## THEMATIC BIBLIOGRAPHY

of Alexandre GROTHENDIECK

Cette esquisse n'est-elle guère mieux qu'une énumération sèche et méthodique (mais qui fort heureusement ne vise pas à être exhaustive...). Elle ne paraît pas portée par une vision ou par le souffle d'un désir — comme si ces choses que j'y passe en revue comme par acquit de conscience (et c'étaient bien là en effet mes dispositions) n'avaient jamais été effleurées par une vision vivante, ni par une passion de les tirer au jour alors qu'elles n'étaient encore que pressenties derrière leurs voiles de brume et d'ombre...

Récoltes et Semailles

This text is provisional, comments and suggestions are welcome. The structure of each section of the bibliography is divided into four parts: "Base" presents Grothendieck's works (https://agrothendieck.github.io/divers/works.pdf), "Circle" belongs to Grothendieck's close colleagues and students, "Background" are influential works for the theory (when necessary), and finally "Development" collects (non-exhaustively) later developments in the field.

https://agrothendieck.github.io/

Mateo Carmona

## **CONTENTS**

Works	5
Arithmetic	8
Étale and $\ell$ -adic cohomology	8
Galois-Poincaré theory	9
Motives and motivic Galois theory	10
L-functions	12
Anabelian geometry	15
Galois-Teichmüller theory	17
Jacobians and Class fields	18
Geometry	21
Schemes	21
Abelian schemes	23
Lefschetz theory	24
Intersection theory	24
Vanishing cycles	25
Topology	27
Cohomological algebra	27
"Topossic" (or geometric) topology	29
Topological algebra	31
Topological foundations	32
Low-dimensional topology	33

Algebra	35
Categorical algebra	35
<i>K</i> -theory	36
Algebraic groups	37
Picard and Brauer theory	38
Commutative algebra	39
Lie algebra	39
Analysis	41
Functional analysis	41
Analytic geometry	43
Hodge theory	44
Crystals and Barsotti-Tate groups	44
D-modules	46

## **WORKS**

Je puis constater que la force principale manifeste à travers toute mon oeuvre de mathématicien a bien été la quête du "général". Il est vrai que je préfère mettre l'accent sur "l'unité", plutôt que sur "la généralité". Mais ce sont là pour moi deux aspects d'une seule et même quête. L'unité en représente l'aspect profond, et la généralité, l'aspect superficiel.

Récoltes et semailles

#### Base

- A. GROTHENDIECK. Récoltes et Semailles. 2021, Editions Gallimard.
- —, Mathematical woks and letters. Unpublished, Edited by M. Carmona.
- P. COLMEZ et J.-P. SERRE. *Correspondence Grothendieck-Serre*. Bilingual edition, AMS, 2004.

#### Circle

• The Grothendieck Festschrift. In honor of the 60th birthday (1988) of Alexander Grothendieck, published by Birkhäuser in series Progress in Mathematics in 1990 as volumes 86, 87, 88.

- P. CARTIER. A country of which nothing is known but the name: Grothendieck and "motives". In "Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait." Edited by Leila Schneps.
- —, A mad day's work: from Grothendieck to Connes and Kontsevich. The evolution of concepts of space and symmetry (traduit du français par Roger Cooke). Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.), 38 (2001), 389-408.
- J. DIEUDONNÉ. A. Grothendieck's Early Work (1950-1 (1989). K-Theory, vol. 3, p. 299–306.
- J.-P SERRE. Rapport au comité Fields sur les travaux de A. Grothendieck. K-Theory, 3:199–204, 1989 (1965).
- F. OORT. Did earlier thoughts inspire Grothendieck?. In "Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait." Edited by Leila Schneps.
- R. HARTSHORNE. *An apprenticeship*. In "Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait." Edited by Leila Schneps.
- L. ILLUSIE. Reminiscences of Grothendieck and His School (with A. Beilinson, S. Bloch, V. Drinfeld et al.), Notices of the AMS, 57-9 (2010), 1106-1115.
- P. DELIGNE. Quelques idées maîtresses de l'œuvre de A. Grothendieck, in Matériaux pour l'Histoire des Mathématiques au XXe Siècle (Nice, 1996), Soc. Math. France, 1998, pp. 11–19.

#### Development

- Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait. Edited by Leila Schneps.
- W. SCHARLAU. Wer ist Alexander Grothendieck? Anarchie, Mathematik, Spiritualität, Einsamkeit. Eine Biographie
- L. SCHNEPS. A review of the Grothendieck-Serre Correspondence: "Long version" "Short version". Reprinted from the Mathematical Intelligencer, Vol. 29 No. 4, 2007.

- D. RUELLE. The Mathematician's Brain: A Personal Tour Through the Essentials of Mathematics and Some of the Great Minds Behind Them. Princeton: Princeton University Press. 2007
- M BÉLANGER. La vision unificatrice de Grothendieck : au-delà de l'unité (méthodologique ?) des mathématiques de Lautman. Philosophiques 37 (1):169-187 (2010).
- C. MCLARTY. *The rising sea: Grothendieck on simplicity and generality I*, in Jeremy Gray and Karen Parshall, editors, Episodes in the History of Recent Algebra, American Mathematical Society, 2007, pp. 301–26
- F. ZALAMEA. Grothendieck. Una guía a la obra matemática y filosofica. Bogoté: Edtorial Nomos, 2019.
- P.J HORMIÈRE. Alexandre Grothendieck. Eléments de biographie.

#### **ARITHMETIC**

Dans ces [...] ans de travail mathématique intense, avait éclos, mûri et grandi en moi une vaste vision unificatrice, s'incarnant en quelques idées-force très simples. La vision était celle d'une "géométrie arithmétique", synthèse de la topologie, de la géométrie (algébrique et analytique), et de l'arithmétique.

