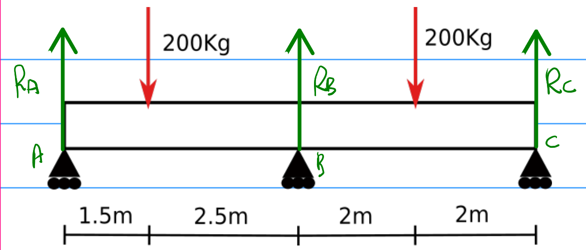
Problema 1 Calcular las reacciones, el diagrama de esfuerzos y de momentos flectores en la viga



A) Reacciones

$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M = 0$

*) $R_A + R_B + R_C = 400\ kp \qquad \Sigma F_y = 0$

$\Sigma M_A = 0$

$R_B \cdot 4m + R_C \cdot 8m = 200 kp \cdot (1,5m + 6m)$

*) $R_B + 2R_C = 375 kp$

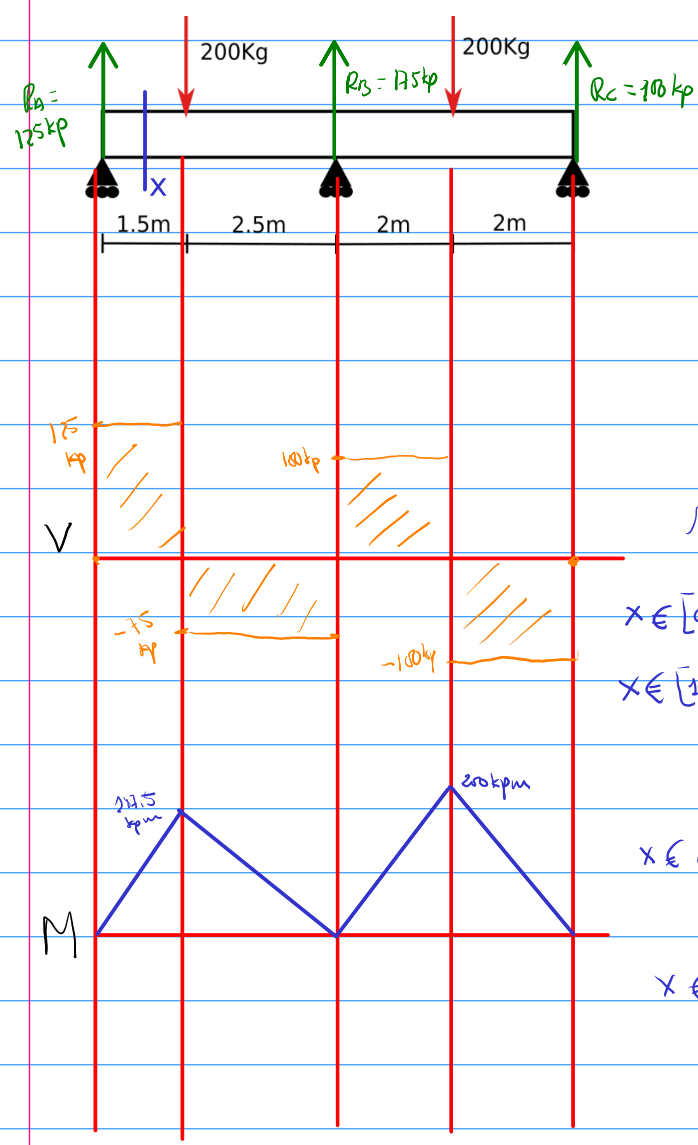
Sólo en la parte a la izda de B ya que no rota, cada parte está en equilibrio.

$\Sigma M_B = 0$ *) $R_A \cdot 4m = 200 kp \cdot 2,5m$

*) $R_C \cdot 4m = 200 kp \cdot 2m$

$\boxed{R_A = 125 kp \quad R_C = 100 kp}$ →

$R_B = 375 kp - 200 kp = 175 kp$



B) Esfuerzos cortantes (naranja)

C) Momentos flectores

Se elige un punto x y se calcula M a la izda.

$x \in [0, 1,5m) \quad M_x = R_A \cdot x = 125 kp \cdot x \quad M_{1,5m} = 187,5\ kp \cdot m$

$x \in [1,5m, 4m) \quad M_x = R_A \cdot x - 200kp(x - 1,5m) =$
$= -75 kp \cdot x + 300 kp \cdot m$

$M_{4m} = 0\ kp \cdot m$

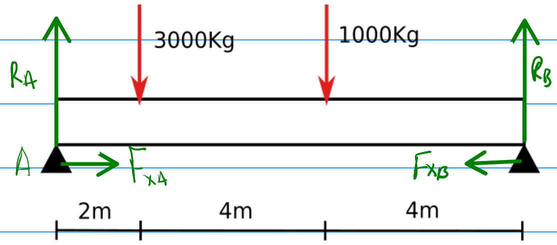
$x \in [4m, 6m) \quad M_x = -75kp \cdot x + 300 kp \cdot m + R_B \cdot (x - 4m) =$
$= 100 kp\, x - 400\ kp \cdot m$

$M_{6m} = 200\ kpm$

$x \in [6m, 8m) \quad M_x = 100 kp\, x - 400 kpm - 200kp\,(x - 6m) =$
$= -100 kp\, x + 800 kpm \qquad M_{8m} = 0\ kpm$

Problema 2

Calcular los esfuerzos cortantes y el momento flector en la viga de la figura.



