

COSECHAS Y SIEMBRAS¹

Reflexiones y testimonios
sobre un pasado de matemático

por

Alexandre GROTHENDIECK

Presentación de Temas

o

PRELUDIO EN CUATRO MOVIMIENTOS

Fascículo 0₁:

A modo de prefacio

Paseo por una obra — o el niño y la Madre

Carta

Epílogo en Posdata — o Contexto y Prolegómenos de un Debate

Introducción

Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier
et Centre National de la Recherche Scientifique

¹Traducción de Juan Antonio Navarro con la colaboración de Mateo Carmona
<https://agrothendieck.github.io/>

A mis Padres

COSECHAS Y SIEMBRAS : Presentación de Temas

o

Preludio en cuatro Movimientos

(Sumario)

A modo de Prefacio...

Paseo por una obra — o el niño y la Madre

1. La magia de las cosas
2. La importancia de estar solo
3. La aventura interior — o mito y testimonio
4. El retrato costumbrista
5. Los herederos y el constructor
6. Puntos de vista y visión
7. La “gran idea” — o los árboles y el bosque
8. La visión — o doce temas para una armonía
9. Forma y estructura — o la voz de las cosas
10. La nueva geometría — o los esponsales del número y la magnitud
11. El abanico mágico — o la inocencia
12. La topología — o cómo levantar un plano de las brumas
13. Los topos — o la cama de matrimonio
14. Cambio en la noción de espacio — o el ánimo y la fe
15. Todos los caballos del rey...
16. Los motivos — o el corazón del corazón
17. En busca de la Madre — o las dos vertientes
18. El niño y la Madre

Epílogo: les Círculos invisibles

19. La muerte es mi cuna (o tres chavales para un moribundo)
20. Vistazo a los vecinos de enfrente
21. “El único” — o el don de la soledad

Una Carta

1. La Carta de mil páginas

2. El Nacimiento de Cosechas y Siembras (una retrospectiva-aclaración)
3. La muerte del patrón — obras abandonadas
4. Vientos de entierro...
5. El viaje
6. La vertiente de la sombra — o creación y desprecio
7. El respeto y la fortaleza
8. “Mis íntimos” — o la connivencia
9. El despojo
10. Cuatro olas en un movimiento
11. Movimiento y estructura
12. Espontaneidad y rigor

Epílogo en Posdata — o Contexto y Prolegómenos de un Debate

13. El espectrógrafo de botellas
14. Metiendo la pata tres veces
15. La gangrena — o el espíritu de los tiempos (1)
16. Retracción pública — o el espíritu de los tiempos (2)

Índice de materias de Cosechas y Siembras (fascículos 0 a 4)

Introducción (I) : El trébol de cinco hojas

1. Sueño y cumplimiento
2. El espíritu de un viaje
3. Brújula y equipajes
4. Un viaje en busca de cosas evidentes...
5. Una deuda bienvenida

Introducción (II): Una muestra de respeto

6. El Entierro
7. El Protocolo de las Exequias
8. El final de un secreto
9. La escena y los Actores
10. Una muestra de respeto

A Modo de Prefacio...

30 janvier 1986

Sólo faltaba escribir el prólogo para entregar Cosechas y Siembras a la imprenta. Y juro que tenía la mejor disposición del mundo para escribir cualquier cosa que hiciera el apaño. Cualquier cosa *razonable* esta vez. No más de tres o cuatro páginas, pero bien sentidas, para presentar este enorme “tocho” de más de mil páginas. Cualquier cosa que “enganche” al lector aburrido, que le haga entrever que en estas poco apetecibles “más de mil páginas” puede haber cosas que le interesen (incluso que le conciernan, ¿quién sabe?) Ése no es mi estilo, enganchar, eso no. Pero ¡esta vez haría una excepción! Hacía falta que “el editor tan loco para aventurarse” (a publicar este monstruo, evidentemente impublicable) corriera mal que bien con los gastos.

Y no, no ha podido ser. Aunque he dado lo mejor de mí. Y no en una tarde, como pensaba hacerlo. Mañana hará justo tres semanas que estoy en ello, que las hojas se amontonan. Desde luego lo que ha salido no es lo que podría llamarse decentemente un “prefacio”. Sin duda he fallado. No se cambia a mi edad — y no estoy hecho para vender o hacer vender. Incluso si se trata de agradar (a uno mismo, y a los amigos...).

Lo que ha salido es una especie de largo “paseo” comentado a través de mi obra matemática. Un paseo pensado sobre todo para el “profano” — el que “nunca ha entendido nada de las matemáticas”. Y también para mí, que nunca había tenido tiempo para dar tal paseo. Poco a poco me he visto llevado a sacar a la luz y a decir cosas que hasta entonces habían permanecido tácitas. Y casualmente, son las que me parecen más esenciales en mi trabajo y en mi obra. Cosas que no son nada técnicas. Tú verás si he tenido éxito en mi ingenuo intento de “entregarlas” — seguramente un intento un poco loco también. Mi satisfacción y mi placer serían haber sabido hacértelas sentir. Cosas que muchos de mis sabios colegas ya no saben sentir. Tal vez sean ya demasiado sabios y demasiado prestigiosos. A menudo eso hace perder el contacto con las cosas simples y esenciales.

A lo largo de este “Paseo por una obra”, también hablo un poco de mi vida. Y un poco, aquí y allá, de qué trata Cosechas y Siembras. Retomo el tema de modo más detallado en la “Carta” (fechada en mayo del año pasado) que va después del “Paseo”. Esta carta iba dirigida a mis ex-alumnos y mis “amigos de antaño” en el mundo matemático. Pero tampoco tiene nada técnico. Puede leerla sin problemas cualquier lector que quiera enterarse, con un relato

“al natural”, de las idas y venidas que finalmente me han llevado a escribir Cosechas y Siembras. Más aún que el paseo, ella te dará un aperitivo de cierto ambiente del “gran mundo” matemático. Y también (al igual que el Paseo) de mi estilo, al parecer algo especial. Y también del espíritu que se expresa con ese estilo — un espíritu que tampoco aprecia todo el mundo.

En el Paseo, y un poco por todas partes en Cosechas y Siembras, hablo del *trabajo matemático*. Es un trabajo que conozco bien y de primera mano. La mayor parte de lo que digo vale, seguramente, para cualquier trabajo creador, cualquier trabajo de descubrimiento. Al menos es válido para el trabajo llamado “intelectual”, el que se hace sobre todo “con la cabeza” y escribiendo. Tal trabajo está marcado por la eclosión y el florecimiento de una *comprensión* de lo que estamos sondeando. Pero, tomando un ejemplo del extremo opuesto, también la pasión amorosa es un impulso de descubrimiento. Nos abre a un conocimiento llamado “carnal”, que también se renueva, florece, se hace más profundo. Ambos impulsos, el que anima al matemático en su trabajo, digamos, y el de la amante o el amante — son mucho más cercanos de lo que normalmente se supone, o se está dispuesto a admitir. Quisiera que las páginas de Cosechas y Siembras te ayudasen a sentirlo en tu trabajo y en tu vida diaria.

En el Paseo hablaré sobre todo del trabajo matemático mismo. Por contra permanezco casi mudo sobre el *contexto* en que se desarrolla tal trabajo, y sobre las *motivaciones* que actúan fuera del tiempo de trabajo propiamente dicho. Esto podría dar de mi persona, o del matemático o del “científico” en general, una imagen halagadora, pero deforme. Del tipo “pasión noble y grande”, sin correctivo de ninguna clase. En la línea, en suma, del gran “Mito de la Ciencia” (¡con C mayúscula por favor!) El mito heroico, “prometeico²”, en el que han caído escritores y sabios (y siguen cayendo) a cuál mas. A penas los historiadores, tal vez, se resisten a veces a este mito tan seductor. La verdad es que en las motivaciones “del científico”, que a veces le empujan a trabajar sin medida, la ambición y la vanidad juegan un papel tan importante y casi universal como en cualquier otra profesión. Esto toma formas más o menos groseras, más o menos sutiles, según el interesado. En modo alguno pretendo ser una excepción. La lectura de mi testimonio no dejará, espero, ninguna duda al respecto.

También es cierto que la ambición más desaforada es incapaz de descubrir el menor enunciado matemático, o de demostrarlo — igual que es incapaz (por ejemplo) de “excitar”³ (en

²(N. del T.) En la mitología griega Prometeo es un Titán que robó el fuego y lo devolvió a la Tierra cuando Zeus dejó a los hombres sin fuego.

³(N. del T.) Traducción inexacta de la expresión familiar y coloquial “faire bander”, que indica excitación

el sentido propio del término). Tanto si se es hombre o mujer, lo que “excita” no es la ambición, el deseo de brillar, de exhibir un poderío, sexual en este caso — ¡todo lo contrario!, sino que es la percepción aguda de algo grande, muy real y muy delicado a la vez. Podemos llamarlo “la belleza”, y es una de las mil caras de lo que nos excita. Ser ambicioso no impide necesariamente apreciar a veces la belleza de un ser, o de una cosa, de acuerdo. Pero lo que es seguro es que no es la ambición la que nos la hace apreciar...

El hombre que descubrió y dominó el fuego por primera vez era alguien como tú y yo. Nada de lo que nos imaginamos con el nombre de “héroe”, de “semidiós” y paro de contar. Seguramente, como tú y como yo, conoció la picadura de la angustia y probó la pomada de la vanidad, que hace olvidar la picadura. Pero en el momento de “conocer” el fuego no tenía ni miedo ni vanidad. Tal es la verdad en el mito heroico. El mito se vuelve insípido, se vuelve pomada, cuando lo usamos para ocultarnos o t r o aspecto de las cosas, igual de real e igual de esencial.

En Cosechas y Siembras mi propósito ha sido hablar de ambos aspectos — del impulso de conocimiento, y del miedo y sus antídotos vanidosos. Creo “comprender”, o al menos *conocer* el impulso y su naturaleza. (Tal vez un día descubra hasta qué punto me engañaba...) Pero en lo que se refiere al miedo y la vanidad, y los insidiosos bloqueos de la creatividad que se derivan, bien sé que no he llegado al fondo de este gran enigma. E ignoro si jamás veré el fondo de ese misterio, durante los años que me queden de vida...

Al escribir Cosechas y Siembras han surgido dos imágenes para representar cada uno de estos dos aspectos de la aventura humana. Son el *niño* (alias el *obrero*), y el *Patrón*. En el paseo que vamos a dar, hablaremos casi exclusivamente del “niño”. También es él quien figura en el subtítulo “*El niño y la Madre*”. Este nombre se aclarará, espero, durante el paseo.

Por el contrario, en el resto de la reflexión el Patrón es el que ocupa la escena. ¡Por algo es el Patrón! Sería más preciso decir que no se trata de un Patrón, sino de *varios* Patrones de empresas competidoras. Aunque también es cierto que todos los Patrones se parecen en lo esencial. Y cuando empezamos a hablar de patrones, significa que habrá “villanos”. En la parte I de la reflexión (“Fatuidad y Renovación”, que sigue a esta introducción o “Preludio en cuatro Movimientos”) sobre todo soy yo “el villano”. En las tres partes siguientes, sobre todo son “los otros”. ¡Cada uno en su turno!

sexual y es comúnmente usada en Francia desde los años 60, como en la canción de George Brassens: “Quand je pense à Fernande, Je bande, je bande”.

Así pues, además de profundas reflexiones filosóficas y de “confesiones” (en modo alguno contritas), habrá “retratos al vitriolo” (retomando la expresión de un colega y amigo, que se ha considerado algo maltratado...). Sin contar las “operaciones” de gran envergadura y nada poéticas. Robert Jaulin⁴ me dijo (medio en broma) que en Cosechas y Siembras hacía la “etnología del ambiente matemático” (o tal vez la sociología, ya no sabría decir). Desde luego es halagador, ¡uno se entera de que (sin saberlo) hace cosas sabias! Es cierto que en la parte “investigación” de la reflexión (y muy a pesar mío...) he visto desfilar, en las páginas que escribía, buena parte del *stablishment* matemático, sin contar a numerosos colegas y amigos de status más modesto. Y en estos últimos meses, desde que envié la tirada provisional de Cosechas y Siembras el pasado mes de octubre, eso se ha “repetido”. Desde luego, mi testimonio ha sido como una pedrada en una charca. Ha tenido ecos de todos los tonos (salvo el del aburrimiento). Casi siempre, en absoluto era el que me esperaba. Y también ha habido mucho silencio, que es muy elocuente. Claramente tenía (y me queda) mucho que aprender, y de todos los colores, sobre lo que hay en la cabeza de unos y otros, entre mis ex-alumnos y otros colegas más o menos bien situados — perdón, ¡quería decir sobre la “sociología del ambiente matemático”! A todos los que antes o después aporten su contribución a la gran obra sociológica de mi vejez, expreso aquí mismo mi gratitud.

Por supuesto, he sido particularmente sensible a los ecos de tonos cálidos. También ha habido unos pocos colegas que me han participado una emoción, o un sentimiento (hasta entonces inexpresado) de crisis o de degradación en ese ambiente matemático del que se sienten parte.

Fuera de tal ambiente, entre los primeros que dieron una acogida calurosa, incluso emocionada, a mi testimonio, quisiera nombrar aquí a Sylvie y Catherine Chevalley⁵, Robert Jaulin, Stéphane Deligorge, Christian Bourgois. Si Cosechas y Siembras va a tener una difusión más amplia que la tirada provisional inicial (dirigida al círculo de los más cercanos), es gracias a ellos. Gracias sobre todo a su convicción contagiosa: que lo que me había esforzado en captar y decir, debía ser dicho. Y que podía entenderse en un círculo más amplio que el

⁴Robert Jaulin es un antiguo amigo. Me parece que en el *stablishment* de los etnólogos tiene una situación (de “lobo blanco”) algo parecida a la mía en el “bello mundo” matemático.

⁵Sylvie y Catherine Chevalley son la viuda y la hija de Claude Chevalley, colega y amigo al que va dedicada la parte central de Cosechas y Siembras (CyS III, “La Llave del Yin y del Yang”). En varias partes de la reflexión, hablo de él, y de su papel en mi itinerario.

(N. del T.) CyS, acrónimo de “Cosechas y Siembras”, es traducción del acrónimo ReS de “Récoltes et Semailles”.

de mis colegas (a menudo huraños, incluso malhumorados, y nada dispuestos a ser cuestionados...). Así es como Christian Bourgois no ha dudado en correr el riesgo de publicar lo impublicable, y Stéphane Deligeorge de honrarme acogiendo mi indigesto testimonio en la colección “Epistémé”, al lado (por el momento) de Newton, de Cuvier y de Arago. (¡No podría soñar mejor compañía!) Me alegro de expresar aquí mi agradecimiento a cada uno por sus repetidas muestras de simpatía y confianza, llegadas en un momento particularmente “sensible”.

Henos aquí saliendo a dar un paseo por una obra, como el que parte para un viaje a través de una vida. Un largo viaje sí, de más de mil páginas y bien colmada cada una. Le he dedicado una vida a este viaje, sin haberlo terminado, y más de un año a redescubrirlo página tras página. A veces las palabras se han resistido a venir, para expresar todo el jugo de una experiencia que aún eludía una comprensión dubitativa — igual que el racimo lleno de uvas maduras metido en el lagar parece, por momentos, querer eludir la fuerza que le aplasta...Pero incluso cuando parece que las palabras se empujan y brotan a borbotones, no lo hacen a la buena ventura. Cada una ha sido sopesada al pasar, o si no después, para ser ajustada cuidadosamente caso de ser demasiado ligera, o demasiado pesada. Tampoco esta reflexión-testimonio-viaje ha sido hecha para ser leída deprisa, en un día o en un mes, por un lector que tuviera prisa en llegar a la última palabra. No hay “última palabra” ni “conclusiones” en Cosechas y Siembras, como no las hay en mi vida, ni en la tuya. Hay un vino envejecido toda una vida en los barriles de mi ser. El último vaso que beberás no será mejor que el primero o el centésimo. Todos son “el mismo”, y todos diferentes. Y si el primer vaso está picado, lo está todo el tonel; entonces más vale beber buen agua (si se encuentra), que mal vino.