Récoltes et Semailles

# Étale and $\ell$ -adic cohomology

#### Base

- SGA 4. Théorie des topos et cohomologie étale des schémas, Séminaire de géométrie algébrique du Bois-Marie 1963-64, dirigé par M. Artin, A. Grothendieck, J.-L. Verdier, SLN 269, 270, 305, Springer-Verlag, 1972, 1973.
- SGA 5. Cohomologie l-adique et fonctions L, Séminaire de Géométrie Algébrique du Bois-Marie 1965/66, dirigé par A. Grothendieck, SLN 589, Springer-Verlag, 1977.

#### Circle

• L. ILLUSIE. Grothendieck et la cohomologie étale, in Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait, L. Schneps, ed., International

Press, 2014, 175-192.

- —, Old and new in étale cohomology, Wolfson lectures, Manchester (2006)
- J.-P. JOUANOLOU. Catégories dérivées et cohomologie l'-adique. Université de Paris, 1969.
- SGA 4 1/2. Cohomologie étale, par P. Deligne, SLN 569, Springer-Verlag, 1977.
- B. MAZUR. *Notes on étale cohomology of number fields*. eng. In: Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure 6.4 (1973), pp. 521–552.

#### Background

•

#### Development

• J. S. MILNE. Étale Cohomology. Princeton University Press, 1980.

## Galois-Poincaré theory

#### Base

- A. GROTHENDIECK. La "Longue" Marche à Travers la Théorie de Galois. Unpublished, 1981.
- SGA 1. Revêtements étales et groupe fondamental, Séminaire de Géométrie Algébrique du Bois-Marie 1960/1961, dirigé par A. Grothendieck, SLN 224, Springer-Verlag, 1971.

#### Circle

- J. MURRE. On Grothendieck's work on the fundamental group. In "Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait." Edited by Leila Schneps.
- —, An introduction to Grothendieck's theory of the Fundamental Group. Tata Inst. of Fundamental Research. Bombay. Lect. on math. No 40, 1967. 176 p.
- —, *The algebraic fundamental group*. In Geometric Galois Theory I, LMS Lecture Notes 242, Cambridge U. Press, 1997.

•

- O. LEROY. Groupoïde fondamental et théorème de Van Kampen en théorie des topos. Cahiers mathématiques de l'université de Montpellier (1979)
- L. ILLUSIE. "La descente galoisienne", Moscow Math. Journal 9-1 (2009), 47-55.

#### Background

•

#### Development

• A. JOYAL and M. TIERNEY. An extension of the Galois theory of Grothendieck. Mem. Amer. Math. Soc., 51(309)

## Motives and motivic Galois theory

#### Base

• A. GROTHENDIECK, *Motifs*, edited by Ph. Elbaz-Vincent and J. Malgoire. Unpublished

- —, Lettre à J.-P Serre. Aug 16, 1964.
- -, Catégories tannakiennes. À partir de 1958. Unpublished
- —, Quelques exemples de catégories tannakiennes. À partir de 1958. Unpublished
- —, Lettre à L Illusie, 3.5.1973.

#### Circle

- N. SAAVEDRA RIVANO. *Catégories tannakiennes*, Lect. Notes in Math. 265, Springer-Verlag (1972).
- Y. MANIN. Forgotten motives: The varieties of scientific experience. In "Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait." Edited by Leila Schneps.
- —, Correspondances, motifs et transformations monoïdales (en russe), Mat. Sbornik t. 77, pp. 475-507.
- P. DELIGNE et J.S. MILNE, *Tannakian categories*, Lect. Notes in Math. 900, 101-228, Springer-Verlag (1982).
- M. DEMAZURE, Motifs des variétés algébriques, Sém. Bourbaki n° 365, 1969/70.
- J.-P. SERRE. Motifs, Astérisque, SMF 1991, 333-349.
- J. MURRE. Lectures on motives. p. 123- 170. In: Transcendental Aspects of Algebraic Cycles. Proc. of Grenoble Summer School,2001. (Edited by S. Müller-Stach and C.Peters.) London Math.Soc. Lecture Note Series 313, Cambr. Univ. Press, 2004
- J. S. MILNE (with P. DELIGNE, A. OGUS, K. SHIH). *Hodge Cycles, Motives, and Shimura Varieties*. Lecture Notes in Math. 900, Springer-Verlag, 1982, 414 pages, ISBN 3-540-11174-3 and 0-387-11174-3

• S. KLEIMAN. *Motives*, in Proc. 5th Nordic Summer School, Oslo (1970), 53-82, Wolters-Noordhoff, Groningen (1972).

#### Background

•

#### Development

- Y. ANDRÉ, *Une introduction aux motifs*, Panoramas et synthèses 17 (2004), 1-258, SMF.
- *Motives*. Summer Research Conference on Motives. Seattle 1991. Ed. U. JANNSEN, S. KLEIMAN, J-P. SERRE.
- B. KHAN. *Motifs et adjoints*. Rend. Sem. mat. Univ. Padova 139 (2018), 77-128.
- J. AYOUB. Les six opérations de Grothendieck et le formalisme des cycles évanescents dans le monde motivique. Astérisque, Vol. 314, 315. Société Math. France, 2007

## L-functions

#### Base

- A. GROTHENDIECK. Les conjecture de Weil. Extrait du "Récoltes et Semailles".
- —, Formule de Lefschetz et rationalité des fonctions L. Séminaire Bourbaki : années 1964/65 1965/66, exposés 277-312, Séminaire Bourbaki, no. 9 (1966), Talk no. 279, 15 p.