A) Reacciones

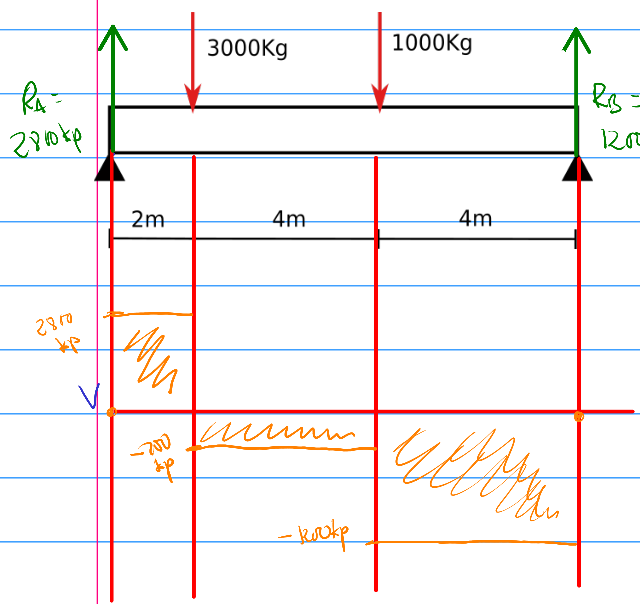
*) Como $\sum F_x = 0 \rightarrow \vec{F}_{xA} = -\vec{F}_{xB}$

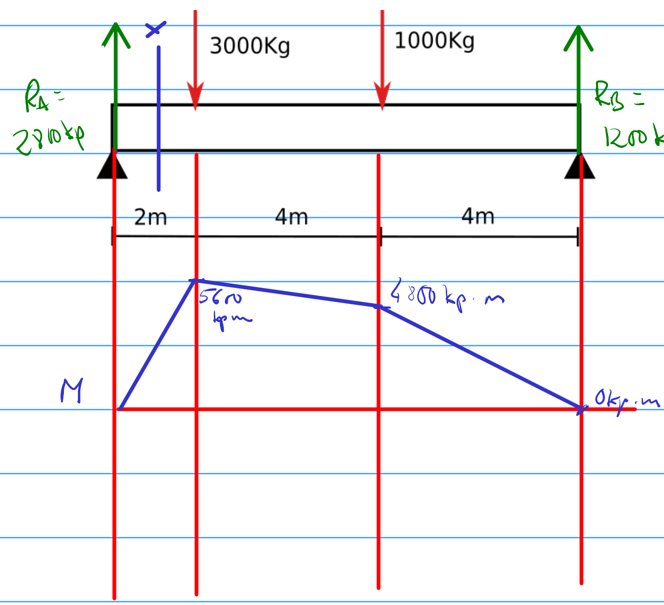
*) $\sum F_y = 0 \quad R_A + R_B = 4000\,kp$

*) $\sum M_B = 0 \quad -R_A \cdot 10m + 3000kp \cdot 8m + 1000kp \cdot 4m = 0$

$$\boxed{R_A = \frac{3000kp \cdot 8m + 1000kp \cdot 4m}{10m} = 2800\,kp}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_B = 4000\,kp - 2800\,kp = 1200\,kp}$$





Momento flector

$x \in [0, 2m) \quad M_x = R_A \cdot x = 2800kp \cdot x \quad M_{2m} = 5600\,kpm$

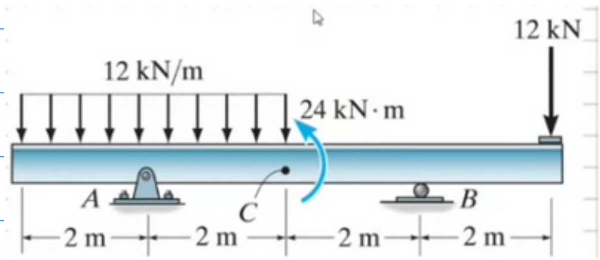
$x \in [2m, 6m) \quad M_x = R_A \cdot x - 3000kp \cdot (x - 2m) =$
$= -200\,kp \cdot x + 6000\,kp \cdot m \Rightarrow M_{6m} = 4800\,kp \cdot m$

$x \in [6m, 10m) \quad M_x = R_A x - 3000\,kp\,(x - 2m) - 1000\,kp \cdot (x - 6m) =$
$= -1200\,kp\; x + 12000\,kp\; m$

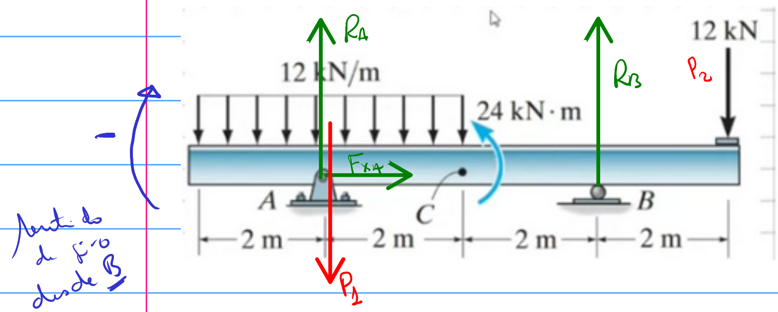
$M_{10m} = 0\,kp \cdot m$

Problema 3

Calcular los esfuerzos cortantes y momentos flectores en esta viga. Representarlos.



