

## TEMA 1: “Conceptos fundamentales”

### Esquema:

TEMA 1: “Conceptos fundamentales” .....	1
1.- Introducción.....	1
2.- Trabajo.....	2
2.1.- Trabajo realizado por una fuerza variable o no constante.....	2
2.2.- Representación gráfica del trabajo .....	3
2.3.- Trabajo de rotación.....	3
2.4.- Trabajo de expansión-compresión en un cilindro .....	4
2.5.- Trabajo eléctrico.....	5
3.- Potencia.....	5
3.1.- Potencia en un movimiento circular.....	5
3.2.- Potencia desarrollada por un fluido que circula por el interior de una tubería .....	6
3.3.- Potencia desarrollada en un circuito eléctrico.....	6
4.- Energía.....	6
4.1.- Energía mecánica.....	6
5.- Rendimiento de una máquina.....	7

### 1.- Introducción

Se denomina máquina a todo medio creado por el hombre que se encarga de recibir y transformar energía de forma adecuada para desempeñar un determinado efecto físico.

Existen muchos tipos de máquinas, eléctricas, térmicas, neumáticas..Las primeras máquinas usaban energía animal y mas tarde el viento, el agua para pasar a los comnustibles actuales.

Las máquinas se pueden clasificar en dos grupos:

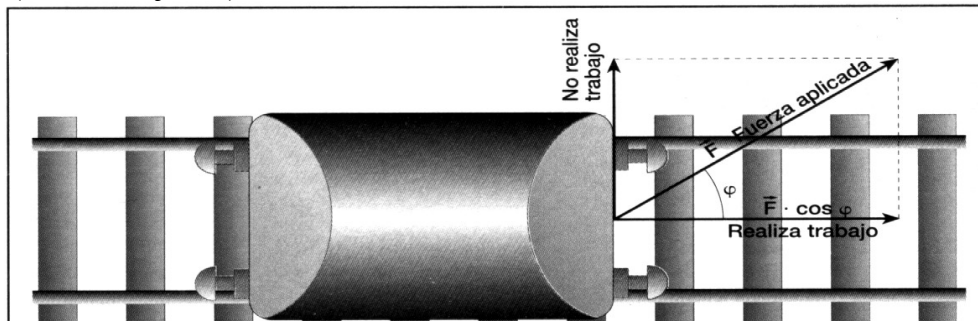
1. **Máquinas eléctricas.** En función de la transformación de energía que se produce se clasifican en :
  - a) **Generador.**- Si la transformación se produce de E. Mecánica en E. Eléctrica.
  - b) **Motor.**- Si la transformación se produce de E. Eléctrica a E. Mecánica.
  - c) **Transformador.**- Si la transformación se produce de E. Eléctrica a E. Magnética y luego nuevamente a E. Eléctrica.
2. **Máquinas térmicas.** Se clasifican en:
  - a) **Máquinas motrices**
  - b) **Máquinas frigoríficas.**

Una máquina es un sistema cerrado a la que se le aporta energí de un determinado tipo, eléctrica, química,.., con el fin de que en la transformación se realice un trabajo útil.

En cada transformación que se produce existe una pérdida que generalmente se invierte en elevar la temperatura en los puntos de la máquina en los que exista rozamiento. Dicha pérdida de energía es indeseable y el esfuerzo de diseño se emplea a minimizar dicha pérdida.

## 2.- Trabajo

Se denomina trabajo realizado sobre un cuerpo al producto escalar de la fuerza aplicada sobre el cuerpo por el desplazamiento producido sobre el cuerpo. Se mide en julios, en calorías (4,18 julios) y en kwh (3.600.000 julios).