- —, Standard conjectures on algebraic cycles, Proc. Bombay, Coll. on Alg. Geom. 1968, pp. 193-199.
- SGA 5. Cohomologie l-adique et fonctions L, Séminaire de Géométrie Algébrique du Bois-Marie 1965/66, dirigé par A. Grothendieck, SLN 589, Springer-Verlag, 1977.

#### Circle

- P. DELIGNE, *La conjecture de Weil: I*, Publications Mathématiques de l'IHÉS 43 (1974), 273–307.
- —, La conjecture de Weil: II, Publications Mathématiques de l'IHÉS 52 (1980), 137–252.
- S. KLIEMAN. *Algebraic cycles and the Weil conjectures*, Dix exposés sur la cohomologie des schémas, Advanced Studies in Pure Mathematics, No. 3, North-Holland, Amsterdam, and Masson et Cie, Editeur, Paris, 1968, pp. 359–386.
- —, *The standard conjectures*, Motives (Seattle, WA, 1991), Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, No. 55, American Mathematical Society, 1994 pp. 3–20.
- J. DIEUDONNÉ, On the history of the Weil conjectures, The Mathematical Intelligencer 10 (1975), 7–21. Reprinted in [10], pp. IX–XVIII.
- C. HOUZEL. *La Préhistoire des conjectures de Weil* (1994). Dans Pier, Jean-Paul, Development of Mathematics 1900-1950, Basel, Birkhäuser, p. 385-414.
- F. OORT. *The Weil conjectures*. Nieuw Archief voor Wiskunde AW 5/15 nr. 3 september 2014
- J.-P SERRE. Facteurs locaux des fonctions zêta des variétés algébriques (définitions et conjectures), No. 19 in Seém Delange-Pisot-Poitou 11 (1969/70).

- —, Valeurs propres des endomorphisms de Frobenius, Exp. 446 in Sém. Bourbaki, 1973/1974.
- J. TATE. *Algebraic cycles and poles of zeta functions*, in Arithmetical Algebraic Geometry (Proc. Conf. Purdue Univ., 1963), Harper and Row, New York, 1965, pp. 93–110.

#### Background

- A. WEIL. *Number of solutions of equations in finite fields*, Bull. Amer. math. Soc., t. 55, 1949, p. 497-508.
- J.-P SERRE. Rationalité des fonctions zeta des variétés algébriques, Séminaire Bourbaki, t. 12, 1959/60, n° 198, 11 p.
- —, Sur la topologie des variétés algébriques en caractéristique p, Symposiuinternacional de topologéa algebraica, Mexico (1958), pp. 24–53.
- —, Rationalité des fonctions  $\zeta$  des variétés algébriques, Exp. 198 in Sém. Bourbaki, 1959/60, No. 12.
- —, *Zeta and L functions*, in Arithmetical Algebraic Geometry (Proc. Conf. Purdue Univ., 1963), Harper and Row, New York, 1965, pp. 82–92.
- —, Analogues Kählériens de Certaines Conjectures de Weil. Annals of Mathematics. Second Series, Vol. 71, No. 2 (Mar., 1960), pp. 392-394
- B. DWORK. On the rationality of the zeta function of an algebraic variety, Amer. J. of Math., t. 82, 1960, p. 631-648.
- J. DELSARTE. Nombre de solutions des équations polynômiales sur un corps fini. Séminaire Bourbaki, t. 3, 1950/51, n° 39.

### Development

- B. KHAN. *Fonctions zêta et L de variétés et de motifs*. Calvage and Mounet, 2018. Traduction anglaise: LMS Lect. Notes Series 462 (2020), Cambridge University Press.
- E. FREITAG and R. KIEHL, Étale Cohomology and the Weil Conjecture, with an historical introduction by J.A. Dieudonné, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete 3 Folge, No. 13, Springer, 1988.

## Anabelian geometry

#### Base

- A. GROTHENDIECK. La "Longue" Marche à Travers la Théorie de Galois. Unpublished, 1981.
- —, *Brief an Faltings* (27.06.1983), in: Geometric Galois Action 1 (ed. L. Schneps, P. Lochak), LMS Lecture Notes 242, Cambridge 1997, 49–58.
- —, Notes Anabéliennes. Unpublished, 1983.
- —, Esquisse d'un programme. Geometric Galois Actions I: Around Grothendieck's Esquisse d'un Programme. London Math. Soc. Lecture Note Series, vol. 242, Cambridge University Press

#### Circle

• F. OORT. Anabelian number theory and geometry. Informal Notes. Workshop, Lorentz center Leiden.

#### Background

#### Development

- L. SCHNEPS. Grothendieck's "Long March through Galois Theory", in Geometric Galois Theory I, LMS Lecture Notes 242, Cambridge U. Press, 1997.
- Y. IHARA, H. NAKAMURA, Some illustrative examples for anabelian geometry in high dimensions. In Geometric Galois Theory I, LMS Lecture Notes 242, Cambridge U. Press, 1997.
- J. AYOUB. Anabelian presentation of the motivic Galois group in characteristic zero. Preprint
- F. POP. *Anabelian Phenomena*. In: Non-abelian Fundamental Groups and Iwasawa Theory, eds: Coates, Kim, Pop, Saidi, Schneider; London Math. Society LNS 393, Cambridge University Press 2011; pp. 1-55.
- —, Glimpses of Grothendieck's anabelian geometry. In: Geometric Galois Actions I, LMS LNS Vol. 242, eds: Schneps Lochak, Cambridge Univ. Press 1998; pp. 133–126.
- A. SCHMIDT. *Motivic aspects of Anabelian geometry*, Advanced studies in pure mathematics 63, 2012. Galois-Teichmüller theory and Arithmetic geometry. pp 503 517
- J. NEUKIRCH, A. SCHMIDT and K. WINGBERG. *Anabelian Geometry* (2008). In: Cohomology of Number Fields. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, vol 323. Springer, Berlin, Heidelberg.
- S. MOCHIZUKI, The profinite Grothendieck conjecture for hyperbolic curves over number fields, J. Math. Sci. Univ. Tokyo 3 (1996), 571–627.

