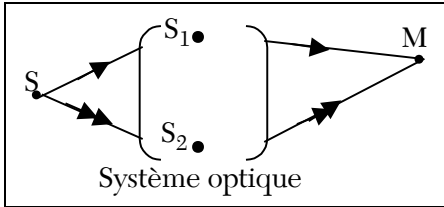
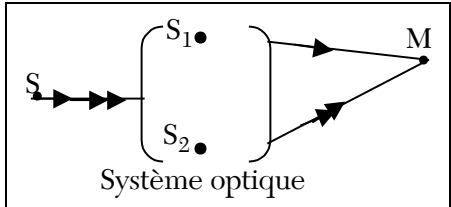


# L'INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON : 1<sup>ÈRE</sup> PARTIE.

## I. Rappels de quelques résultats utiles.

### 1°) Réalisation pratique de deux sources mutuellement cohérentes.


- Deux sources  $S_1$  et  $S_2$  **physiquement indépendantes**, sont toujours totalement **incohérentes entre elles** (même si elles sont ponctuelles) : cela est dû au caractère aléatoire de l'émission lumineuse (quelle que soit son origine), qui rend toute source de lumière **temporellement incohérente**.
- L'idée est donc d'obtenir, à partir d'une source  $S$  appelée source primaire, 2 sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ , possédant le même caractère aléatoire que  $S$ . Il faut pour cela séparer l'onde primaire en deux ondes secondaires. On distingue deux méthodes principales :

<p><b>On divise le front de l'onde primaire</b> en isolant spatialement deux parties par un système optique approprié, que l'on fait ensuite se superposer pour interférer (c'est ici toute la difficulté).</p>  <p>Dispositifs dits à <b>division du front d'onde</b>.</p> <p><b>Exemples:</b> Les miroirs de Fresnel, les trous ou fentes de Young.</p>	<p><b>On divise l'amplitude de l'onde primaire</b> avec d'une lame semi-réfléchissante, puis, à l'aide de miroirs, on fait se recomposer les ondes transmises et réfléchies qui peuvent alors interférer.</p>  <p>Dispositifs dits à <b>division d'amplitude</b>.</p> <p><b>Exemple:</b> L'interféromètre de Michelson, de Jamin ou de Mach-Zender.</p>
--	---

- Deux facteurs liés à **S diminuent la visibilité** des franges d'interférences :
  1. La **non monochromaticité** de la source primaire : c'est le problème de la **cohérence temporelle**.
  2. **L'extension spatiale** de la source primaire: c'est le problème de la **cohérence spatiale**.

La variation du déphasage due à un déplacement de la source primaire  $S$  en  $S'$  s'écrit en un

point  $M$  du champ d'interférences : 
$$\Delta\phi_M = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta\delta(M) = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \cdot \vec{SS}'$$

 La condition pour que les **franges ne se brouillent pas** quand on déplace  $S$  est d'avoir :  $\Delta\phi_M = 0$ , condition **réalisée dans les deux cas** qui suivent :

1.  $\vec{u}_1 - \vec{u}_2 \neq \vec{0}$  : il faut que  **$\vec{SS}'$  reste toujours perpendiculaire à  $(\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$** , ce qui permet de remplacer la source ponctuelle  $S$  par une source "filaire", parallèle aux franges. (Mais la luminosité reste limitée, le critère de "finesse" de la source filaire étant souvent très sévère).

 Les systèmes à division du front d'onde restent peu adaptés à l'observation d'interférences lumineuses avec des sources autres que les sources laser.

2.  $\vec{u}_1 - \vec{u}_2 = \vec{0}$  : il est possible de travailler alors avec une **source étendue** dans toutes les directions de l'espace, et de rendre le phénomène observé plus lumineux. Ce cas se rencontre dans les systèmes à division d'amplitude.

 Les systèmes à **division d'amplitude** permettent une observation convenable des interférences avec une **source étendue**.