A) Reacciones



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{xA} = 0$

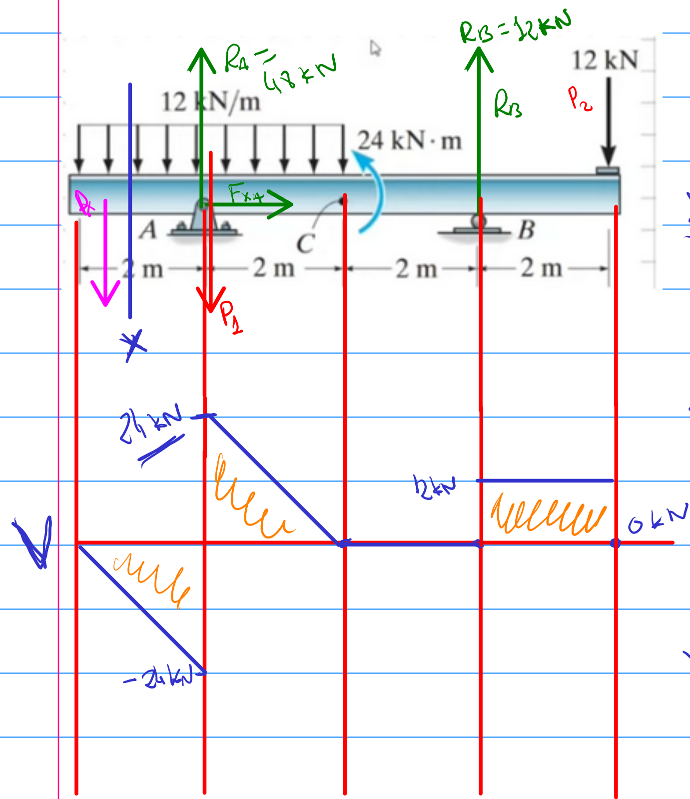
$\Sigma F_y = 0$ $\quad P_1 = 12\ kN/m \cdot 4\ m = 48\ kN$ aplicada en un centro de masas a 2m del extremo o de el apoyo A

$R_A + R_B = P_1 + P_2 = 60\ kN$

$\Sigma M = 0$ $\quad \Sigma M_B = 0$ $\quad -R_A \cdot 4m - 2m \cdot P_2 + P_1 \cdot 4m + 24\ kN \cdot m = 0$ — gira igual que P_1 — carga cte

$$R_A = \frac{24\ kN \cdot m + 48\ kN \cdot m \cdot 4\ m - 2m \cdot 12\ kN}{4m} = \underline{48\ kN}$$

$$R_B = 60\ kN - R_A = 60\ kN - 48\ kN = \underline{12\ kN}$$



Esfuerzos cortantes (a la izq. de X)

$X < 2m$ $\quad P_x = 12\ kN/m \cdot x$

$V = -12\ kN/m \cdot x$

$V_{2m^-} = -24\ kN$

$x \in [2m, 4m)$ $\quad P_x = 12\ kN \cdot x$ $\quad V_{2m}^+ = \underline{24\ kN}$

$V = R_A - P_x = 48\ kN - 12\ \frac{kN}{m} \cdot X$

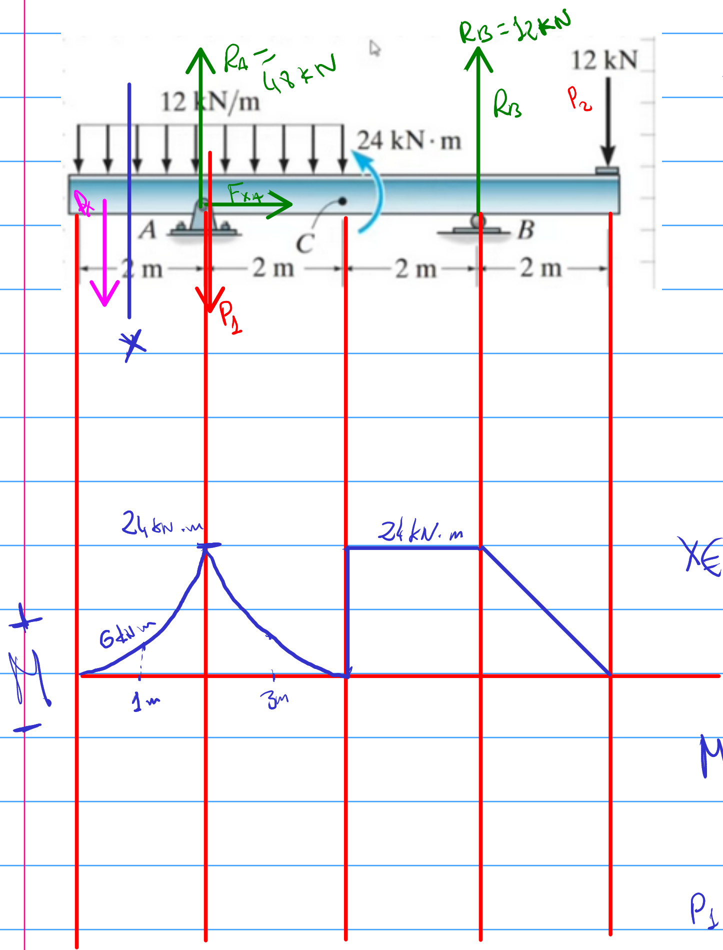
$V_{4m} = 48\ kN - 12\ kN/m \cdot 4m = 0\ kN$