Pero un buen vino no se bebe deprisa, ni corriendo.

Paseo por una obra

o

El niño y la Madre

Enero 1986

1. Cuando era niño me gustaba ir a la escuela. El mismo maestro nos enseñaba a leer y a escribir, el cálculo, a cantar (nos acompañaba con un pequeño violín), o los hombres prehistóricos y el descubrimiento del fuego. En esa época no recuerdo habernos aburrido jamás en la escuela. Estaba la magia de los números, y la de las palabras, de los signos y los sonidos. También la de la *rima*, en las canciones y los pequeños poemas. Parecía que en la rima había un misterio más allá de las palabras. Así fue hasta el día en que me explicaron que había un “truco” muy simple; que la rima sólo es hacer terminar con la misma sílaba dos frases consecutivas que de golpe, como por magia, se convierten en *versos*. ¡Era una revelación! En casa, durante semanas y meses, donde hallara quien me escuchase me divertía haciendo versos. En cierto momento ya no hablaba más que rimando. Afortunadamente eso se me ha pasado. Pero ocasionalmente hago poemas, incluso ahora — pero ya sin buscar la rima si no viene ella misma.

Otra vez un compañero mayor, que ya iba al instituto, me enseñó los números negativos. Era otro juego muy divertido, pero se agotó más deprisa. Y estaban los crucigramas — pasaba días y semanas haciéndolos, cada vez más complicados. En este juego se combinaba la magia de la forma con la de los signos y las palabras. Pero esa pasión se marchó, aparentemente sin dejar rastro.

En el instituto, en Alemania el primer año, luego en Francia, era un buen alumno sin ser el “alumno brillante”. Me dedicaba sin medida a lo que más me interesase y tendía a descuidar lo que me interesaba menos, sin preocuparme mucho de la estima del profesor en cuestión. Durante mi primer año en el instituto en Francia, en 1940, estuve internado con mi madre en un campo de concentración en Rieucros, cerca de Mende. Había guerra y éramos unos extranjeros — unos “indeseables”, como se decía. Pero la administración del campo hacía la vista gorda con los niños del campo, por más indeseables que fuesen. Entrábamos y salíamos casi como queríamos. Yo era el mayor y el único que iba al instituto, a cuatro o cinco kilómetros de allí, incluso con nieve o viento, con unos zapatos cualesquiera que siempre se calaban.

Aún recuerdo mi primer “trabajo de matemáticas”, en que el profesor me puso mala nota por la demostración de uno de los “tres casos de igualdad de triángulos”. Mi demostración no era la del libro, que él seguía religiosamente. Sin embargo, yo estaba seguro de que mi demostración no era ni más ni menos convincente que la del libro, cuyo espíritu seguía, a golpe de los sempiternos y tradicionales “se desliza tal figura con tal movimiento sobre tal otra”. Evidentemente quien me enseñaba no se sentía capaz de juzgar por sí mismo (aquí, la validez de un razonamiento). Necesitaba referirse a una autoridad, la del libro en este caso. Me debió chocar esa postura para que haya recordado ese pequeño incidente. Después y aún hoy mismo, he tenido muchas ocasiones de ver que tal postura no es en modo alguno la excepción, sino la regla casi universal. Habría mucho que decir sobre este tema — un tema que aflora más de una vez de una forma u otra en Cosechas y Siembras. Pero aún hoy, quieras o no, me desconcierto cada vez que me lo encuentro de nuevo...

En los últimos años de la guerra, mientras mi madre permanecía internada en el campo, estuve en un hogar infantil del “Socorro Suizo” para niños refugiados, en Chambon sur Lignon, la mayoría judíos, y cuando se avisaba (por la policía local) de una redada de la Gestapo, nos escondíamos en los bosques una noche o dos, en pequeños grupos de dos o tres, sin darnos cuenta de que en ello nos jugábamos la piel. La región estaba llena de judíos escondidos en la Cevenas, y muchos sobrevivieron gracias a la solidaridad de la población local.

Lo que más me chocaba en el “Collège Cévenol” (donde estudiaba) era hasta qué punto mis compañeros no estaban interesados en lo que aprendían allí. En cuanto a mí, devoraba los libros de texto al principio del curso, pensando que esa vez, por fin íbamos a aprender cosas *verdaderamente* interesantes; y el resto del curso empleaba mi tiempo lo mejor que podía, mientras soltaban inexorablemente el programa previsto, a lo largo de los trimestres. Con todo había profesores simpáticos. El profesor de Historia Natural, Monsieur Friedel, tenía una categoría humana e intelectual notable. Pero, incapaz de “castigar severamente”, le armaban jaleo a tope, hasta el punto de que al final del curso ya era imposible seguirle, su impotente voz cubierta por el alboroto general. ¡Tal vez por eso no he sido biólogo!

No era poco el tiempo que pasaba, incluso en clase (chitón...), haciendo problemas de matemáticas. Los que traía el libro pronto dejaban de bastarme. Tal vez porque tendían, por fuerza, a parecerse demasiado unos a otros; pero sobre todo, me parece, porque era como si cayesen del cielo en fila india, sin decir de dónde venían ni a dónde iban. Eran los problemas del libro y no *mis* problemas. Y no faltaban los problemas verdaderamente naturales. Así,

cuando se conocen las longitudes a , b , c de los tres lados de un triángulo, se conoce el triángulo (abstracción hecha de su posición), luego debe haber alguna “fórmula” explícita para expresar, por ejemplo, el área del triángulo en función de a , b , c . Igualmente para un tetraedro del que conocemos la longitud de sus seis aristas ¿cuál es su volumen? Me parece que esa vez tuve muchas dificultades, pero al final debí conseguirlo. Cuando algo me “agarraba”, no contaba las horas ni los días que le dedicaba ¡con peligro de olvidar todo lo demás! (Y todavía es así...)

En nuestros libros de matemáticas, lo que menos me satisfacía era la ausencia de toda definición seria de la noción de longitud (de una curva), de área (de una superficie), de volumen (de un sólido). Me prometí llenar esa laguna cuando tuviera tiempo. Le dediqué la mayor parte de mi energía entre 1945 y 1948, mientras estudiaba en la Universidad de Montpellier. Los cursos de la facultad no me satisfacían. Sin ser claramente consciente, debía tener la impresión de que los profesores se limitaban a repetir sus libros, igual que mi primer profesor de matemáticas en el instituto de Mende. Así que no ponía el pie en la facultad más que de tarde en tarde, para estar al corriente del sempiterno “programa”. Los libros bastaban para tal programa, pero también estaba claro que no respondían a las preguntas que me planteaba. A decir verdad, ni siquiera las *veían*, no más que mis libros del instituto. En cuanto daban recetas para calcular todo, longitudes, áreas y volúmenes, a golpes de integrales simples, dobles y triples (eludiendo prudentemente las dimensiones superiores a tres...), parecía que el problema de darles una definición intrínseca no se les planteaba, no más a mis profesores que a los autores de los manuales.

Según la limitada experiencia que entonces tenía, pudiera parecer que era el único ser dotado de curiosidad para las cuestiones matemáticas. Al menos esa era mi convicción tácita durante esos años que pasé en una soledad intelectual completa, y que no me pesaba⁶. En realidad, me parece que en ese tiempo nunca se me ocurrió profundizar en la cuestión de si

⁶Entre 1945 y 1948, vivía con mi madre en una pequeña aldea a una decena de kilómetros de Montpellier, Mairargues (por Vendargues), perdida en medio de los viñedos. (Mi padre desapareció en Auschwitz, en 1942). Vivíamos miserablemente con mi beca de estudiante. Para salir adelante hacía la vendimia cada año y, después de la vendimia, vino de rebusca que conseguía colocar como podía (contraviniendo, según parece, la legislación vigente...). Además había un jardín que, sin tener que cuidarlo, nos proporcionaba abundantes higos, espinacas e incluso (al final) tomates, plantados por un atento vecino en medio de un mar de amapolas. Era una buena vida — aunque a veces algo justa en las sisas cuando había que sustituir la montura de unas gafas o un par de zapatos raídos. Afortunadamente mi madre, debilitada y enferma después de su largo internamiento en los campos, tenía derecho a la asistencia médica gratuita. Jamás hubiéramos podido pagar un médico...

yo era la única persona en el mundo capaz de interesarse en lo que hacía. Bastante tenía con mantener la apuesta que me había hecho: desarrollar una teoría que me satisficiera plenamente.

No tenía ninguna duda de que lo conseguiría, de hallar la última palabra de las cosas, a poco que me tomara la molestia de escrutarlas, poniendo negro sobre blanco lo que me dijeran, poco a poco. La intuición del *volumen*, digamos, era inapelable. Sólo podía ser el reflejo de una *realidad*, por el momento escurridiza, pero perfectamente fiable. Esta realidad es lo que había que captar, así de simple — un poco, tal vez, como la realidad mágica de “la rima” había sido captada, “comprendida” un día.

Cuando me puse en ello, a la edad de diecisiete años y recién salido del instituto, pensaba que sería cuestión de unas semanas. Estuve tres años. Incluso encontré el modo, naturalmente, de suspender un examen al terminar el segundo año — el de trigonometría esférica (en la especialidad “profundización en astronomía”, sic), por culpa de un error idiota de cálculo numérico. (Nunca se me dio bien el cálculo, hay que reconocerlo, desde que salí del instituto...). Por eso tuve que quedarme un tercer año en Montpellier para terminar mi licenciatura, en vez de ir inmediatamente a París — el único sitio, me aseguraban, donde tendría ocasión de encontrar gente enterada de lo que se consideraba importante en matemáticas. Mi confidente, Monsieur Soula, también me aseguraba que los últimos problemas que todavía quedaban en matemáticas habían sido resueltos, hacía veinte o treinta años, por alguien llamado Lebesgue. Habría desarrollado precisamente (¡curiosa coincidencia, verdaderamente!) una teoría de la medida y de la integración que ponía punto final a las matemáticas.

Monsieur Soula, mi profesor de cálculo diferencial, era un hombre benevolente y amable conmigo. Sin embargo no creo que me convenciera. Ya debía presentir que la matemática es algo ilimitado en extensión y profundidad. ¿Tiene el mar un “punto final”? Lo cierto es que nunca se me ocurrió buscar el libro de ese Lebesgue del que Monsieur Soula me había hablado, y que tampoco él debió tener jamás entre sus manos. A mi entender no podía haber nada en común entre lo que pudiera contener un libro y el trabajo que realizaba, a mi manera, para satisfacer mi curiosidad sobre las cosas que me habían intrigado.

2. Cuando por fin entré en contacto con el mundo matemático de París, uno o dos años más tarde, terminé por aprender, entre otras muchas cosas, que el trabajo que había hecho en mi rincón con los medios de abordó era (a falta de poco) lo que era bien conocido por “todo

el mundo” bajo el nombre de “teoría de la medida y la integral de Lebesgue”. A los ojos de los dos o tres mayores a los que hablé de mi trabajo (e incluso enseñé un manuscrito) era sencillamente como si hubiera perdido mi tiempo, haciendo lo “ya conocido”. Por lo demás, no recuerdo estar decepcionado. En esa época la idea de coger “prestigio”, o aunque sólo fuera una aprobación o sencillamente el interés de otro, por el trabajo que realizaba todavía debía ser ajena a mi espíritu. Sin contar con que dedicaba toda mi energía a familiarizarme con un ambiente totalmente diferente, y sobre todo, a aprender lo que en París se consideraba el ABC del matemático⁷.

Sin embargo, repensando ahora esos tres años, me doy cuenta de que en modo alguno fueron desperdiciados. Sin saberlo, entonces aprendí en la soledad lo esencial del oficio de matemático — lo que ningún maestro puede enseñar verdaderamente. Sin habérmelo dicho jamás, sin haber encontrado alguien con quien compartir mi sed de comprender, sabía no obstante, diría que “por mis tripas”, que era un matemático: alguien que “hace” matemáticas, en el sentido estricto del término — como se “hace” el amor. Para mí la matemática había llegado a ser una amante siempre acogedora y complaciente. Esos años de soledad fundamentaron una confianza que nunca ha vacilado — ni al descubrir (desembarcando en París a los veinte años) toda la extensión de mi ignorancia y de la inmensidad de lo que necesitaba aprender; ni (más de veinte años después) por los tormentosos episodios de mi salida sin retorno del mundo matemático; ni, en estos últimos años, por los episodios a menudo bastante absurdos de cierto “Entierro” (anticipado e impecable) de mi persona y de mi obra, orquestado por mis más cercanos compañeros de antaño...

Para decirlo de otra forma: en esos años cruciales aprendí a *estar solo*⁸. Entiendo por esto: abordar con mis propias luces las cosas que quiero conocer, más que fiarme de las ideas y consensos, expresos o tácitos, que me llegasen de un grupo más o menos numeroso del que me sintiera miembro o que por cualquier otra razón estuviera investido de autoridad para

⁷Hago un relato corto de esa época de transición algo ruda en la primera parte de Cosechas y Siembras (CyS I), en la sección “El extranjero bienvenido” (nº 9).

⁸Esta expresión es algo impropia. Jamás tuve que “aprender a estar solo”, por la sencilla razón de que durante mi infancia nunca *desaprendí* esa capacidad innata que estaba en mí al nacer, como está en cada uno. Pero esos tres años de trabajo solitario, en que pude darme la medida de mí mismo según los criterios espontáneos de exigencia que eran los míos propios, confirmaron y dejaron en mí, esta vez en relación con el trabajo matemático, un cimiento de confianza y de serena seguridad que no debía nada a los consensos y las modas que imperan. Tengo ocasión de hablar de ello otra vez en la nota “Raíces y soledad” (CyS IV, nº 171₃, especialmente p. 1080).

mí. Consensos mudos me habían dicho, tanto en el instituto como en la universidad, que no había que plantearse cuestiones sobre la noción de “volumen”, presentada como “bien conocida”, “evidente”, “sin problema”. Hice caso omiso como algo que cae por su peso — al igual que Lebesgue, algunos decenios antes, debió hacer caso omiso. En ese acto de “*hacer caso omiso*”, de ser uno mismo en suma, y no simplemente la expresión de los consensos que imperan, de no permanecer encerrado dentro del círculo imperativo que nos fijan — en ese acto solitario es ante todo donde se encuentra “*la creación*”. Todo lo demás viene por añadidura.

Posteriormente tuve ocasión, en ese mundo de matemáticos que me acogía, de encontrar a muchos, tanto mayores como jóvenes más o menos de mi edad, que claramente eran mucho más brillantes, mucho más “dotados” que yo. Les admiraba por la facilidad con la que aprendían, como jugando, conceptos nuevos y hacían malabarismos con ellos como si los conocieran desde la cuna — mientras que yo me sentía pesado y paleta, abriéndome camino penosamente, como un topo, entre una montaña informe de cosas que era importante (me aseguraban) aprender, y de las que me sentía incapaz de captar los pormenores. De hecho, no tuve nada del estudiante brillante que pasa fácilmente los concursos prestigiosos, asimilando programas prohibitivos en un santiamén.