Avec une **source primaire ponctuelle**, les interférences existent partout où les deux ondes se superposent : on parle **d'interférences non localisées**.

Avec une **source étendue**, les franges d'interférences restent observables sur une surface particulière donnée : les interférences sont alors dites **localisées**.

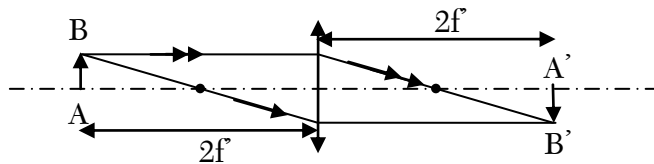
## 2°) Obtention d'une image par projection avec une lentille mince.

On montre à partir de la courbe donnant les variations de  $\frac{1}{OA'}$  en fonction de  $\frac{1}{OA}$  qu'il est impossible d'obtenir une image réelle d'un objet réel avec une lentille divergente.

On cherche à projeter l'image d'un objet réel AB sur un écran (E) distant de D à l'aide d'une lentille mince convergente de focale  $f'$ , utilisée dans les conditions de Gauss.

On montre que cela n'est possible que si la focale de la lentille vérifie :  $f' \leq \frac{D}{4}$ . Cette inégalité est connue sous le nom de **condition de Bessel**.

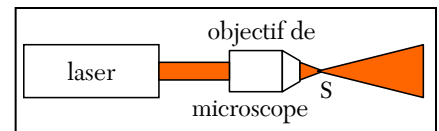
Étude du cas où  $D = 4f'$  (cas dit de **Silbermann**) : on a  $\overline{OA'} = -\overline{OA}$  et  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -1$ .



## 3°) Réalisation d'une source ponctuelle ou d'une source à l'infini.

### ➤ Source ponctuelle à l'aide d'un faisceau laser :

Utiliser un objectif de microscope ou une lentille de très courte focale (qq's mm), qui focalise le faisceau en S, quasi ponctuel.

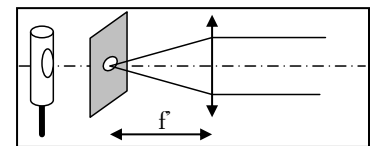


### ➤ Réalisation d'un collimateur (source à l'infini) par autocollimation.

Placer un trou source (diaphragme éclairé par une lampe) dans le plan focal d'une lentille convergente, qui engendre à la sortie un faisceau de rayons parallèles.

Procéder par **autocollimation** en plaçant un miroir plan derrière la lentille (collé ou pas à la monture de la lentille).

On déplace l'ensemble lentille + miroir par rapport au trou source jusqu'à ce qu'une image nette vienne se former dans le plan du trou source : la trou source est alors dans le plan focal objet de la lentille.



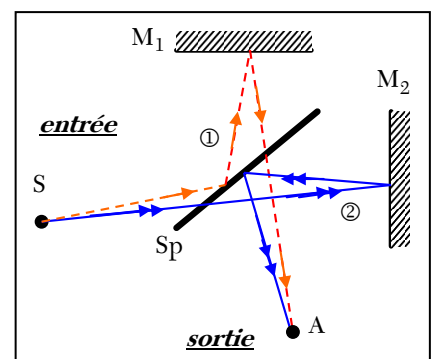
## II. Principe de l'interféromètre de Michelson.

### 1°) Description de l'appareil.

L'interféromètre de Michelson est basé sur un dispositif d'interférences à **deux ondes**, par division de l'onde primaire grâce à une **lame séparatrice (Sp)** comportant une face semi-réfléchissante.

Celle-ci divise un rayon incident en deux rayons qui suivent deux voies différentes 1 et 2, dans les deux "bras" de l'interféromètre, qu'on recombine ensuite par deux miroirs plans, à **réflexion de type vitreuse** (*réflexion sur la face avant des miroirs*),  $M_1$  et  $M_2$ .

