Анализ данных для лингвистов

Г. А. Мороз

Оглавление

Глава 1

О курсе

Материалы для курса Анализа данных для лингвистов, Школа лингвистики НИУ ВШЭ.

- запись лекции 2021.01.13[1]
- запись лекции 2021.01.15[2]
- запись лекции 2021.01.20[3]
- запись лекции 2021.01.22[4]
- запись лекции 2021.01.27[5]

1.1 Домашние задания

- домашнее задание к лекции 29.01.2021:
  - вспомните пожалуйста, условные вероятности, формулу Байеса и при каких условиях ее применяют;
  - посмотрите освежающие материалы про условную вероятность[6] и формулу Байеса[7].
- домашнее задание 1. (дедлайны: 2021.02.10, 2021.02.13)[8]

[1] https://youtu.be/HmLcBJnfipk
[2] https://youtu.be/V_c_K_wBMuY
[3] https://youtu.be/cRc5z9F3XNw
[4] https://youtu.be/zj-1-invsGM
[5] https://youtu.be/2YRAdMLT4N0
[6] http://setosa.io/conditional/
[7] https://www.youtube.com/watch?v=HZGCoVF3YvM
[8] https://classroom.github.com/a/4HZBlHhX

1.2 Используемые пакеты

```
packageVersion("tidyverse")
```

```
## [1] '1.3.0'
```

```
packageVersion("fitdistrplus")
```

```
## [1] '1.1.3'
```

```
packageVersion("mixtools")
```

```
## [1] '1.2.0'
```

Глава 2

Распределения

```
library(tidyverse)
```

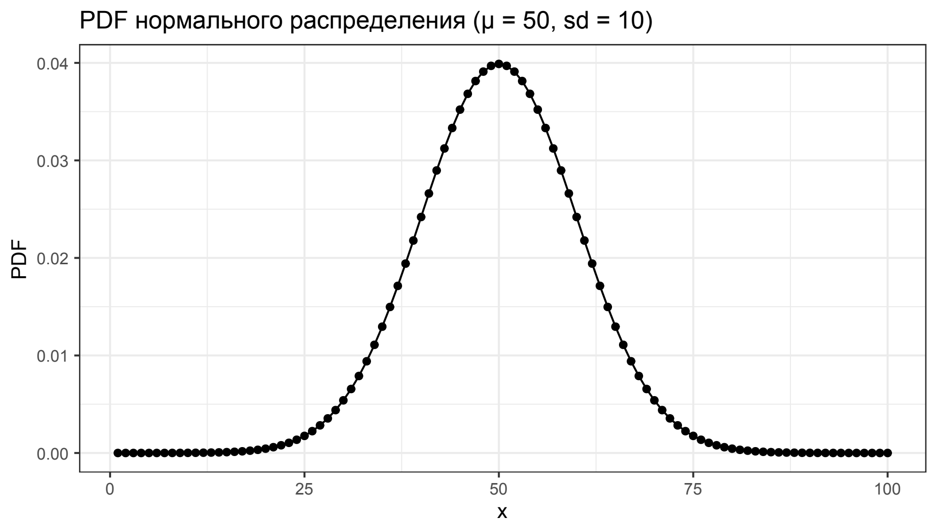
2.1 Распределения в R

В R встроено какое-то количество известных распределений. Все они представлены четырьмя функциями:

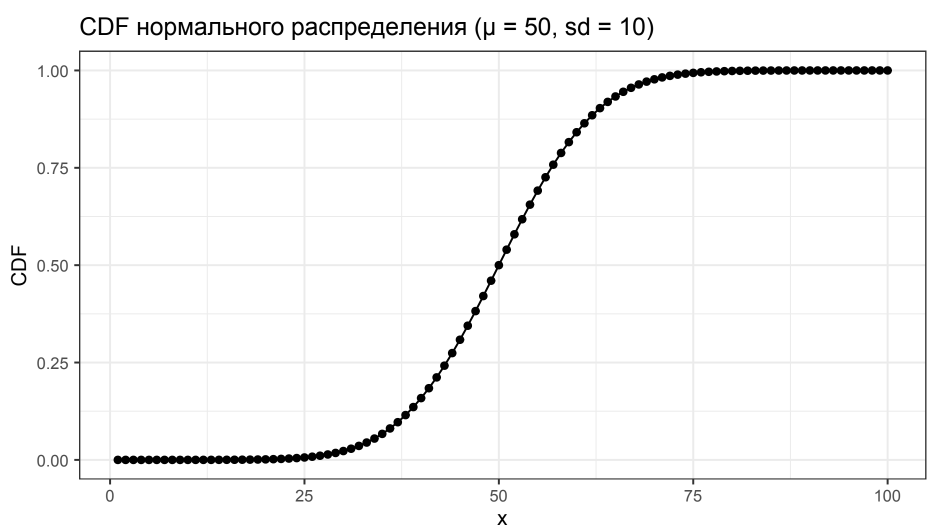
- `d...` (функция плотности, probability density function),
- `p...` (функция распределения, cumulative distribution function) — интеграл площади под кривой от начала до указанной квантили
- `q...` (обратная функции распределения, inverse cumulative distribution function) — значение *p*-той квантили распределения
- и `r...` (рандомные числа из заданного распределения).

Рассмотрим все это на примере нормального распределения.

```
tibble(x = 1:100,
       PDF = dnorm(x = x, mean = 50, sd = 10)) %>%
  ggplot(aes(x, PDF))+
  geom_point()+
  geom_line()+
  labs(title = "PDF нормального распределения (μ = 50, sd = 10)")
```

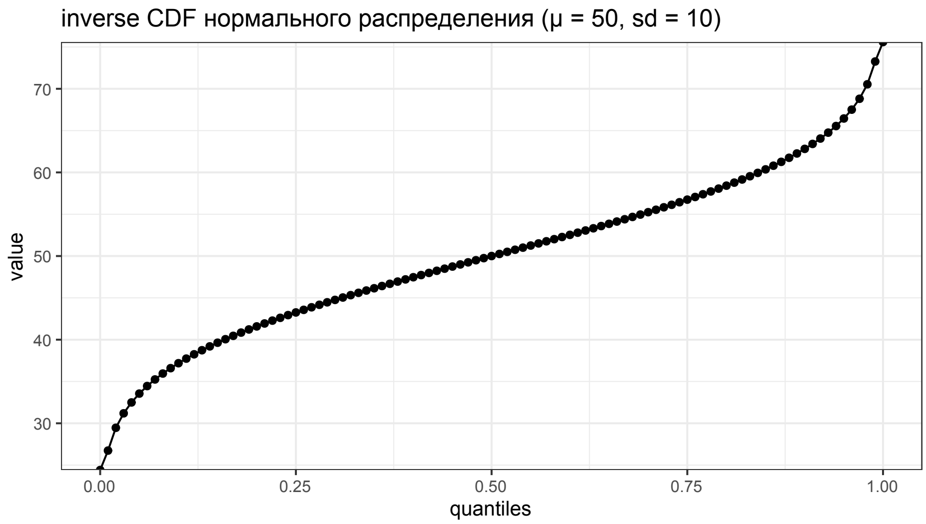



```
tibble(x = 1:100,
       CDF = pnorm(x, mean = 50, sd = 10)) %>%
  ggplot(aes(x, CDF))+
  geom_point()+
  geom_line()+
  labs(title = "CDF нормального распределения (μ = 50, sd = 10)")
```

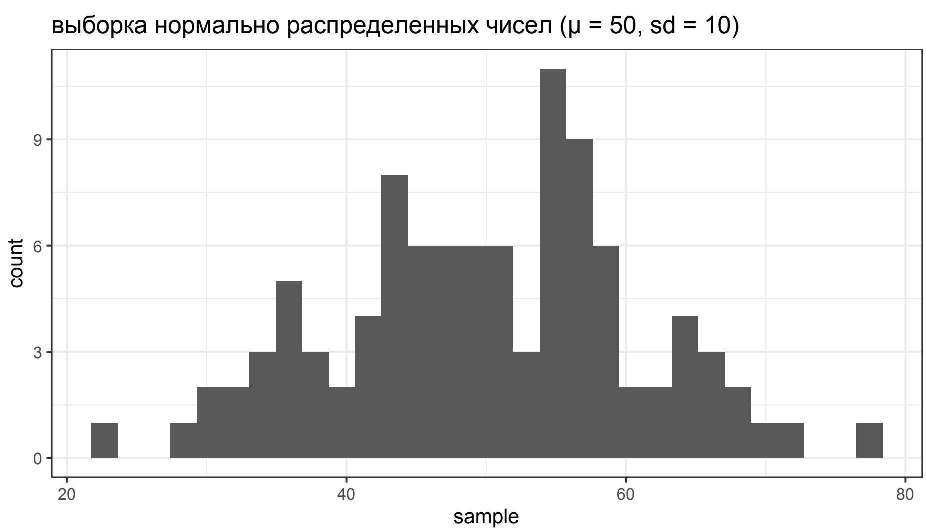



```
tibble(quantiles = seq(0, 1, by = 0.01),
       value = qnorm(quantiles, mean = 50, sd = 10)) %>%
  ggplot(aes(quantiles, value))+
```

```
  geom_point()+
  geom_line()+
  labs(title = "inverse CDF нормального распределения (μ = 50, sd = 10)")
```




```
tibble(sample = rnorm(100, mean = 50, sd = 10)) %>%
  ggplot(aes(sample))+
  geom_histogram()+
  labs(title = "выборка нормально распределенных чисел (μ = 50, sd = 10)")
```



Если не использовать `set.seed()`, то результат работы рандомизатора нельзя будет повторить.

