CORRIENTE ALTERNA. PRÁCTICAS.

por Aurelio Gallardo

2 - Mayo - 2025

1. Práctica circuito RC

Comprobar que en un circuito RC donde la resistencia es 1 $K\Omega$ y el valor de la capacidad del condensador es 1 μF, y la tensión de entrada es una señal senoidal de 5V de amplitud y 50Hz de frecuencia, el valor de la tensión en el condensador es de 4.77 V desfasados -17.44º aproximadamente.

En primer lugar, dibujamos el circuito: **(enlace –> Circuito RC - 1kOhmio - 1microF)**

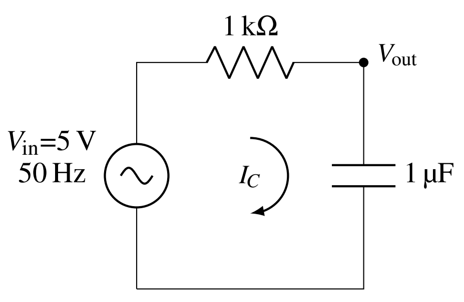

FIGURA (1). Circuito RC

Siendo $V_{in} = V_0 \cdot sin(wt)$, en este circuito se cumple que $V_{in} = i \cdot R + V_C$ y sabemos que la intensidad coincide con la que atraviesa el condensador $i = I_C = C \cdot \frac{dV_C}{dt}$. Si conocemos que en un condensador la impedancia es $X_C = \frac{-j}{wC}$, podemos expresar entonces:

$$V_{in} = i \cdot R + i \cdot \left(\frac{-j}{wC}\right) = i \cdot Z \rightarrow I = \frac{V_{in}}{Z} = \frac{V_{in}}{R - \frac{j}{wC}} \quad (1)$$

La impedancia Z podemos calcularla en forma polar: $Z = |Z|\angle\Phi$, siendo $|Z| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{w^2C^2}}$ y el desfase angular $\Phi = -\arctan\left(\frac{1}{wRC}\right)$, por lo tanto tenemos que:

$$I = \frac{V_{in}}{Z} = \frac{V_{in}}{R - \frac{j}{wC}} = \frac{V_0\angle 0^{\circ}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{w^2C^2}}\angle - |\Phi|} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{w^2C^2}}}\angle|\Phi| \quad (2)$$

Intensidad que está adelantada en una cantidad $|\Phi| = \arctan\left(\frac{1}{wRC}\right)$ respecto de la tensión. $I = I_0 \cdot sin(wt + |\Phi|)$, siendo $I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2+\frac{1}{w^2C^2}}}$. La tensión de salida, la caída de tensión en el condensador, podemos calcularla como el producto de la intensidad por la impedancia del condensador.

$$V_{out} = I \cdot X_c = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{w^2C^2}}}\angle|\Phi| \cdot \left(\frac{1}{wC}\right)\angle - \frac{\Pi}{2} = \frac{V_0}{\sqrt{(wRC)^2 + 1}}\angle|\Phi| - \frac{\Pi}{2} \quad (3)$$

Usando las fórmulas que hemos deducido, podemos por tanto calcular los valores de intensidad y tensión de salida para el circuito:

A) Nuestro valor de intensidad es $I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2+\frac{1}{w^2C^2}}} \angle \left|\arctan\left(\frac{1}{wRC}\right)\right| =$
$= \frac{5V}{\sqrt{(1000\cdot\Omega)^2+\frac{1}{(2\Pi\cdot 50Hz)^2(1\cdot 10^{-6}F)^2}}} \angle \arctan\left(\frac{1}{2\Pi\cdot 50Hz\cdot 1000\cdot\Omega\cdot 1uF}\right) = 1{,}498\,mA\angle 72{,}56^{\circ}$

B) Y el valor de la tensión de salida $V_{out} = \frac{V_0}{\sqrt{(wRC)^2+1}}\angle|\Phi| - \frac{\Pi}{2} = \frac{5V}{\sqrt{(2\Pi\cdot 50Hz\cdot 1000\cdot\Omega\cdot 1uF)^2+1}}\angle 72{,}56^{\circ} - 90^{\circ} =$
$4{,}77\,V\angle -17{,}44^{\circ}$