$X \in [4m, 6m)$ $\quad V = 0$ $\quad V_{6m}^- = 0\ kN$

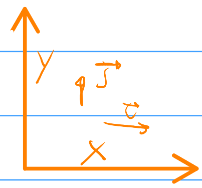
$X \in [6m, 8m)$ $\quad V_{x_m} = 48\ kN - 12\ \frac{kN}{m} \cdot 4m + 12\ kN = 12\ kN$

$V_{6m}^+ = 12\ kN$

$V_{8m}^- = 12\ kN \;\|\; V_{8m}^+ = 12\ kN - 12\ kN = 0\ kN$



Momentos flectores



(A la izda de X)

$X < 2m$ $\quad M_x = P_x \cdot X/2 = 12\,\frac{kN}{m} \cdot x \cdot X/2 =$

$= 6\,kN/m \cdot X^2$

$M_{2m}^{-} = 24\,kN \cdot m$

$X \in [2m, 4m)$ $\quad M_x = 6\,kN/m \cdot x^2 - 48\,kN \cdot (x - 2m)$

$= 6\,kN/m\, x^2 - 48\,kN \cdot x + 96\,kNm$

$M_{2m}^{+} = 24\,kN \cdot m$ $\quad M_{4m}^{-} = 0\,kN \cdot m$

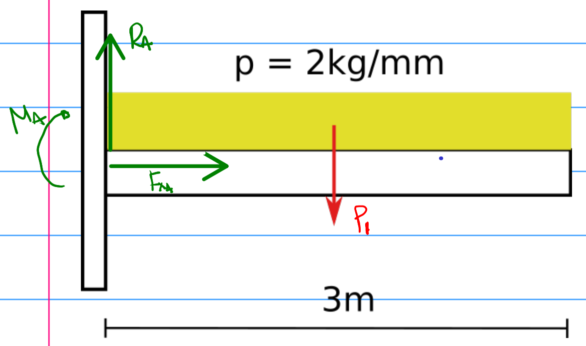
$P_1 = 48\,kN$ $\quad R_A = 48\,kN$

$X \in [4m, 6m)$ $\quad M_x = P_1 \cdot (x-2) + 24\,kNm - R_A\,(x-2) = \underline{24\,kNm}$

$M_{4m}^{+} = 24\,kNm$ $\quad M_{6m}^{-} = 24\,kN$

$X \in [6m, 8m)$ $\quad M_x = 24\,kNm - 12\,kN\,(x-6) = -12\,kN\,x + 96\,kN$

$M_{6m}^{+} = 24\,kNm$ $\quad M_{8m}^{-} = 0\,kNm$



Problema 4

A) Reacciones $\sum F_x = 0 \quad F_{xA} = 0$

$$P_1 = p \cdot L = 2\,kp/mm \cdot 3000\,mm = 6000\,kp$$

$$\sum F_y = 0 \qquad R_A = pL = 6000\,kp.$$

$$\sum M_A = 0 \qquad \boxed{M_A - P_1 L/2 = 0 \qquad M_A = P_1 \cdot \frac{L}{2} = 9000\,kp \cdot m}$$