## Galois-Teichmüller theory

#### Base

- A. GROTHENDIECK. La "Longue" Marche à Travers la Théorie de Galois. Unpublished, 1981.
- —, Esquisse d'un programme. Geometric Galois Actions I: Around Grothendieck's Esquisse d'un Programme. London Math. Soc. Lecture Note Series, vol. 242, Cambridge University Press

#### Circle

•

### Background

•

#### Development

- L. SCHNEPS. Grothendieck's "Long March through Galois Theory", in Geometric Galois Theory I, LMS Lecture Notes 242, Cambridge U. Press, 1997.
- V. ZOONEKYND. La Tour de Teichmüller-Grothendieck. PhD, thesis, 2001.
- Y. ANDRÉ., On a geometric description of  $Gal(\overline{\mathbb{Q}_p}/\mathbb{Q})$  and a p-adic avatar of  $\widehat{GT}$ ., Duke Math. J. 119 (2003), 1–39.
- L. SCHNEPS. *The Grothendieck-Teichmüller group: a survey*, in Geometric Galois Theory I, LMS Lecture Notes 242, Cambridge U. Press, 1997.

- P. LOCHAK and L. SCHNEPS. A cohomological interpretation of the Grothendieck-Teichmüller group, Invent. Math. 127 (1997).
- —, Open problems in Grothendieck-Teichmüller theory, in Problems on mapping class groups and related topics, Proc. Sympos. Pure Math. 74, Amer. Math. Soc. (2006), 165-186.
- N. A'CAMPO, J. LIZHEN and A. PAPADOPOULOS. On the early history of moduli and Teichmüller spaces, In Lipman Bers, a life in mathematics, a volume dedicated to Lipman Bers, ed. L. Keen, I. Kra and Rubi Rodriguez, American Math. Society, 2015, 175-262.
- —, On Grothendieck's construction of Teichmüller space. In Handbook of Teichmüller theory (A. Papadopoulos, ed.), Volume VI, EMS Publishing House, Zürich, 2016, 35-69.
- —, Actions of the absolute Galois group. In Handbook of Teichmüller theory
  (A. Papadopoulos, ed.), Volume VI, EMS Publishing House, Zürich, 2016,
  397-435.
- P. GUILLOT. *A primer on dessins*, In Handbook of Teichmüller theory (A. Papadopoulos, ed.), Volume VI, EMS Publishing House, Zürich, 2016.

## Jacobians and Class fields

#### Base

- A. GROTHENDIECK. Letter to J.-P. Serre. August 9, 1960
- —, Letter to L. Breen. July 17/19, 1975.

#### Circle

• C. CONTOU-CARRÈRE. Corps de classes local geometrique relatif. C.R.A.S., t. 292, 1981.

- —, Jacobiennes généralisées globales relatives. Grothendieck Festschrift, Progress in Math., Birkhäuser, 1990.
- —, La jacobienne généralisée d'une courbe relative ; construction et propriété universelle de factorisation, C.R.A.S., t 289 (1979).
- —, Jacobienne locale, groupe de bivecteurs de Witt universel et symbole local modere. C. R. Acad. Sci. Paris, t. 318, Série I, p. 743-746, 1994
- —, *Jacobienne locale d'une courbe formelle relative*. Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova, Tome 130 (2013), pp. 1-106.
- N. KATZ and S. LANG, With an appendix by K. A. RIBET, *Finiteness theorems in geometric class field theory*. L'Enseignement Mathématique, IIe Série, 27 (3): 285–319 (1981).
- P. DELIGNE, *Le symbole moderé*, Publications Mathématiques de l'IHES, vol. 73, (1991).

### Background

- J.-P SERRE. Groupes algebriques et corps de classes, Hermann 1959.
- –, Sur les corps locaux à corps résiduel algébriquement clos, B.S.M.F., vol. 89, 1961
- C. CHEVALLEY. Class field theory. Nagoya University, Nagoya 1954.

### Development

- G. ANDERSON and F. P. ROMO, Simple proof of classical explicit reciprocity laws on curves using determinant groupoids over an artinian ring, Comm. in Alg., Vol. 32, n o 1 (2004).
- P. ROMO, A direct proof of the Steinberg property of the Contou-Carrère symbol, Journal of Algebra 319 (2008), pp. 3164 3174.

• ZHENBIN LUO, Contou-Carrère symbol via iterated integrals and its reciprocity law, arXiv:1003-1431v1 [math.DG].

## **GEOMETRY**

Quote

## **Schemes**

#### Base

- A. GROTHENDIECK (rédigés avec la coll. de J. DIEUDONNÉ). EGA. Éléments de Géométrie Algébrique, Chap. I-IV, publ. Math. IHES (1960/67), env. 1800 pages.
- —, FGA. Fondements de la géométrie algébrique, Extraits du Séminaire Bourbaki, 1957–1962, Paris, Secrétariat mathématique, 1962.
- —, The Cohomology Theory of Abstract Algebraic Varieties, Proc. ICM, Edinburgh, 1958.
- —, Lettre à H. Seydi, 13.2.1973.

#### Circle

• M. RAYNAUD. Grothendieck et la théorie des schémas. In "Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait." Edited by Leila Schneps.