Les miroirs, placés entre eux perpendiculairement, sont légèrement orientables par l'intermédiaire de vis de réglage. La lame séparatrice est orientée environ à  $45^\circ$  par rapport aux miroirs : cette géométrie particulière fait que les rayons qui entrent dans l'interféromètre tombent sur les miroirs sous incidence normale, ou sous un angle d'incidence  $i$  faible.

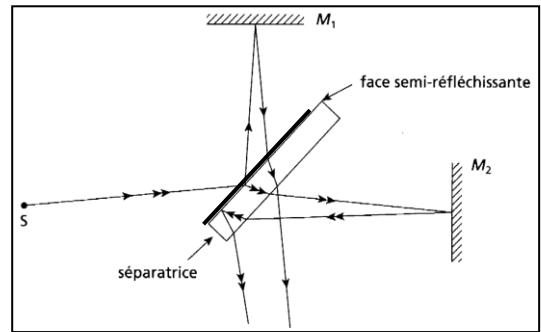


### ➤ La lame séparatrice.

On note  $R$  et  $T$  les coefficients de réflexion et de transmission (pour l'énergie) par la lame séparatrice.

On néglige toute absorption dans cette lame, de sorte que  $R + T = 1$  (conservation de l'énergie). Les miroirs sont supposés eux aussi parfaitement réfléchissants.

Pour un rayon incident d'intensité  $I_0$ , les rayons ayant suivi la voie 1 (par réflexion sur  $M_1$ ) ou la voie 2 (par réflexion sur  $M_2$ ) auront la même intensité, égale à  $T.R.I_0$  en sortie de l'interféromètre.

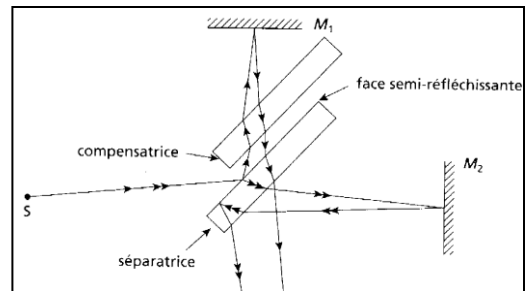


Le phénomène d'interférences sera donc d'autant plus visible que le produit  $R.T$  sera grand, le maximum étant obtenu pour  $R = T = \frac{1}{2}$ .

### ➤ Lame "compensatrice".

L'épaisseur nécessairement non nulle de la séparatrice entraîne une dissymétrie de principe dans les trajets suivis sur chacun des bras de l'interféromètre : le rayon **se réfléchissant sur  $M_1$**  traverse **1 fois** la séparatrice, alors que le rayon **se réfléchissant sur  $M_2$**  la traverse **3 fois**.

Cette dissymétrie entre les deux voies complique les calculs de différence de marche et interdit de fait l'observation des interférences en lumière blanche : en effet, l'indice du verre (et donc la différence de marche) dépendent de la longueur d'onde et il n'est pas possible d'obtenir une frange de différence de marche nulle quel que soit  $\lambda$ .



On compense cette dissymétrie en plaçant parallèlement à la séparatrice une lame identique (même verre et même épaisseur) mais non traitée, la **compensatrice** ; celle-ci doit être placée convenablement, de façon à retarder le rayon qui n'a traversé qu'une seule fois la séparatrice.

En présence de la lame compensatrice, Les faisceaux traversent **3 fois** l'épaisseur  $e$  du même verre.



Cette compensation n'est pas toujours rigoureusement parfaite puisque les épaisseurs traversées dépendent de l'incidence des rayons, mais elle s'avère suffisante expérimentalement.

Pour approcher le modèle théorique d'un interféromètre idéal, les miroirs, la séparatrice et la compensatrice **ne doivent pas déformer les surfaces d'ondes**.

Cela impose une planéité et un polissage très précis des lames séparatrice et compensatrice (tolérance de l'ordre de  $\frac{\lambda}{20}$ , soit 20 nm).