$$p \cdot L^2/2$$

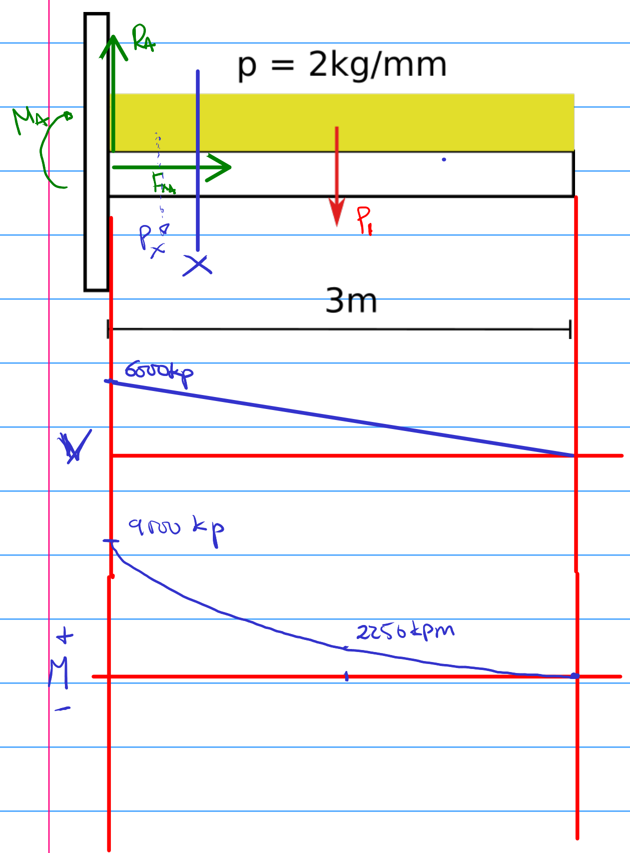
B) Esfuerzo cortante

$x < 3m \qquad P_x = p \cdot x \qquad R_A = p \cdot L$

$$V = R_A - P_x = p\,(L - x)$$

$$V_{0m} = p \cdot L = 6000\,kp$$

$$V_{3m} = 0\,kp$$



C) Momento flector

$x < 3m$

$$M_x = M_A - R_A x + p \cdot x \cdot x/2 =$$

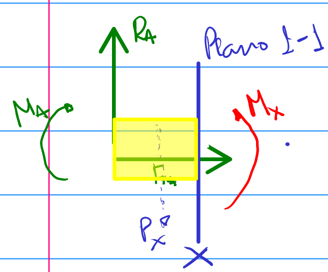
$$= p \cdot L^2/2 - pLx + p\,x^2/2 =$$

$$= p/2\,(L - x)^2$$

$$M_0 = p/2\,L^2 = M_A = 9000\,kp$$

$$M_L = 0\,kp$$

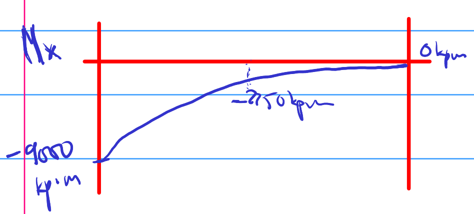
$$M_{L/2} = \frac{p}{8} L^2 = \frac{2000\,kg/m \cdot 9m^2}{8} = 2250\,kpm$$



Si considero que hago un corte en la viga, y en la sección de corte aparece un momento que se opone a los demás

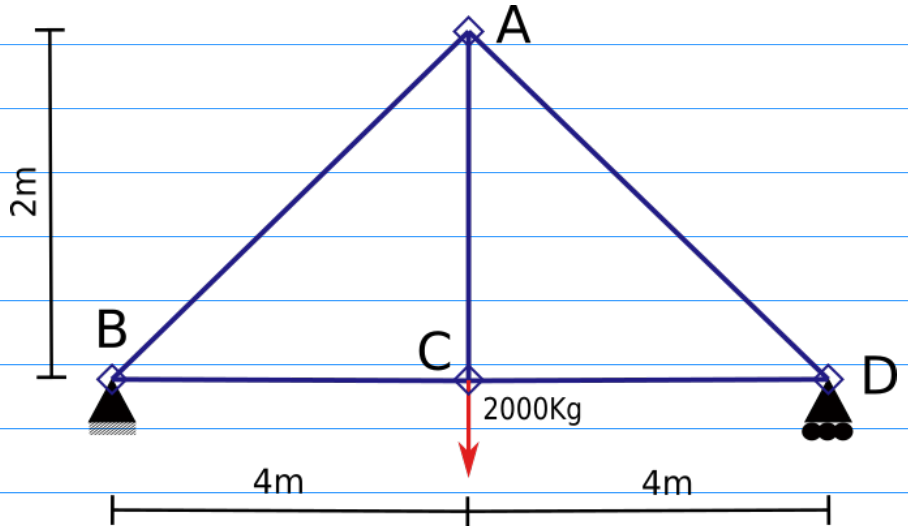
$$\sum M = 0 \Rightarrow M_A - R_A x + p\,x\,\frac{x}{2} + M_x = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{M_x = -M_A + R_A x - p\,x^2/2 = -p/2\,(L - x)^2}$$

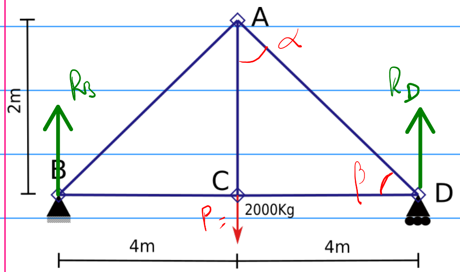


(Método de la sección)

Problema 5   Estructuras. Calcular los esfuerzos en las barras



A) Reacciones



$F_{xB} = 0$ $L = 8\,m$

$\sum F_y = 0$ $R_B + R_D = P$

$\sum M_D = 0$ $-R_B \cdot L + P \cdot \frac{L}{2} = 0$

$R_B = P/2$ $R_D = P/2$

$R_B = 1000\ kp$ $R_D = 1000\ kp.$

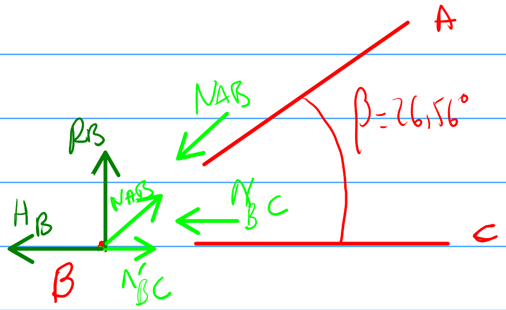
$tg\,\alpha = \frac{4m}{2m} \Rightarrow \alpha = 63{,}43°$

$tg\,\beta = \frac{2m}{4m} \Rightarrow \beta = 26{,}56°$

B) "Rompo" la estructura. En cada nodo dibujo las tensiones a las que está sometido. Como no permito momentos flectores, no tengo ecuaciones de momento. Sólo en fuerzas en ambos ejes.

*) Considero que todas las barras están sometidas a tracción. Si estuvieran a compresión, saldría negativo.