- M. HAKIM. *Topos annelés et schémas relatifs*, vol 64 des Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete (1972). Springer-Verlag.
- D. MUMFORD. *My introduction to schemes and functors*. In "Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait." Edited by Leila Schneps.
- L. ILLUSIE and M. RAYNAUD. *Grothendieck and algebraic geometry*, Asia Pacific Mathematics Newsletter, Jan. 2015, Vol. 5, No. 1, 1-5, and EMS Newsletter, March 2015, vol. 95, 45-50.
- J. DIEUDONNÉ. De l'analyse fonctionnelle aux fondements de la géométrie algébrique. Grothendieck Festschrift, Progress in Math., Birkhäuser, 1990.
- —, Algebraic geometry. Adv. Math. 3 (1969), 233-321.
- —, Fondements de la géométrie algébrique moderne. Adv. in Math. Vol 3, Issue 3, July 1969, Pages 322-413

## Background

- J.-P SERRE. Faisceaux algébriques cohérents. Ann. of Math., Series 2, t. 61, 1955, p. 197-278.
- —, Géométrie algébrique et géométrie analytique, Ann. Inst. Fourier Grenoble, t. 6, 1955-56, p. 1-42.
- —, Sur la cohomologie des variétés algébriques, Journ. de Math. (9), t. XXXVI (1957), p. 1-16.
- H. CARTAN et C. CHEVALLEY. Séminaire de l'École Normale Supérieure, 8e année (1955-1956), Géométrie algébrique.
- M. NAGATA. A general theory of algebraic geometry over Dedekind domains, Amer. Math. Journ.: I, t. LXXVIII, p. 78-116 (1956); II, t. LXXX, p. 382-420 (1958).

#### Development

- I. V. DOLGACHEV. *Abstract algebraic geometry*. Journal of Soviet Math. Vol 2, pages 264–303 (1974)
- C. MCLARTY. *How Grothendieck Simplified Algebraic Geometry*. Notices of the AMS (2016). Vol 63, Num 3.
- G. CATREN and F. CUKIERMAN. *Grothendieck's theory of schemes and the algebra-geometry duality*. Synthese 200, 234 (2022)
- B. FANTECHI et al. Fundamental Algebraic Geometry: Grothendieck's FGA explained (2005). Princeton, American Mathematical Society, coll. Mathematical Surveys and Monographs, no 123, 339 p.

#### Abelian schemes

#### Base

• A. GROTHENDIECK. Un théorème sur les homomorphismes de schémas abéliens, Invent. Math. 2 (1966), p. 59-78.

#### Circle

- J.-P. SERRE and J. TATE Good reduction of abelian varieties, Ann. of Math., 88 (1968), 492-517.
- S. BOSCH, W. LÜTKEBOHMERT and M. RAYNAUD, *Néron models*, Springer Verlag, Ergebnisse 3, 21 (1990).
- D. MUMFORD. Abelian varieties. Oxford, 1970
- A. OGG. Cohomology of abelian varieties over functions fields. Annals of Math. Vol. 76, No. 2 (1962).

Background	
•	
Dovolonment	
Development	
•	
Lefschetz theory	
Base	
•	
Circle	
•	

•

## Development

•

## Intersection theory

Base

#### Circle

A. BOREL et J.P. SERRE, Le théorème de Riemann-Roch (d'après des résultats inédits de A. Grothendieck), Bull. Soc. Math. France, t. 86, pp. 97-136 (1958).

### Background

•

## Development

ullet

## Monodromy

#### Base

• SGA 7. Groupes de monodromie en géométrie algébrique, Séminaire de géométrie algébrique du Bois-Marie 1967-69, I, dirigé par A. Grothendieck, II par P. Deligne et N. Katz, SLN 288, 340, Springer- Verlag, 1972, 1973.

#### Circle

- L. ILLUSIE. *Grothendieck and vanishing cycles*, Ann. Fac. Sci. Toulouse Math. (6) 30 (2021), no. 1, 83-115.
- L. ILLUSIE. Glimpses on vanishing cycles, from Riemann to today, beamer slides of a talk given at the Riemann conference, Sanya, China, Dec. 27, 2015

## Background

•

## Development

### **TOPOLOGY**

S'il y a une chose en mathématique qui (depuis toujours sans doute) me fascine plus que toute autre, ce n'est ni "le nombre", ni "la grandeur", mais toujours la forme. Et parmi les mille-et-un visages que choisit la forme pour se révéler à nous, celui qui m'a fasciné plus que tout autre et continue à me fasciner, c'est la structure cachée dans les choses mathématiques.

Récoltes et Semailles

## Cohomological algebra

#### Base

- A. GROTHENDIECK. A general theory of fibre spaces with structure sheaf. University of Kansas, (1955)
- —, Sur quelques points d'algèbre homologique, Tohoku M.j., 9 (1957), p. 119-221.
- —, Théorèmes de finitude pour la cohomologie des faisceaux, Bull. SMF, 84 (1956), p. 1-7.