La mayoría de mis compañeros más brillantes han llegado a ser matemáticos competentes y afamados. Sin embargo, con la perspectiva de treinta o treinta y cinco años, veo que no han dejado en la matemática de nuestro tiempo una huella verdaderamente profunda. Han hecho cosas, cosas bonitas a veces, en un contexto ya construido, que no hubieran soñado ni tocar. Sin saberlo han permanecido prisioneros de esos círculos invisibles y férreos que delimitan un Universo en un ambiente y en una época dada. Para cruzarlos, hubiera hecho falta que encontrasen en ellos esa capacidad que era suya al nacer, al igual que era mía: la capacidad de estar solo.

El niño pequeño no tiene ningún problema en estar solo. Es solitario por naturaleza, aunque la compañía ocasional no le disgusta y sabe pedir la teta de mamá cuando es hora de mamar. Y sabe bien, sin tener que decírselo a sí mismo, que la teta es para él y que él *sabe* mamar. Pero a menudo hemos perdido el contacto con ese niño que está en nosotros. Y constantemente pasamos al lado del mejor, sin dignarnos a verlo...

Si en Cosechas y Siembras me dirijo a alguien más que a mí mismo, no es a un “público”. Me dirijo a ti que me lees como a una *persona*, y una persona *sola*. Es al que en ti sabe estar

solo, al niño, al que quisiera hablar, y a nadie más. A menudo el niño está lejos, bien lo sé. Le han puesto verde y desde hace mucho tiempo. Se ha escondido Dios sabe dónde, y a menudo no es fácil llegar hasta él. Juraríamos que siempre ha estado muerto, más bien que nunca ha existido — y sin embargo estoy seguro de que está ahí en alguna parte, y bien vivo.

También sé cuál es la *señal* de que se me entiende. Es cuando, más allá de todas las diferencias de cultura y de destino, lo que digo de mi persona y de mi vida encuentra eco y resonancia en ti; cuando reencuentras también *tu propia vida*, tu propia experiencia de ti mismo, tal vez la de un día al que hasta entonces no habías prestado atención. No se trata de una “identificación”, con algo o alguien alejado de ti. Pudiera ocurrir, un poco, que redescubrieras tu propia vida, lo que está más *cerca* de ti, mediante el redescubrimiento que hago de la mía, a lo largo de las páginas de Cosechas y Siembras hasta las que hoy mismo estoy escribiendo.

3. Ante todo, Cosechas y Siembras es una *reflexión* sobre mí mismo y mi vida. Por eso mismo también es un *testimonio*, y de dos formas. Es un testimonio de mi *pasado*, que ocupa la mayor parte de la reflexión. Pero a la vez también es un testimonio del *presente* más inmediato — del momento en que escribo, en el que nacen las páginas de Cosechas y Siembras a lo largo de las horas, de las noches y los días. Estas páginas son el testigo fiel de una larga meditación sobre mi vida, tal cual se ha desarrollado realmente (y prosigue todavía en este mismo momento...).

Estas páginas no tienen pretensiones literarias. Constituyen un *documento* sobre mí mismo. No me permito tocarlas (sobre todo para unos retoques estilísticos ocasionales) más que dentro de unos límites muy estrechos⁹. Si hay alguna pretensión, es la de ser verdadero. Y ya es bastante.

Por otra parte, este documento no tiene nada de “autobiografía”. No aprenderás ni mi fecha de nacimiento (que sólo tendría interés para hacer el horóscopo), ni los nombres de mi madre y de mi padre o a lo que se dedicaban, ni los nombres de la que fue mi esposa y de otras mujeres que han sido importantes en mi vida, o de los hijos que nacieron de esos amores, y lo que unos y otros han hecho con su vida. No es que esas cosas no hayan sido importantes en mi vida, o no continúen siéndolo. Pero tal y como esta reflexión sobre mí mismo ha comenzado

⁹ Así, las eventuales correcciones de errores (materiales, o de perspectiva, etc.) no se aprovechan para retocar la primera redacción, sino que se hacen en notas a pie de página, o en una “vuelta” posterior sobre la situación examinada.

y se ha desarrollado, en ningún momento he sentido la incitación de involucrarme por poco que fuera en una descripción de esas cosas que rozo acá y allá, y todavía menos, a alinear conscientemente nombres y cifras. En ningún momento me pareció que eso pudiera añadir algo al propósito que tenía en ese momento. (Mientras que en las pocas páginas precedentes he sido llevado, como a mi pesar, a incluir tal vez más detalles materiales sobre mi vida que en las mil páginas siguientes...)

Y si me preguntas cuál es el “propósito” que persigo a lo largo de mil páginas, te respondería: es el de hacer el relato, y por eso mismo el *descubrimiento*, de la *aventura interior* que ha sido y es mi vida. Este relato-testimonio de una aventura se desarrolla simultáneamente en los dos niveles de los que acabo de hablar. Está la exploración de una aventura pasada, de sus raíces y de su origen hasta mi infancia. Y está la continuación y renovación de esa “misma” aventura, al hilo de los instantes y los días mientras escribo Cosechas y Siembras, en respuesta espontánea a una interpelación violenta que me llega del mundo exterior¹⁰.

Los hechos exteriores alimentan la reflexión solamente en la medida en que suscitan y provocan un rebrote de la aventura interior, o ayudan a esclarecerla. Y el entierro y el pillaje de mi obra matemática, del que hablaremos largo y tendido, ha sido una de esas provocaciones. Ha provocado en mí la sublevación en masa de poderosas reacciones egocéntricas, y a la vez me ha revelado los vínculos profundos e ignorados que siguen ligándome con la obra que salió de mí.

Es cierto que el hecho de que yo forme parte de los “fuertes en matemáticas” no es necesariamente una razón (y menos todavía una buena razón) para que mi “aventura” particular te interese — ni el hecho de que haya tenido roces con mis colegas después de haber cambiado de ambiente y de estilo de vida. Además no faltan colegas, ni incluso amigos, que les parece muy ridículo poner en un escaparate (como ellos dicen) los “estados del alma”. Lo que cuenta son los “resultados”. El “alma”, es decir la que en nosotros *vive* la “producción” de esos resultados y también todas sus consecuencias (tanto en la vida del “productor”, como en la de sus semejantes), es objeto de desprecio, incluso de una burla abiertamente mostrada. Esa actitud pasa por ser una expresión de “modestia”. En ella veo el indicio de una huida y de un extraño desajuste, promovido por el aire mismo que respiramos. Es seguro que no escribo para el

¹⁰Para precisiones sobre esta “interpelación violenta”, ver la “Carta”, principalmente las secciones 3 a 8.

que esté contagiado por esa clase de larvado desprecio de sí mismo, que le lleva a desdeñar lo mejor que puedo ofrecerle. Un desprecio por lo que verdaderamente constituye *su propia vida*, y por lo que constituye la mía: los movimientos superficiales y profundos, burdos o sutiles, que animan la psique, precisamente ese “alma” que vive la experiencia y reacciona, que se esconde o se ensancha, que se repliega o que aprende...

El relato de una aventura interior sólo puede hacerlo el que la vive, y nadie más. Pero incluso si el relato no estuviera destinado más que a sí mismo, sería raro que no se deslizara por el transitado camino de la construcción de un *mito*, y el narrador sería el héroe. Tal mito no nace de la imaginación creadora de un pueblo y una cultura, sino de la vanidad del que no osa asumir una humilde realidad y se complace en sustituirla por una construcción de su espíritu. Pero un relato *verdadero* (si lo hubiera) de una aventura tal y como fue verdaderamente vivida, es algo valioso. Y esto, no por un prestigio que (con razón o sin ella) rodease al narrador sino por el mero hecho de *existir*, en su calidad de verdad. Tal testimonio es valioso, venga de un hombre de notoriedad digamos ilustre, o de un pequeño empleado sin futuro y cargado de familia, o de un preso común.

Si tal relato tiene una virtud para algún otro, ante todo es la de confrontarle consigo mismo mediante el testimonio sin maquillaje de la experiencia de otro. O también (para decirlo de otro modo) de borrar quizás en él (aunque sólo fuera en el tiempo que dura una lectura) ese desprecio que tiene a su *propia aventura*, y a ese “alma” que es el pasajero y el capitán...

4. Hablando de mi pasado matemático y descubriendo seguidamente (como de mala gana) las peripecias y los arcanos del gigantesco Entierro de mi obra, he sido conducido, sin saberlo, a realizar el retrato de cierto ambiente y de cierta época — de una época marcada por la descomposición de ciertos valores que daban sentido al trabajo de los hombres. Es el aspecto “retrato costumbrista”, bosquejado alrededor de un “suceso” sin duda único en los anales de “la Ciencia”. Lo que acabo de decir deja bien claro, pienso, que no encontrarás en Cosechas y Siembras un “dossier” sobre cierto “caso” extraño, para ponerte rápidamente al corriente. Quien busque el dossier pasará con los ojos cerrados y sin ver nada al lado de casi toda la substancia y la carne de Cosechas y Siembras.

Según explico de forma más detallada en la Carta, “la investigación” (o el “retrato costumbrista”) se lleva a cabo sobre todo en las partes II y IV, “El Entierro (1) — o el vestido del

Emperador de China” y “El Entierro (3) — o las Cuatro Operaciones”. A lo largo de las páginas saco a la luz obstinadamente, uno tras otro, multitud de hechos jugosos (como mínimo) que intento “encajar” a medida como puedo. Poco a poco esos hechos se ensamblan en un retrato de familia que paulatinamente sale de las brumas, con colores cada vez más vivos, con contornos cada vez más nítidos. En esas notas diarias los “hechos en bruto” que acaban de aparecer se mezclan inextricablemente con recuerdos personales, y con comentarios y reflexiones de naturaleza psicológica, filosófica, o incluso (ocasionalmente) matemática. ¡Así es y no puedo evitarlo!

Partiendo del trabajo que he hecho, que me ha tenido en vilo más de un año, realizar un dossier, estilo “conclusiones de la investigación”, representaría un trabajo adicional del orden de unas horas o unos días, según la curiosidad y exigencia del lector interesado. En cierto momento intenté realizarlo, el famoso dossier. Fue cuando empecé a escribir una nota que se llamaría “Las Cuatro Operaciones”¹¹. Y no, no hubo nada que hacer. ¡No lo logré! No es mi estilo de expresión, desde luego, y en mi vejez menos que nunca. Y ahora estimo que con Cosechas y Siembras he hecho suficiente beneficio a la “comunidad matemática” como para dejar sin remordimientos a otros (llegado el caso entre los colegas que se sientan aludidos) la tarea de realizar el “dossier” que se impone.

5. Es hora de que diga algunas palabras sobre mi obra matemática, que tuvo en mi vida y aún conserva (para mi sorpresa) un lugar importante. Más de una vez vuelvo en Cosechas y Siembras sobre esta obra — a veces de modo fácilmente inteligible por todos y en otros momentos en términos algo técnicos¹². Estos últimos pasajes van a pasar en su mayoría “por encima” no sólo del “profano”, sino incluso del colega matemático que no esté más o menos “en el ajo” de las matemáticas en cuestión. Por supuesto que puedes saltar sin más los pasajes que te parezcan de naturaleza demasiado “ardua”. Al igual que puedes recorrerlos, y quizás captar de paso un reflejo de la “misteriosa belleza” (como me decía un amigo no matemático) del mundo de los objetos matemáticos, surgiendo como “extraños islotes inaccesibles” en las vastas aguas revueltas de la reflexión...

Según dije antes, la mayoría de los matemáticos se encierran en un marco conceptual, en

¹¹La nota prevista terminó por ser la parte IV (del mismo nombre “Las cuatro operaciones”) de Cosechas y Siembras, incluyendo unas 70 notas que ocupan más de cuatrocientas páginas.

¹²Además de ojeadas matemáticas sobre mi antigua obra, también hay diseminados pasajes con desarrollos matemáticos nuevos. El más largo es “Las cinco fotos (cristales y \mathcal{D} -módulos)” en CyS IV, nota nº 171 (ix).

un “*Universo*” fijado de una vez por todas — esencialmente el que encontraron “ya terminado” cuando estudiaron. Son como los herederos de una hermosa y gran casa bien amueblada, con sus salas de estar y sus cocinas y sus talleres, y su batería de cocina y herramientas para todo, con las que vaya si se puede cocinar y hacer bricolaje. Cómo se construyó esa casa progresivamente, a lo largo de generaciones, y cómo y por qué se idearon y construyeron tales herramientas (y no otras ...), por qué las habitaciones están dispuestas y arregladas de tal modo aquí, y de tal otro allí — he ahí preguntas que esos herederos jamás soñarían en plantearse. El “Universo” es eso, el “dato” en el que hay que vivir ¡y punto final! Algo que parece grande (a menudo no se han recorrido todas las habitaciones), pero *familiar* a la vez, y sobre todo: *immutable*. Cuando se afanan, es para mantener y embellecer el patrimonio: reparar un mueble cojo, enlucir una fachada, afilar una herramienta, a veces incluso, los más atrevidos, hacer en el taller un mueble nuevo con todas sus partes. Y cuando se dedican en cuerpo y alma, el mueble es muy bello y toda la casa parece más hermosa.

En unas pocas ocasiones, alguno sueña en modificar una herramienta o incluso, bajo la presión reiterada e insistente de la necesidad, en imaginar y fabricar una nueva. Cuando lo hace, poco falta para que se deshaga en excusas por lo que siente como una especie de afrenta al respeto que merece la tradición familiar, que cree trastornar con una innovación insólita.

En la mayoría de las habitaciones las ventanas están cuidadosamente cerradas — no sea que entre un vendaval. Y cuando los hermosos muebles nuevos, por aquí y allá, sin contar los críos, comienzan a atestar las habitaciones y a invadir hasta los pasillos, ninguno de esos herederos querrá darse cuenta de que su Universo familiar y confortable empieza a quedarse un poco estrecho. Antes que decidirse a reconocerlo, unos y otros preferirán hacinarse y arrinconarse como sea, uno entre un aparador Luis XV y una mecedora de mimbre, otro entre un chaval mocosito y un sarcófago egipcio, y alguno, desesperado, trepará como pueda a un montón heteróclito y tambaleante de sillas y bancos...

El pequeño cuadro que acabo de esbozar no es particular del mundo de los matemáticos. Ilustra condicionamientos inveterados e inmemoriales que se hallan en todos los medios y en todas las esferas de la actividad humana, y (según sé) en todas las sociedades y todas las épocas. Ya he tenido ocasión de aludir a ello, y de ningún modo pretendo estar exento. Como mostraré mi testimonio, lo cierto es lo contrario. Lo que ocurre es que, al nivel relativamente limitado de una actividad creadora intelectual, me ha afectado poco¹³ ese condicionamiento,

¹³Creo que debido a cierto clima propicio que rodeó mi infancia hasta los cinco años. Véase a este respecto

que podría llamarse la “ceguera cultural” — la incapacidad de ver (y de moverse) fuera del “Universo” fijado por el ambiente cultural.