Какое значение имеет 25% квантиль нормального распределения со средним в 20 и стандартным отклонением 90? Ответ округлите до трех знаков после запятой.

Данные из базы данных фонетических инвентарей PHOIBLE [@phoible], достаточно сильно упрощая, можно описать нормальным распределением со средним 35 фонем и стандартным отклонением 13. Если мы ничего не знаем про язык, оцените с какой вероятностью, согласно этой модели произвольно взятый язык окажется в промежутке между 25 и 50 фонемами? Ответ округлите до трех знаков после запятой.

Какие есть недостатки у модели из предыдущего задания?

2.2 Дискретные переменные

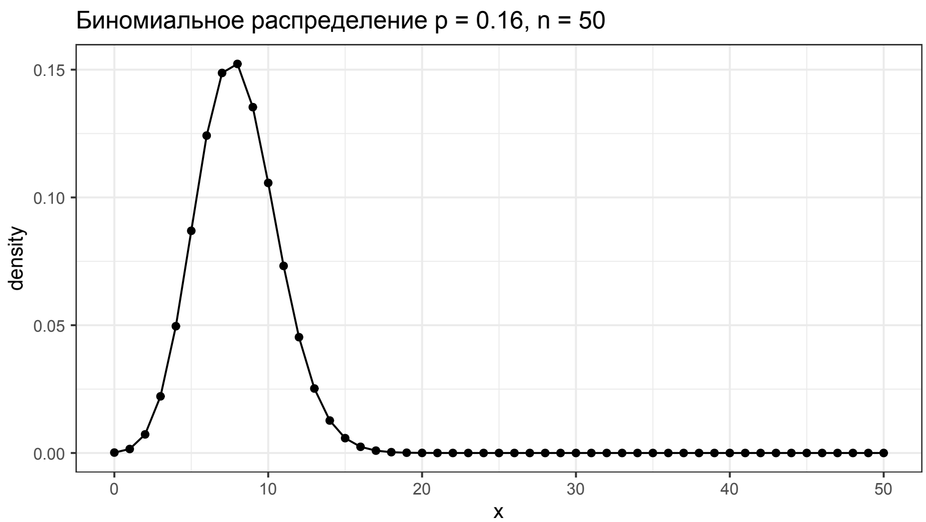
2.2.1 Биномиальное распределение

Биномиальное распределение — распределение количетсва успехов эксперементов Бернулли из n попыток с вероятностью успеха p.

$$P(k|n, p) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \times p^k \times (1-p)^{n-k} = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$$

$$0 \leq p \leq 1; n, k > 0$$

```
tibble(x = 0:50,
       density = dbinom(x = x, size = 50, prob = 0.16)) %>%
  ggplot(aes(x, density))+
  geom_point()+
  geom_line()+
  labs(title = "Биномиальное распределение p = 0.16, n = 50")
```



Немного упрощая данные из статьи [@rosenbach03: 394], можно сказать что носители британского английского предпочитают *s*-генитив (90%) *of*-генитиву (10%). Какова вероятность, согласно этим данным, что в интервью британского актера из 118 контекстов будет 102 *s*-генитивов? Ответ округлите до трёх или менее знаков после запятой.

А какое значение количества *s*-генитивов наиболее ожидаемо, согласно этой модели?

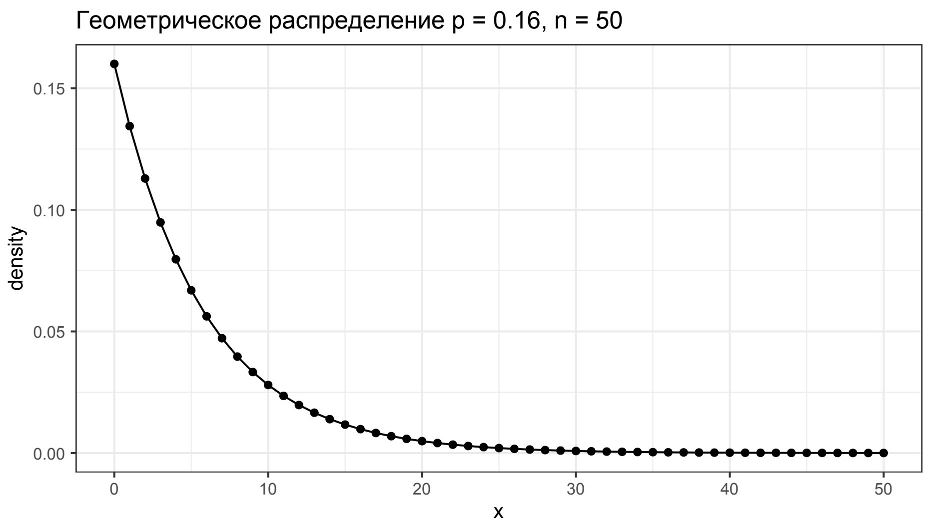
2.2.2 Геометрическое распределение

Геометрическое распределение — распределение количетсва эксперементов Бернулли с вероятностью успеха p до первого успеха.

$$P(k|p) = (1 - p)^k \times p$$

$$k \in \{1, 2, ...\}$$

```
tibble(x = 0:50,
       density = dgeom(x = x, prob = 0.16)) %>%
  ggplot(aes(x, density))+
  geom_point()+
  geom_line()+
  labs(title = "Геометрическое распределение p = 0.16, n = 50")
```



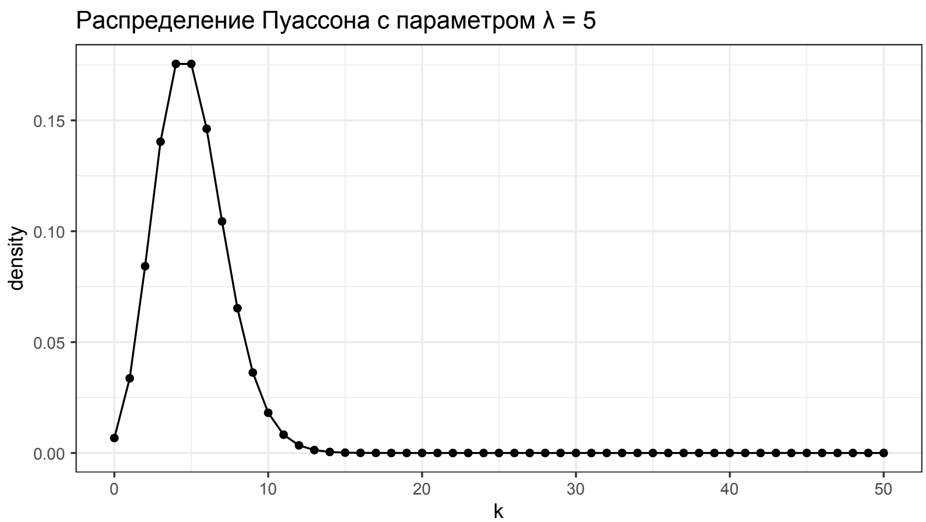
Приняв модель из [@rosenbach03: 394], какова вероятность, что в интервью с британским актером первый *of*-генитив будет третьим по счету?

2.2.3 Распределение Пуассона

Распределение дискретной переменной, обозначающей количество случаев k некоторого события, которое происходит с некоторой заданной частотой λ.

$$P(\lambda) = \frac{e^{-\lambda} \times \lambda^k}{k!}$$

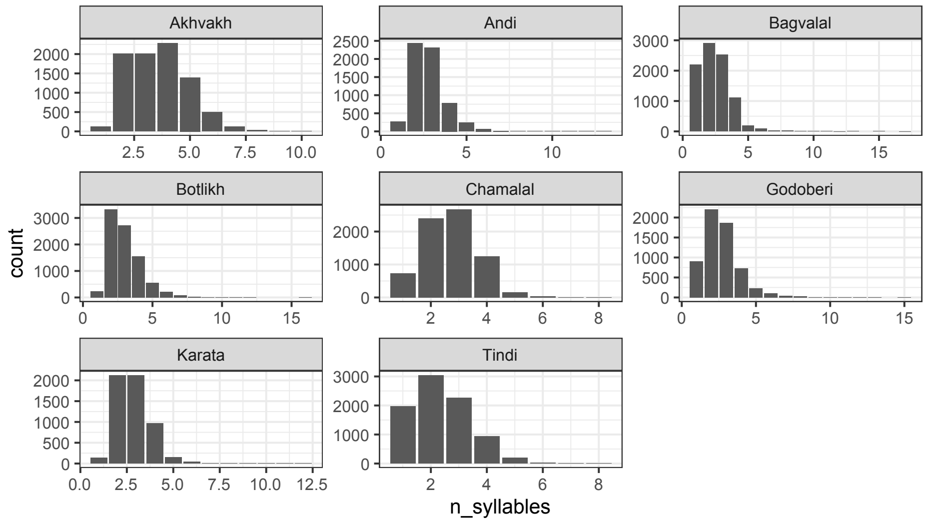
```
tibble(k = 0:50,
       density = dpois(x = k, lambda = 5)) %>%
  ggplot(aes(k, density))+
  geom_point()+
  geom_line()+
  labs(title = "Распределение Пуассона с параметром λ = 5")
```



Параметр λ в модели Пуассона одновременно является и средним, и дисперсией.