## 2°) Description d'un interféromètre de Michelson commercial.

### Identification des éléments :

**Sp** : lame **séparatrice** : le seul élément fixe (s'il existe) de l'interféromètre ;

**C** : lame **compensatrice** :

**V1** : réglage vertical de la compensatrice,


**V2** : réglage fin horizontal de la compensatrice,

**M1** : miroir "**fixe**";

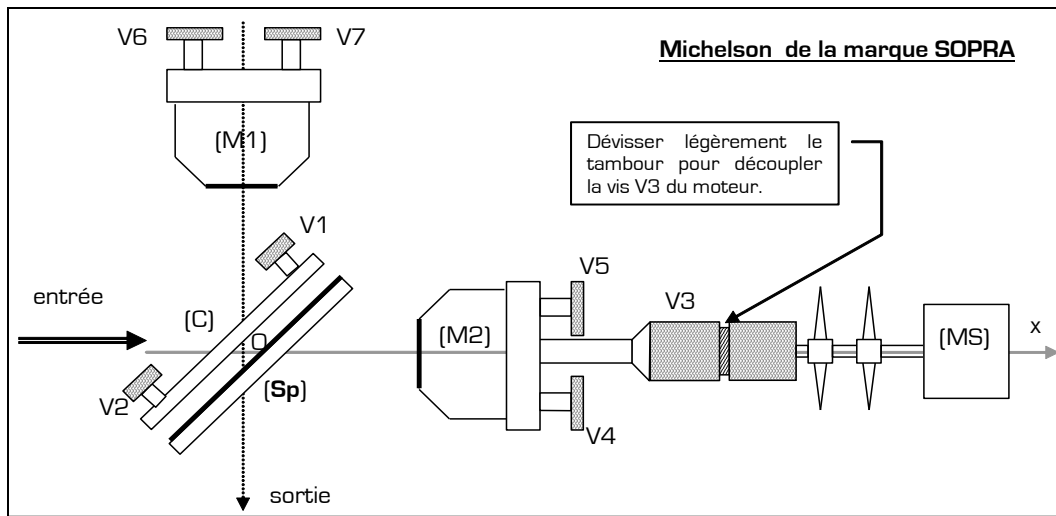
**V6 et V7** : réglages fins du miroir fixe.

**M2**: miroir "mobile" ou *chariotable*      **V4** et **V5** : réglages grossiers du miroir chariotable.

**V3** : **chariotage** du miroir mobile M2 par butée micrométrique;

 Une division du vernier correspond à **10  $\mu\text{m}$**  car 1 rotation de 1 tour du tambour (50 graduations) correspond à une translation de 0,5 mm de M2.

**MS**: moteur synchrone (pour entraînement du miroir mobile par couplage à la vis V3).




### 3°) Le système équivalent après repliage par rapport à la séparatrice.

Marche réelle des rayons dans l'interféromètre.	Schéma équivalent après repliage / séparatrice.

Les figures ci-dessus représentent, à gauche la marche réelle des rayons issus d'une source ponctuelle S et se recoupant en A après avoir suivi des trajets différents dans les deux bras de l'interféromètre et à droite un schéma équivalent après repliage, par rapport à la séparatrice, des rayons issus de S et ceux tombant sur M<sub>2</sub>.

 Justifier les égalités : **(SIJA) = (S'IJA)**    et    **(SKPNA) = (S'KP'NA)**.

 Ainsi, pour le calcul des chemins optiques, on peut remplacer la source ponctuelle S et le miroir chariotable M<sub>2</sub> par leurs images S' et M'<sub>2</sub>, images déformées par rapport à la séparatrice (Sp).

### III. Interférences (non localisées) avec une source primaire ponctuelle.


#### 1°) {M<sub>1</sub>, M'<sub>2</sub>} parallèles : équivalence du Michelson à une « lame d'air ».

Si M<sub>2</sub> est rigoureusement perpendiculaire à M<sub>1</sub>, M<sub>1</sub> et M'<sub>2</sub> sont **parallèles**: le Michelson est dit réglé en "**lame d'air**".