$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos(\varphi)$$

- Si la fuerza coincide en dirección y sentido con el desplazamiento  $\varphi=0$  y entonces  $\cos\varphi=1$  con lo que  $W=F \cdot s$
- Si  $\cos\varphi$  es positivo diremos que se realiza **trabajo motor o útil**
- Si  $\cos\varphi$  es negativo diremos que se realiza **trabajo resistente**

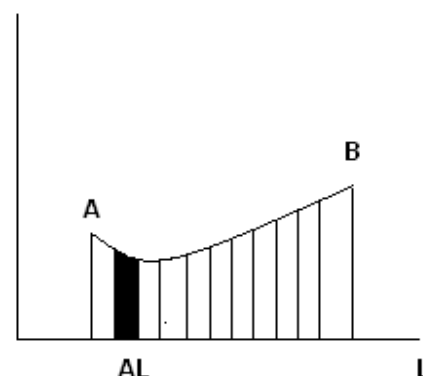
### 2.1.- Trabajo realizado por una fuerza variable o no constante

La definición anterior supone que la fuerza que realiza el trabajo es constante y que además la trayectoria seguida por el móvil es rectilínea pero esto no siempre sucede. Cuando esto no sucede consideraremos lo siguiente, en caso de desplazamientos pequeños se calcula el trabajo en cada desplazamiento:

$\Delta W = F \Delta L$       $W_{AB} = \sum_B^A F \cdot \Delta x$  donde hemos sustituido  $\Delta L$  por  $\Delta x$ , que es una expresión más común.

Se comete un error, ya que durante el intervalo  $\Delta x$  se supone que la fuerza permanecerá constante.

El resultado es tanto más exacto cuanto mayor es el número  $n$  de intervalos  $\Delta x$  que se consideran. El límite cuando  $n$  tiende a infinito y  $\Delta x$  tiende a cero se tiene:  $W = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \sum_{X_A}^{X_B} F \cdot \Delta x = \int_{X_A}^{X_B} F \cdot dx$  que equivale al área limitada por la curva AB y el eje de abscisas.



Luego en **resumen**:

- Llamaremos  $d\vec{s}$  a un incremento de desplazamiento elemental.
- Llamaremos  $dW$  a un incremento infinitesimal de trabajo.

Se obtiene que:  $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F \cdot ds \cdot \cos(\varphi)$

Y el trabajo total correspondiente al desplazamiento entre una posición elemental A y otra final

B será:  $W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$

## 2.2.- Representación gráfica del trabajo

Representaremos en abscisas el desplazamiento y en ordenadas la fuerza. El área de la gráfica será el producto de la fuerza por el desplazamiento, es decir, el trabajo realizado.

### a) Si la fuerza es constante y la trayectoria es rectilínea

Representando en unos ejes coordenados la fuerza en ordenadas y el desplazamiento en abscisas, el valor numérico del trabajo es el valor del área del rectángulo; es decir el producto  $W=F \cdot s$ .

### b) Si la fuerza varía linealmente con la distancia y la trayectoria es rectilínea

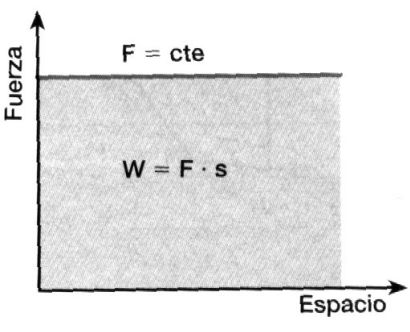
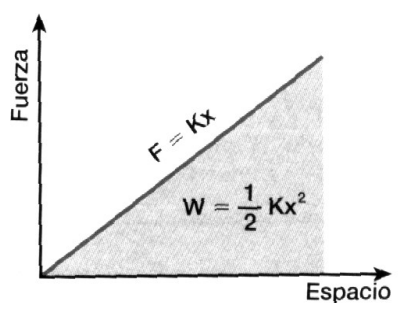
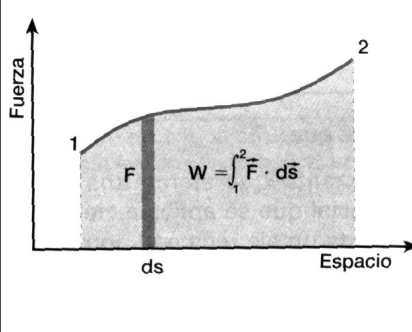
Es el caso de un muelle que estira bajo la acción de una fuerza exterior. Según la ley de Hooke  $F=k \cdot x$ .