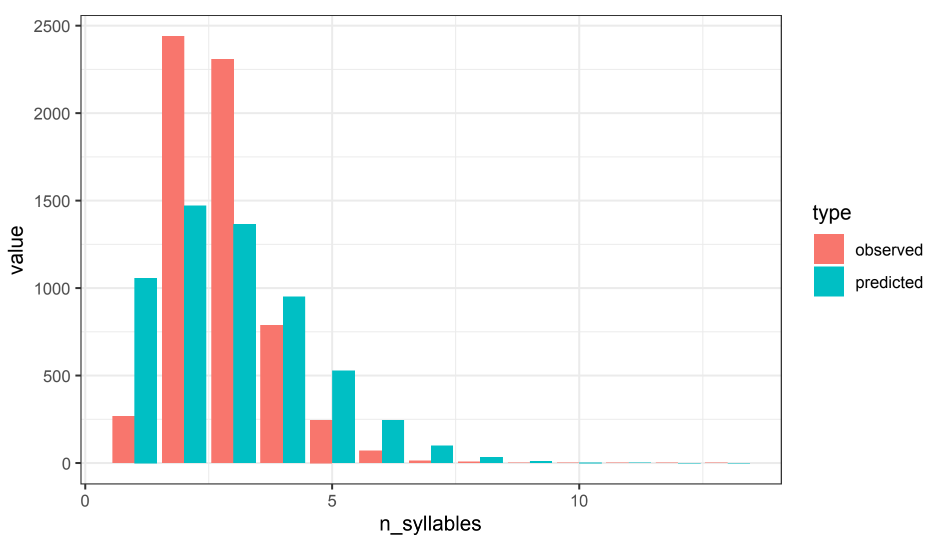
Попробуем воспользоваться распределением Пуассона для моделирования количества слогов в андийском языке. Количество слогов – это всегда натуральное число (т. е. не бывает 2.5 слогов, не бывает -3 слогов и т. д., но в теории может быть 0 слогов), так что модель Пуассона здесь применима. Согласно модели Пуассона все слова независимо друг от друга получают сколько-то слогов согласно распределению Пуассона. Посмотрим на данные:

```
andic_syllables <- read_csv("https://raw.githubusercontent.com/agricolamz/2021_da4l/master/data/andic_syllables.csv")

andic_syllables %>%
  ggplot(aes(n_syllables, count))+
  geom_col()+
  facet_wrap(~language, scales = "free")
```

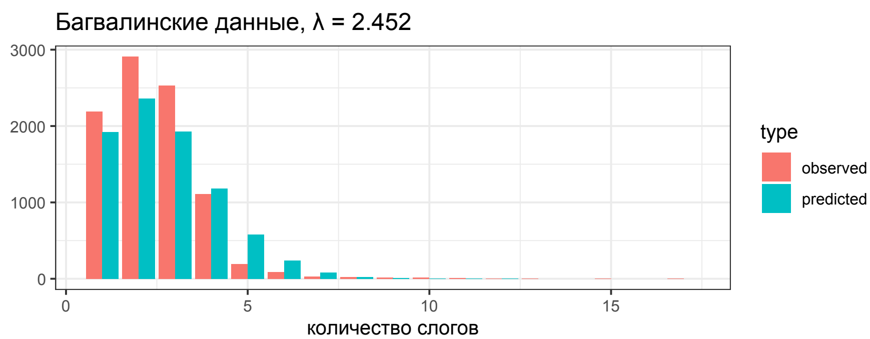


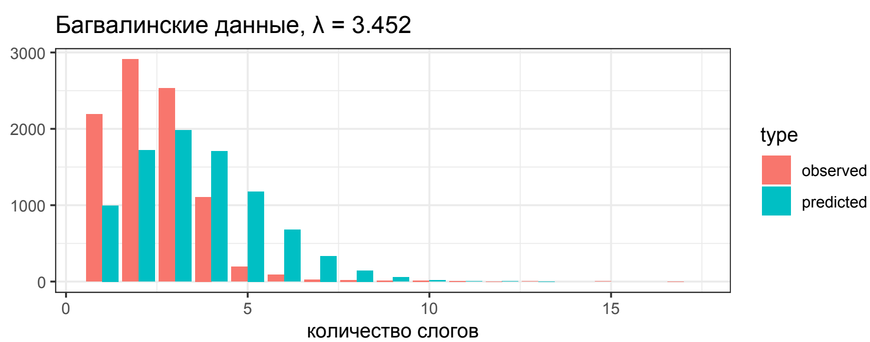
Птичка напела (мы научимся узнавать, откуда птичка это знает на следующем занятии), что андийские данные можно описать при помощи распределения Пуассона с параметром $\lambda = 2.783$.

```
andic_syllables %>%
  filter(language == "Andi") %>%
  rename(observed = count) %>%
  mutate(predicted = dpois(n_syllables, lambda = 2.783)*sum(observed)) %>%
  pivot_longer(names_to = "type", values_to = "value", cols = c(observed, predicted)) %>%
  ggplot(aes(n_syllables, value, fill = type))+
  geom_col(position = "dodge")
```



На графиках ниже представлены предсказания трех Пуассоновских моделей, какая кажется лучше?





Выше было написано:

> Согласно модели Пуассона все слова **независимо друг от друга** получают сколько-то слогов согласно распределению Пуассона.

Какие проблемы есть у предположения о независимости друг от друга количества слогов разных слов в словаре?

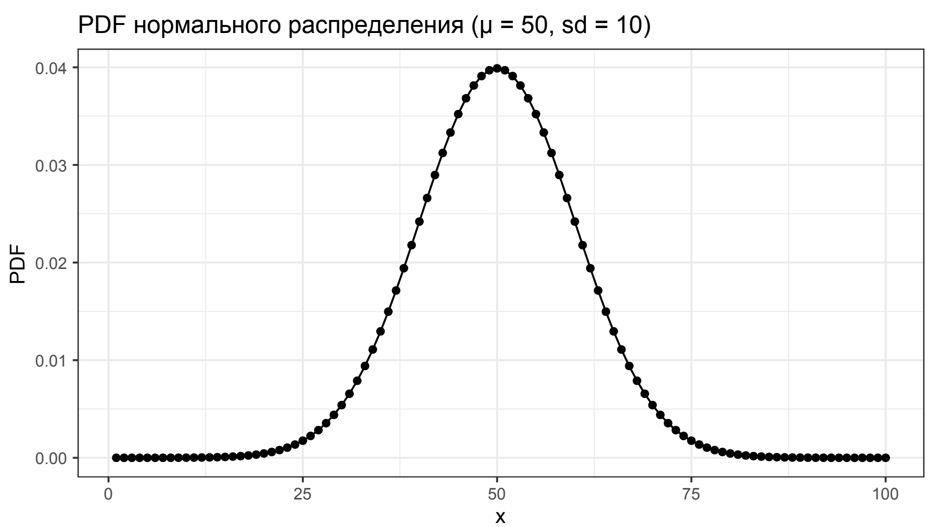
2.3 Числовые переменные

2.3.1 Нормальное распределение

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

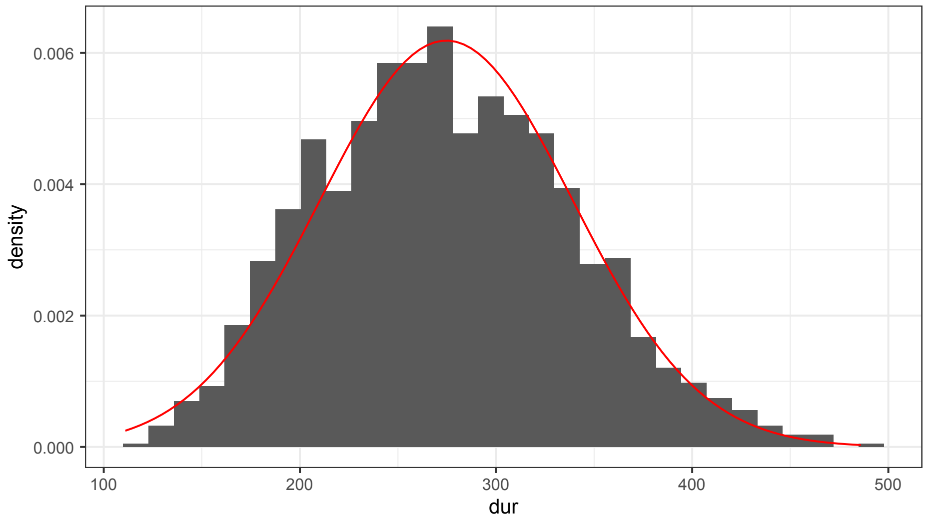
$$\mu \in \mathbb{R}; \sigma^2 > 0$$

```
tibble(x = 1:100,
       PDF = dnorm(x = x, mean = 50, sd = 10)) %>%
  ggplot(aes(x, PDF))+
  geom_point()+
  geom_line()+
  labs(title = "PDF нормального распределения (μ = 50, sd = 10)")
```



Птичка напела, что длительность гласных американского английского из (Hillenbrand et al., 1995) можно описать нормальным распределением с параметрами $\mu = 274.673$ и $\sigma = 64.482$. Посмотрим, как можно совместить данные и это распределение:

```
vowels <- read_csv("https://raw.githubusercontent.com/agricolamz/2021_da4l/master/data/phonTools_hillenbrand_1995.csv")
vowels %>%
  ggplot(aes(dur)) +
  geom_histogram(aes(y =..density..)) + # обратите внимание на аргумент ..density..
  stat_function(fun = dnorm, args = list(mean = 274.673, sd = 64.482), color = "red")
```

