

STRUCTURES STRATIFIÉES

Par A GROTHENDIECK¹

1. La situation la plus élémentaire,

En un sens qui apparaîtra, sera la suivante.

[]

de groupoïdes fondamentaux [] est cocartésien - ou encore, si Y, X, X^* sont connexes, et [] (i.e. par définition, un revêtement universel de []) [] un isomorphisme canonique de groupes fondamentaux [] où [] est isomorphe extérieurement à $\pi_1(Y)$.

Pour expliciter $\pi_1(X)$ en termes de données “élémentaires”, dont $\pi_1(Y)$ et $\pi_1(X^*)$ [] encore à expliciter la structure de [], qui s’envoie dans l’un et dans l’autre, donnant [] [] qui exprime (8). C’est ici que l’hypothèse de *locale* [] a un [] (celle de lissité [] comme devant techniquement initiale, [] de notre heuristique...).

On doit se [], dans ce cas, pour démontrer que les [] homotopique de [] sont celles d’une *fibration localement triviale des fibres* []: [] - et c’est [] qui devrait [] le contexte topologique (p. ex. celui des schémas avec le topos étale) de *définition* de la “locale trivialité” [] homotopique [] $Y \hookrightarrow X$. (Bien sûr, dans le contexte schématique, il faudra de plus travailler avec des types d’homotopie profini, et même sans doute “localiser” ces types d’homotopie en l’un des [] premières qui

¹This text had been transcribed by Mateo Carmona
<https://agrothendieck.github.io/>

sont distinctes des caractéristique résiduelle qui interviennent, ou que en n'est que alors ce contexte [] des théorèmes qu'il faut, cf Artin-Mazur...)

On ont en particulière une suite exacte d'homotopie []

Si on suppose par exemple que []

allusion, en devrait [] exprimer alors le *type d'homotopie de X* (et non seulement son π_1) en termes de diagrammes de groupoïdes (8), ou ce qui revient au même, des diagrammes de groupes (10).

En tous cas, il est clair (indépendamment de toutes hypothèses de nullité de [] π_i , ou de []) comment reconstruire en termes du diagramme (8), [] faisceaux sur X , [] tels que l'on ait

$$(16) \quad F|_{X^*} \text{ et } F|_Y \text{ localisation triviaux}$$

Cette catégorie F est équivalent en effet à celle des systèmes

$$(17) \quad (E_{X^*}, E_{Y,X}, \varphi)$$

E_{X^*} est un système locale sur π, X^* (un recouvrement étale de X^*), $E_{Y,X}$ un système locale sur [] un homomorphisme de systèmes locaux sur []

$$(18) \quad \varphi : p^*(E_{Y,X}) \longrightarrow i^*(E_{X^*}).$$

En termes de diagrammes de groupes (10)

2. Stratification globale : [] (sans tubes)

Pour simplifier, je vais en placer sur un espace topologique X - par le suite X [] un topos quelconque. Les constructions qui suivent, relatifs à une "stratification globale", [] de la façon habituelle - ce qui [] alors à imposer des conditions supplémentaires de connexité et de locale connexité, qui pour []. De même [].

Soit I un ensemble ordonné,

$$(X_i)_{i \in I} \quad X_i \subset X$$

une famille de sous-espaces de X . On suppose [] Posant [] on a un morphisme canonique

$$(3) \quad X_{\Delta_0} \longrightarrow X$$

et l'hypothèse a) signifie que ce morphisme est fini - i.e. propre sépare et à fibres finies. C'est aussi une *immersion locale*. On introduit une partie fermée [] On voit alors que les deux projections [] ont respectivement les propriétés suivantes : [] Par ailleurs

3. Stratification globale : introduction au tubes

On [] les notations précédentes.

Pour toute couple $(i \leq j) \in I \times I$, considérons

4. Topos canoniques associées à une stratification globale

On va montrer [], à une situation stratifiée donnée, ou par en assoies d'autres.

A) Image inverse générale.

Rappelons les axiomes utilisés jusqu'à posant : []

Notons que pour tout X' au dessus de X , le famille des [] satisfait alors aux mêmes conditions.

D'ailleurs le [] comme image inverse le lui des X'_{Δ_r} , défini par les X'_i , [] des isomorphismes

B) []

NB. Nous appliquons ces []

Lorsque $X' \longrightarrow X$ est une immersion locale propre (mais pas si c'est une immersion ouverte !) alors [] les images inverses de []