#### Circle

- —, Catégories dérivées et dualité, travaux de J.-L. Verdier, L'Enseignement Mathématique, 36 (1990), 369-391. (Exposé donné le 19 octobre 1989, lors de la cérémonie en hommage à Jean-Louis Verdier organisée par l'Université Paris VII.)
- J. LIPMAN. *Introduction to Grothendieck Duality*. YMIS 09, Sedano, Spain, Feb. 16-20, 2009.
- —, Grothendieck Duality theories-abstract and concrete.
- J.-L. VERDIER, *Des catégories dérivées des catégories abéliennes*. Maltisiniotis G (ed.). Astérisque, no. 239 (1996), 269 p.
- A. ANDREOTTI. Généralités sur les catégories abéliennes. Séminaire A. Grothendieck, Volume 1 (1957), Talk no. 1, 12 p.
- —, Généralités sur les catégories abéliennes (suite). Séminaire A. Grothendieck, Volume 1 (1957), Talk no. 2, 16 p.
- P. GABRIEL and G. ZISMAN. *Calculus of fractions and homotopy theory*, Ergebnisse der Mathematik, Bd 35.
- P. GABRIEL. *Des catégories abéliennes*. Bull Soc. Math. France, Volume 90 (1962), pp. 323-448.
- C. HOUZEL. *Histoire de la théorie des faisceaux* (1998). In Matériaux pour l'histoire des mathématiques au XXe siècle (Nice, 1996), Paris, Société Mathématique de France, coll. Séminaire et Congrès, no 3, p. 101–119.
- A. HELLER and K.A. ROWE. On the category of sheaves, Amer. J. of Math., t. 84, 1962, p. 205-216.
- J. W. GRAY. Sheaves with values in a category. Topology, Vol 3, Issue 1, 1965, Pages 1-18
- -, Category-valued sheaves. Bull. Amer. Math. Soc., 68 (1962), pp. 451-453

#### Background

- J.-P. SERRE. *Espaces fibrés algébriques*, Séminaire Chevalley, t. 2, 1958 : Anneaux de Chow et applications, n° 1, 37 p.
- R. GODEMENT. *Théorie des faisceaux*, Hermann, 1958. Act. Scient. Ind n° 1252, (Paris).

#### Development

• J-E ROOS. Introduction à l'étude de la distributivité des foncteurs lim par rapport aux lim dans les catégories des faisceaux (topos), Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences 259 (1964), 969–972

## "Topossic" (or geometric) topology

#### **Base**

• SGA 4. Théorie des topos et cohomologie étale des schémas, Séminaire de géométrie algébrique du Bois-Marie 1963-64, dirigé par M. Artin, A. Grothendieck, J.-L. Verdier, SLN 269, 270, 305, Springer-Verlag, 1972, 1973.

#### Circle

- O. LEROY. Groupoïde fondamental et théorème de Van Kampen en théorie des topos. Cahiers mathématiques de l'université de Montpellier (1979)
- J. MALGOIRE. *Un héritage mathématique fertile*. Magazine Pour la Science, no 467, sept 2016
- L. ILLUSIE. What is... a topos?. Notices of the AMS. Volume 51, number 9 (2004).

- —, *Produits orientés*, in Travaux de Gabber sur l'uniformisation locale et la cohomologie étale des schémas quasi-excellents, Séminaire à l'École Polytechnique dirigé par L. Illusie, Y. Laszlo et F. Orgogozo (2006-2008), Astérisque 363-364 (2014), 213–234.
- J. GIRAUD. *Classifying topos*. In Toposes, Algebraic Geometry and Logic, Ed. W. Lawvere, SLN 274 (1972), 43-56.
- M. HAKIM. *Topos annelés et schémas relatifs*, vol 64 des Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete (1972). Springer-Verlag.

#### Background

- J. GIRAUD. *Analysis Situs*. Séminaire Bourbaki: années 1962/63 1963/64, exposés 241-276, Séminaire Bourbaki, no. 8 (1964), Talk no. 256, 11 p.
- M. ARTIN. *Grothendieck topologies*. Notes on a seminar by M. Artin, Harvard University (1962).

#### Development

- A. ABBES and M. GROS. Topos co-évanescents et généralisations, arXiv:1107.2380
- A. CONNES. *Un topo sur les topos*. Séminaire "Lectures grothendieckiennes" (2017-2018) organisé par Frédéric Jaëck.
- Y. ANDRÉ. Topos. Leçons de Mathématiques contemporaines à l'IRCAM, France 2009.
- M. BÉLANGER. Grothendieck et les topos: rupture et continuité dans les modes d'analyse du concept d'espace topologique, thesis, Université de Montréal 2010

- C. MCLARTY. *The uses and abuses of the history of topos theory*. British Journal for the Philosophy of Science 41 (3):351-375 (1990).
- P. JOHNSTONE. *Topos Theory*, Academic Press (1977). Dover reprint (2014).
- —, Sketches of an Elephant A Topos Theory Compendium. Oxford University Press 2002
- S. MACLANE and I. MOERDIJK. Sheaves in Geometry and Logic A first introduction to topos theory. Springer Verlag, 1992
- O. CARAMELLO and R. ZANFA. *Relative topos theory via stacks*. arxiv:math.AG/2107.04417 (2021).

## Topological algebra

∞-stacks, derivators. Cohomological formalism of topos as inspiration for a new homotopical algebra.

#### **Base**

- —, Les Dérivateurs. Unpublished, 1990 1991.
- -, Tapis de Quillen. Unpusblished, 1968.

#### Circle

• L. ILLUSIE. *Grothendieck and the six operations*, beamer slides of a talk given at The fifth international conference on history of modern mathematics, Xi'an, China, Aug. 18-24, 2019

#### Background

#### Development

- F. HÖRMANN. Derivator Six-Functor-Formalisms, habilitation thesis
- P BALMER and J ZHANG. Affine space over triangulated categories: A further invitation to Grothendieck derivators. Journal of Pure and Applied Algebra, 221, no 7 (2017), pp. 1560-1564.

## Topological foundations

#### Base

- A. GROTHENDIECK. Vers une Géométrie des Formes. Unpublished (1986)
- —, Esquisse d'un programme. Geometric Galois Actions I: Around Grothendieck's Esquisse d'un Programme. London Math. Soc. Lecture Note Series, vol. 242, Cambridge University Press

#### Circle

•

#### Background

ullet

## Development

• N. A'CAMPO, J. LIZHEN and A. PAPADOPOULOS. *On Grothendieck's tame topology*. (2016) Handbook of Teichmüller Theory, Volume VI. IRMA Lectures in Mathematics and Theoretical Physics. Vol. 27. pp. 521–533.