En cuanto a mí, siento que formo parte de la línea de los matemáticos cuya alegría y vocación espontánea es construir sin parar mansiones nuevas¹⁴. De paso, no les queda más remedio que inventar y construir poco a poco las herramientas, utensilios, muebles e instrumentos necesarios, tanto para construir la casa desde los cimientos hasta el remate, como para proveer en abundancia las futuras cocinas y talleres, y equipar la casa para vivir en ella y estar a gusto. Con todo, una vez colocado el último canalón y el último taburete, es raro que el obrero se entretenga mucho en ese sitio, donde cada piedra y cada tablón lleva la traza de la mano que lo ha trabajado y colocado. Su lugar no está en la quietud de los universos terminados, por muy acogedores y armoniosos que sean — hayan sido dispuestos por sus propias manos o por las de sus predecesores. Otros tareas le llaman ya en nuevas obras, bajo el empuje imperioso de necesidades que quizás sea el único en sentir claramente, o (con más frecuencia) adelantándose a necesidades que es el único en presentir. Su lugar está al aire libre. Es amigo del viento y no teme estar solo en el trabajo durante meses y años y, si hiciera falta, durante toda la vida si no viniera en su ayuda un relevo bienvenido. No tiene más que dos manos como todo el mundo, eso está claro — pero dos manos que en cada momento adivinan lo que tienen que hacer, a las que no repugnan las faenas más groseras, ni las más delicadas, y que jamás dejan de conocer y reconocer esas innumerables cosas que sin cesar piden ser conocidas. Quizás dos manos sea poco, ya que el Mundo es infinito. ¡Jamás lo agotarán! Y sin embargo, dos manos es mucho ...

Aunque no sé mucha historia, si tuviera que dar nombres de matemáticos de esa clase, me vienen espontáneamente los de Galois y Riemann (en el siglo pasado¹⁵) y el de Hilbert (a principios del presente siglo). Si busco un representante entre los mayores que me acogieron al entrar en el mundo matemático¹⁶, el nombre de Jean Leray es el que primero me viene, aunque mis contactos con él hayan sido de lo más superficiales¹⁷.

la nota “la inocencia” (CyS III, nº 107).

¹⁴Este arquetipo de la “casa” por construir surge y se formula por primera vez en la nota “Yin el siervo, y los nuevos amos” (CyS III, nº 135).

¹⁵(N. del T.) El siglo XIX.

¹⁶Hablo de esa entrada en la sección “El extranjero bienvenido” (CyS I, nº 9).

¹⁷Eso no impide que yo haya sido (siguiendo a H. Cartan y J.P. Serre) uno de los mayores usuarios de uno de los grandes conceptos innovadores introducidos por Leray, el de haz, que ha sido una herramienta esencial

Acabo de dibujar a grandes trazos dos retratos: el del matemático “hogareño” que se contenta con mantener y mejorar una herencia, y el del constructor-pionero¹⁸ que no puede evitar traspasar continuamente esos “círculos invisibles y férreos” que delimitan un Universo¹⁹. Se les puede llamar también, con unos nombres algo tajantes pero sugestivos, los “conservadores” y los “innovadores”. Uno y otro tienen su razón de ser, y un papel que jugar en una misma aventura colectiva que prosigue durante generaciones, siglos y milenios. En un periodo de florecimiento de una ciencia o de un arte, entre esos dos temperamentos no hay oposición ni antagonismo²⁰. Son distintos y se complementan mutuamente, como se complementan la masa y la levadura.

Entre estos dos caracteres extremos (pero nada opuestos por naturaleza), por supuesto que encontramos todo un abanico de temperamentos intermedios. Tal “hogareño” que ni soñaría en abandonar un hogar familiar, y menos aún encargarse del trabajo de ir a construir otro Dios sabe dónde, no dudará, cuando comienza a quedarse pequeño, en poner manos a la obra para arreglar un sótano o un granero, levantar una planta más, o incluso, si hiciera falta, añadir una nueva dependencia de modestas proporciones²¹. Sin tener alma de constructor, a

en toda mi obra geométrica y me ha proporcionado la clave para ampliar la noción de espacio (topológico) con la de topos, que trataremos más adelante.

No obstante Leray difiere del retrato del constructor que he bosquejado, me parece, en que no se ha dedicado a “construir mansiones desde los cimientos hasta el remate”. Más bien no ha podido evitar iniciar vastos cimientos en lugares que nadie hubiera soñado, dejando a otros la tarea de terminarlos y de construir encima y, una vez terminada la casa, de instalarse en ella (aunque sólo fuera por un tiempo)...

¹⁸Acabo, subrepticamente y “de rondón”, de juntar dos etiquetas de resonancias masculinas (la de “constructor” y la de “pionero”) que expresan dos aspectos bien diferentes del impulso de descubrimiento, y de naturaleza más delicada que la que evocan esos nombres. Eso es lo que surgirá más adelante en este paseo-reflexión, en la etapa “Descubriendo a la Madre — o las dos vertientes” (nº 17).

¹⁹A la vez, y sin quererlo, asigna a este Universo (si no para sí mismo, al menos para sus congéneres más sedentarios que él) límites nuevos, con nuevos círculos ciertamente más amplios, pero tan invisibles y férreos como fueron los que reemplazaron.

²⁰Especialmente tal fue el caso en el mundo matemático durante el periodo (1948–1969), del que fui testigo directo mientras yo mismo formaba parte de ese mundo. Después de mi salida en 1970, parece que ha habido una especie de reacción de amplia envergadura, una especie de “consenso de desprecio” por las “ideas” en general, y más particularmente por las grandes ideas innovadoras que introduje.

²¹Casi todos mis “mayores” (que aparecen v. gr. en “Una deuda bienvenida”, Introducción, 5) corresponden a este temperamento intermedio. Pienso sobre todo en Henri Cartan, Claude Chevalley, André Weil, Jean-Pierre Serre, Laurent Schwartz. Salvo quizás Weil, todos “miraron con simpatía”, sin “inquietud ni reprobación

menudo mira con simpatía, o al menos sin inquietud ni reprobación secretas, al que habiendo compartido con él la vivienda, se mata a reunir vigas y piedras en un terreno imposible, como quien ya viera allí un palacio...

6. Pero volvamos a mi propia persona y a mi obra.

Si he destacado en el arte del matemático, ha sido menos por la habilidad y la perseverancia en la resolución de problemas legados por mis predecesores que por esa tendencia natural que me empuja a ver *cuestiones* claramente cruciales que nadie había visto, o a desentrañar los “*buenos conceptos*” que faltaban (a menudo sin que nadie se diera cuenta antes de que el nuevo concepto apareciera) y los “*buenos enunciados*” que nadie había considerado. A menudo, conceptos y enunciados se armonizan de forma tan perfecta que en mi espíritu no cabe duda de que sean correctos (salvo retoques, a lo más) — y entonces, cuando no se trata de un “trabajo meticuloso” destinado a publicarse, me dispengo de ir más lejos y de tomarme la molestia de poner a punto una demostración que a menudo, una vez bien visto el enunciado y su contexto, no puede ser más que cuestión de “oficio”, por no decir de rutina. Las cosas que llaman la atención son innumerables y ¡es imposible seguir hasta el final la llamada de cada una! Eso no impide que las proposiciones y teoremas demostrados con el debido rigor se cuenten por miles en mi obra escrita y publicada, y creo poder decir que salvo raras excepciones todos forman parte del patrimonio común de las cosas comúnmente admitidas como “conocidas” y corrientemente utilizadas en matemáticas un poco por todas partes.

Mi genio particular me conduce al descubrimiento, más que de cuestiones, conceptos y enunciados nuevos, al de “*puntos de vista*” fecundos, que constantemente me llevan a introducir y desarrollar mal que bien *temas* totalmente nuevos. Así ha sido, me parece, mi contribución esencial a la matemática de mi tiempo. A decir verdad, esas numerosas cuestiones, conceptos y enunciados de los que acabo de hablar, para mí no tienen sentido más que a la luz de alguno de tales “puntos de vista” — o mejor dicho, *nacen* de él espontáneamente, con la fuerza de la evidencia; al igual que una luz (incluso difusa) que surge en una noche negra parece hacer salir de la nada esos contornos más o menos borrosos o nítidos que nos muestra de repente. Sin esa luz que los une en un haz común, los diez o cien o mil cuestiones, conceptos y enunciados parecerían como un montón heteróclito y amorfo de “trucos mentales”, aislados unos de otros — y no como partes de un *Todo* que, permaneciendo tal vez invisible, secretas”, las aventuras solitarias en las que me vieron embarcar.

ocultándose aún en los recovecos de la noche, se presiente claramente.

El punto de vista fecundo es el que nos revela, como partes vivas de un mismo Todo que las engloba y les da sentido, esas cuestiones acuciantes que nadie sentía, y (tal vez como respuesta a esas cuestiones) esas nociones tan naturales que nadie había pensado en desentrañar y esos enunciados que parecen brotar naturalmente, y que ciertamente nadie se atrevía a plantear hasta que no surgieron las cuestiones que los suscitaron, y los conceptos que permitían formularlos. Más aún que los llamados “teoremas-clave” en matemáticas, en nuestro arte²² los puntos de vista fecundos son las herramientas más poderosas para descubrir — o mejor aún, no son herramientas, sino que son los *ojos* del investigador que apasionadamente quiere conocer la naturaleza de los objetos matemáticos.

Así, el punto de vista fecundo es ese “ojo” que nos hace *descubrir*, y a la vez nos hace *reconocer* la *unidad* en la multiplicidad de lo que descubrimos. Y esta unidad verdaderamente es la vida misma y el aliento que liga y anima esas cosas múltiples.

Pero como su propio nombre sugiere, un “punto de vista” es parcial en sí mismo. Nos revela *uno de los aspectos* de un paisaje o un panorama, entre muchos otros igualmente válidos, igualmente “reales”. En la medida en que se conjugan los puntos de vista complementarios, en que se multiplican nuestros “ojos”, la mirada penetra más en el conocimiento de las cosas. Cuanto más rica y compleja es la realidad que deseamos conocer, tanto más necesitamos disponer de varios “ojos”²³ para comprenderla en toda su amplitud y con toda finura.

Y a veces sucede que un haz de puntos de vista convergentes sobre un mismo y vasto paisaje, en virtud de lo que en nosotros es capaz de captar el *Uno* en lo múltiple, origina algo nuevo, algo que sobrepasa cada una de las perspectivas parciales, del mismo modo que un ser vivo sobrepasa cada uno de sus miembros y de sus órganos. Este algo nuevo podemos llamarlo una *visión*. La visión une los puntos de vista ya conocidos que la originan y nos revela otros hasta entonces desconocidos, así como el punto de vista fecundo hace descubrir y comprender como parte de un mismo Todo, una multitud de cuestiones, conceptos y enunciados nuevos.

²²Seguramente no sólo en “nuestro arte”, sino (me parece) en todo trabajo de descubrimiento, al menos cuando se trata del conocimiento intelectual.

²³Todo punto de vista conduce a desarrollar un *lenguaje* que lo expresa y le es propio. Tener varios “ojos” o varios “puntos de vista” para comprender una situación, viene a ser lo mismo (al menos en matemáticas) que disponer de *varios lenguajes diferentes* para delimitarla.

Dicho de otra forma: La visión es a los puntos de vista que une y de los que parece nacer, como la clara y cálida luz del día es a las diferentes componentes del espectro solar. Una visión amplia y profunda es como una *fuentes* inagotable, capaz de inspirar e iluminar el trabajo no sólo de aquél en que un día nació y se ha convertido en su servidor, sino el de generaciones, fascinadas tal vez (como él mismo) por los lejanos límites que nos hace entrever...

7. El periodo de mi actividad matemática considerado “productivo”, es decir el atestiguado por publicaciones como debe ser, se extiende entre 1950 y 1969, unos veinte años. Y durante veinticinco años, entre 1945 (cuando tenía diecisiete años) y 1969 (cuando ya iba por los cuarenta y dos), me dediqué con todas mis fuerzas a la investigación matemática. Dedicación desmesurada ciertamente. Lo pagué con un largo estancamiento espiritual, con un “embastecimiento” progresivo, que tendré ocasión de evocar más de una vez en las páginas de Cosechas y Siembras. No obstante, dentro del limitado campo de una actividad puramente intelectual, fueron años de una creatividad intensa, por la eclosión y maduración de una visión restringida al mundo de los objetos matemáticos.

Durante ese largo periodo de mi vida, consagré la casi-totalidad de mi tiempo a lo que se llama un “*trabajo metódico*”: al trabajo minucioso de elaboración, de ensamblaje y de rodaje, necesario para la construcción de todas las habitaciones de las casas que una voz (o un demonio...) interior me ordenaba edificar, según un plano maestro que me susurraba a medida que el trabajo avanzaba. Ocupado en las tareas del “oficio”: a veces las de cantero, albañil y peón, otras las de fontanero, carpintero y ebanista — muy pocas veces tuve el placer de anotar negro sobre blanco, aunque sólo fuera a grandes trazos, el plano-maestro invisible para todos (según se vio más tarde) menos para mí, que durante días, meses y años guiaba mi mano con la seguridad de un sonámbulo²⁴. Hay que decir que el trabajo metódico, en el que me complacía poner un cuidado amoroso, no me disgustaba en absoluto. Además, la

²⁴La imagen del “sonámbulo” me fue inspirada por el título del notable libro de Koestler “Los sonámbulos” (Calman Lévy), que presenta un “Ensayo sobre la historia de las concepciones del Universo” desde los orígenes del pensamiento científico hasta Newton. Uno de los aspectos de esta historia que más sorprendió a Koestler y que él pone de manifiesto, es hasta qué punto, a menudo, el camino seguido desde cierto punto de nuestro conocimiento del mundo hasta otro punto que (lógicamente y con perspectiva) parece muy cercano, pasa a veces por los rodeos más abracadabrantes, que parecen desafiar el sano juicio; y cómo no obstante, a través de miles de rodeos que deberían extraviarles para siempre, y con una “seguridad de sonámbulo”, los hombres que partieron en busca de las “claves” del Universo encuentran, como a pesar de ellos e incluso frecuentemente sin darse cuenta, *otras* “claves” que estaban lejos de prever y que resultan ser “las buenas”.

forma de expresión matemática estimada y practicada por mis mayores concedía preferencia (por decir poco) al aspecto técnico del trabajo, y casi no permitía las “digresiones” sobre las “motivaciones”; es decir, las que hicieran surgir de las brumas alguna imagen o visión inspiradora que, a falta aún de encarnarse en construcciones de madera, piedra o cemento puro y duro, se pareciera más a los jirones de un sueño que al trabajo del artesano, aplicado y concienzudo.

A nivel cuantitativo, durante esos años de productividad intensa mi trabajo cristalizó en unas doce mil páginas de publicaciones bajo la forma de artículos, monografías o seminarios²⁵, y en centenares, si no millares, de conceptos nuevos que han entrado a formar parte del patrimonio común con los mismos nombres que les puse cuando los saqué a la luz²⁶. En la

En el caso del descubrimiento matemático, por lo que he podido observar a mi alrededor, esos asombrosos rodeos en el camino del descubrimiento se dan en ciertos investigadores de renombre, pero no en todos. Eso podría deberse a que, desde hace dos o tres siglos, la investigación en las ciencias de la naturaleza, y más aún en las matemáticas, se ha liberado de los presupuestos religiosos o metafísicos que imperan en una cultura y en una época dada, que han sido frenos particularmente potentes del despliegue (para lo mejor y lo peor) de una comprensión “científica” del Universo. Con todo es cierto que algunas de las ideas y nociones más fundamentales y evidentes en matemáticas (como las de desplazamiento, de grupo, el número cero, el cálculo literal, las coordenadas de un punto en el espacio, el concepto de conjunto, o la de “forma” topológica, sin hablar de los números negativos o los números complejos) han tardado milenios antes de hacer su aparición. Esos son otros tantos signo elocuentes de ese “bloqueo” inveterado, profundamente implantado en la psique, contrario a la concepción de ideas totalmente nuevas, incluso cuando son de una simplicidad infantil y parecen imponerse por sí mismas con la fuerza de la evidencia, durante generaciones, incluso durante milenios...