Si representamos la fuerza variable en ordenadas y la distancia  $x$  en abscisas obtendremos la figura representada. El trabajo será entonces:

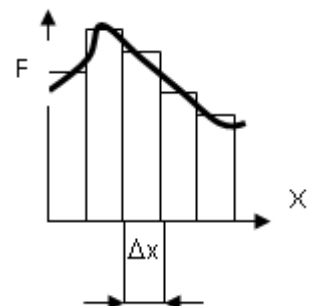
$$dW = F \cdot ds = k \cdot x \cdot dx \Rightarrow W = \int k \cdot x \cdot dx = k \cdot \int x \cdot dx = k \cdot \frac{1}{2} \cdot x^2 = \frac{k}{2} x^2 \quad \text{que es el área del triángulo representado en la figura (base } x; \text{ altura } kx).$$

### c) Si la fuerza es variable y la trayectoria no es recta

Es el caso general. Consideraremos el espacio dividido en desplazamientos elementales  $ds$ . El trabajo elemental  $dW$  serían paralelogramos elementales de altura  $F$  y anchura  $ds$ .

		
<p>El trabajo realizado por una fuerza constante a lo largo de una trayectoria rectilínea es igual al área del rectángulo.</p>	<p>El trabajo realizado por la fuerza elástica es igual al área del triángulo rectángulo.</p>	<p>El trabajo realizado por la fuerza variable <math>F</math> entre las posiciones 1 y 2 es igual al área limitada por la curva y el eje de abscisas</p>

Si no se desean hacer cálculos con integrales se podría calcular el área de modo aproximativo a base de rectángulos elementales, aumentando la precisión a medida que aumenta el número de rectángulos elementales:  $W = \sum F_i \cdot \Delta x$



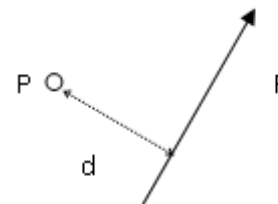
## 2.3.- Trabajo de rotación

En la rotación de un cuerpo, se produce el giro alrededor de un

punto por acción de una fuerza.

Momento de una fuerza respecto de un punto:

Es el producto de la fuerza por la distancia mínima al punto  $M=F.d$ . El momento de una fuerza con respecto a un punto P es el producto vectorial del vector distancia del punto P y el vector fuerza F. El momento se mide en N.m.



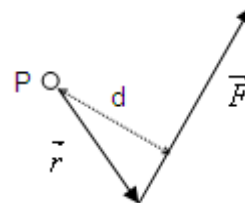
Si lo referimos vectorialmente al punto de aplicación de la fuerza.

$$\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

Trabajo de rotación

Si el momento de una fuerza permanece constante y los vectores r y F son perpendiculares, el trabajo realizado valdrá:

$$W = F \cdot l = F \cdot r \cdot \theta = M \cdot \theta$$

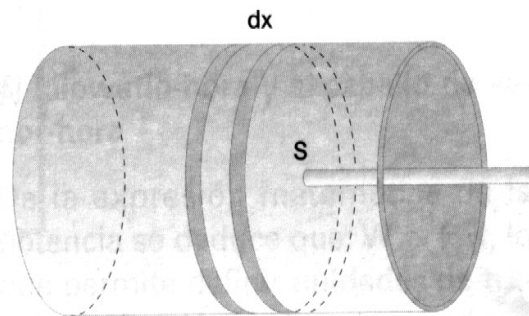


Se define el trabajo de rotación como:  $W = \int M \cdot d\sigma$  donde  $\sigma$  es el ángulo girado en radianes.