- L VAN DEN DRIES. *Tame topology and O-minimal structures*, London Math. Soc. Lecture Notes Series 248, Cambridge U. Press 1998.
- B. TEISSIER. *Tame and stratified objects*. In: Geometric Galois Actions, 1. Around Grothendieck's esquisse d'un programme. London. Math. Soc. Lecture Note Series 242, 1997, 231-242.

## Low-dimensional topology

#### Base

• A. GROTHENDIECK, *Esquisse d'un programme*. Geometric Galois Actions I: Around Grothendieck's Esquisse d'un Programme. London Math. Soc. Lecture Note Series, vol. 242, Cambridge University Press

#### Circle

- Y. LADEGAILLERIE. *Complexes Galoisiens*. Transactions of the American Mathematical Society Vol. 352, No. 4 (Apr., 2000), pp. 1723-1741.
- –, Découpes et isotopies de surfaces topologiques. Thèse de Doctorat d'État. Montpellier (1976).
- —, Un théorème d'sotopie sur les surfaces. C. R. A. S. Série A 281 (1975, 195-197.)
- —, Classification topologique des plongements des 1-complexes compacts dans les surfaces. C. R. A. S. Série A 279 (1974), 129-132.
- —, Sur les plongements des 1-variétés dans les surfaces orientables. Bull. Soc. Math. 2° série 107 (1983), 437-443.
- —, Classes d'isotopie de plongements de 1-complexes dans les surfaces. Topology Vol 23, Issue 3, 1984, Pages 303-311.

- —, Couples De Courbes Principales Sur Les Surfaces. Journ. Math Soc. London. Volumes2-41, Issue2 1990. Pages 361-372.
- —, Courbes Principales Sur Les Surfaces II: Classification. Journ. Math Soc. London. Volumes3-64, Issue3 1992 Pages 653-672.
- C. VOISIN et J. MALGOIRE. *Cartes cellulaires*, Cahiers Mathématiques, 12, Montpellier, 1977.
- —, Factorisation de Stein topologique, découpe, Cahiers Mathématiques, 15, Montpellier, 1979.
- –, Cartes topologiques infinies et revêtements ramifiés de la sphère, Cahiers Mathématiques, 19, Montpellier, 1980.

## Background

•

## Development

## ALGEBRA

L'algèbre a été pour moi un outil à développer, et non un but en soi. Esquisse Thématique

## Categorical algebra

Base

•

## Circle

• B. MITCHELL. *Theory of categories*, Academic Press, 1965.

## Background

•

## Development

## *K*-theory

#### Base

•

#### Circle

- M, KAROUBI. L'influence de Grothendieck en K-théorie algébrique et en K-théorie topologique. International Press Somerville p. 13-23 (2014).
- —, Fondements de la K-théorie. Actes du Congrès International des Mathématiciens de Nice (1970).
- —, L'influence d'Alexandre Grothendieck en K-théorie. In "Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait." Edited by Leila Schneps.
- D. QUILLEN. *Higher algebraic K-theory: I.* In: Higher K-Theories. Ed. by H. Bass. Springer Berlin Heidelberg, 1973, pp. 85–147.
- H BASS. K-theory and stable algebra. Paris, Presses universitaires de France, 1964 (Institut des Hautes Etudes Scientifiques, Publications mathématiques, n° 22, p. 5-60).

## Background

•

## Development

## Algebraic groups

#### Base

- A. GROTHENDIECK. Représentations linéaires et compactification profinie des groupes discrets, Manuscripta Math. vol 2, pp. 375-396 (1970).
- C. Chevalley, Classification des groupes algébriques semi-simples. Avec la collaboration de Pierre Cartier, Alexandre Grothendieck et Michel Lazard. Texte révisé en 2003 par Pierre Cartier, Springer-Verlag, Berlin, 2004

#### Circle

- P. CARTIER, Groupes formels associés aux anneaux de Witt généralisés, CRAS, t 265 (1967), série A-49.
- —, Modules associés à un groupe formel commutatif, CRAS, t 265 (1967), série A-129.
- M. DEMAZURE et P. GABRIEL, Groupes algébriques, North Holland, 1971.
- J.-P SERRE. *Groupes proalgébriques*. Publications Mathématiques de l'IHÉS, Volume 7 (1960), pp. 5-67.
- F. OORT. Commutative Group Schemes. Lect. Not. in Math, Vol. 15, Springer-Verlag, 1966.

#### Background

### Development

•

## Picard and Brauer theory

#### Base

- A. GROTHENDIECK. Le Groupe de Brauer, I, Algèbres d'Azumaya et interprétations diverses. Séminaire Bourbaki Mai 1965, n° 290, 21 p.
- —, Le groupe de Brauer : II. Théories cohomologiques. Séminaire Bourbaki : années 1964/65 1965/66, exposés 277-312, Séminaire Bourbaki, no. 9 (1966), Talk no. 297, 21 p.

#### Circle

- S. KLEIMAN. *The Picard scheme*. In "Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait." Edited by Leila Schneps.
- F. OORT. Sur le schéma de Picard. Bull. Soc. Math. Fr. 90, 1-14 (1962)
- J.I. IGUSA. Betti and Picard numbers of abstract algebraic surfaces, Proc. Nat. Acad. Sc. 46 (1960), 724-726.