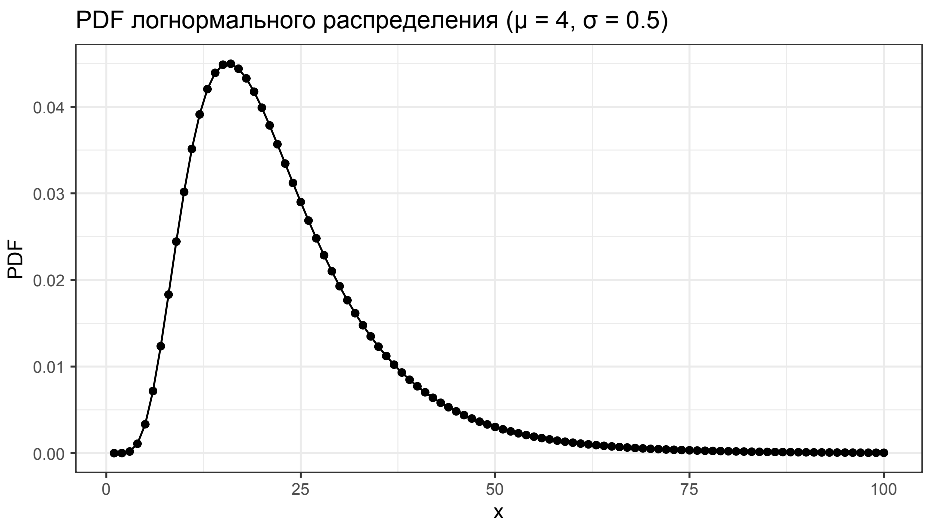


2.3.2 Логнормальное распределение

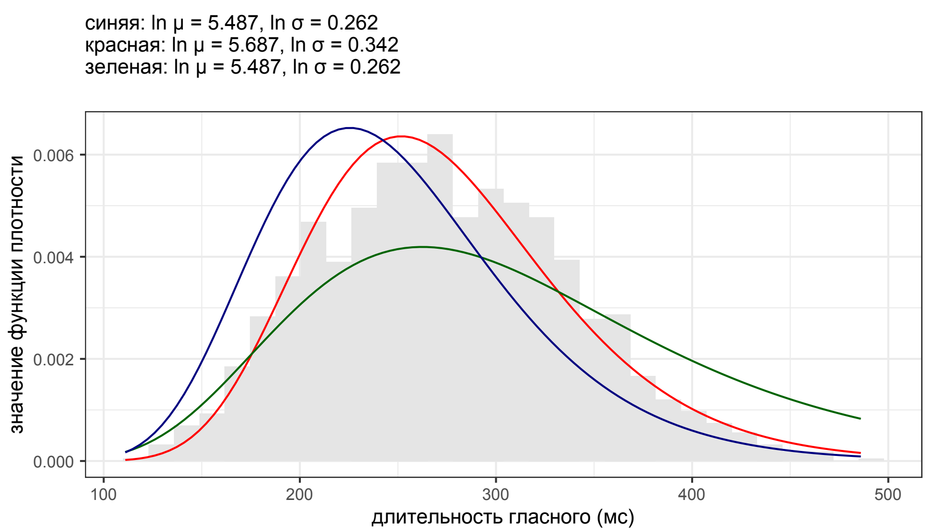
$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{x\sigma 2\pi}} \times e^{-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\mu \in \mathbb{R}; \sigma^2 > 0$$

```
tibble(x = 1:100,
       PDF = dlnorm(x = x, mean = 3, sd = 0.5)) %>%
  ggplot(aes(x, PDF))+
  geom_point()+
  geom_line()+
  labs(title = "PDF логнормального распределения (μ = 4, σ = 0.5)")
```



Какая из логнормальных моделей для длительности гласных американского английского из [@hillenbrand95] лучше подходит к данным? Попробуйте самостоятельно построить данный график.



2.3.3 Что еще почитать про распределения?

Люди придумали очень много разных распределений. Стоит, наверное, также понимать, что распределения не существуют отдельно в вакууме: многие из них математически связаны друг с другом. Про это можно посмотреть вот здесь[1] или здесь[2].

[1] http://www.math.wm.edu/~leemis/chart/UDR/UDR.html
[2] https://en.wikipedia.org/wiki/Relationships_among_probability_distributions

Глава 3

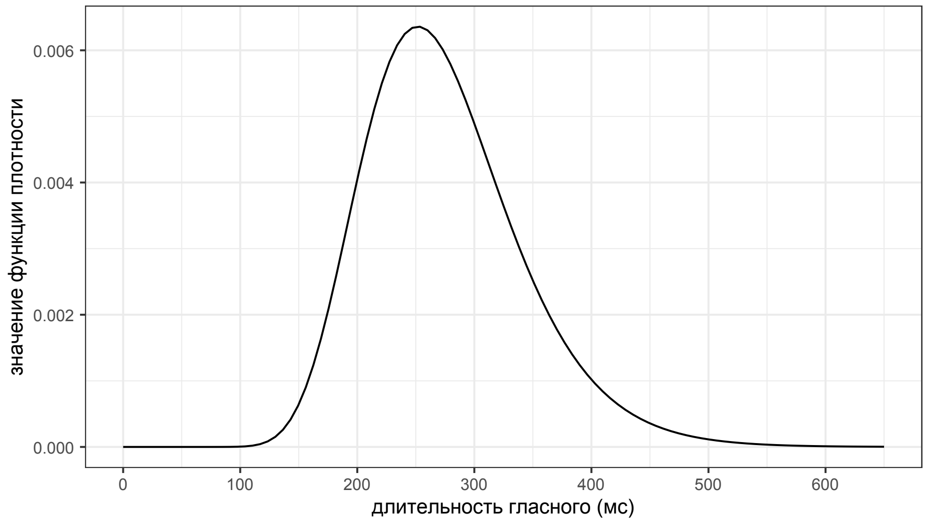
Метод максимального правдоподобия

3.1 Оценка вероятности

```
library(tidyverse)
```

Когда у нас задано некоторое распределение, мы можем задавать к нему разные вопросы. Например, если мы верим что длительность гласных американского английского из (Hillenbrand et al., 1995) можно описать логнормальным распределением с параметрами $\ln \mu = 5.587$ и $\ln \sigma = 0.242$, то мы можем делать некотрые предсказания относительно интересующей нас переменной.

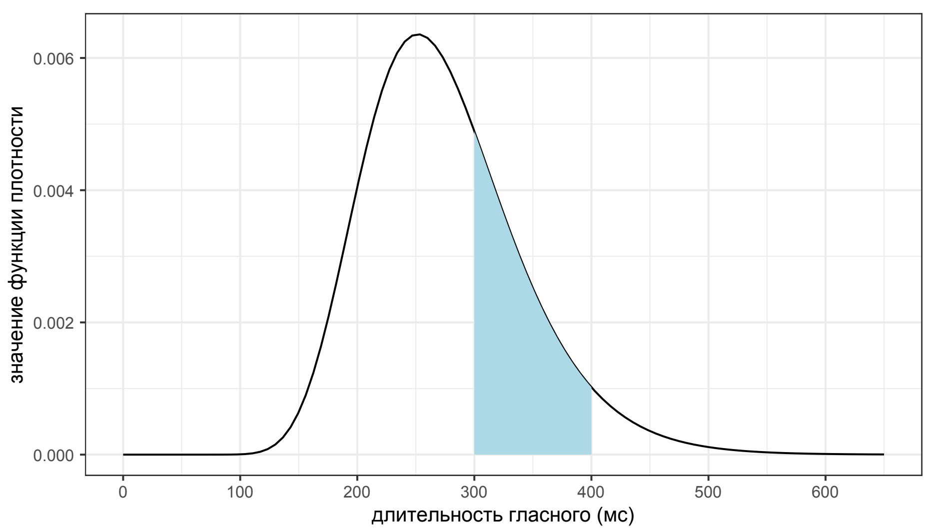
```
ggplot() +
  stat_function(fun = dlnorm, args = list(mean = 5.587, sd = 0.242))+
  scale_x_continuous(breaks = 0:6*100, limits = c(0, 650))+
  labs(x = "длительность гласного (мс)",
       y = "значение функции плотности")
```



Если принять на веру, что логнормальное распределение с параметрами $\ln\mu = 5.587$ и $\ln\sigma = 0.242$ описывает данные длительности гласных американского английского из [@hillenbrand95], то какова вероятность наблюдать значения между 300 и 400 мс? То же самое можно записать, используя математическую нотацию:

$$P\left(X \in [300,\ 400] | X \sim \ln\mathcal{N}(\ln\mu = 5.587, \ln\sigma = 0.242)\right) = ??$$

Ответ округлите до трех и меньше знаков после запятой.



Если принять на веру, что биномиальное распределение с параметрами $p = 0.9$ описывает, согласно [@rosenbach03: 394] употребление *s*-генитивов в британском английском, то какова вероятность наблюдать значения между 300 и 350 генитивов в интервью, содержащее 400 генитивных контекстов? То же самое можно записать, используя математическую нотацию:

$$P\left(X \in [300,\ 350] | X \sim Binom(n = 400, p = 0.9)\right) = ??$$

Ответ округлите до трех и меньше знаков после запятой.