En el caso de que M no varíe se obtiene que  $W = M \cdot \sigma$ , siendo  $\sigma$  el ángulo girado en radianes.

## 2.4.- Trabajo de expansión-compresión en un cilindro

Sea un cilindro como el representado en la figura con una presión interior P y una superficie interior del pistón S. El pistón realiza un desplazamiento infinitesimal de valor dx.



- La fuerza que actúa sobre el émbolo será  $F = P \cdot S$
- El elemento diferencial de trabajo será  $dW = F \cdot dx = P \cdot S \cdot dx = P \cdot dV$  siendo dV un elemento diferencial de volumen y entonces:  $W = \int P \cdot dV$

a) Expansión isobárica

En el caso de que la expansión sea isobárica, es decir que la presión permanezca constante, tendremos que:

$W = P(V_2 - V_1)$ , es decir el área del rectángulo representado en la figura.

$$\text{Se demuestra que } W = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV = P \int_{V_1}^{V_2} dV = P(V_2 - V_1)$$

b) Expansión isotérmica

En el caso de que la expansión sea isotérmica, es decir que sea a temperatura constante tenemos que:  $PV = nRT$  ( $n$ =número de moles del gas;  $R$ =constante universal de los gases=8,3144 J/(°K.mol);  $T$ =temperatura en Kelvin).

Despejando obtenemos que  $P = nRT/V$

Entonces:

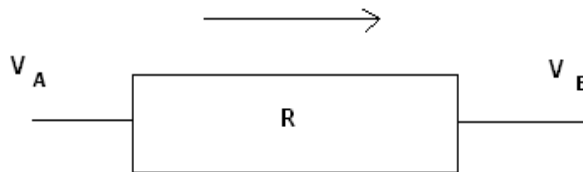
$$W = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV = \int_{V_1}^{V_2} n \cdot R \cdot T \cdot \frac{dV}{V} = n \cdot R \cdot T \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = P_1 \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = P_2 \cdot V_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Además según la ley de Boyle-Mariotte tenemos que  $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$  y podemos decir que:

$$W = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{P_1}{P_2} = P_1 \cdot V_1 \ln \frac{P_1}{P_2} = P_2 \cdot V_2 \ln \frac{P_1}{P_2}$$

## 2.5.- Trabajo eléctrico

Cuando una carga eléctrica se mueve entre dos puntos del espacio con potenciales diferentes, el trabajo realizado viene definido por:  $W = Q(V_A - V_B)$



Como:  $I = \frac{Q}{t}$  tenemos que;  $W = I \cdot t \cdot (V_A - V_B)$  aplicando la Ley de Ohm;  $I = \frac{V_A - V_B}{R}$

nos queda  $W = I^2 \cdot t \cdot R = \frac{(V_A - V_B)^2 \cdot t}{R}$

El trabajo eléctrico viene dado por las expresiones:  $W = P \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = V \cdot I \cdot t = \frac{V^2}{R} \cdot t = Q \cdot V$

donde: P=potencia eléctrica (vatios); t=tiempo(segundos); I=intensidad (amperios); R=resistencia (ohmios); V=diferencia de potencial (voltios)

## 3.- Potencia

Se define la potencia como la variación del trabajo por unidad de tiempo  $P = \frac{W}{t}$  y su unidad es el watio=julio/segundo.

La podemos expresar también como  $P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v$  donde v es la velocidad del cuerpo al que se le aplica la fuerza.