Volviendo a mi propio trabajo, tengo la impresión de que mis “meteduras de pata” (quizás más numerosas que las de la mayoría de mis colegas) se limitan exclusivamente a ciertos detalles, generalmente corregidos rápidamente por mí mismo. Son simples “incidencias de viaje” de naturaleza puramente “local” y sin consecuencias serias en la validez de las intuiciones esenciales sobre la situación estudiada. Al contrario, al nivel de las ideas y las grandes intuiciones directrices, me parece que mi obra está libre de todo “fallo”, por increíble que pueda parecer. Es esa seguridad que nunca falla al aprehender en cada momento, si no los *resultados* finales (que a menudo no podemos ver), al menos las *direcciones* más fértiles que nos llevan hacia las cosas *esenciales* — es esa seguridad la que hizo surgir en mí la imagen de Koestler del “sonámbulo”.

²⁵A partir de 1960, parte de esas publicaciones fue redactada con la colaboración de colegas (sobre todo J. Dieudonné) y alumnos.

²⁶Se pasa revista a los más importantes de tales conceptos en el Esbozo Temático y en el Comentario Histórico que lo acompaña, que se incluirán en el volumen 4 de las Reflexiones. Ciertos nombres me fueron sugeridos por amigos o alumnos, como el de “morfismo liso” (J. Dieudonné) o la panoplia “site, champ, gerbe, lien” desarrollada en la tesis de Jean Giraud.

historia de las matemáticas, creo que soy el que ha introducido mayor número de conceptos nuevos, y al mismo tiempo el que ha tenido, por eso mismo, que inventar mayor número de nombres nuevos para expresar esos conceptos con delicadeza, y del modo más sugestivo que pudiera.

Estas indicaciones meramente “cuantitativas” no proporcionan, ciertamente, más que una apreciación grosera de mi obra, dejando de lado lo que verdaderamente constituye el alma, la vida y el vigor. Como dije antes, lo mejor que he aportado a las matemáticas son los “*puntos de vista*” nuevos que he sabido *entrever* primero, y luego *desentrañar* con paciencia y desarrollar poco o mucho. Al igual que los conceptos de los que acabo de hablar, esos nuevos puntos de vista, que se introducen en una amplia multiplicidad de situaciones muy diferentes, también son casi innumerables.

Sin embargo hay puntos de vista que son más amplios que otros, y que ellos solos suscitan y engloban una multitud de puntos de vista parciales en una multitud de situaciones particulares diferentes. Tal punto de vista puede llamarse también, con razón, una “*gran idea*”. Por la fecundidad que tiene, tal idea alumbra una bulliciosa descendencia, ideas que heredan todas su fecundidad, pero que la mayor parte (si no todas) tienen un alcance menos amplio que la idea-madre.

En cuanto a *expresar* una gran idea, “decirla”, casi siempre eso es algo tan delicado como la concepción misma y la lenta gestación en el que la ha concebido — o mejor dicho, ese laborioso trabajo de gestación y de formación *no es distinto* del que “expresa” la idea: el trabajo que consiste en desentrañarla con paciencia, día tras día, de entre los velos vaporosos que la rodean al nacer, para conseguir poco a poco darle forma tangible en un cuadro que se enriquece, se consolida y se afina a lo largo de las semanas, los meses y los años. Simplemente *nombrar* la idea, con alguna fórmula llamativa, o con palabras-clave más o menos técnicas, puede ser cuestión de unas líneas, incluso de algunas páginas — pero pocos serán los que, sin conocerla bien de antemano, sepan entender ese “nombre” y reconocer en él un rostro. Y cuando la idea llega a su madurez plena, puede que cien páginas basten para expresarla a plena satisfacción del obrero en que nació — como puede que diez mil páginas, muy trabajadas y sopesadas, no basten²⁷.

²⁷ Al dejar la escena matemática en 1970, mis publicaciones (buen número de ellas en colaboración) sobre el tema central de los *esquemas* alcanzaban unas diez mil páginas. Y no representaban más que una modesta parte del programa de gran envergadura relativo a los esquemas que veía ante mí. Ese programa fue abandonado

En ambos casos, entre los que, para hacerla suya, estudian el trabajo que por fin presenta la idea en pleno desarrollo, como un espacioso oquedal que hubiera crecido en una landa desierta — podemos apostar que serán muchos los que vean esos árboles vigorosos y esbeltos y los aprovechen (quien para trepar, quien para sacar vigas y tablas, y algún otro para alimentar el fuego en su chimenea...). Pero pocos serán los que vean el bosque.....

8. Quizás pueda decirse que una “gran idea” es un punto de vista que no sólo es nuevo y fecundo, sino que introduce en la ciencia un *tema* nuevo y vasto que lo encarna. Y toda ciencia, cuando la entendemos no como un instrumento de poder y dominio, sino como aventura de conocimiento del hombre a través de los tiempos, no es más que esa armonía, más o menos amplia y más o menos rica según la época, que se despliega a lo largo de las generaciones y los siglos, el delicado contrapunto de todos los temas que aparecieron unos tras otro, como sacados de la nada, para unirse en ella y entrelazarse.

Al mirar con perspectiva los numerosos puntos de vista nuevos que he traído a las matemáticas, hay *doce* que llamaría “grandes ideas”²⁸. Mirar mi obra matemática, “sentirla”, es ver y “sentir” por poco que sea alguna de estas ideas, y de los grandes temas que introducen

sine die desde que me fui, y eso a pesar de que casi *todo* lo que ya había desarrollado, y publicado para poner a disposición de todos, entró de golpe en el patrimonio común de los conceptos y resultados generalmente utilizados como “bien conocidos”.

La parte de mi programa, sobre el tema de los esquemas y sus prolongaciones y ramificaciones, que ya había realizado en el momento de mi salida, él sólo representa el trabajo de fundamentos más amplio jamás realizado en la historia de la matemática, y seguramente también uno de los más amplios en la historia de las Ciencias.

²⁸He aquí, para el lector matemático curioso, la lista de esas doce ideas maestras o “temas capitales” de mi obra (por orden cronológico de aparición):

1. Productos tensoriales topológicos y espacios nucleares.
2. Dualidad “continua” y “discreta” (categorías derivadas, “seis operaciones”).
3. Yoga Riemann-Roch-Grothendieck (teoría K, relación con la teoría de intersecciones).
4. Esquemas.
5. Topos.
6. Cohomología étal y l -ádica.
7. Motivos y grupo de Galois motivico (\otimes -categorías de Grothendieck).
8. Cristales y cohomología cristalina, yoga “coeficientes de De Rham”, “coeficientes de Hodge”...
9. “Álgebra topológica”: ∞ -campos, derivadores; formalismo cohomológico en los topos, como inspiración para una nueva álgebra homotópica.
10. Topología moderada.
11. Yoga de geometría algebraica anabeliana, teoría de Galois-Teichmüller.

y que forman la trama y el alma de mi obra.

Por fuerza, ciertas ideas son “más grandes” que otras (que, por eso mismo, ¡son “más pequeñas”!) En otros términos, entre esos temas nuevos, algunos son más amplios que otros y algunos llegan más al corazón del misterio de las matemáticas²⁹. Hay tres (y no los menores a mi entender) que, habiendo aparecido después de mi salida de la escena matemática, permanecen todavía en estado embrionario: “oficialmente” incluso no existen, porque ninguna publicación sería certifica su nacimiento³⁰. Entre los nueve temas que aparecieron antes de mi salida, los tres últimos, que dejé en plena expansión, hoy en día permanecen aún en su

12. Punto de vista “esquemático” o “aritmético” en los poliedros regulares y las configuraciones regulares de todo tipo.

Dejando aparte el primero de estos temas, del que mi tesis (1953) constituye una parte importante y fue desarrollado en mi periodo de análisis funcional, entre 1950 y 1955, los otros once fueron surgiendo a lo largo de mi periodo de geometría, a partir de 1955.

²⁹Entre esos temas, me parece que el más *amplio* por su *alcance* es el de los *topos*, que proporciona la idea de una síntesis de la geometría algebraica, la topología y la aritmética. El más vasto por la *amplitud de los desarrollos* que ha originado hasta el presente, es el tema de los *esquemas*. (Ver al respecto la nota 26 a pie de página). Es el que proporciona el marco “por excelencia” de otros ocho de los temas considerados (a saber, todos salvo los temas 1, 5 y 10) al tiempo que proporciona el concepto central para una renovación de arriba a abajo de la geometría algebraica, y del lenguaje álgebra-geométrico.

En el extremo opuesto, me parece que el primero y el último de los doce temas tienen dimensiones más modestas que los otros. Sin embargo, en cuanto al último, que introduce una óptica nueva en el tema tan antiguo de los poliedros regulares y las configuraciones regulares, dudo que la vida de un matemático que se consagrara en cuerpo y alma bastase para agotarlo. Respecto al primero de todos esos temas, el de los productos tensoriales topológicos, ha jugado más el papel de una herramienta dispuesta al uso que el de una fuente de inspiración para desarrollos posteriores. Eso no impide que, aún en estos últimos años, reciba ecos esporádicos de trabajos más o menos recientes que resuelven (veinte o treinta años después) ciertas cuestiones que había dejado planteadas. Los más profundos (a mi parecer) entre esos doce temas son el de los *motivos*, y el estrechamente relacionado de *geometría algebraica anabeliana* y el *yoga de Galois-Teichmüller*.

Desde el punto de vista de la *potencia de las herramientas* perfectamente puestas a punto por mis cuidados, y de uso corriente en diversos “sectores punta” de la investigación durante los dos últimos decenios, los apartados “*esquemas*” y “*cohomología étal y l -ádica*” son los que me parecen más notables. Para un matemático bien informado, pienso que ya no puede haber duda de que la herramienta esquemática, al igual que la cohomología l -ádica, forman parte de los grandes logros del siglo, llegados para alimentar y renovar nuestra ciencia en estas últimas generaciones.

³⁰El único texto “semi-oficial” en que estos tres temas se esbozan por poco que sea, es el Esbozo de un Programa, redactado en enero de 1984 con ocasión de solicitar una plaza en el CNRS. Ese texto (del que también se habla en la Introducción 3, “Brújula y Equipajes”) en principio formará parte del volumen 4 de las Reflexiones.

infancia por falta (después de mi salida) de manos amorosas que cuiden de esos “huérfanos”, dejados de la mano de Dios en un mundo hostil³¹. En cuanto a los otros seis temas, que alcanzaron su plena madurez en los dos decenios anteriores a mi salida, puede decirse (con alguna reserva en uno o dos casos³²) que en ese momento ya formaban parte del patrimonio común: entre los geómetras sobre todo. Actualmente “todo el mundo” los entona incluso sin saberlo (como Monsieur Jordan con la prosa) todo el santo día y a cualquier hora. Forman parte del aire que se respira, cuando se “hace geometría” o cuando se hace aritmética, álgebra o análisis por poco “geométricos” que sean.

Estos doce grandes temas de mi obra en modo alguno están aislados unos de otros. Para mí son parte de una *unidad* de espíritu y de propósito presente, como nota de fondo común y persistente, a través de toda mi obra “escrita” y “no escrita”. Y al escribir estas líneas me ha parecido encontrar también la misma nota — ¡como una llamada! — en esos tres años de trabajo “gratuito”, intenso y solitario, en la época en que aún no me había preocupado de saber si en el mundo existía algún matemático aparte de mí, de tan absorbido que estaba por la fascinación de lo que me llamaba...

Esa unidad no es sólo que la marca del mismo obrero esté en las obras que salen de sus manos. Esos temas están ligados entre ellos por innumerables vínculos, delicados y evidentes a la vez, al igual que los diferentes temas, cada uno claramente reconocible, se relacionan, se despliegan y se enlazan en un mismo y vasto contrapunto — en una armonía que los encaja, les hace avanzar y da a cada uno un sentido, un movimiento y una plenitud en la que participan los demás. Cada tema parcial parece nacer de esa armonía más amplia y renacer de nuevo en cada momento, y esa armonía no parece ser la “suma” o un “resultado” de unos temas que la constituyen y existen previamente. A decir verdad, no puedo evitar el sentimiento (sin duda ridículo...) de que en cierto modo es esa armonía, que todavía no había aparecido pero que “existía” aunque parezca imposible, en alguna parte del regazo oscuro de las cosas aún por nacer — que es ella quien ha suscitado poco a poco esos temas que no iban a tener todo su sentido más que por ella, y que también es ella quien ya me llamaba con voz queda y

³¹Después del entierro sin tambores ni trompetas de esos tres huérfanos, al día siguiente mismo de mi salida, dos fueron exhumados con gran fanfarria y sin mencionar al obrero, uno en 1981 y el otro (visto el colosal éxito de la operación) el año siguiente.

³²La reserva se refiere sobre todo al yoga grothendieckiano de la dualidad (categorías derivadas y seis operaciones) y al de los topos. Esto lo trataremos detalladamente (entre muchas otras cosas) en las partes II y IV de Cosechas y Siembras (El Entierro (1) y (3)).

acuciante en esos años de soledad ardiente, al salir de la adolescencia...

Lo cierto es que los doce temas capitales de mi obra, como por una predestinación secreta, concurren en una misma sinfonía — o, retomando una imagen diferente, encarnan otros tantos “puntos de vista” diferentes, que concurren en una misma y amplia *visión*.

Esta visión no comenzó a surgir de las brumas, a tener perfiles reconocibles, más que hacia los años 1957,58 — años de gestación intensa³³. Aunque parezca extraño, esa visión me era tan cercana, tan “evidente”, que hasta el año pasado³⁴ no había pensado en darle un nombre. (Yo, una de cuyas pasiones ha sido siempre la de *nombrar* las cosas que se me desvelan, como una primera forma de comprenderlas...). Es cierto que no podría señalar un momento concreto que hubiera vivido como el momento de aparición de esa visión, o que con el paso del tiempo pudiera reconocerlo como tal. Una visión nueva es algo tan amplio que sin duda su aparición no puede situarse en un momento concreto, sino que durante largos años, cuando no de generaciones, debe penetrar y progresivamente tomar posesión del que o de los que escudriñan y contemplan; como si trabajosamente debieran formarse unos ojos nuevos detrás

³³En el año 1957 saqué a la luz el tema “*Riemann-Roch*” (versión Grothendieck) — que, de un día para otro, me consagró como “gran vedette”. También es el año de la muerte de mi madre, y por ello, el de una cesura importante en mi vida. Es uno de los años más intensamente creadores de mi vida, y no sólo a nivel matemático. Hacía doce años que dedicaba toda mi energía al trabajo matemático. Ese año afloró el sentimiento de que más o menos “ya había visto” lo que era el trabajo matemático, de que quizás sería el momento de dedicarme a otra cosa. Claramente era una necesidad de renovación interior que salía a la luz en mi vida por primera vez. Pensé hacerme escritor, y durante varios meses dejé mi actividad matemática. Finalmente decidí que al menos pondría negro sobre blanco los trabajos matemáticos que tenía entre manos, cuestión de algunos meses sin duda, o a lo más de un año...

Aún no estaba maduro el tiempo, sin duda, para el gran salto. Lo cierto es que, una vez que retomé el trabajo matemático, es él quien me tomó a mí. No me dejó, ¡durante otros doce años más!