Nodo B (sólo dos barras)



a) $\sum \vec{F_x} = 0$

$\vec{H_B} + \vec{N_{AC}} + \vec{N_{AB}}_x = 0$

$H_B = N_{AB}\cos\beta + N_{BC}$

b) $\sum \vec{F_y} = 0$

$R_B + N_{AB}\,\text{sen}\beta = 0$

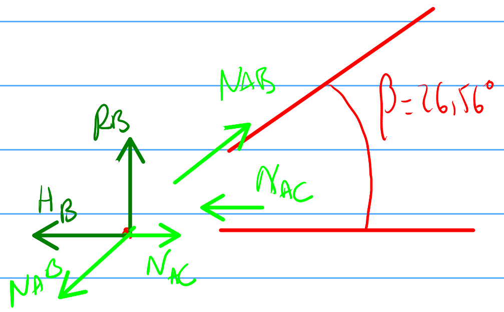
$N_{AB} = \dfrac{-R_B}{\text{sen}\beta} = \dfrac{-1000\,kp}{\text{sen}(26,56°)} = -2236,46\,kp$

$H_B = 0$ de antes $\Longleftarrow$

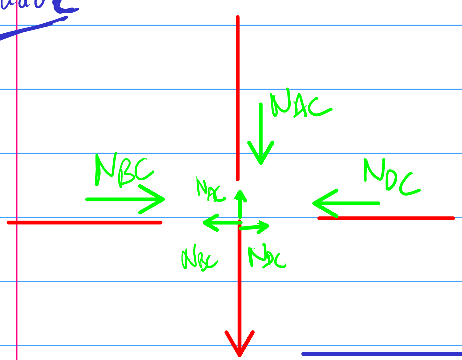
$N_{BC} = -N_{AB}\cdot\cos\beta =$

$= -(-2236,46\,kp)\cdot\cos(26,56°) = 2000\,kp$

Importante: El resultado de $N_{AB} = -2236,46\,kp$ indica que la barra trabaja a compresión en realidad (signo negativo).



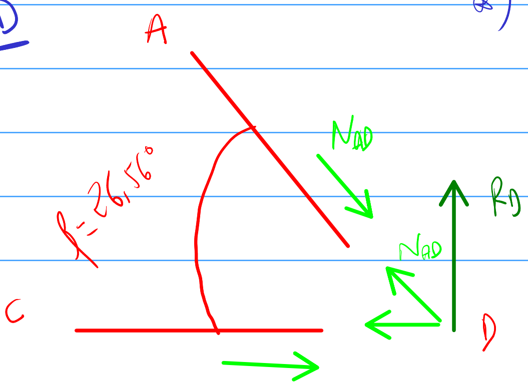
Nodo C



$N_{AC} = P = 2000\,kp$

$N_{DC} = N_{BC} = 2000\,kp$ #

Nodo D



a) $\sum F_y = 0$ $\quad N_{AD}\cdot\text{sen}\beta + R_D = 0$ trabaja a compresión

$N_{AD} = -\dfrac{R_D}{\text{sen}\beta} = -\dfrac{1000\,kp}{\text{sen}(26,56°)} = -2236,46\,kp$

b) $\sum F_x = 0$

$N_{CD} + N_{AD}\cdot\cos(26,56°) = 0$

$N_{CD} = -N_{AD}\cdot\cos(26,56°) = 2000\,kp$ #

Conclusión:

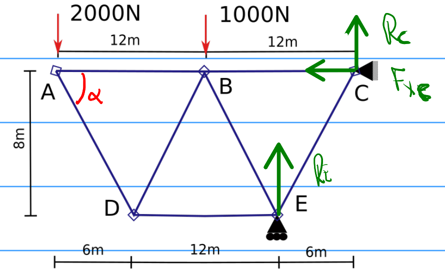
$N_{AB} = -2236,46\,kp$
$N_{AD} = -2236,46\,kp$ } A compresión

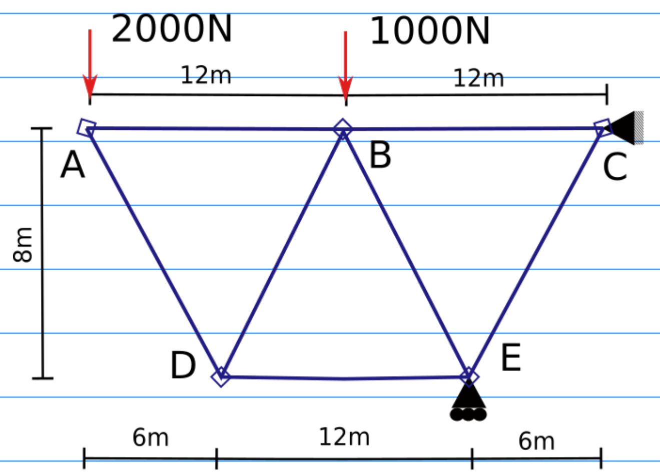
$N_{CD} = 2000\,kp$
$N_{BC} = 2000\,kp$ } A tracción
$N_{CA} = 2000\,kp$

Se puede utilizar el nodo A para comprobar que se cumple el sistema

---

Problema 6





A) Reacciones $\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $R_C + R_E = 3000\,N$

$\Sigma M_E = 0$ $2000\,N \cdot 24_m + 1000\,N \cdot 12\,m - R_E \cdot 6\,m = 0$

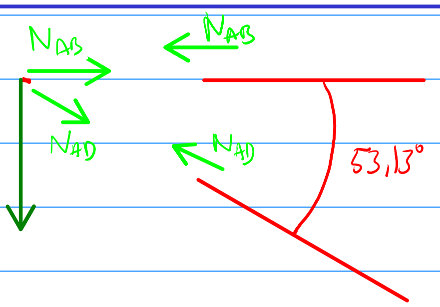
Hay que imaginar que R_E está en la barra superior.