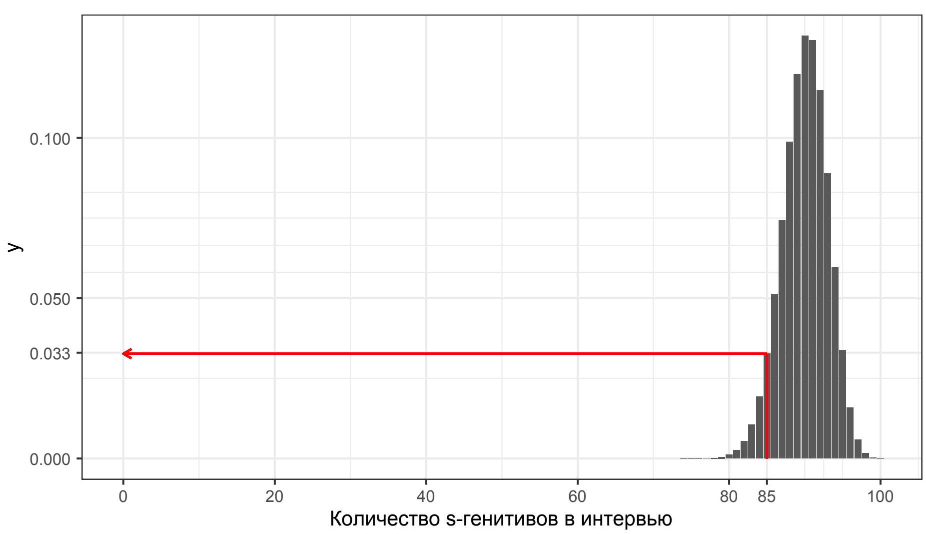
3.2 Функция правдоподобия

Если при поиске вероятностей, мы предполагали, что данные нам **неизвестны**, а распределение и его параметры **известны**, то функция правдоподобия позволяет этот процесс перевернуть, запустив поиск параметров распределения, при изветсных данных и семье распределения:

$$L\left(X \sim Distr(...)|x\right) = ...$$

Таким образом получается, что на основании функции плотности мы можем сравнивать, какой параметр лучше подходит к нашим данным.

Для примера рассмотрим наш s-генетив: мы провели интервью и нам встретилось 85 *s*-генетивов из 100 случаев всех генетивов. Насколько хорошо подходит нам распределение с параметром *p* = 0.9?



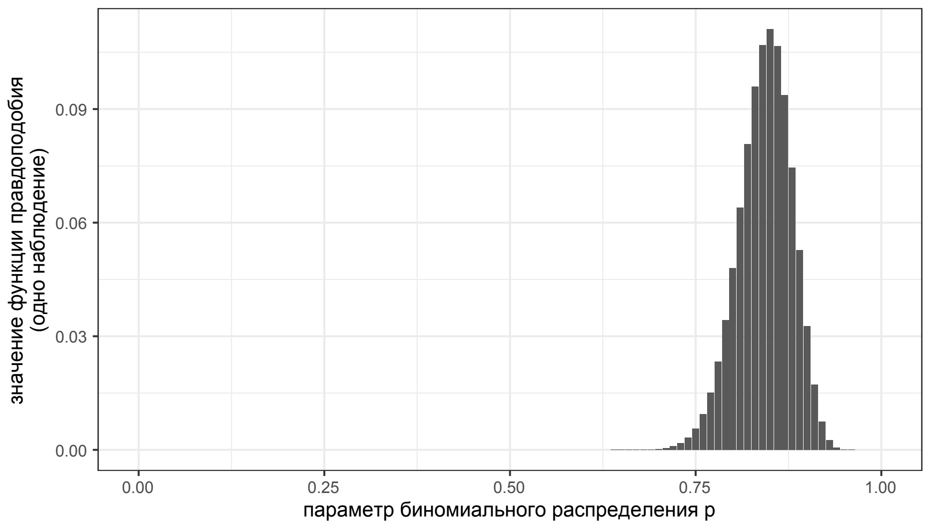
Ответ:

```
dbinom(85, 100, 0.9)
```

```
[1] 0.03268244
```

Представим теперь это как функцию от параметра p:

```
tibble(p = seq(0, 1, by = 0.01)) %>%
  ggplot(aes(p)) +
  stat_function(fun = function(p) dbinom(85, 100, p), geom = "col")+
  labs(x = "параметр биномиального распределения p",
       y = "значение функции правдоподобия\n(одно наблюдение)")
```

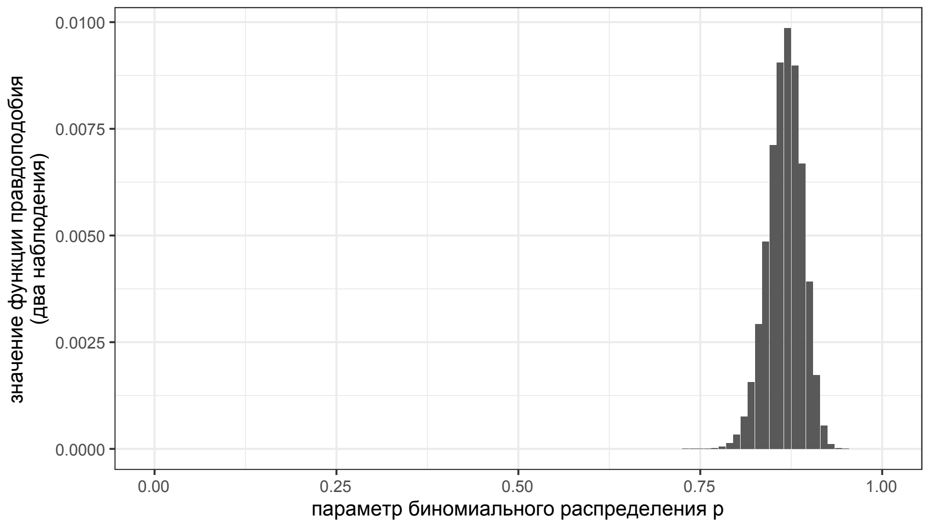


А что если мы располагаем двумя интервью одного актера? В первом на сто генитивов пришлось 85 s-генитивов, а во втором – 89. В таком случае, также как и с вероятностью наступления двух независимых событий, значения функции плотности перемножаются.

```
dbinom(85, 100, 0.9)*dbinom(89, 100, 0.9)
```

```
[1] 0.003917892
```

```
tibble(p = seq(0, 1, by = 0.01)) %>%
  ggplot(aes(p)) +
  stat_function(fun = function(p) dbinom(85, 100, p)*dbinom(89, 100, p), geom = "col")+
  labs(x = "параметр биномиального распределения p",
       y = "значение функции правдоподобия\n(два наблюдения)")
```



В итоге:

- вероятность — P(data|distribution)
- правдоподобие — L(distribution|data)

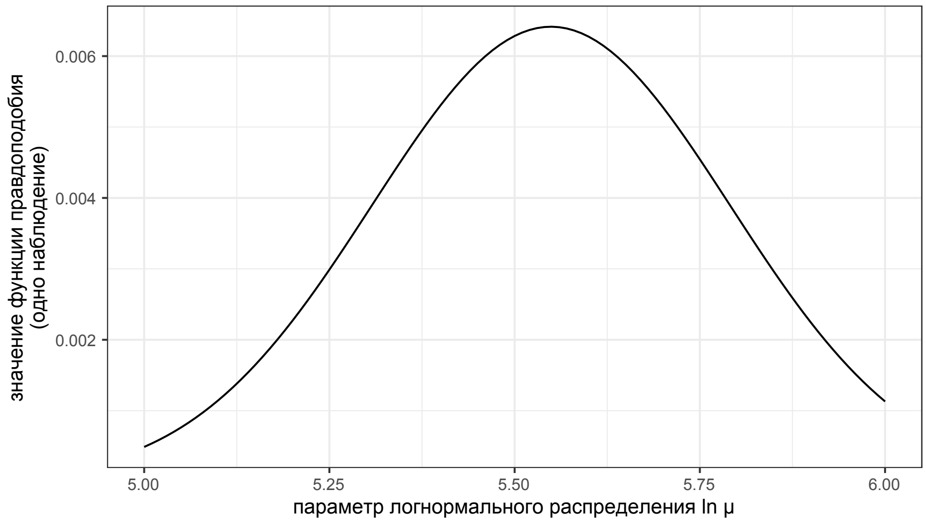
Интеграл распределения/сумма значений вероятностей равен/на 1. Интеграл распределения/сумма значений правдоподобия может быть не равен/на 1[1].