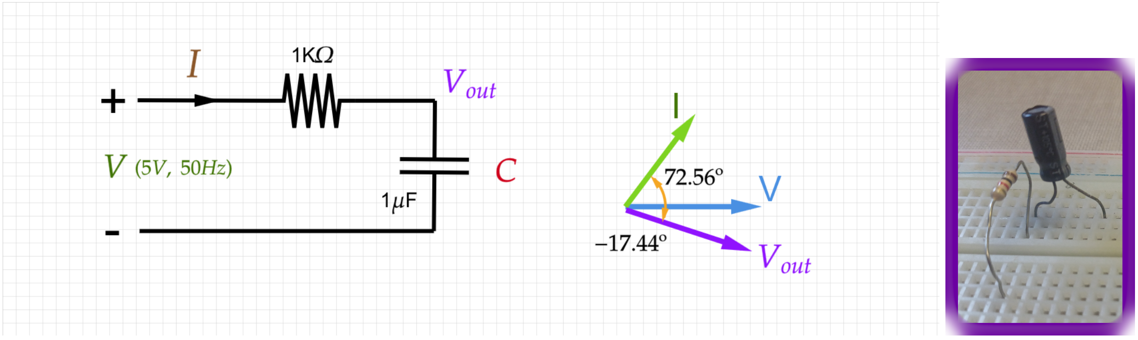

FIGURA (2). Circuito RC con f=50Hz, 5V de entrada, R=1KΩ y $C = 1\mu F$

Los valores de la intensidad y de la tensión de salida, tienen las siguientes fórmulas temporales:

- ✔ $i(t) = 1{,}498\,mA \cdot sin\,(100\cdot\Pi\cdot t + 72{,}56^{\circ})$
- ✔ $V_{out}(t) = 4{,}77\,V \cdot sin\,(100\cdot\Pi\cdot t - 17{,}44^{\circ})$

Si observamos los resultados de la simulación en **https://tinyurl.com/24sosx47** podremos observar que:

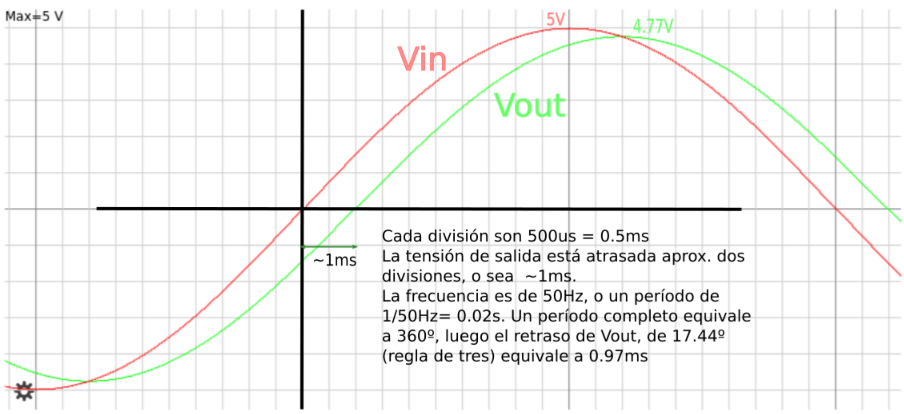

FIGURA (3). Gráfica en el simulador V_{out} frente a V_{in}

Pero además, podríamos montar el circuito RC físicamente y comprobar, con un osciloscopio, los resultados de nuestro problema.

Dado un circuito con una resistencia de $R = 985{,}9\Omega$ y un condensador de $C = 0{,}93\mu F$, y aplicando una señal senoidal de aproximadamente 5V de amplitud y 50Hz de frecuencia, se obtienen los siguientes resultados:

a) El desfase entre ambas señales (amarilla V_{in} y celeste V_{out}) es de dos unidades aproximadamente; hay que fijarse en el paso por ambas señales en 0V. Se puede observar que la señal celeste está atrasada respecto de la amarilla. Como cada unidad en el eje temporal son $500\mu s$, tenemos que la señal está retrasada unos $1000\mu s = 1ms$. ¿Corresponde éste valor con la teoría? El período de la señal de 50Hz es de $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50Hz} = 0{,}02s = 20ms$. Si el período T se corresponde con 360º de desfase, 1ms se corresponde con 18º (regla de tres), lo cual está cerca del resultado teórico de 17.44º de retraso.

b) Intentando medir los valores que alcanza el máximo de ambas señales, obtengo una diferencia (línea A - línea B) de 420mV. La diferencia entre los picos de la señal teórica de entrada y de salida es de $5V - 4{,}77V = 0{,}23V = 230mV$. Tanta discrepancia es debida, con casi toda seguridad, al dispositivo usado en la generación de señales que no es capaz de generar una onda senoidal convenientemente. Sin embargo, queda demostrado que la caída de tensión es del mismo orden.