$$R_E = \frac{2000\,N \cdot 24\,m + 1000\,N \cdot 12\,m}{6\,m} = 10\,000\,N = 10\,kN$$

$$R_C = -7000\,N$$

$$tg\alpha = 8m/6m = 4/3 \Rightarrow \alpha = 53,13°$$

Nudo A

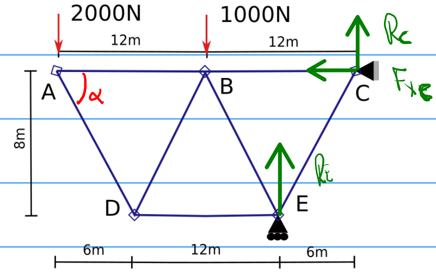


*) $\Sigma F_y = 0$

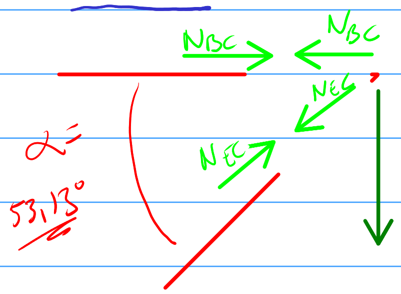
$-2000\,N - N_{AD}\,\text{sen}(53,13°) = 0$

$$N_{AD} = \frac{-2000\,N}{\text{sen}(53,13°)} = -2500\,N$$

*) $\Sigma F_x = 0$ $N_{AB} + N_{AD}\cos(53,13°) = 0 \Rightarrow N_{AB} = -N_{AD}\cos(53,13°) = 1500\,N$



Nudo C



$\Sigma F_y = 0$

$N_{EC}\,\text{sen}(53{,}13°) + 7\,\text{KN} = 0$

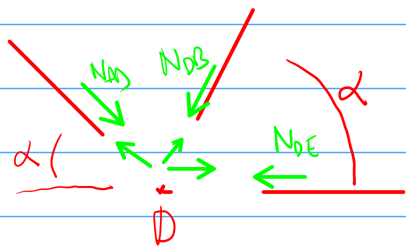
$N_{EC} = \dfrac{-7000\,N}{\text{sen}(53{,}13°)} = -8750\,N$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N_{BC} + N_{EC}\cdot\cos(53{,}13°) = 0$

$N_{BC} = 5250\,N$

Nudo D

$N_{AD} = -2500\,N$



$N_{AD}\cos\alpha = N_{DB}\cos\alpha + N_{DE}$ $\quad \Sigma F_x = 0$

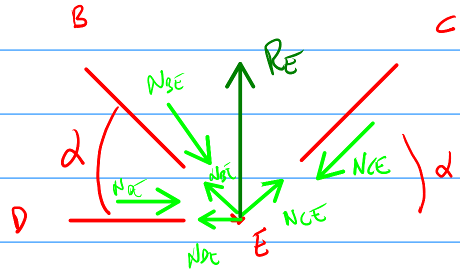
$N_{DB}\cos(53{,}13°) + N_{DE} = -1500\,N$

$N_{AD}\,\text{sen}\,\alpha + N_{DB}\,\text{sen}\,\alpha = 0$

$N_{DB} = -N_{AD} = 2500\,N$

Luego $N_{DE} = -1500\,N - 2500\,N\cdot\cos(53{,}13°) = -3000\,N$

Nudo E



$\Sigma F_x = 0$

$N_{DE} = -3000\,N$

$N_{CE} = -8750\,N$

$N_{BE}\cdot\cos\alpha + N_{DE} = N_{CE}\cos\alpha$

$N_{BE} = N_{CE} - \dfrac{N_{DE}}{\cos\alpha} = -8750\,N + \dfrac{3000\,N}{\cos\alpha} \Rightarrow$

$N_{BE} = -3750\,N$

No hace falta hacer $\Sigma F_y = 0$ excepto para comprobar

Conclusión

$N_{AB} = 1500\,N$ (T) $\qquad N_{BD} = 2500\,N$ (T)

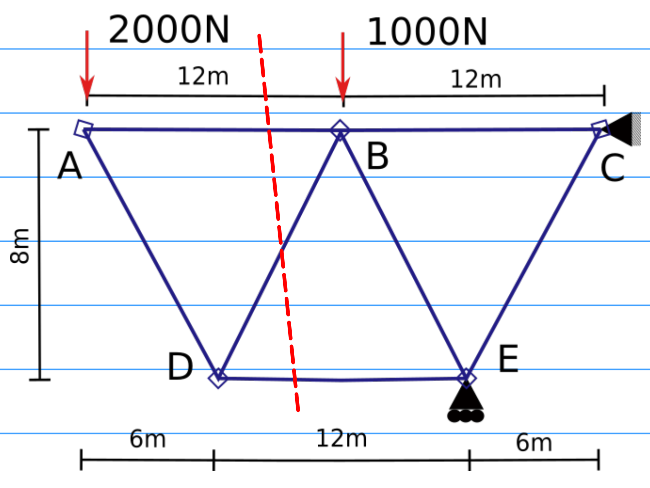
$N_{AD} = -2500\,N$ (C) $\qquad N_{BE} = -3750\,N$ (C)