3.3 Пример с непрерывным распределением

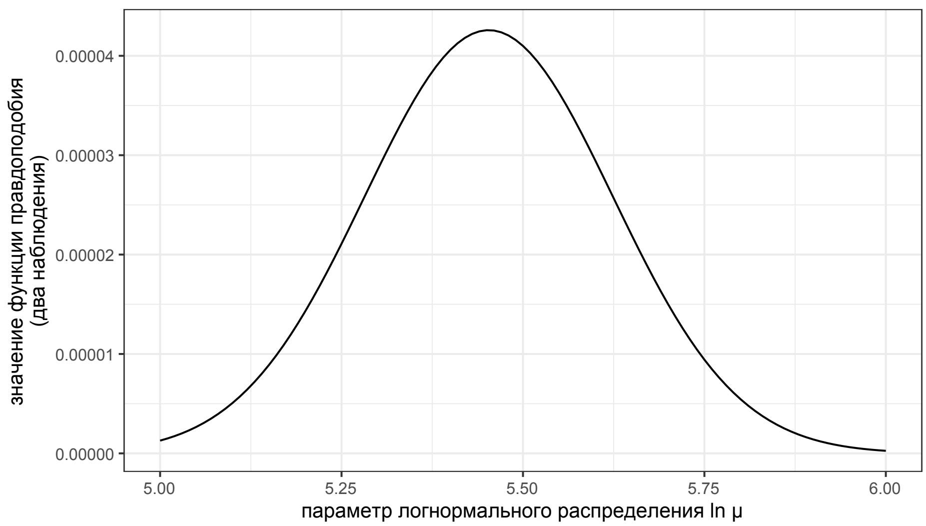
Мы уже обсуждали, что длительность гласных американского английского из (Hillenbrand et al., 1995) можно описать логнормальным распределением с параметрами $\ln \mu$ и $\ln \sigma$. Предположим, что $\ln \sigma = 0.342$, построим функцию правдоподобия для $\ln \mu$:

```
vowels <- read_csv("https://raw.githubusercontent.com/agricolamz/2021_da4l/master/data/phonTools_hillenbrand_1995.csv")

tibble(ln_mu = seq(5, 6, by = 0.001)) %>%
  ggplot(aes(ln_mu)) +
  stat_function(fun = function(ln_mu) dlnorm(vowels$dur[1], meanlog = ln_mu, sdlog = 0.242))+
  labs(x = "параметр логнормального распределения ln μ",
       y = "значение функции правдоподобия\n(одно наблюдение)")
```

[1] https://stats.stackexchange.com/a/31241/225843

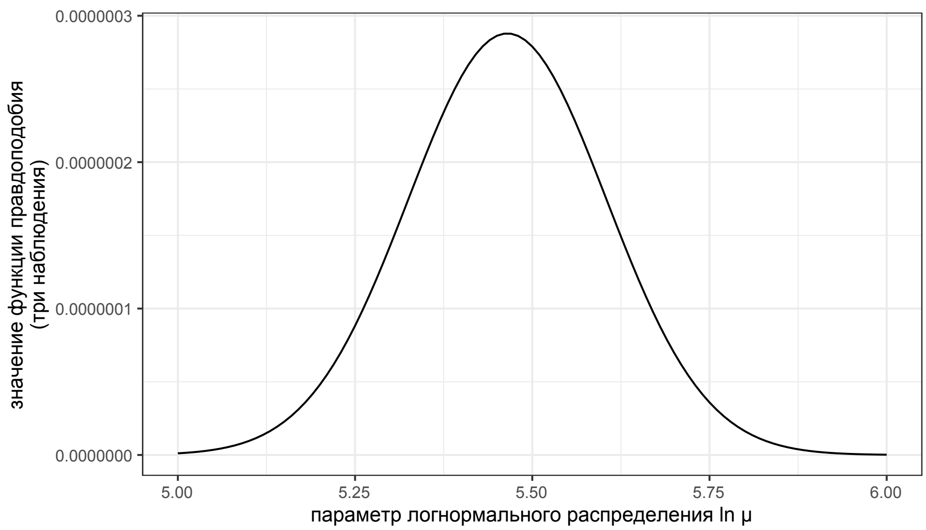



```
tibble(ln_mu = seq(5, 6, by = 0.001)) %>%
  ggplot(aes(ln_mu)) +
  stat_function(fun = function(ln_mu) dlnorm(vowels$dur[1], meanlog = ln_mu, sdlog = 0.242)*dlnorm(vowels$dur[2], meanlog = ln_mu,
  labs(x = "параметр логнормального распределения ln μ",
       y = "значение функции правдоподобия\n(два наблюдения)")
```




```
tibble(ln_mu = seq(5, 6, by = 0.001)) %>%
  ggplot(aes(ln_mu)) +
  stat_function(fun = function(ln_mu) dlnorm(vowels$dur[1], meanlog = ln_mu, sdlog = 0.242)*dlnorm(vowels$dur[2], meanlog = ln_mu,
  labs(x = "параметр логнормального распределения ln μ",
```

```
    y = "значение функции правдоподобия\n(три наблюдения)")
```



Для простоты в начале я зафиксировал один из параметров логнормального распределения: лог стандартное отклонение. Конечно, это совсем необязательно делать: можно создать матрицу значений лог среднего и лог стандартного отклонения и получить для каждой ячейки матрицы значения функции правдоподобия.

3.4 Метод максимального правдоподобия (MLE)

Функция правдоподобия позволяет подбирать параметры распределения. Оценка параметров распределения при помощи функции максимального правдоподобия получила название метод максимального правдоподобия. Его я и использовал ранее для того, чтобы получить значения распределений для заданий из первого занятия:

- данные длительности американских гласных из (Hillenbrand et al., 1995) и логнормальное распределение

```
library(fitdistrplus)
fitdist(vowels$dur, distr = 'lnorm', method = 'mle')
```

```
Fitting of the distribution ' lnorm ' by maximum likelihood
Parameters:
         estimate  Std. Error
meanlog 5.5870359 0.005935135
sdlog   0.2423978 0.004196453
```

- количество андийских слогов в словах и распределение Пуассона

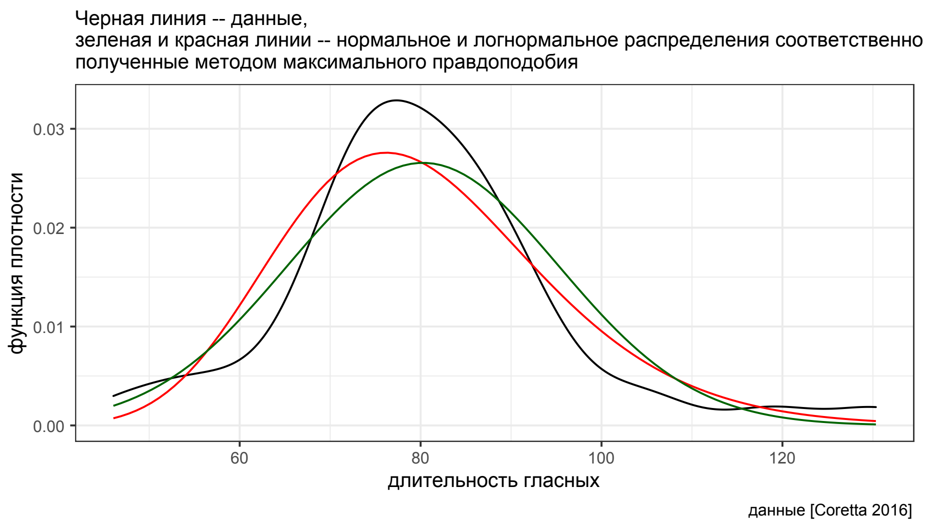
```
andic_syllables <- read_csv("https://raw.githubusercontent.com/agricolamz/2021_da4l/master/data/andic_syllables.csv")

andic_syllables %>%
  filter(language == "Andi") %>%
  uncount(count) %>%
  pull(n_syllables) %>%
  fitdist(distr = 'pois', method = 'mle')
```

```
Fitting of the distribution ' pois ' by maximum likelihood
Parameters:
       estimate Std. Error
lambda 2.782715 0.02128182
```

- Есть и другие методы оценки параметров.
- Метод максимального правдоподобия может быть чувствителен к размеру выборки.

Отфильтруйте из данных с количеством слогов в андийских языках[2] багвалинский и, используя метод максимального правдоподобия, оцените для них параметры модели Пуассона.

В работе [@coretta2016] собраны данные[3] длительности исландских гласных. Отфильтруйте данные, оставив односложные слова (переменная `syllables`) после придыхательного (переменная `aspiration`), произнесенные носителем `tt01` (переменная `speaker`) и постройте следующий график, моделируя длительность гласных (переменная `vowel.dur`) нормальным и логнормальным распределением. Как вам кажется, какое распределение лучше подходит к данным? Докажите ваше утверждение, сравнив значения правдоподобия.



3.5 Логорифм функции правдоподобия

Так как в большинстве случаев нужно найти лишь максимум функции правдоподобия, а не саму функцию $\ell(x|\theta)$, то для облегчения подсчетов используют логорифмическую функцию правдоподобия $\ln \ell(x|\theta)$: в результате, вместо произведения появляется сумма[4]:

$$\text{argmax}_\theta \prod \ell(\theta|x) = \text{argmax}_\theta \sum \ln \ell(\theta|x)$$

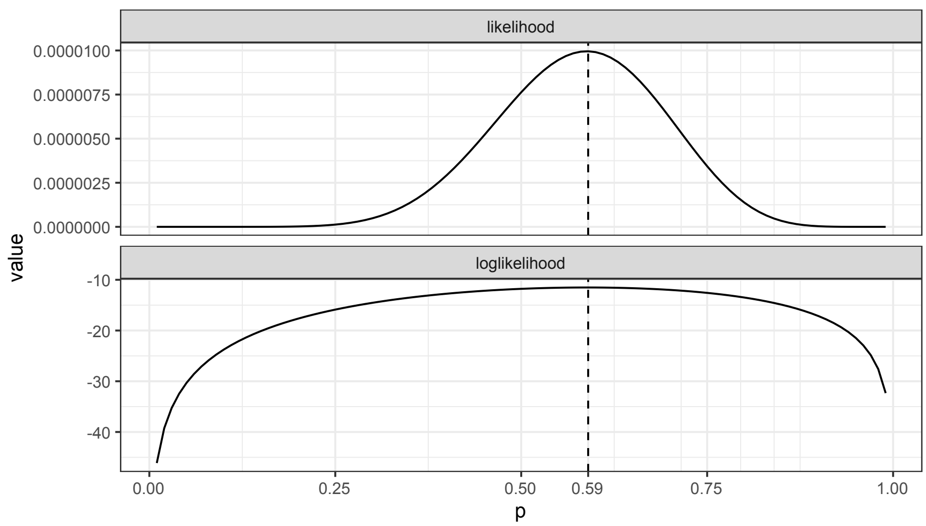
Во всех предыдущих примерах мы смотрели на 1-3 примера данных, давайте попробуем использовать функцию правдоподобия для большего набора данных.