 Quand les miroirs M<sub>1</sub> et M'<sub>2</sub> sont confondus, le Michelson est dit être réglé au **contact optique** : on a une **lame d'air d'épaisseur nulle**.

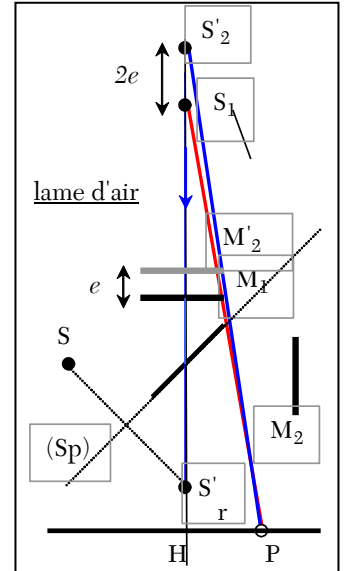
Le système réel est équivalent au schéma de la figure ci-contre, où S<sub>1</sub> et S'<sub>2</sub> jouent le rôle de deux sources mutuellement cohérentes. En observant la figure d'interférences sur un plan éloigné, à peu près perpendiculaire à l'axe S<sub>1</sub>S'<sub>2</sub>, on obtient des **franges circulaires concentriques**, les franges brillantes **se resserrant** au fur et à mesure qu'on s'écarte du centre.

Le système des deux miroirs M<sub>1</sub> et M'<sub>2</sub> est équivalent à une « **lame d'air** » d'épaisseur  $e$ .

 La différence de marche en P s'écrit :  $\delta(P) \approx a \left( 1 - \frac{r^2}{2D^2} \right)$ ,

avec  $a = S_1 S_2 = 2e$ ;  $r = HP$  et  $D = OH$  (O est le milieu de S<sub>1</sub>S<sub>2</sub>).

Pour une position quelconque du plan d'observation, à distance D finie, les rayons interférant en P correspondent à deux rayons incidents différents issus de S, semblant provenir après passage dans l'interféromètre, de S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> : l'interféromètre ainsi utilisé forme un système à division du front d'onde.



#### 2°) {M<sub>1</sub>, M'<sub>2</sub>} non parallèles : équivalence du Michelson à un « coin d'air ».

Si M<sub>2</sub> fait un angle  $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$  avec M<sub>1</sub>, alors M<sub>1</sub> et M'<sub>2</sub> font entre eux un angle  $\pm \alpha$  **faible**: le Michelson est dit réglé en "**coin d'air**".


##### ➤ Cas d'une source ponctuelle à distance finie.

La géométrie des différents rayons dans le Michelson fait que le plan d'observation est à peu près parallèle à S<sub>1</sub>S<sub>2</sub> :

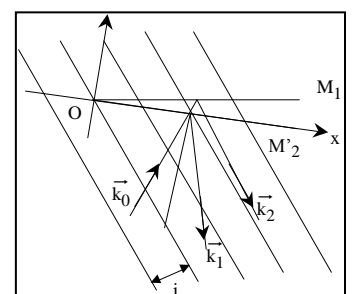
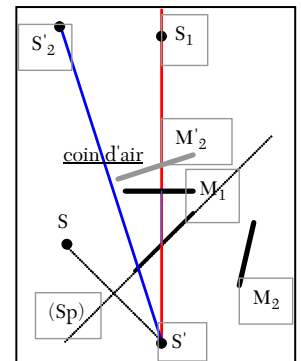
On obtient alors des franges d'interférences non localisées, **quasi rectilignes, équidistantes, parallèles à l'arête du coin d'air**.