El año siguiente a este intermedio (1958) tal vez sea el más fecundo de todos en mi vida de matemático. En ese año eclosionaron los dos temas centrales de la nueva geometría, con el vigoroso arranque de la *teoría de esquemas* (el tema de mi exposición en el congreso internacional de matemáticas en Edimburgo, en el verano de ese mismo año) y la aparición del concepto de “*site*”, versión provisional del concepto crucial de *topos*. Con la perspectiva de casi treinta años, ahora puedo decir que es el año en que realmente nació la visión de la nueva geometría, siguiendo la estela de las dos herramientas-clave de esa geometría: los esquemas (que representan una metamorfosis de la antigua noción de “variedad algebraica”) y los topos (que representan una metamorfosis, aún más profunda, de la noción de espacio).

³⁴Pienso por primera vez en dar un nombre a tal visión en la reflexión del 4 de diciembre de 1984, en la subnota (nº 136₁) de la nota “Yin el Servidor (2) – o la generosidad” (CyS III, página 637).

de los ojos de siempre, a los que están llamados a reemplazar poco a poco. Y la visión también es demasiado amplia para que la cuestión sea “comprenderla”, como se comprendería el primer concepto que apareciera a la vuelta del camino. Por eso no hay que extrañarse, finalmente, de que el pensamiento de nombrar algo tan vasto, y tan cercano y tan difuso, no haya aparecido más que con el paso del tiempo, solamente cuando ha llegado a su plena madurez.

A decir verdad, hasta hace dos años mi relación con la matemática se limitaba (dejando aparte el trabajo de enseñarla) a *hacerla* — a seguir un impulso que sin cesar me empujaba *adelante*, hacia algo “desconocido” que me llamaba sin cesar. Ni se me hubiera ocurrido pararme en ese avance, aunque sólo fuera un instante, para volverme y ver el camino recorrido o para situar la obra realizada. (Bien para situarla *en mi vida*, como algo a lo que siguen ligándome vínculos profundos y largo tiempo ignorados; o también, situarla en esa aventura colectiva que es “la *matemática*”).)

Es extraño, para “pararme” al fin y volver a conocer esa obra medio olvidada, o para pensar sólo en dar un *nombre* a la visión que ha sido su alma, ha hecho falta que me encuentre de golpe frente a la realidad de un Entierro de proporciones gigantescas: el entierro, por el silencio y la burla, de la visión y del obrero en que había nacido...

9. Sin haberlo previsto, este “prólogo” se ha convertido , poco a poco, en una especie de presentación en toda regla de mi obra, dirigida (sobre todo) al lector no matemático. Demasiado comprometido ya para poder dar marcha atrás ¡tengo que terminar “las presentaciones”! Quisiera intentar decir mal que bien algunas palabras sobre la *substancia* de esas miríficas “grandes ideas” (o de esos “temas capitales”) que han brillado en las páginas precedentes, y sobre la naturaleza de esa famosa “visión” en que se supone que esas ideas capitales confluyen. A falta de poder usar un lenguaje por poco técnico que sea, sin duda sólo podré transmitir una imagen extremadamente borrosa (si es que algo se “transmite” en efecto...)³⁵.

Tradicionalmente se distinguen tres tipos de “cualidades” o de “aspectos” de las cosas del

³⁵Que esta imagen deba quedar “borrosa” de ningún modo impide que sea fiel y que restituya, aunque parezca imposible, algo de la esencia de lo que se contempla (mi obra en este caso). Al revés, una imagen muy nítida puede estar distorsionada y, además, puede que no incluya más que lo accesorio y le falte todo lo esencial. Si te “aplicas” con tesón en lo que voy a decir sobre mi obra (y entonces seguramente algo de la imagen que tengo “pasará” a pesar de todo), te podrás preciar de haber captado lo esencial de mi obra ¡mejor quizás que ninguno de mis sabios colegas!

Universo, que son objeto de la reflexión matemática: el n ú m e r o³⁶, la *magnitud*, y la *forma*. También se pueden llamar el aspecto “*aritmético*”, el aspecto “*métrico*” (o analítico), y el aspecto “*geométrico*” de las cosas. En la mayoría de las situaciones estudiadas en matemáticas, los tres aspectos están presentes simultáneamente y en estrecha interacción. No obstante, lo más frecuente es que uno de los tres predomine claramente. Me parece que en la mayoría de los matemáticos está bastante claro (para los que los conocen o están al corriente de su obra) cuál es su temperamento básico, si son “aritméticos”, “analistas”, o “geómetras” — y eso aunque tengan muchas cuerdas en su violín y hayan trabajado en todos los registros y claves imaginables.

Mis primeras y solitarias reflexiones, sobre la teoría de la medida y la integración, se ubican sin ambigüedad posible en la sección “magnitud” o “análisis”, al igual que el primero de los temas nuevos que he introducido en matemáticas (el que me parece de dimensiones menos amplias que los otros once). Que yo haya entrado en la matemática por el “cauce” del análisis me parece que no se debe a mi temperamento particular, sino a lo que podríamos llamar una “circunstancia fortuita”: que la laguna más grande, para mi espíritu prendado de la generalidad y el rigor, en la enseñanza que se me daba en el instituto y en la universidad, se refería al aspecto “métrico” o “analítico” de las cosas.

El año 1955 marca un viraje decisivo en mi trabajo matemático: el paso del “análisis” a la “geometría”. Todavía recuerdo estar embargado por una impresión (ciertamente subjetiva), como si saliera de unas estepas áridas y ásperas para encontrarme de repente en una especie de “tierra prometida” de riquezas exuberantes, multiplicándose hasta el infinito allí donde se quisiera poner la mano, para recoger o para rebuscar... Y esa impresión de riqueza abrumadora, más allá de toda medida³⁷, no ha hecho más que confirmarse y hacerse más profunda

³⁶Se entiende aquí que son los “números” llamados “números naturales” 0, 1, 2, 3 etc., o (con rigor) los números (como los números fraccionarios) que se expresan con ellos mediante operaciones de naturaleza elemental. Estos números no se prestan, como los “números reales”, a medir una magnitud susceptible de variar continuamente, como la distancia entre dos puntos variables en una recta, en un plano o en el espacio.

³⁷He utilizado la expresión “abrumadora, más allá de toda medida”, para expresar mal que bien el término alemán “überwältigend” y su equivalente inglés “overwhelming”. En la frase precedente, la expresión (inadecuada) “embargado por esa impresión” debe entenderse también con ese matiz: que las impresiones y sentimientos que surgen en nosotros al mirar de frente un esplendor, una grandeza o una belleza fuera de lo común, nos inundan súbitamente, hasta el punto de que toda veleidad de expresar lo que sentimos parece anulada de antemano.

a lo largo de los años, hasta hoy mismo.

Esto viene a decir que si hay algo en matemáticas que (sin duda desde siempre) me fascina más que cualquier otra cosa, no es ni “el número”, ni “la magnitud”, sino siempre *la forma*. Y entre las mil y una caras que elige la forma para revelársenos, la que me ha fascinado más que cualquier otra, y sigue fascinándome, es *la estructura* escondida en los objetos matemáticos.

La estructura de una cosa no es algo que podamos “inventar”. Sólo podemos sacarla a la luz con paciencia y humildad — conocerla, “*descubirla*”. Si hay algo de inventiva en ese trabajo, y si tenemos que hacer de herrero o de constructor infatigable, de ningún modo es para “tallar” o para “construir” unas “estructuras”. Éstas no nos han esperado para ser ¡y para ser exactamente lo que son! Cuando intentamos precisar a tientas y con un lenguaje aún balbuceante, lo hacemos para *expresar* del modo más fiel que podamos lo que estamos descubriendo y sondeando, y esa estructura reticente a entregarse. Eso nos lleva constantemente a “*inventar*” el *lenguaje* adecuado para expresar más y más finamente la estructura íntima de los objetos matemáticos, y a “construir” con ayuda de tal lenguaje, a medida y por completo, las teorías que deben dar cuenta de lo que ha sido visto y comprendido. Ahí hay un movimiento de vaivén continuo, ininterrumpido, entre la *comprensión* de las cosas y la *expresión* de lo que se ha comprendido, con un lenguaje que se afina y se re-crea a lo largo del trabajo, bajo la presión constante de la necesidad inmediata.

Como el lector habrá adivinado sin duda, esas “teorías”, “construidas completamente” no son más que esas “*bellas mansiones*” que consideramos antes: las que heredamos de nuestros predecesores, y las que la llamada y la escucha de las cosas nos llevan a construir con nuestras manos. Y si acabo de hablar de la “inventiva” (o de la imaginación) del constructor o del herrero, debería añadir que lo que constituye el alma y el nervio secreto, de ningún modo es la soberbia del que dice: “¡quiero esto, y no aquello!” y se complace en decidir a su antojo; como un mal arquitecto que ya tuviera los planos en la cabeza antes de haber visto y sentido el terreno, de haber sondeado sus posibilidades y exigencias. Lo que da calidad a la inventiva y la imaginación del investigador es la *disposición de su atención*, a la escucha de la voz de las cosas. Pues las cosas del Universo no cesan de hablar de ellas mismas y de revelarse al que se preocupa de oír. Y la casa más hermosa, en la que resplandece el amor del obrero, no es la más grande ni la más alta. La casa más hermosa es la que refleja fielmente la estructura y la belleza oculta de las cosas.

10. Pero ya estoy divagando otra vez — me proponía hablar de los temas-capitales que se unen en una misma visión-madre, como otros tantos ríos que vuelven a la Mar de la que son hijos...

Esa vasta visión unificadora puede ser descrita como una *geometría nueva*. Es la que, al parecer, Kronecker había soñado en el siglo pasado³⁸. Pero la realidad (que a veces un atrevido sueño hace presentir o entrever, y nos anima a descubrir...) sobrepasa siempre en riqueza y en resonancia al sueño más temerario o más profundo. Seguramente nadie, incluso la víspera del día en que apareció, hubiera soñado muchas de las partes de esa nueva geometría (si no todas) — el obrero mismo no más que los otros.

Puede decirse que “el número” es adecuado para captar la estructura de los agregados “discontinuos”, o “*discretos*”: los sistemas, a menudo finitos, formados por “elementos” u “objetos” digamos *aislados* unos de otros, sin ningún principio de “paso continuo” de uno a otro. “La magnitud” por el contrario es la cualidad susceptible de “*variación continua*” por excelencia; por eso, es adecuada para captar las estructuras y fenómenos continuos: los movimientos, espacios, “variedades” de todo tipo, campos de fuerza, etc. Así, la aritmética aparece (grosso modo) como la *ciencia de las estructuras discretas*, y el análisis, como la *ciencia de las estructuras continuas*.

En cuanto a la geometría, puede decirse que después de más de dos mil años de existencia como ciencia en el sentido moderno del término, está “a caballo” entre ambas clases de estructuras, las “discretas” y las “continuas”³⁹. Por otra parte, durante mucho tiempo realmente no

³⁸No conocía ese “sueño de Kronecker” más que de oídas, cuando alguien (quizás fuera John Tate) me dijo que estaba realizando ese sueño. En la enseñanza que recibí de mis mayores, las referencias históricas eran rarísimas y me nutrí, no por la lectura de autores antiguos ni contemporáneos, sino sobre todo por la comunicación oral o por medio de cartas con otros matemáticos, empezando por mis mayores. La principal, y quizás la única, inspiración exterior del repentino y vigoroso arranque de la teoría de esquemas en 1958 fue el artículo de Serre bien conocido bajo las siglas FAC (“Haces algebraicos coherentes”) publicado algunos años antes. Dejando éste aparte, en el desarrollo posterior de la teoría mi principal inspiración de hecho provenía de ella misma, y se renovaba a lo largo de los años únicamente por las exigencias de simplicidad y coherencia interna, en un esfuerzo por dar cuenta en ese nuevo contexto de lo que era “bien conocido” en geometría algebraica (y que yo asimilaba a medida que se transformaba entre mis manos), y de lo que hacía presentir lo ya “conocido”.

³⁹A decir verdad, tradicionalmente el aspecto “continuo” es el que estaba en el centro de atención del geómetra, mientras que las propiedades de naturaleza “discreta”, especialmente las propiedades numéricas y combinatorias, se silenciaban o se pasaban por la entrepuerta. Me quedé maravillado al descubrir, hace una decena de años, la riqueza de la teoría combinatoria del icosaedro, mientras que ese tema ni siquiera afloró (y proba-

había “divorcio” entre *dos* geometrías que hubieran sido de diferente especie, una discreta, la otra continua. Más bien había dos puntos de vista diferentes en la investigación de las *mismas* figuras geométricas: poniendo uno el acento en las propiedades “discretas” (y especialmente las propiedades numéricas y combinatorias) y el otro en las propiedades “continuas” (como la posición en el espacio ambiente, o el “tamaño” medido en términos de distancias entre sus puntos, etc.).

Fue al final del siglo pasado cuando apareció un divorcio, con la aparición y el desarrollo de lo que a veces se llama la “geometría (algebraica) *abstracta*”. Grosso-modo, ésta consiste en introducir, para cada número primo p , una geometría (algebraica) “de característica p ”, calcada del modelo (continuo) de la geometría (algebraica) heredada de los siglos precedentes, pero a pesar de ello en un contexto, que aparecía como irreduciblemente “discontinuo”, “discreto”. Esos nuevos objetos geométricos adquirieron una importancia creciente desde principios de siglo, en particular por sus estrechas relaciones con la aritmética, la ciencia de la estructura discreta por excelencia. Parece ser que ésta es una de las ideas directrices en la obra de *André Weil*⁴⁰, quizás incluso la principal idea-fuerza (que permaneció más o menos tácita en su obra escrita, como de costumbre): que “la” geometría (algebraica), y muy particularmente las geometrías “discretas” asociadas a los diferentes números primos, deberían proporcionar la clave para una renovación de gran envergadura de la aritmética. Dentro de ese espíritu sacó a la luz, en 1949, las célebres “*conjeturas de Weil*”. Conjeturas absolutamente pasmosas, a decir verdad, que dejaban entrever, en esas nuevas “variedades” (o “espacios”) de naturaleza discreta, la posibilidad de ciertas construcciones y argumentos⁴¹ que hasta en-

blemente ni siquiera fue visto) en el clásico libro de Klein sobre el icosaedro. Veo otra señal chocante de esa negligencia (dos veces milenaria) de los geómetras frente a las estructuras discretas que aparecen espontáneamente en geometría: que el concepto de grupo (de simetrías, principalmente) no haya aparecido hasta el siglo pasado, y que además fuera introducido (por Evariste Galois) en un contexto que en esa época no se consideraba jurisdicción de la “geometría”. Ciertamente es que aún hoy en día, son numerosos los algebristas que todavía no han comprendido que la teoría de Galois es esencialmente una *visión “geométrica”*, que renueva nuestra comprensión de los fenómenos llamados “aritméticos”...

⁴⁰André Weil, matemático francés emigrado a Estados Unidos, es uno de los “miembros fundadores” del “grupo Bourbaki”, del que hablaremos no poco en la primera parte de Cosechas y Siembras (y de Weil mismo, en ocasiones).

⁴¹(Para el lector matemático.) Se trata de “construcciones y argumentos” ligados a la teoría cohomológica de las variedades diferenciables o complejas, especialmente los que implican la fórmula de Lefschetz de los puntos fijos y la teoría de Hodge.

tonces sólo parecían posibles en el cuadro de los “espacios” considerados dignos de tal nombre por los analistas — a saber, los espacios llamados “topológicos” (donde tiene sentido la noción de variación continua).