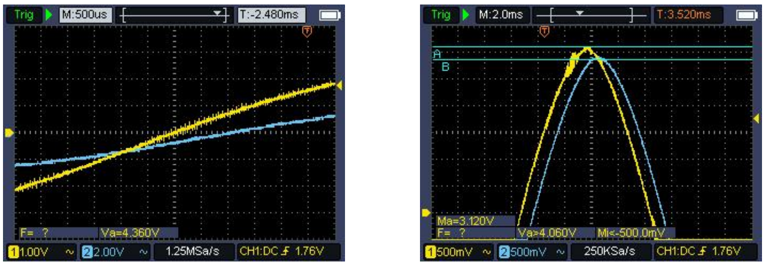

FIGURA (4). Desfase temporal y diferencias de amplitud

1.1. Otros resultados con el circuito RC.

El producto de los valores RC puede considerarse una constante de tiempo $\tau = RC$ del circuito.

✔ Cuando aplicamos una señal de entrada continua, este tiempo se alcanza cuando el condensador está cargado al 63.2 %. Cuando alcanzamos el tiempo 3τ podemos considerar que el condensador está cargado al 95 %.

✔ Cuando aplico corriente alterna, la velocidad angular de corte del circuito es $w_c = \frac{1}{RC}$ o de frecuencia de corte $f_c = \frac{1}{2\cdot\Pi\cdot RC}$, y la amplitud de la señal de salida sería $V_{out} = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{w}{w_c}\right)^2+1}} = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{f}{fc}\right)^2+1}}$. En el caso de nuestro circuito RC, su frecuencia de corte es $f_c = \frac{1}{2\cdot\Pi\cdot RC} = \frac{1}{2\Pi\cdot 1000\cdot\Omega\cdot 1uF} = 159{,}15Hz$. Podríamos considerar varios casos:

⇨ Aplico una señal de entrada de frecuencia f igual a la frecuencia de corte f_c. En ese caso, $V_{out} = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{f}{fc}\right)^2+1}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = 0{,}71\cdot V_o$

⇨ Si $f = \frac{f_c}{2}$, tenemos que $V_{out} = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{f}{fc}\right)^2+1}} = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+1}} = \frac{V_0}{\sqrt{0{,}25+1}} = 0{,}89\cdot Vo$, si por ejemplo $f = \frac{f_c}{10}$, tenemos que $V_{out} = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{f}{fc}\right)^2+1}} = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2+1}} = \frac{V_0}{\sqrt{0{,}01+1}} = 0{,}995\cdot Vo$

⇨ Por el contrario si, $f = 2\cdot f_c$, $V_{out} = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{f}{fc}\right)^2+1}} = \frac{V_0}{\sqrt{4+1}} = \frac{V_0}{\sqrt{5}} = 0{,}45\cdot Vo$. O si $f = 10\cdot f_c$, $V_{out} = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{f}{fc}\right)^2+1}} = \frac{V_0}{\sqrt{100+1}} = \frac{V_0}{\sqrt{101}} = 0{,}099\cdot Vo$

⇨ En general, si $f \ll f_c$, la señal de salida $V_{out} \simeq V_0$. La señal de salida y la de entrada son casi iguales.

⇨ Pero si $f \gg f_c$ ocurre lo contrario: la señal de salida tiende a anularse a mayor frecuencia $V_{out} \simeq 0 \cdot V$

El circuito RC por tanto **es un filtro**. Deja pasar frecuencias bajas a una dada de corte y no deja pasar las frecuencias superiores a la de corte. Se dice que es un **filtro paso bajo, ya que deja pasar frecuencias bajas y no las altas.**

Como se puede observar en la Figura 5, al ir aumentando la frecuencia de la señal de entrada, la salida del filtro es cada vez más residual.

