambda d = \pi \implies a = \lambda d/b$$