#### Background

•

## Development

Commutative algebra
Base
•
Circle
• P.SAMUEL. Commutative algebra (Notes by D. Herzig), Cornell Univ., 1953.
• –, Algèbre locale, Mém. Sci. Math., n° 123, Paris, 1953.
• P.SAMUEL and O. ZARISKI. Commutative algebra, 2 vol., New York (Van Nostrand), 1958-1960.
Background
•
Development
•
Lie algebra
Base
•

## Circle

•

## Background

•

## Development

### **ANALYSIS**

Quote

## Functional analysis

#### Base

- A. GROTHENDIECK. Critères de compacité dans les espaces fonctionnels généraux, Amer. J. 74 (1952), p. 168-186.
- —, Sur certains espaces de fonctions holomorphes, J. Crelle 192 (1953), p. 35-64 et 77-95.
- —, Espaces Vectoriels Topologiques, Notes polyc., Sao Paulo (1954), 240 p.
- —, Sur les espaces (F) et (DF), Summa Bras. 3 (1954), p. 57-123.
- –, Produits tensoriels topologiques et espaces nucléaires, Mem. AMS, n° 16 (1955), 329 p.
- —, Résumé de la théorie métrique des produits tensoriels topologique, Bull. Sao Paulo 8 (1953), p. 1-79.
- -, La théorie de Fredholm, Bull. SMF, 84 (1956), p. 319-384.

- —, Sur les espaces de solutions d'une classe générale d'équations aux dérivées partielles, Journal d'Analyse Math. vol II, pp. 243-280 (1952/53).
- —, Sur certaines classes de suites dans les espaces de Banach, et le théorème de Dvoretzky-Rogers, Boletim da Soc. Mat. de Sao Paulo, vol. 8°, pp. 85-110 (1953).
- —, Sur les applications linéaires faiblement compactes d'espaces du type C(K), Canadian Journal of Math., Vol. 5, pp. 125-173 (1953).
- —, Sur certains sous-espaces vectoriels de  $L^p$ , Can. J. Math. vol. 6, pp. 158-160 (1953).
- —, Une caractérisation vectorielle-métrique des espaces L<sup>1</sup>, Can. Journ. Math. vol. 7, pp. 552-561
- —, Réarrangements de fonctions et inégalités de convexité dans les algèbres de Von Neumann munies d'une trace, Séminaire Bourbaki n° 115 (Mars 1955).
- —, *Un résultat sur le dual d'une C\*-algèbre*, Journ. de Math. vol. 36, pp. 97-108 (1957).
- —, The trace of certain operators, Studia Mathematica t. 20 (1961) pp. 141-143.

#### Circle

•

#### Background

### Development

- J. DIESTEL. *Grothendieck and Banach space theory*. In "Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait." Edited by Leila Schneps.
- G. PISIER. Grothendieck's theorem past and present. UNCUT and EX-PANDED. Or see: Bull. Amer. Math. Soc. 49 (2012), 237–323.

## Analytic geometry

Base

•

#### Circle

- A. GROTHENDIECK. Sur la classification des fibrés holomorphes sur la sphère de Riemann, Amer. J., 79 (1957), p. 121-138.
- —, Techniques de construction en géométrie analytique, Sem. H. Cartan, 13 (1960/61), exposés 7 à 17.

## Background

•

## Development

## Hodge theory

Base

•

#### Circle

• P. DELIGNE, Théorie de Hodge I (Actes du Congrès International des mathématiciens, Nice 1970) et II, Publications Math. n° 40, pp. 5-57 (1971).

## Background

•

## Development

•

## Crystals and Barsotti-Tate groups

#### **Base**

- A. GROTHENDIECK, On the de Rham cohomology of algebraic varieties, Pub. math. I.H.É.S. 29 (1966), 95-103.
- —, Letter to J. Tate, May 1966.
- —, Lettre à L. Illusie, Dec. 2-4, 1969.
- -, Letter to I. Barsotti, May 11, 1970.

- —, Crystals and the de Rham cohomology of schemes (IHES, Dec. 1966), notes by J. Coates and O. Jussila, in Dix exposés sur la cohomologie des schémas, Advanced Studies in Pure Math. 3, North-Holland, Masson, 1968.
- —, Groupes de Barsotti-Tate et cristaux, Actes Congr. Int. math. 1970, t. 1., pp. 431-436.

#### Circle

- L. ILLUSIE. *Grothendieck at Pisa: crystals and Barsotti-Tate groups*, Colloquium de Giorgi 2013 and 2014, U. Zannier, ed., Scuola Normale Superiore di Pisa 2015, 79-107.
- P. BERTHELOT, Cohomologie cristalline des schémas de caractéristique p > 0, Lecture Notes in Math. 407, Springer-Verlag (1974).
- P. BERTHELOT et L. ILLUSIE, Classes de Chern en cohomologie cristalline,
   C.R. Acad. Sci. Paris t. 270, pp. 1695-1697 (22 juin 1970) et p. 1750-1752 (29 juin 1970).
- W. MESSING, *The crystals associated to a Barsotti-Tate group*, Lecture Notes in Math. n° 264 (1971) Springer.
- F. OORT. Newton polygons and p-divisible groups: a conjecture by Grothendieck. 27-IV- 2001. "automorphic semester" Centre Emile Borel at Institut Herri Poincaré.

#### Background

• I. BARSOTTI, Analytical methods for abelian varieties in positive characteristic, Colloq. Théorie des Groupes Algébriques (Bruxelles, 1962), Librairie Universitaire, Louvain, 77–85.

Development
•
$\mathscr{D}$ -modules
Base
• A. GROTHENDIECK. Cristaux et D-modules, Récoltes et Semailles
Circle
•
Background
•
Development
• P. SCHAPIRA. Sheaves: from Leray to Grothendieck and Sato, Séminaires et Congres 9, Soc. Math. France (2004)