##### ➤ Cas d'une source ponctuelle à l'infini.

Le Michelson est éclairé par une onde plane progressive incidente, de vecteur d'onde  $\vec{k}_0$ , donnant naissance après réflexion sur chacun des miroirs, à deux ondes planes progressives, de vecteurs d'onde  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ , d'amplitudes égales.

 On montre que les franges d'interférences sont des plans (existant partout où les deux ondes se superposent), perpendiculaires à  $\vec{k}_2 - \vec{k}_1$ .

Soit  $\alpha$  l'angle entre les miroirs, ( $\alpha$  faible, de l'ordre de la minute d'arc) : on montre que l'interfrange vaut :  $i = \frac{\lambda}{2\alpha}$ .



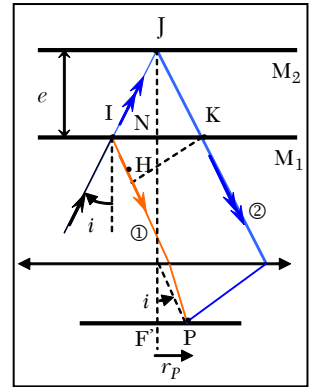
## IV : Interférences (localisées) avec une source primaire étendue.

### 1°) Cas du Michelson en lame d'air : franges d'égale inclinaison.

- Une des limitations majeures à l'observation d'une figure d'interférences vient des dimensions de la source primaire (faible cohérence spatiale).

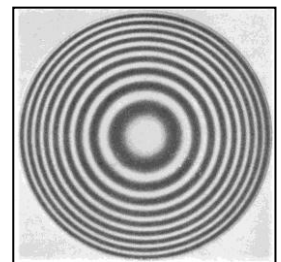
Reprenons les anneaux circulaires concentriques obtenus avec le Michelson en lame d'air.

**Si on observe à l'infini** (en pratique en plaçant l'écran dans le plan focal image d'une lentille convergente), les rayons interférant en un point P sortent parallèles entre eux de l'interféromètre, et dans ces conditions sont issus d'un même rayon incident provenant de S, tombant sur les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  sous l'incidence  $i$  (Voir figure ci-contre).



- ✎ On établit que la différence de marche en P s'écrit dans ce cas :  $\delta(P) = 2e \cdot \cos(i)$ .

- Dans le cas du Michelson utilisé en « **lame d'air** », avec observation des franges à l'**infini**, le rayon des anneaux brillants ne dépend que de l'angle d'incidence  $i$  : on peut donc ainsi utiliser une source étendue sans qu'il y ait brouillage de la figure d'interférences. Pour obtenir un bon contraste des franges, il faut disposer de rayons tombant sous des incidences les plus variées possibles (**lumière convergente sur les miroirs**).



✎ Avec un Michelson réglé en lame d'air, la largeur de cohérence spatiale de la source est infinie (elle peut être aussi large qu'on veut), à condition d'observer les interférences à l'infini : on observe des **anneaux** dits **d'égale inclinaison**.

- **Lien entre le « numéro » d'un anneau brillant, son rayon et son ordre d'interférences.**

**L'ordre au centre** est  $p_0 = \frac{2e}{\lambda_0}$  : il peut prendre n'importe quelle valeur, entière, demi-entière ou autre. On peut toujours écrire :  $p_0 = q_0 + \varepsilon$ , avec  $q_0$  **entier** et  $\varepsilon = [0;1[$  un réel.

✎ **Supposons** pour ne pas alourdir les calculs que **l'ordre au centre soit entier**.

L'ordre d'interférences du premier anneau brillant est ainsi  $p_0 - 1$ .

L'ordre d'interférences du deuxième anneau brillant vaut alors  $p_0 - 2$ .

Par récurrence, on en déduit que l'ordre d'interférences du  $n^{\text{ième}}$  anneau brillant est  $p_0 - n$ .

Le rayon du  $n^{\text{ième}}$  anneau brillant, noté  $r_n$  est tel que :  $r_n = f' \tan(i) \approx f' i$  (lentille supposée stigmatique donc utilisée dans les conditions de Gauss).