Представим, что мы проводим некоторый эксперимент, и у некоторых участников все получается с первой попытки, а некоторым нужна еще одна попытка или даже две. Дополните код функциями правдоподобия и логорифмической функцией правдоподобия, чтобы получился график ниже.

```
set.seed(42)
v <- sample(0:2, 10, replace = TRUE)

sapply(seq(0.01, 0.99, 0.01), function(p){
  ...
}) ->
  likelihood
```

[4] Это просто свойство логарифмов: `log(5*5) = log(5)+log(5)`

```
sapply(seq(0.01, 0.99, 0.01), function(p){
  ...
}) ->
  loglikelihood

tibble(p = seq(0.01, 0.99, 0.01),
       loglikelihood,
       likelihood) %>%
  pivot_longer(names_to = "type", values_to = "value", loglikelihood:likelihood) %>%
  ggplot(aes(p, value))+
  geom_line()+
  geom_vline(xintercept = 0.33, linetype = 2)+
  facet_wrap(~type, scales = "free_y", nrow = 2)+
  scale_x_continuous(breaks = c(0:5*0.25, 0.33))
```



Глава 4

Модели смеси распределений

4.1 Смеси распределений

Не все переменные выглядят так же красиво, как распределения из учебников статистики. Для примера возьмем датасет, который содержит спамерские и обычные смс-сообщения, выложенный UCI Machine Learning на kaggle[1]. Посчитаем количество символов в сообщениях:

```
spam_sms <- read_csv("https://raw.githubusercontent.com/agricolamz/2021_da4l/master/data/spam_sms.csv")

glimpse(spam_sms)
```

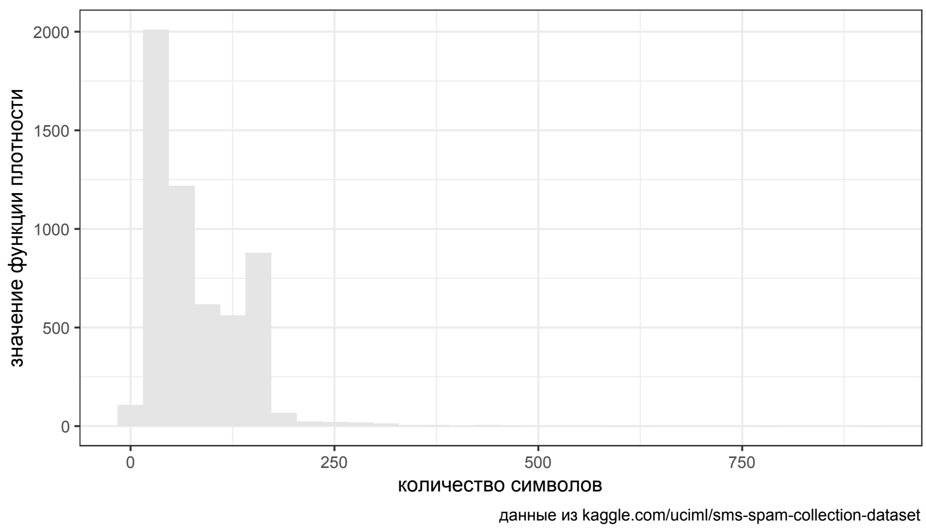
```
Rows: 5,572
Columns: 2
$ type    <chr> "ham", "ham", "spam", "ham", "ham", "spam", "ham", "ham", "...
$ message <chr> "Go until jurong point, crazy.. Available only in bugis n g...
```

```
spam_sms %>%
  mutate(n_char = nchar(message)) ->
  spam_sms

glimpse(spam_sms)
```

```
Rows: 5,572
Columns: 3
$ type    <chr> "ham", "ham", "spam", "ham", "ham", "spam", "ham", "ham", "...
$ message <chr> "Go until jurong point, crazy.. Available only in bugis n g...
$ n_char  <int> 111, 29, 155, 49, 61, 147, 77, 160, 157, 154, 109, 136, 155...
```

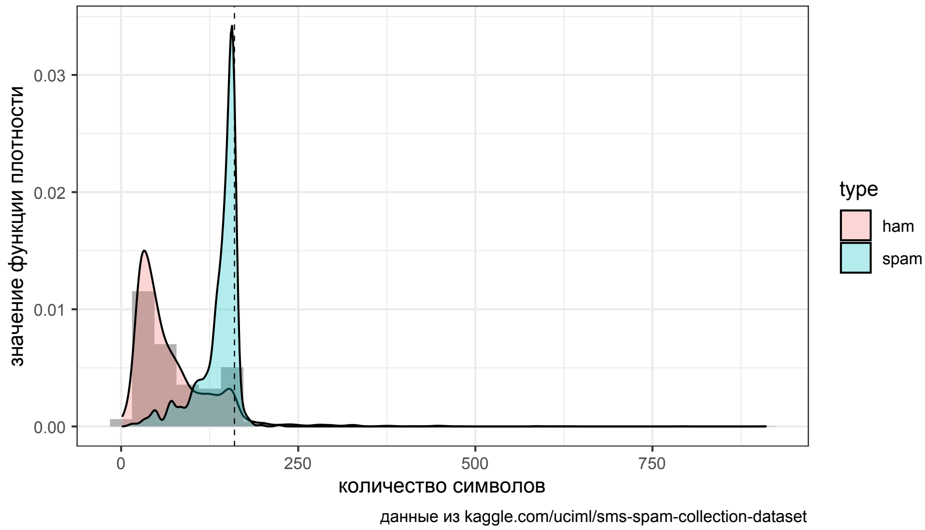
[1] https://www.kaggle.com/uciml/sms-spam-collection-dataset

```
spam_sms %>%
  ggplot(aes(n_char))+
  geom_histogram(fill = "gray90")+
  labs(caption = "данные из kaggle.com/uciml/sms-spam-collection-dataset",
       x = "количество символов",
       y = "значение функции плотности")
```



Мы видим два явных горба и, как можно догадаться, это связано с тем, что спамерские сообщения в среднем длиннее и сосредоточены вокруг ограничения смс в 160 символов:

```
spam_sms %>%
  ggplot(aes(n_char))+
  geom_histogram(fill = "gray70", aes(y = ..density..))+
  geom_density(aes(fill = type), alpha = 0.3)+
  labs(caption = "данные из kaggle.com/uciml/sms-spam-collection-dataset",
       x = "количество символов",
       y = "значение функции плотности")+
  geom_vline(xintercept = 160, linetype = 2, size = 0.3)
```



4.2 Модели смеси распределений

Такого рода данные можно описать при помощи модели смеси разных распределений. Мы сейчас опишим нормальными распределениями, но, ясно, что семейство распределений можно было бы подобрать и получше.

```
library(mixtools)

set.seed(42)
spam_length_est <- normalmixEM(spam_sms$n_char)
```

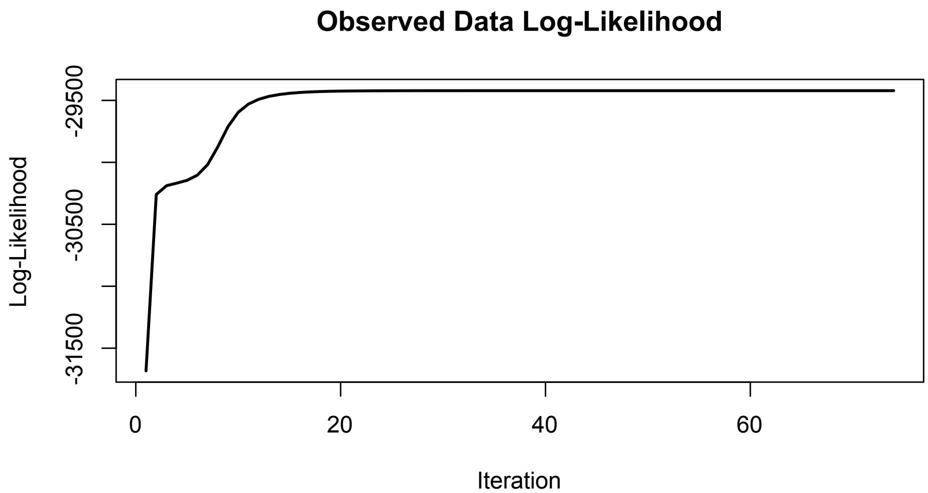
```
number of iterations= 73
```

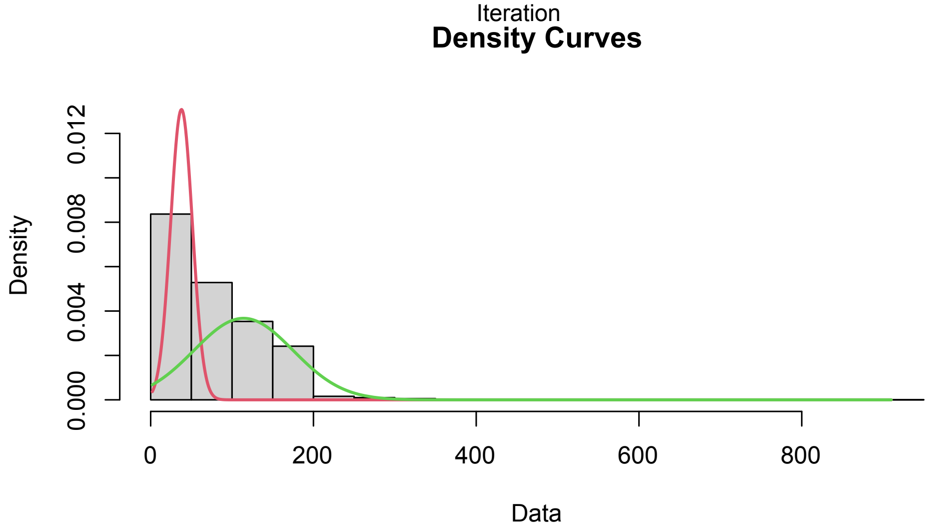
```
summary(spam_length_est)
```

```
summary of normalmixEM object:
          comp 1     comp 2
lambda  0.439334   0.560666
mu     37.858905 114.070490
sigma  13.398985  60.921536
loglik at estimate:  -29421.36
```