Puede considerarse que la nueva geometría es ante todo una *síntesis* de ambos mundos, hasta entonces contiguos y estrechamente solidarios, aunque separados: el *mundo “aritmético”*, en el que viven los (así llamados) “espacios” sin principio de continuidad, y el *mundo de la magnitud continua*, en que viven los “espacios” en el sentido propio del término, accesibles a los métodos del analista y (por eso mismo) considerados por él como dignos de alojarse en la ciudad matemática. *En la visión nueva, esos dos mundos antes separados forman uno sólo.*

El primer embrión de esa visión de una “geometría aritmética” (como propongo llamar a esta nueva geometría) se encuentra en las conjeturas de Weil. En el desarrollo de algunos de mis temas principales⁴² esas conjeturas fueron siempre mi principal fuente de inspiración, a lo largo de los años entre 1958 y 1969. Antes que yo, *Oscar Zariski* por un lado, y después *Jean-Pierre Serre* por otro, habían desarrollado para los espacios-sin-dios-ni-ley de la geometría algebraica “abstracta” ciertos métodos “topológicos”, inspirados en los que eran usuales en los “espacios buenos” de toda la vida⁴³. Sus ideas, por supuesto, jugaron un papel importante desde mis primeros pasos en la edificación de la geometría aritmética; más, ciertamente, como puntos de partida y como *herramientas* (que he tenido que remodelar más o menos totalmente, según requería un contexto mucho más amplio) que como fuente

⁴²Se trata de los cuatro temas “del medio” (nºs 5 a 8), los *topos*, la *cohomología étal* y “*l*”-ádica, los *motivos*, y (en menor medida) los *cristales*. Saqué a la luz esos temas poco a poco entre 1958 y 1966.

⁴³(Para el lector matemático.) Me parece que las principales contribuciones de Zariski en ese sentido son la introducción de la “topología de Zariski” (que más tarde fue una herramienta esencial en el FAC de Serre), su “principio de conexión”, y lo que él llamó su “teoría de funciones holomorfas” — que entre mis manos pasó a ser la teoría de esquemas formales y los “teoremas de comparación” entre lo formal y lo algebraico (con el artículo fundamental GAGA de Serre como segunda fuente de inspiración). En cuanto a la contribución de Serre a la que aludo en el texto, por supuesto que se trata, ante todo, de la introducción en geometría algebraica abstracta del punto de vista de los *haces* (introducidos por *Jean Leray* una docena de años antes en un contexto totalmente diferente) en el ya citado artículo fundamental FAC (“Haces algebraicos coherentes”).

A la luz de estas “evocaciones”, si tuviera que nombrar los “predecesores” inmediatos de la nueva visión geométrica, los nombres de *Oscar Zariski*, *André Weil*, *Jean Leray* y *Jean-Pierre Serre* son los que me vienen enseguida. Entre ellos Serre jugó un papel aparte, porque fue a través de él cómo tuve conocimiento no sólo de sus propias ideas, sino también de las ideas de Zariski, de Weil y de Leray que jugaron un papel en la eclosión y en el desarrollo de la nueva geometría.

de inspiración que hubiera alimentado mis sueños y mis proyectos, durante meses y años. De todas formas, de entrada estaba bien claro que, incluso remodeladas, esas herramientas estaban muy lejos de lo que se requería para dar los primeros pasos hacia las conjeturas fantásticas.

11. Las dos ideas-motrices cruciales en el arranque y en el desarrollo de la nueva geometría fueron la de *esquema* y la de *topos*. Aparecidas casi simultáneamente y en estrecha simbiosis una con otra⁴⁴, han sido como un mismo *nervio motriz* en el despegue espectacular de la nueva geometría, y esto desde el mismo año de su aparición. Para terminar este recorrido por mi obra, debo decir al menos algunas palabras sobre esas dos ideas.

El concepto de esquema es el más natural, el más “evidente” que pueda imaginarse, para englobar en un único concepto la serie infinita de conceptos de “variedad” (algebraica) que se manejaban anteriormente (u n o para cada número primo⁴⁵...). Además, un sólo “esquema” (“variedad” al nuevo estilo) da lugar, por *cada* número primo p , a una “variedad (algebraica) de característica p ” bien determinada. La colección de esas variedades de diferentes características puede visualizarse como una especie de “abanico (infinito) de variedades” (una por cada característica). El “esquema” es ese abanico mágico que entrelaza, como otras tantas “varillas” diferentes, sus “transformaciones” o “encarnaciones” en todas las características posibles. Por eso mismo, proporciona un eficaz “principio de paso” que entrelaza “variedades” pertenecientes a geometrías que hasta entonces parecían casi aisladas, separadas unas de otras. Ahora, están englobadas en una “geometría” común y entrelazadas por ella. Podría llamarse la *geometría esquemática*, primer esbozo de esa “geometría aritmética” en la que se transformaría durante los años siguientes.

La idea misma de esquema es de una simplicidad infantil — tan simple, tan humilde, que antes de mí nadie había pensado agacharse tanto. Incluso tan “tonta”, digámoslo todo, que

⁴⁴Este arranque, que tuvo lugar en 1958, se comenta en la nota 32 a pie de página. El concepto de *situs* o de “*topología de Grothendieck*” (versión provisional del concepto de *topos*) apareció en la estela inmediata de la noción de esquema. Proporciona a su vez el nuevo lenguaje de la “localización” o del “descenso”, utilizado a cada paso en el desarrollo del tema y de la herramienta esquemáticos. El concepto más intrínseco y más geométrico de *topos*, que permaneció implícito en los años siguientes, sale a la luz sobre todo a partir de 1963, con el desarrollo de la cohomología étal, y poco a poco se me impone como el concepto más fundamental.

⁴⁵Conviene incluir en esta serie también el caso $p = \infty$, correspondiente a las variedades algebraicas “de característica nula”.

durante años y a pesar de la evidencia, para muchos de mis sabios colegas ¡eso realmente “no era serio”! Por otra parte, necesité meses de trabajo arduo y solitario para convencerme en mi rincón de que “eso funcionaba” perfectamente — de que el nuevo lenguaje tan tonto, que me empeñaba en querer probar con ingenuidad incorregible, era perfectamente adecuado para captar, en una luz y con finura nuevas, y además en un ámbito común, algunas de las primeras intuiciones geométricas asociadas a las anteriores “geometrías de característica p ”. Era el tipo de ejercicio, juzgado de antemano idiota y sin futuro por toda persona “bien informada”, que sin duda sólo yo, entre todos mis colegas y amigos, podía tener jamás la idea de plantear, e incluso (movido por un demonio secreto...) ¡llevarlo a buen puerto contra viento y marea!

En vez de dejarme arrastrar por los consensos que imperaban a mi alrededor, sobre lo que es “serio” y lo que no lo es, *confié* simplemente, como en el pasado, en la humilde voz de las cosas y en lo que en mí sabe escuchar. La recompensa fue inmediata y más allá de toda previsión. En el espacio de unos meses, incluso “sin querer”, había puesto el dedo sobre unas herramientas poderosas e insospechadas. Ellas me permitieron no sólo reencontrar (como jugando) antiguos resultados, con fama de arduos, en una luz más penetrante y sobrepasarlos, sino abordar por fin y resolver problemas de “geometría de característica p ” que hasta entonces parecían fuera del alcance de todos los medios conocidos⁴⁶.

En nuestro conocimiento de las cosas del Universo (sean matemáticas o no), el poder renovador que está en nosotros no es más que la *inocencia*. La inocencia original que todos hemos recibido en herencia al nacer y que reposa en cada uno de nosotros, y que a menudo es objeto de nuestro desprecio y de nuestros miedos más secretos. Sólo ella une la humildad y la audacia que nos hacen penetrar en el corazón de las cosas, y que nos permiten dejar que las cosas penetren en nosotros y nos impregnen.

Ese poder no es el privilegio de unos “dones” extraordinarios — de una capacidad mental (digamos) fuera de lo común para asimilar y manejar, con destreza y con soltura, una masa impresionante de datos, ideas y técnicas conocidos. Tales dones ciertamente son valiosos,

⁴⁶La reseña de ese “arranque vigoroso” de la teoría de esquemas es el tema de mi exposición en el Congreso Internacional de Matemáticos en Edimburgo, en 1958. El texto de esa exposición me parece una de las mejores introducciones al punto de vista de los esquemas, capaz (tal vez) de motivar a un lector geómetra para familiarizarse mal que bien con el imponente tratado (posterior) “Elementos de Geometría Algebraica”, que expone de manera detallada (y sin hacer concesiones en los detalles técnicos) los nuevos fundamentos y las nuevas técnicas de la geometría algebraica.

seguramente dignos de envidia para el que (como yo) no ha sido colmado así al nacer, “más allá de toda medida”.

No son esos dones, ni la ambición más ardiente, servida por una voluntad de hierro, los que nos permiten cruzar esos “círculos invisibles y imperiosos” que encierran nuestro Universo. Sólo la inocencia los cruza, sin saberlo y sin preocuparse, en los momentos en que estamos solos escuchando a las cosas, intensamente absorbidos en un juego de niños...

12. La innovadora idea de “esquema”, según acabamos de ver, es la que permite entrelazar las diferentes “geometrías” asociadas a los números primos (o diferentes “características”). Esas geometrías, sin embargo, seguían siendo de naturaleza esencialmente “discreta” o “discontinua”, en contraste con la geometría tradicional legada por los siglos anteriores (remontándose a Euclides). Las nuevas ideas introducidas por Zariski y por Serre devolvían hasta cierto punto, a estas geometrías, una “dimensión” de continuidad heredada al punto por la “geometría esquemática” que acababa de aparecer con el fin de unir las. Pero en lo relativo a las “conjeturas fantásticas” (de Weil), estaban lejos de dar cuenta. Desde ese punto de vista, esas “topologías de Zariski” eran hasta tal punto groseras, que era como si todavía estuviéramos en la fase de los “agregados discretos”. Lo que faltaba, claramente, era algún principio nuevo que permitiera entrelazar esos objetos geométricos (o “variedades”, o “esquemas”) con los “espacios” (topológicos) habituales, o “buenos”; en los que, digamos, los “puntos” aparecen claramente *separados* unos de otros, mientras que en los espacios-sin-dios-ni-lei introducidos por Zariski, los puntos tienen una molesta tendencia a aglutinarse unos con otros...

Decididamente la aparición de tal “principio nuevo”, como mínimo, era la que podría lograr la consumación de los “esponsales del número y la magnitud” o de la “geometría de lo discontinuo” con la de lo “continuo”, cuyo presentimiento se desprendía de esas conjeturas de Weil.

La noción de “*espacio*” es sin duda una de las más antiguas en matemáticas. Es tan fundamental en nuestra comprensión “geométrica” del mundo que ha permanecido más o menos tácita durante más de dos milenios. Únicamente en el pasado siglo⁴⁷ esta noción logró, progresivamente, librarse del dominio tiránico de la percepción inmediata (de un único “espa-

⁴⁷(N. del T:) El s. XIX.

cio” que nos rodea) y de su teoría tradicional (“euclidiana”), y conquistar así su autonomía y su dinámica propia. En nuestros días forma parte de algunas de las nociones utilizadas en matemáticas con más universalidad y frecuencia, familiar sin duda a todo matemático sin excepción. Noción proteica⁴⁸ donde la haya, con cien y mil caras, según el tipo de estructuras que se incorpore a esos espacios, desde las más ricas (como las venerables estructuras “euclídeas”, o las estructuras “afines” o “proyectivas”, o también las estructuras “algebraicas” de las variedades de igual nombre, que las generalizan y flexibilizan) hasta las más pobres: aquellas en que toda información “cuantitativa” de cualquier clase parece haber desaparecido sin posibilidad de retorno, y donde sólo subsiste la quintaesencia cualitativa de la noción de “proximidad” o de “límite”⁴⁹, y la versión más elusiva de la intuición de *forma* (llamada “topológica”). La más pobre entre todas estas nociones, la que hasta el presente, y durante el último medio siglo, ha ocupado el lugar de una especie de amplio regazo conceptual común para englobar a todas las demás, es la de *espacio topológico*. El estudio de esos espacios constituye una de las ramas más fascinantes, más vivaces de la geometría: la *topología*.

Por elusiva que pueda parecer a primera vista esa estructura “puramente de cualidad” encarnada en un “espacio” (llamado “topológico”), en ausencia de cualquier dato de naturaleza cuantitativa (como la distancia entre dos puntos, principalmente) que nos permita agarrarnos a alguna intuición familiar de “tamaño”, durante el último medio siglo se ha conseguido delimitar finamente esos espacios con las ceñidas y flexibles mallas de un lenguaje cuidadosamente “cortado a medida”. Mejor aún, se han inventado y fabricado una especie de “metros” o de “tallas” para poder, a pesar de todo, atribuir una clase de “mediciones” (llamadas “invariantes topológicos”) a esos “espacios” tentaculares que parecían sustraerse, como brumas inasequibles, a toda tentativa de medirlos. Es cierto que la mayoría de esos invariantes, y los más esenciales, son de naturaleza más sutil que un simple “número” o una “magnitud” — más bien ellos mismos son estructuras matemáticas más o menos delicadas, asociadas (con ayuda de construcciones más o menos sofisticadas) al espacio considerado. Uno de los más antiguos y cruciales de esos invariantes, introducido ya en el siglo pasado (por el matemático italiano *Betti*), está formado por diferentes “grupos” (o “espacios”) llamados de “cohomología”, aso-

⁴⁸(N. del T.) En la mitología griega Proteo era un dios con el don profético que, para escapar de los que le preguntaban, podía adoptar cualquier forma que deseara.

⁴⁹Hablando de la noción de “límite”, aquí me refiero sobre todo a la de “paso al límite”, más que a la (más familiar al no matemático) de “frontera”.

ciados al espacio⁵⁰. Esos son los que intervienen (aunque “entre líneas” ciertamente) en las conjeturas de Weil, los que son “su razón de ser” profunda y los que (al menos para mí, “metido en el asunto” por las explicaciones de Serre) les dan todo su sentido. Pero la posibilidad de asociar tales invariantes a las variedades algebraicas “abstractas” que intervienen en esas conjeturas, y así responder a los precisos desiderata exigidos por las conjeturas — eso era sólo un deseo. Además de Serre y yo mismo, dudo que nadie más (ni siquiera, y sobre todo, ¡ni el mismo André Weil!⁵¹) creyera realmente en ello...

⁵⁰A decir verdad, los invariantes introducidos por Betti fueron los invariantes de *homología*. La *cohomología* constituye una versión más o menos equivalente, “dual”, introducida mucho más tarde. Este aspecto adquirió preeminencia sobre el aspecto inicial, “homológico”, sobre todo (sin duda) como consecuencia de la introducción, por Jean Leray, del punto de vista de los haces, del que hablaremos más adelante. Desde el punto de vista técnico, puede decirse que una gran parte de mi obra geométrica consistió en desentrañar, y desarrollar más o menos, las teorías cohomológicas que faltaban en toda clase de espacios y variedades, y sobre todo en las “variedades algebraicas” y los esquemas. De paso, eso me llevó a reinterpretar los invariantes homológicos tradicionales en términos cohomológicos, y por eso mismo, a verlos en una luz enteramente nueva.

Los topólogos introdujeron muchos otros “invariantes topológicos” para discernir diversos tipos de propiedades de los espacios topológicos. A parte de la “dimensión” de un espacio y los invariantes (co)homológicos, los primeros invariantes diferentes son los “grupos de homotopía”. En 1957 introduje otro, el grupo (llamado “de Grothendieck”) $K(X)$, que tuvo enseguida gran fortuna, y cuya importancia (tanto en topología como en aritmética) no cesa de confirmarse.