La d.d.m. correspondante est  $\delta = 2e \cos(i) \approx 2e \left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$ . On en déduit :  $r_n = f' \sqrt{2 \frac{n}{p_0}}$ .

- ✎ Justifier le résultat suivant :

Quand on  $\searrow$  l'épaisseur  $e$  de la lame d'air, l'ordre d'interférence au centre  $\searrow$ , le nombre des anneaux brillants  $\searrow$  et les anneaux rentrent au centre du champ d'interférences.



## 2°) Cas du Michelson en coin d'air : franges d'égale épaisseur.

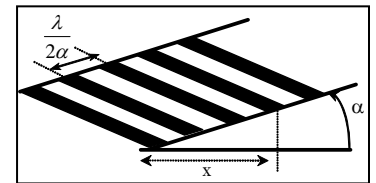
En éclairant le coin en incidence quasi-normale, on peut obtenir des franges d'interférences avec une source large, **ces franges étant localisées sur le coin d'air**.

On peut montrer (et nous admettrons le résultat) que :

La différence de marche est  $\delta \approx 2.e$ , où  $e$  est l'épaisseur « locale » du coin d'air ( $e \approx x.\alpha$ ).

Pour s'en convaincre, il suffit de considérer les rayons représentés sur la figure ci-dessus : ils se rencontrent sur  $M_1$ , le rayon n°2 ayant parcouru la distance  $d \approx 2.e$  en plus devant le rayon n°1 réfléchi par  $M_1$ , où  $e$  est l'épaisseur locale du coin d'air, avec  $e \approx \alpha.x$  (l'angle  $\alpha$  est très petit).

Pour une longueur d'onde  $\lambda$  donnée, les franges brillantes correspondent à  $\delta = p.\lambda_0$ , avec  $p$  entier. La position de ces franges est donc définie par :  $x_p = p.\lambda_0 / 2\alpha$



On obtient donc des franges parallèles à l'arête du dièdre formé par  $M_1$  et  $M'_2$ , franges dites d'« **égale épaisseur** », qui ne dépendent pas de la position de la source.

L'interfrange est constant :  $i = \frac{\lambda}{2\alpha}$ . **Plus  $\alpha$  est petit, plus l'interfrange ↗.**

✎ Pour observer confortablement des interférences à l'œil sur les miroirs, l'interfrange doit être au moins de l'ordre du millimètre, et donc  $\alpha$  inférieur à  $3.10^{-4}$  rad (soit  $\approx 1$  minute d'arc).

***Pour voir distinctement les franges d'égale épaisseur avec une source étendue, il convient d'éclairer le Michelson en lumière quasi parallèle et d'observer les franges sur un écran conjugué des miroirs, à l'aide d'une lentille de projection.***

### ➤ Les applications des franges d'égale épaisseur.

- ❖ Un défaut de surface de hauteur  $h$  décale le système de franges de  $2h/\lambda$  frange. En admettant que l'on puisse détecter un décalage d'un dixième de frange, cela permet de visualiser les défauts de surface de hauteur  $h > \lambda/20$ . C'est pour cette raison que les miroirs d'un interféromètre sont « travaillés » à mieux que  $\lambda/20$ .
- ❖ Une variation de l'indice de réfraction au voisinage d'un des miroirs modifie localement la différence de marche, en provoquant un déplacement des franges : on peut ainsi visualiser un écoulement gazeux : cette modification est particulièrement visible en lumière blanche, en suivant le déplacement de la frange centrale

En lumière blanche, seules sont visibles les franges de différence de marche quasi nulle ( $\delta < 2 \mu\text{m}$ ), c'est à dire **au voisinage de l'arête du coin d'air**.

- ❖ Les franges que l'on voit sur les lames de savon et sur les dépôts gras d'épaisseur très faible sont également des franges d'égale épaisseur (fig. ci-contre).