Se utilizan las siguientes unidades:

- 1 CV=735 W
- 1 HP=746W (sistema anglosajón)

### 3.1.- Potencia en un movimiento circular

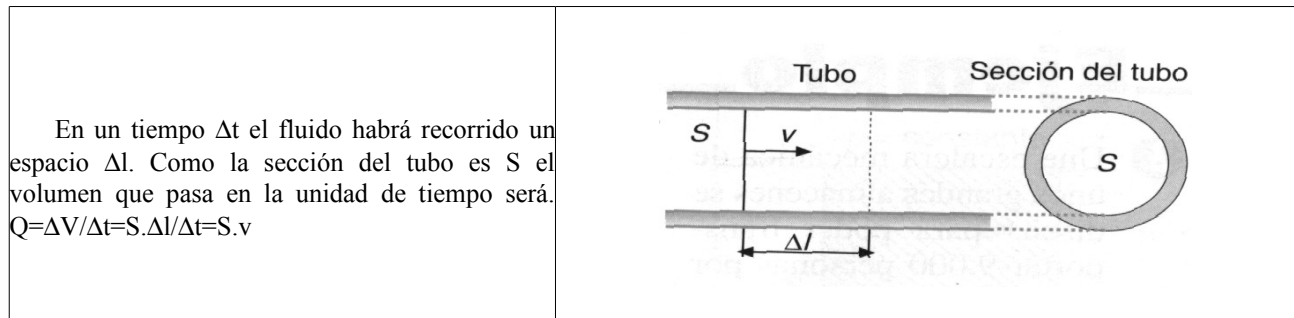
$$P = \frac{W}{t} = \frac{M \cdot \sigma}{t} = M \cdot \omega \quad \text{donde } \omega \text{ es la velocidad angular en rad/s}$$

Para pasar de r.p.m a radianes por segundo se puede seguir la siguiente equivalencia:

$$1 \text{ r.p.m.} = 2 \cdot \pi / 60 \text{ rad/s}$$

### 3.2.- Potencia desarrollada por un fluido que circula por el interior de una tubería

Sean:  $P$ =potencia (Wattios);  $p$ =presión que lleva el fluido ( $\text{Pa}=\text{N}/\text{m}^2$ );  $S$ =sección de la tubería ( $\text{m}^2$ );  $v$ =velocidad del fluido ( $\text{m}/\text{s}$ );  $V$ =volumen del fluido ( $\text{m}^3$ ) y  $Q$ (caudal)=Volumen de fluido/tiempo= $S \cdot v$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ )



→ Otras consideraciones son:  $P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t}$  como  $v = \frac{d}{t} \Rightarrow t = \frac{d}{v}$  sustituyendo;  
 $P = F \cdot v$  como el caudal es:  $Q = S \cdot v \Rightarrow v = \frac{Q}{S}$  sustituyendo en la expresión de la potencia;  
 $P = F \cdot v = p \cdot S \cdot \frac{Q}{S} = p \cdot Q$  Siendo la presión en pascuales (Pa) y el caudal en ( $\text{m}^3/\text{s}$ ).

### 3.3.- Potencia desarrollada en un circuito eléctrico

Se define la potencia como la variación del trabajo por unidad de tiempo  
 $P = \frac{W}{t} = \frac{I \cdot t \cdot V}{t} = I \cdot V$

Si tenemos en cuenta la Ley de Ohm:  $I = \frac{V}{R}$  y sustituimos, quedará:  $P = \frac{V^2}{R}$  y que  
 $P = I^2 R$

## 4.- Energía

Energía es la capacidad de realizar un trabajo. Puede manifestarse de muchas formas; calor, trabajo,...Se mide en julios, calorías o kwh.

### 4.1.- Energía mecánica

Es la energía almacenada en los cuerpos materiales y que puede definirse como la capacidad que tiene un cuerpo para realizar trabajo en función de su velocidad (cinética), de su posición en un campo gravitatorio (potencial gravitatoria), de su estado de tensión (potencial elástica), etc.