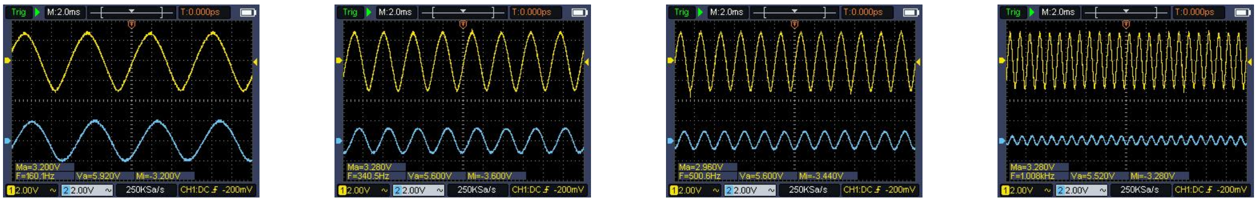

FIGURA (5). Señales del osciloscopio a 160Hz, 340Hz, 500Hz y 1KHz

2. Práctica circuito RL

Imaginemos ahora que tenemos un circuito con una inductancia $L = 2mH$ y una resistencia $R = 25\,\Omega$, y la tensión de entrada sigue siendo una señal senoidal de 5V de amplitud y 50Hz de frecuencia. Con estos datos...

En primer lugar, dibujamos el circuito: **(enlace –> Circuito RL - 25 Ohmio - 2mH)**

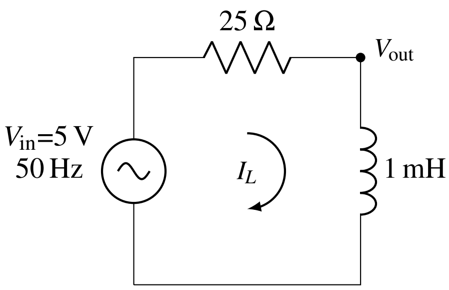

FIGURA (6). Circuito RL

Siendo $V_{in} = V_0 \cdot sin(wt)$, en este circuito se cumple que $V_{in} = i \cdot R + V_L$ y sabemos que el voltaje en un inductor tiene la expresión.. $V_L = L \cdot \frac{dI_L}{dt}$. Si conocemos que en un inductor la impedancia es $X_L = jwL$, podemos expresar entonces:

$$V_{in} = i \cdot R + i \cdot (jwL) = i \cdot Z \rightarrow I = \frac{V_{in}}{Z} = \frac{V_{in}}{R + jwL} \tag{4}$$

La impedancia Z podemos calcularla en forma polar: $Z = |Z|\angle\Phi$, siendo $|Z| = \sqrt{R^2 + (wL)^2}$ y el desfase angular $\Phi = \arctan\left(\frac{wL}{R}\right)$, por lo tanto tenemos que:

$$I = \frac{V_{in}}{Z} = \frac{V_{in}}{R + jwL} = \frac{V_0\angle 0^{o}}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}\ \angle|\Phi|} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}} \angle - |\Phi| \tag{5}$$

Intensidad que está atrasada en una cantidad $|\Phi| = \arctan\left(\frac{wL}{R}\right)$ respecto de la tensión. $I = I_0 \cdot sin(wt - |\Phi|)$, siendo $I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2+w^2L^2}}$. La tensión de salida, la caída de tensión en el inductor, podemos calcularla como el producto de la intensidad por la impedancia del inductor.

$$V_{out} = I \cdot X_L = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}} \angle - |\Phi| \cdot (wL)\angle\frac{\Pi}{2} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}} (wL)\angle - |\Phi| + \frac{\Pi}{2} \tag{6}$$

Usando las fórmulas que hemos deducido, podemos por tanto calcular los valores de intensidad y tensión de salida para el circuito:

A) Nuestro valor de intensidad es $I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2+w^2L^2}} \angle - \left|\arctan\left(\frac{wL}{R}\right)\right| =$
$= \frac{5V}{\sqrt{(25\cdot\Omega)^2+(2\Pi\cdot 50Hz)^2(2\cdot 10^{-3}H)^2}} \angle - \arctan\left(\frac{2\Pi\cdot 50Hz\cdot 2mH}{25\,\Omega}\right) = 0{,}199\,mA\angle - 1{,}44^o \simeq 0{,}2\,mA\angle - 1{,}44^o$