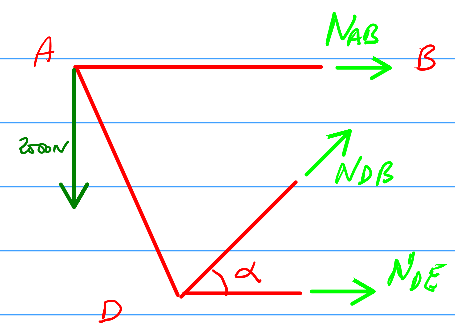
$N_{BC} = 5250\,N$ (T) $\qquad N_{DE} = -3000\,N$ (C)

$N_{CE} = -8750\,N$ (C)

Si podemos comprobar en el Nudo B los resultados, mejor.

Problema 7





Como el sistema con el corte debe estar en equilibrio

La suma de las fuerzas que aparecen son cero. En el eje Y

$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_{DB} \operatorname{sen}\alpha = 2000\,N \rightarrow N_{DB} = \dfrac{2000\,N}{\operatorname{sen}\alpha} = \underline{2500\,N}$

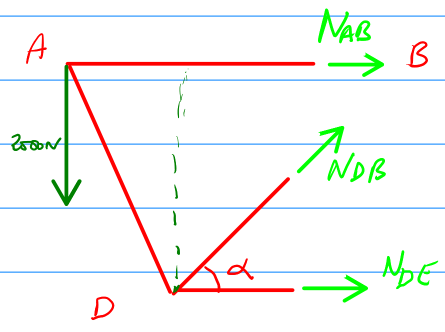
En este sistema tb puedo aplicar $\sum M = 0$

Desde el punto A $\quad \sum M_A = 0 \quad N_{DE} \cdot 8m + N_{DB} \cdot 8m \cdot \cos\alpha + N_{DB}\, 6m \operatorname{sen}\alpha$

$N_{DE} = \dfrac{-N_{DB} \cos\alpha \cdot 8m - N_{DB}\, 6m \operatorname{sen}\alpha}{8m} = -N_{DB}\left(\cos\alpha + \frac{6}{8}\operatorname{sen}\alpha\right)$

$= -3000\,N$

*) Ver en el video una forma alternativa



N_{BE} produce momento desde A

$\vec{r}_{AD} = (6\vec{i} - 8\vec{j})\,m$

$\bar{M}_{N_{BE}} = \bar{r} \wedge \bar{F} = (6\vec{i} - 8\vec{j})\,m \times N_{BE}\,\vec{i} =$

$= (-8 \times N_{BE})\,\vec{k}$

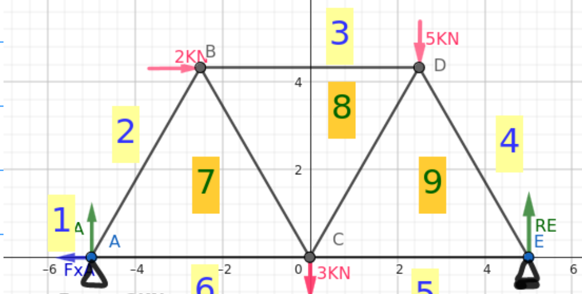
$\underline{\sum F_x = 0} \quad N_{AB} + N_{DE} + N_{DB} \cos\alpha = 0$

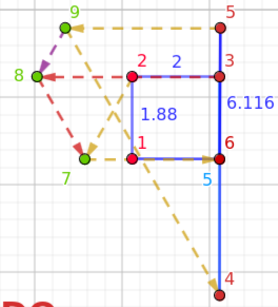
$N_{AB} = -N_{DE} - N_{DB}\cos\alpha = 3000\,N - 2500 \cos(53{,}13^\circ) = \underline{1500\,N}$

https://www.youtube.com/watch?v=0bW8LqldanY

Problema 8

d(2,7) = 2.17 , entonces , N_{AB} = 2.17 KN. Hacia el nudo COMPRESIÓN
d(7,6) = 3.08, entonces , N_{AC}=3.08 KN. Fuera del nudo. Trabaja a TRACCIÓN.
d(5,9) = 3.55, entonces , N_{CE}=3.55 KN. Fuera del nudo. Trabaja a TRACCIÓN.
d(9,4) = 7.06, entonces , N_{DE}=7.06 KN. Hacia el nudo. Trabaja a COMPRESIÓN.
d(3,8)=4.17, N_{BD}=4.17KN. Compresión
d(8,7)=2.17, N_{BC}=2.17KN. Tracción
d(9,8)=1.28, N_{DC}=1.28KN. Tracción





SIEMPRE EN EL SENTIDO DE LAS AGUJAS DEL RELOJ

F_{x_A} = - 2KN

Del $\sum F_y = 0$, entonces, $R_A + R_E = 8KN$

Del $\sum M_E = 0$, entonces, $R_A \cdot 2d - 3KN \cdot d - 5kN \cdot (d/2) + 2KN \cdot d \cdot sen(60º) = 0$

$$R_A = \frac{3KN \cdot d + 5kN \cdot (d/2) - 2KN \cdot d \cdot sen(60º)}{2 \cdot d} = 1.88\ KN$$

$$R_E = 8\ KN - R_A = 6.116\ KN$$