#### 1. Energía cinética

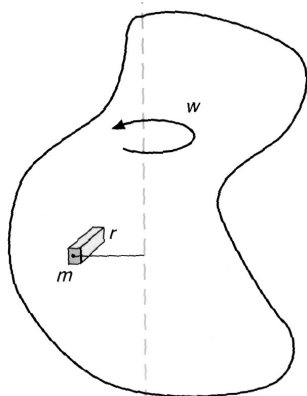
Es la energía que posee un cuerpo en virtud de su movimiento.

**E cinética=Energía cinética de traslación + Energía cinética de rotación**



## BLOQUE 2.- PRINCIPIOS DE MÁQUINAS.

a) Energía cinética de traslación. Es la energía cinética que posee el cuerpo debido a su movimiento de traslación..  $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$



la energía cinética de todas las partículas que giran con el cuerpo

b) Energía cinética de rotación. Es la energía cinética que posee un cuerpo debido a su movimiento de giro alrededor de un eje

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 \text{ donde } I \text{ es el}$$

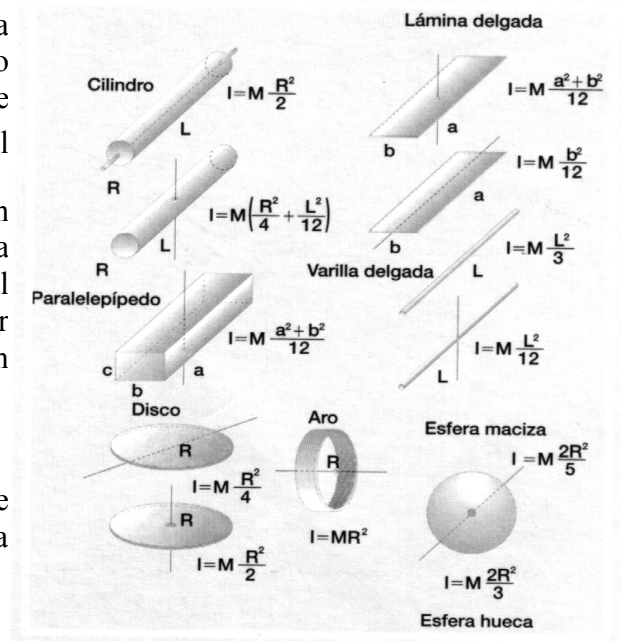
momento de inercia, que es un parámetro que depende de la masa y de la geometría del material. I se obtiene al sumar

## 2. Energía potencial gravitatoria

Es la energía que posee un cuerpo en función de su altura respecto de la superficie de la tierra

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

## Momentos de inercia de algunos sólidos respecto a determinados ejes



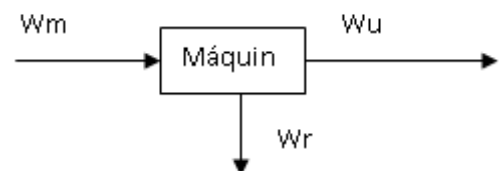
## 5.- Rendimiento de una máquina

### A) Conceptos básicos

Las máquinas son dispositivos que transforman una energía o un trabajo de una clase determinada en otra energía u otro trabajo. Llamaremos:

- $W_m$ =trabajo motor o energía de entrada
- $W_u$ = trabajo útil o energía de salida
- $W_r$ =trabajo resistente o perdidas

Como es evidente:  $W_m = W_u + W_r$



### B) Rendimiento

Es el cociente entre el trabajo útil y el motor

$$\eta = \frac{W_u}{W_m} = \frac{W_m - W_r}{W_m} = 1 - \frac{W_r}{W_m}$$

También se puede expresar en función de la potencia

$$\eta = \frac{P_u}{P_m} = \frac{P_m - P_r}{P_m} = 1 - \frac{P_r}{P_m}$$

### C) Rendimiento de máquinas consecutivas

En el caso de máquinas puestas consecutivamente en cadena de manera que cada una de ellas use la energía transformada por la anterior el rendimiento de toda la instalación será el producto de todos los rendimientos de cada una de las máquinas.  $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n$