B) Y el valor de la tensión de salida $V_{out} = I\cdot X_L = (0{,}2mA\angle - 1{,}44^o)\cdot(jwL) =$
$= (0{,}2mA\angle - 1{,}44^o)\cdot\left[\left(2\cdot\pi\cdot 50Hz\cdot 2\cdot 10^{-3}H\right)\angle 90^o\right] = 0{,}125V\angle 88{,}56^o$

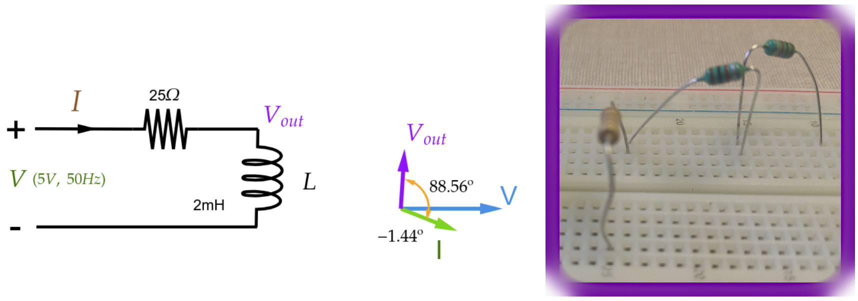

FIGURA (7). Circuito RL con f=50Hz, 5V de entrada, R=25Ω y $L = 2mH$

Los valores de la intensidad y de la tensión de salida, tienen las siguientes fórmulas temporales:

- ✔ $i(t) = 0{,}2\,mA\cdot sin\,(100\cdot\Pi\cdot t - 1{,}44°)$
- ✔ $V_{out}(t) = 0{,}125\,V\cdot sin\,(100\cdot\Pi\cdot t + 88{,}56°)$

En la simulación, podemos observar que para estos valores, tenemos la gráfica comparativa Vout frente a Vin siguiente:

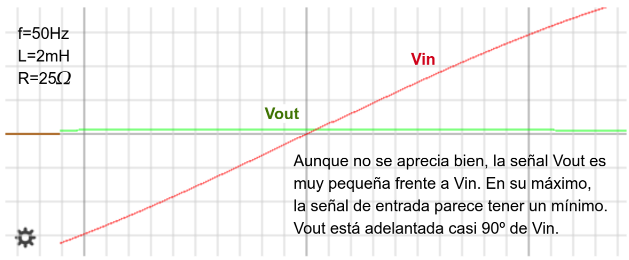

FIGURA (8). Gráfica en el simulador V_{out} frente a V_{in}

Estudiar un circuito en la práctica RL puede ser difícil. Los inductores o las bobinas suelen llevar aparejadas resistencias internas con lo que el circuito no es exactamente el mismo que el descrito teóricamente. Intentaremos el estudio práctico del siguiente circuito:

Circuito con resistencia en serie con dos bobinas reales **(enlace –> Circuito R, L1 y L2)**

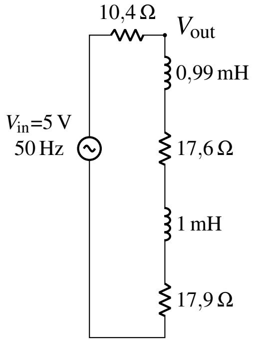

FIGURA (9). Circuito RL Real

Primero, veremos los valores que el simulador nos ofrece, para posteriormente intentar replicarlos en el laboratorio con el osciloscopio. Mantenemos la frecuencia de 50Hz. A una frecuencia de 50Hz, el voltaje de salida se mantiene en un pico de $V_{out} = 3{,}867\,V$. Si lo comparamos con los 5V de entrada, la señal de salida es el 77 %.

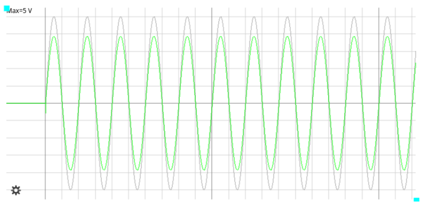

FIGURA (10). Señales simuladas a f = 50Hz. Rojo V_{in} y en verde V_{out}

Si subimos en el simulador la frecuencia a 5000 Hz, podremos observar como el voltaje de salida aumenta a un pico de $V_{out} = 4{,}632\,V$. A $f = 20\,KHz$ alcanza los $V_{out} = 4{,}935\,V$. Es decir, a frecuencias más altas, la tensión se va acercando a los 5V. Por el contrario, si bajamos a frecuencias menores de 50Hz; por ejemplo, a $f = 1Hz$, $V_{out} = 3{,}867\,V$

Podemos deducir que el circuito no es muy buen filtro paso alto, aunque se nota el efecto. Se debe principalmente a las resistencias internas de los bobinados.