Класс, получаемый в результате работы функции `normalmixEM()` имеет встроеный график:

```
plot(spam_length_est, density = TRUE)
```

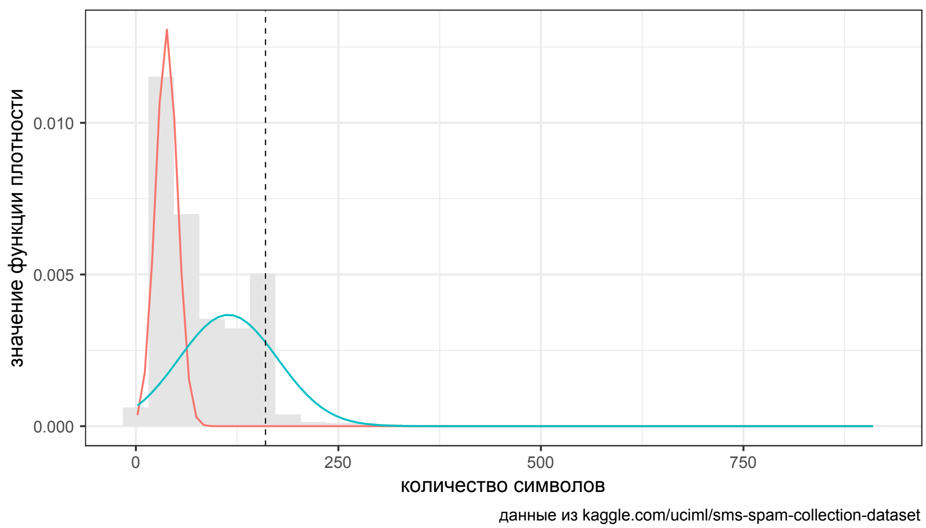




Однако, если хочется больше контроля над получаемый разультат, я бы предложил использовать `ggplot()`:

```
new_dnorm <- function(x, mu, sigma, lambda){
  dnorm(x, mu, sigma)*lambda
}

spam_sms %>%
  ggplot(aes(n_char))+
  geom_histogram(aes(y = ..density..), fill = "gray90")+
  stat_function(fun = new_dnorm,
                args = c(mu = spam_length_est$mu[1],
                                      sigma = spam_length_est$sigma[1],
```

```
                                      lambda = spam_length_est$lambda[1]),
                color = "#F8766D")+
  stat_function(fun = new_dnorm,
                args = c(mu = spam_length_est$mu[2],
                                      sigma = spam_length_est$sigma[2],
                                      lambda = spam_length_est$lambda[2]),
                color = "#00BFC4")+
  labs(caption = "данные из kaggle.com/uciml/sms-spam-collection-dataset",
       x = "количество символов",
       y = "значение функции плотности")+
  geom_vline(xintercept = 160, linetype = 2, size = 0.3)
```



Таким образом мы получили классификатор

```
first <- new_dnorm(seq(1, 750, by = 1),
                   mu = spam_length_est$mu[1],
                   sigma = spam_length_est$sigma[1],
                   lambda = spam_length_est$lambda[1])
second <- new_dnorm(seq(1, 750, by = 1),
                    mu = spam_length_est$mu[2],
                    sigma = spam_length_est$sigma[2],
                    lambda = spam_length_est$lambda[2])
which(first > second)
```

```
 [1]  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
[26] 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55
[51] 56 57 58 59 60 61 62
```

Если в смс-сообщении больше 62 символов, то согласно нашей модели, вероятнее всего это спам.

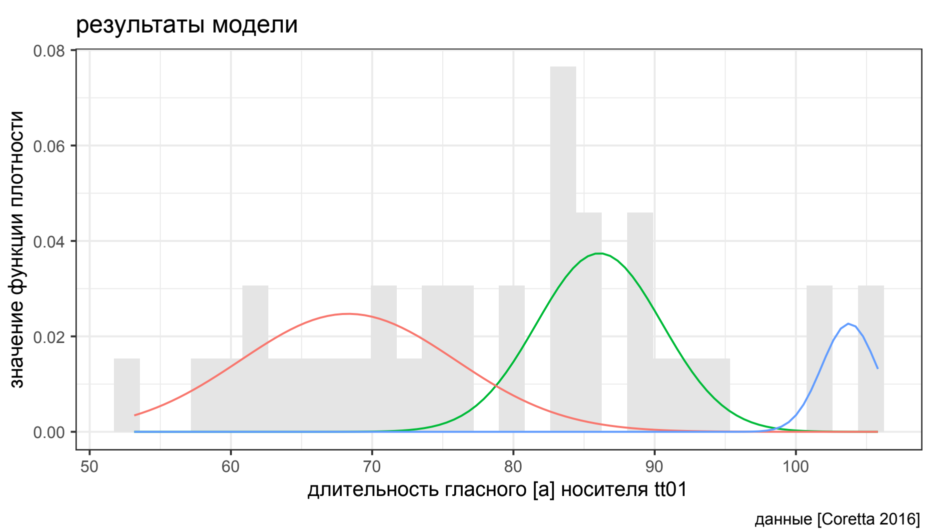
```
spam_sms %>%
  mutate(model_predict = ifelse(n_char > 63, "predicted_spam", "predicted_ham")) %>%
  count(model_predict, type) %>%
  pivot_wider(names_from = type, values_from = n)
```

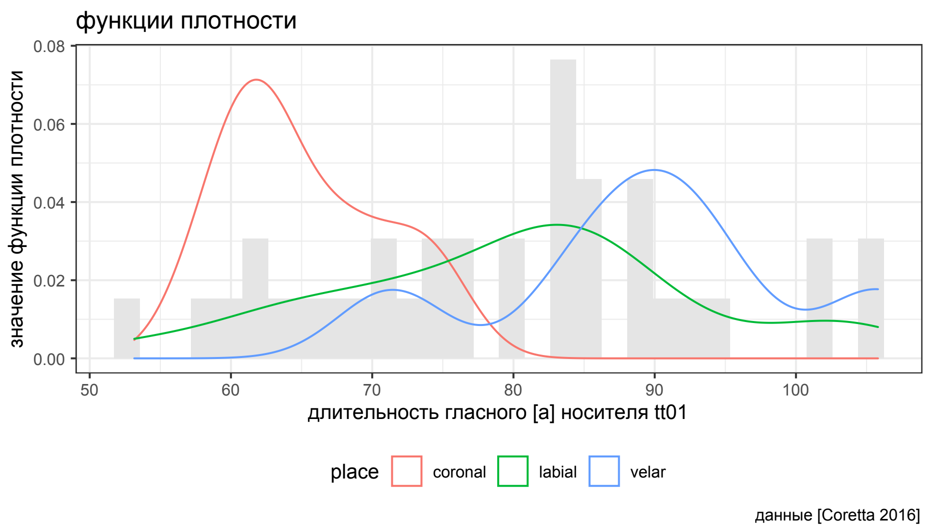
```
# A tibble: 2 x 3
  model_predict    ham  spam
  <chr>          <int> <int>
1 predicted_ham   2834    25
2 predicted_spam  1991   722
```

Результат не идиальный, но лучше чем помечать как спам каждое 13 сообщение $(747/(4825 + 747))$.

В работе [@coretta2016] собраны данные[2] длительности исландских гласных. Отфильтруйте данные, оставив наблюдения гласного [a] (переменная `vowel`), произнесенные носителем `tt01` (переменная `speaker`) и постройте следующие графики, моделируя длительность гласного (переменная `vowel.dur`) смесью трех нормальных распределений. Как вам кажется, насколько хорошо модель смеси справилась с заданием?

```
number of iterations= 114
```





4.3 Несколько замечаний

- В наших примерах нам была доступна информация о классах (spam/ham, coronal/labial/velar), однако модель смесей распределений как раз имеет смысл применять, когда такой информции нет.
- В смеси распределений может быть любое количество распределений.
- Модели смеси распределений не ограничены только нормальным распределением, алгоритм можно использовать и для других распределений.
- Чаще всего в моделях смеси распределений используются распределения одного семейства, однако можно себе представить и комбинации посложнее.
- Модели смеси распределений (mixture models) не стоит путать со смешанными моделями (mixed effects models).

Литература

Hillenbrand, J., Getty, L. A., Clark, M. J., and Wheeler, K. (1995). Acoustic characteristics of American English vowels. *The Journal of the Acoustical society of America*, 97(5):3099–3111.