LP49 : oscillateurs : portrait de phase et non linéarités (L2)

Prérequis
- OH non amorti et amorti
- pendule simple et approximation des petits angles
- électrocinétique (montage à AO, systèmes bouclés)

Idées directrices à faire passer
- caractéristiques du non linéaire : enrichissement spectral, portrait de phase
- la linéarité est généralement une limite simplificatrice qui ne permet pas de tout décrire

Commentaires du jury
- les aspects non linéaires doivent être abordés sans développement calculatrices excessifs -> utiliser judicieusement la notion de portrait de phase
- un exemple concret sur un oscillateur construit pourrait enrichir la leçon

Bibliographie
[1] BUP n°744, "Le portrait de phase des oscillateurs"
[2] L'ordre dans le chaos, Bergé, Hermann
[3] Expériences d'électronique, Duffait, Bréal
[4] Mécanique I, Faroux, Dunod (attention ce n'est pas le BFR de mécanique mais dans le FR !!!!)

Introduction :
- un système à 1ddl est entièrement décrit par la donnée des variables conjuguées (x, p_x)
- on imagine alors q'une représentation de la trajectoire dans cet espace peut être riche d'enseignement
- dans l'étude simple du pendule, on voit déjà apparaître des non linéarités aux grands angles. Si ces cas sont non analytiques, on verra que dessiner des portraits de phase permet d'interpréter facilement les phénomènes mis en jeu

I Oscillateurs non entretenus : visualisation dans l'espace des phases

1 Généralités sur le portrait de phase

- définir espace des phases et portrait de phase
- présenter un portrait de phase quelconque
- donner les éléments classiques d'étude d'un portrait de phase : sens de parcours, impossibilité pour les trajectoire de se recouper (déterminisme mécanique), trajectoire fermée/ouverte, réversibilité du temps...

2 Application au cas de l'OH non amorti [1]

- partir de l'équation et la résoudre rapidement
- en déduire la trajectoire dans l'espace des phases
- décrire le portrait de phase (lien entre trajectoire de phase et conditions initiales)
- cas idéal d'un pendule en petites oscillations, d'un système masse ressort...

3 Cas de l'OH amorti ou amplifié [1]

- ajout d'un frottement fluide
- équation encore analytique -> en déduire les trajectoires et tracer
- en profiter pour faire le lien entre énergie et portrait de phase (montrer que l'on se balade sur la courbe d'énergie potentielle (avec l'amplitude qui diminue quand l'énergie totale diminue)
- définir "attracteur" (ici c'est le point (0,0))
- traiter à la suite l'oscillateur harmonique amplifié

4 Oscillateurs non linéaires : cas du pendule simple [1] [4]

- la résolution temporelle devient cette fois non analytique
- on peut cependant développer le sinus d'ordre en ordre... faire le développement perturbait dans le cas faiblement non linéaire. On fait le calcul à l'ordre suivant non nul. on en déduit alors la période corrigée à l'ordre supérieure ainsi que la valeur du coefficient de l'harmonique supérieure -> on quantifie donc la génération d'harmonique
- parler des effets sur le spectre : l'amortissement revient à élargir les pics, les non linéarités créent des harmoniques
- en revanche, on obtient facilement (calcul énergétique) l'équation du portrait de phase
- montrer le résultat
- constater l'existence de trajectoire ouverte (mouvement révolutif) et fermée (mouvement oscillatoire)
- trajectoire critique (séparatrice) qui délimite le domaine libre et le domaine lié
- là encore, interpréter en terme énergétique (l'énergie potentielle ne diverge pas et est périodique)
- maintenant, additionner les deux phénomènes : non linéarité et amortissement. Dessiner le cycle et interpréter

II Oscillateurs auto-entretenus

1 Définitions et propriétés [2]

- donner des exemples d'oscillateurs entretenus dans la nature (intro du Bergé)
- définir oscillateur entretenu et lister les contraintes à satisfaire
- un moyen simple est de faire dépendre le frottement de l'amplitude des oscillations
- l'équation de Van Der Pol est alors l'équation la plus simple répondant à ces paramètres, étudions là

2 Modèle de l'oscillateur de Van Der Pol

- expliquer avec les mains ce qu'il se passe (amplification des basses oscillations, amortissement des hautes oscillations)
- on s'attend donc à un régime intermédiaire d'oscillations entretenues
- si ces oscillations sont stables, elles formeront un cycle fermé
- ce cycle est un attracteur du système -> on parle de cycle limite
- visualiser le cycle : il est non circulaire donc les oscillations sont non sinusoïdales
- le cycle est atteint indépendamment des conditions initiales : le cycle est uniquement déterminé par la valeur du paramètre d'amplification de l'oscillateur

3 Cas du RLC à résistance négative [1] et [3]

- utiliser le Duffait pour réaliser le montage en pratique
- le BUP est excellent dans les explications
- expliquer le montage mais sans détailler : le montage à résistance négative est supposé (on se limitera à ses caractéristiques de réponse)
- décrire les équations de fonctionnement électrique (en séparant régime linéaire et saturé)
- montrer le lien entre oscillateur de Van Der Pol et RLC à résistance négative. Exprimer dans ce cas particulier la fonction A(x)
- à faible saturation, les oscillations sont quasi sinusoïdales, comme l'indique le graphe temporel et le portrait de phase
- mais pour des amplifications supérieures, le caractère non linéaire devient vraiment plus marqué ! Les oscillations ne sont clairement plus sinusoïdales
- le mouvement est toujours périodique : regarder la FFT ! parler d'enrichissement spectral du signal -> il faut passer du temps dessus !

Conclusion

- l'OH n'est pas toujours suffisant : prendre en compte non linéarités et effets d'amortissement
- le portrait de phase est un outil précieux de compréhension des systèmes non analytiques
- les non linéarités sont utiles pour créer des oscillateurs autoentretenus ou un enrichissement spectral (optique NL...)

Q/R

1. Définir oscillateur forcé et autoentretenu

2. Bilan des effets des non linéarités. fixent l'amplitude des oscillations et enrichissent le spectre

3.Comment passe-t-on de la relation de dispersion des phonons obtenue par diffraction à la densité de modes ?