Del montaje de los circuitos, obtenemos los siguientes resultados (ver gráficas en figura 11) :

a) La primera imagen muestra la señal de entrada en amarillo a 1Hz de frecuencia. Por razones técnicas no supera 1V de amplitud. Claramente la señal de salida es de mucho menor amplitud que la de la entrada. Puede observarse el efecto del filtro paso alto, que atenúa las frecuencias bajas.

b) La segunda y tercera imágenes muestran la comparación a 50Hz y 1KHz. La señal de salida es algo menor que la de entrada.

c) La última imagen nos permite hacer una comparativa numérica con 1KHz. Los picos de ambas señales de entrada y salida difieren en tres subdivisiones de una cuadrícula vertical (escala 200mV), por lo que difieren aproximadamente en $\frac{3}{5} \cdot 200mV = 120mV$. Eso quiere decir que si la señal de entrada es de un voltio de amplitud, la de salida tiene $1V - 120mV = 0{,}88V$. Supone el 88 % de la señal.

Estos resultados son, pues, coherentes con el efecto de filtro paso alto. A más frecuencia, menor atenuación de la señal.

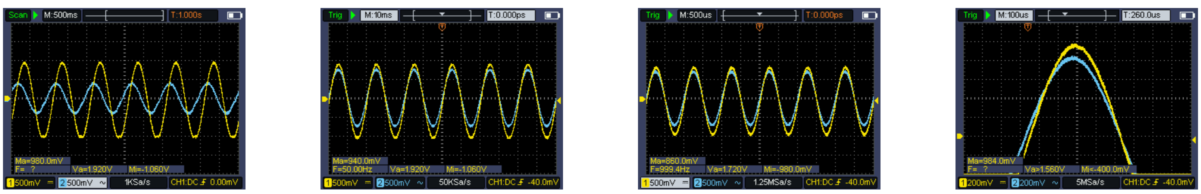

FIGURA (11). Señales del osciloscopio a 1Hz, 50Hz, 1000Hz y 1000Hz ampliada (diferencia de 120mV, V_{in}=2V)

2.1. Otros resultados teóricos con el circuito RL

Análogamente al estudio que hicimos de frecuencia de corte con el circuito RC, podemos estudiar la frecuencia de corte del circuito RL. Pero en este caso:

- ✔ La frecuencia de corte, que puedo calcular a partir de la fórmula $|\Phi| = \arctan\left(\frac{wL}{R}\right)$ diciendo que el desfase es de 45º, tendría la expresión: $\frac{w_c L}{R} = 1 \Rightarrow f_c = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot L}$
- ✔ En nuestro caso teórico, con $L = 2mH$ y una resistencia $R = 25\,\Omega$, $f_c = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot L} = \frac{25\Omega}{2 \cdot \pi \cdot 2mH} = 1989{,}44Hz$
- ✔ De la expresión $V_{out} = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{R}{wL}\right)^2 + 1}}$ puedo deducir $V_{out} = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 + 1}}$ para un circuito RL. Así que
  - ⇨ Si $f = f_c$ entonces $V_{out} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$. Si tenemos 5V a la entrada, la salida será $\sim 3{,}54V$. Fácil de comprobar con nuestra simulación teórica: **(enlace –> Circuito RL - 25 Ohmio - 2mH)**
  - ⇨ Si $f \ll f_c$, el denominador de la expresión es grande y la señal de salida se atenúa. $V_{out} \simeq 0V$
  - ⇨ Si $f \gg f_c$, el denominador de la expresión tiende a 1, y por lo tanto $V_{out} \Rightarrow 5V$

En el estado transitorio de un circuito RL ante una tensión continua, la intensidad crece exponencialmente (constante de tiempo $\tau = R/L$). Al crecer la intensidad, aumenta la diferencia de tensión en la resistencia hasta igualar a la de la entrada, y la tensión en la bobina es cada vez más pequeña hasta hacerse cero. Por tanto, se comporta como un conductor ideal dejando pasar toda la intensidad sin resistencia (cortocircuito).