Multitud de invariantes nuevos, de naturaleza más sutil que los invariantes actualmente conocidos y utilizados, pero que me parecen fundamentales, están previstos en mi programa de “topología moderada” (del que un esbozo muy breve se encuentra en el “Esbozo de un Programa”, que aparecerá en el volumen 4 de las Reflexiones). Este programa se basa en el concepto de “teoría moderada” o de “espacio moderado”, que constituye, un poco como el de topoi, una (segunda) “metamorfosis de la noción de espacio”. Es mucho más evidente (me parece) y menos profundo que éste último. Sin embargo preveo que sus consecuencias inmediatas sobre la topología “propriadamente dicha” van a ser mucho más contundentes, y que va a transformar de cabo a rabo el “oficio” del topólogo, mediante una transformación profunda del contexto conceptual en el que trabaja. (Como también fue el caso de la geometría algebraica con la introducción del punto de vista de los esquemas.) Por otra parte, he enviado mi “Esbozo” a varios de mis antiguos amigos e ilustres topólogos, pero no parece que haya tenido la virtud de interesar a ninguno...

⁵¹Es paradójico, Weil tenía un “bloqueo” tenaz, aparentemente visceral, contra el formalismo cohomológico — mientras que sus célebres conjeturas inspiraron en gran parte el desarrollo de las grandes teorías cohomológicas en geometría algebraica, a partir del año 1955 (con Serre dando el disparo de salida con su artículo fundamental FAC, ya mencionado en una nota a pie de página). (N. del T.: La nota 37).

Me parece que ese “bloqueo” forma parte, en Weil, de una aversión general contra todas las “grandes maquinarias”, contra todo lo que se relacione con un formalismo (cuando no se pueda resumir en algunas páginas), o

Poco tiempo antes, nuestra concepción de esos invariantes cohomológicos se había enriquecido y renovado profundamente con los trabajos de *Jean Leray* (que prosiguió en cautividad en Alemania, durante la guerra, en la primera mitad de los años cuarenta). La idea innovadora esencial era la de *haz* (abeliano) sobre un espacio, a los que Leray asocia unos “grupos de cohomología” (y se dice que tienen “coeficientes en ese haz”). Era como si el viejo y buen “metro cohomológico” standard del que se disponía hasta ese momento para “levantar el plano” de un espacio se hubiera multiplicado repentinamente en una multitud inimaginablemente grande de nuevos “metros” de todas las tallas, formas y sustancias imaginables, cada uno íntimamente adaptado al espacio en cuestión, del que cada uno nos proporciona informaciones de precisión perfecta, y que sólo él nos puede dar. Esa era la idea capital de una transformación profunda de nuestro enfoque de todo tipo de espacios, y seguramente una de las ideas más cruciales aparecidas durante este siglo. Gracias sobre todo a los trabajos posteriores de Jean-Pierre Serre, las ideas de Leray dieron como fruto, durante el decenio siguiente a su aparición, un despegue impresionante en la teoría de espacios topológicos (y principalmente de sus invariantes “homotópicos”, estrechamente ligados a la cohomología) y otro despegue, no menos importante, de la geometría algebraica “abstracta” (con el artículo fundamental “FAC” de Serre, publicado en 1955). Mis propios trabajos de geometría, a partir de 1955, son continuación de esos trabajos de Serre, y por eso mismo, de las innovadoras ideas de Leray.

13. El punto de vista y el lenguaje de los haces introducidos por Leray nos llevan a mirar los “espacios” y “variedades” de todo tipo con una luz nueva. Sin embargo, no afectaban a la noción misma de espacio, contentándose con hacernos comprender mejor, con unos ojos nuevos, los tradicionales “espacios” que ya eran familiares a todos. Ahora bien, se comprobó

con una “construcción” por poco complicada que sea. No tenía nada de “constructor”, ciertamente, y es claro que fue de mala gana como se vio obligado, en los años treinta, a desarrollar los primeros fundamentos de la geometría algebraica “abstracta” que (vista la disposición) fueron un verdadero “lecho de Procusto” para los usuarios. (N. del T.: Procusto es un legendario ladrón griego que tenía un lecho en que obligaba a tenderse a sus víctimas, alargando o cortando sus piernas para que se adaptaran a su longitud.)

No sé si le pareció bien que fuera más allá y me dedicara a construir las amplias moradas que han permitido a los sueños de un Kronecker y al suyo encarnarse en un lenguaje y unas herramientas delicadas y eficaces. Lo cierto es que nunca me dijo una palabra sobre el trabajo en que me veía involucrado, o sobre el ya realizado. Tampoco ha tenido eco Cosechas y Siembras, que le envié hace más de tres meses, con una calurosa dedicatoria a mano.

que esa noción de espacio era incapaz de dar cuenta de los “invariantes topológicos” más esenciales que expresan la “forma” de las variedades algebraicas “abstractas” (como aquellas a las que se aplican las conjeturas de Weil) y de los “esquemas” generales (que generalizan a las antiguas variedades). Para los ansiados “esponsales del número y la magnitud” era una cama decididamente estrecha, donde sólo uno de los futuros cónyuges (a saber, la esposa) tenía cabida mal que bien, ¡pero nunca ambos a la vez! El “nuevo principio” que había que hallar para consumir los sponsales augurados por hadas propicias, no era otro que esa “cama” espaciosa que le faltaba a los futuros esposos, sin que hasta entonces nadie se hubiera dado cuenta siquiera...

Esa “cama de matrimonio” apareció (como por arte de magia...) con la idea de *topos*. Idea que engloba, en una intuición topológica común, tanto los espacios (topológicos) tradicionales, que encarnan el mundo de la magnitud continua, como los (así llamados) “espacios” (o “variedades”) de los geómetras algebraicos abstractos impenitentes, al igual que muchos otros tipos de estructuras que hasta entonces parecían irremediabilmente situadas en el “mundo aritmético” de los agregados “discontinuos” o “discretos”.

El punto de vista de los haces fue el guía silencioso y seguro, la llave eficaz (y nada secreta) que me condujo sin retrasos ni rodeos hacia la cámara nupcial con un amplio lecho conyugal. Un lecho tan amplio (como un río ancho, apacible y muy profundo...) que

“ todos los caballos del rey
ahí podrían beber juntos...”

- como nos dice una antigua tonada⁵² que seguramente tú también has cantado, o al menos has oído cantar. Y el primero que la cantó sintió la secreta belleza y la apacible fuerza de los

⁵²(N. del T.) Grothendieck se refiere a una antigua canción anónima (véase el libro de Georges Pompidou *Anthologie de la poésie française*, Le livre de Poche 2495, Hachette, Paris 1961):

La bell' si tu voulais, nous dormirions ensemble	Amor si tú quisieras, dormiríamos juntos
Dans un grand lit carré, couvert de toile blanche	En una cama grande, con una colcha blanca
Aux quatre coins du lit, quat'bouquets de pervenche	Y, en sus cuatro esquinas, cuatro ramos de malvas
Dans le mitan du lit, la rivière est profonde	En el centro del lecho, el río es muy profundo
Tous les chevaux du Roi, pourraient y boire ensemble	Los caballos del Rey, podrían beber juntos
Nous y serions hereux, jusqu'à la fin du monde...	Seríamos felices, hasta el final del mundo

A principios de los años 70 fue popular la versión del cantante Guy Béart.

topos mejor que cualquiera de mis sabios alumnos y amigos de antaño...

La clave fue la misma, tanto en el enfoque inicial y provisional (vía el concepto cómodo, pero no intrínseco, de “situs”) como en el de los topos. Quisiera describir ahora la idea de topos.

Consideremos el conjunto formado por *todos* los haces sobre un espacio (topológico) dado, o, si se prefiere, ese arsenal prodigioso formado por *todos* los “metros” que sirven para levantar su plano⁵³. Consideremos la estructura más evidente de ese “conjunto” o “arsenal”, la que aparece, pudiéramos decir, “a ojo de buen cubero”; a saber, la estructura llamada de “categoría”. (Que el lector no matemático no se turbe por no conocer el sentido técnico del término. No lo necesitará en lo que sigue.) Esta especie de “superestructura para levantar planos”, llamada “categoría de haces” (sobre el espacio dado), es la que de ahora en adelante consideraremos que “encarna” lo más esencial del espacio. Esto es lícito (según el “buen sentido matemático”) porque de hecho se puede “reconstruir” totalmente el espacio topológico⁵⁴ a partir de esa “categoría de haces” (o de ese arsenal para levantar planos) asociada. (Comprobarlo es un simple ejercicio — una vez planteado el problema ciertamente...) No se necesita nada más para estar seguro de que (si nos conviene por alguna razón u otra) en lo sucesivo podemos “olvidar” el espacio inicial, quedándonos y sirviéndonos sólo de la “categoría” (o del “arsenal”) asociado, que será considerada como la encarnación más adecuada de la “estructura topológica” (o “espacial”) que ha de expresarse.

Como ocurre a menudo en matemáticas, hemos logrado (gracias a la idea crucial de “haz”, o de “metro cohomológico”) expresar cierta noción (la de “espacio” en este caso) en términos de otra (la de “categoría”). El descubrimiento de tal *traducción* de una noción (que expresa cierto tipo de situaciones) en términos de otra (que corresponde a otro tipo de situaciones) siempre enriquece nuestra comprensión de ambas, por la inesperada confluencia de intuiciones específicas que se refieren a una o a la otra. Así, una situación de naturaleza “topológica” (encarnada por un espacio dado) queda aquí traducida en una situación de natu-

⁵³(Para el matemático) A decir verdad, se trata de los haces de *conjuntos*, y no de los haces *abelianos*, introducidos por Leray como coeficientes más generales para formar “grupos de cohomología”. Creo que fui el primero en trabajar sistemáticamente con haces de conjuntos (a partir de 1955, en mi artículo “Una teoría general de espacios fibrados con haz estructural” publicado por la Universidad de Kansas).

⁵⁴(Para el matemático) En sentido estricto, eso sólo es cierto en los espacios llamados “sobrios”. No obstante, éstos incluyen la casi-totalidad de los espacios usuales, y especialmente todos los espacios “separados” tan del gusto de los analistas.

raleza “algebraica” (encarnada por una “categoría”); o, si se prefiere, el “continuo” expresado por el espacio queda “traducido” o “expresado” por la estructura de categoría, de naturaleza “algebraica” (y hasta entonces percibida como de naturaleza esencialmente “discontinua” o “discreta”).

Pero hay más. La primera de estas nociones, la de espacio, se nos presentaba como una noción “maximal” en cierta forma — una noción tan general que mal puede imaginarse cómo encontrar una extensión que sea “razonable”. Por el contrario, resulta que al otro lado del espejo⁵⁵ esas “categorías” (o “arsenales”) a las que llegamos, partiendo de los espacios topológicos, son de naturaleza muy particular. Gozan en efecto de propiedades muy especiales⁵⁶ que las emparentan con ciertos “remedos” de la más simple de todas ellas que imaginarse pueda — la que se obtiene partiendo de un espacio con un único punto. Dicho esto, un “espacio al nuevo estilo” (o *topos*), que generaliza los espacios topológicos tradicionales, se describe simplemente como una “categoría” que, aunque no provenga necesariamente de un espacio ordinario, posea no obstante todas esas buenas propiedades (explícitamente enunciadas de una vez por todas, claro) de tales “categorías de haces”.

* *

*

Ésta es pues la idea nueva. Su aparición puede verse como una consecuencia de la observación, casi infantil a decir verdad, de que lo que verdaderamente cuenta en un espacio topológico no son de ninguna manera sus “puntos” o los subconjuntos de puntos⁵⁷ y las relaciones de proximidad entre ellos, sino los *haces* sobre ese espacio y la *categoría* que forman. No he hecho, en suma, más que llevar hasta sus últimas consecuencias la idea inicial de Leray — y hecho esto, *franquear el paso*.

Al igual que la idea de los haces (debida a Leray), o la de los esquemas, o toda idea que venga a derribar una visión inveterada de las cosas, la de los *topos* desconcierta por su carácter

⁵⁵El “espejo” del que se trata, como en Alicia en el país de las maravillas, es el que da como “imagen” de un espacio, colocado ante él, la “categoría” asociada, considerada como una especie de “doble” del espacio, “al otro lado del espejo”...

⁵⁶(Para el matemático) Sobre todo de propiedades que introduce en la teoría de categorías bajo el nombre de “propiedades de exactitud” (a la vez que el concepto categorial moderno de “límites” inductivos y proyectivos generales). Ver “Sobre algunos puntos del álgebra homológica”, *Tohoku math. journal*, 1957 (p. 119-221).

⁵⁷Así, pueden construirse *topos* muy “grandes” que no tienen más que un único “punto”, ¡o incluso ningún “punto”!

natural, “evidente”, por su simplicidad (al borde, se diría, de lo ingenuo y lo simplista, casi “tonta”) — por esa cualidad particular que nos hace exclamar tan a menudo: “¡Oh, no es más que eso!”, con un tono medio decepcionado, medio envidioso; y además, quizás, con el sobreentendido de “extravagante”, “poco serio”, que se reserva a menudo para todo lo que desconcierta por un exceso de simplicidad imprevista. Para lo que viene a recordarnos, tal vez, los días de nuestra infancia enterrados y repudiados desde hace mucho tiempo...

14. La noción de esquema constituye una amplia generalización de la noción de “variedad algebraica”, y por eso ha renovado de cabo a rabo la geometría algebraica legada por mis predecesores. La de topos constituye una extensión insospechada, o mejor dicho, *una metamorfosis de la noción de espacio*. Por eso lleva la promesa de una renovación semejante de la topología, y más allá de ésta, de la geometría. Por otra parte, hasta el presente ha jugado un papel crucial en el despegue de la nueva geometría (sobre todo a través de los temas cohomología l -ádica y cristalina que han nacido de ella, y a través de ellos, en la demostración de las conjeturas de Weil). Al igual que su hermana mayor (y casi gemela) posee las dos características complementarias esenciales a toda generalización fértil:

Primo, la nueva noción no es *demasiado amplia*, en el sentido de que en los nuevos “espacios” (mejor es llamarles “topos”, para no indisponer a los oídos delicados⁵⁸) las intuiciones y las construcciones “geométricas” más esenciales⁵⁹, usuales en los buenos y viejos espacios de antaño, pueden trasponerse de manera más o menos evidente. Dicho de otro modo, en los nuevos objetos se dispone de toda la rica gama de imágenes y asociaciones mentales, de las nociones y al menos de ciertas técnicas, que anteriormente estaban restringidas a los objetos al antiguo estilo.

Y secundo, la nueva noción es al mismo tiempo lo *bastante amplia* para englobar situaciones que hasta entonces no se consideraba que dieran lugar a intuiciones de naturaleza

⁵⁸El nombre “topos” fue elegido (por asociación con el de “topología”, o “topológico”) para sugerir que se trata del “objeto por excelencia” al que se aplica la intuición topológica. Por la rica nube de imágenes mentales que ese nombre suscita, debe considerarse que más o menos es el equivalente del término “espacio” (topológico), sencillamente con una insistencia más grande sobre el carácter “topológico” de la noción. (Así, hay “espacios vectoriales” y no “topos vectoriales” ¡hasta nueva orden!) Es necesario conservar ambas expresiones, cada una con su carácter propio.

⁵⁹Entre esas “construcciones” está principalmente la de todos los “invariantes topológicos” usuales, incluyendo los invariantes cohomológicos. En cuanto a éstos últimos, ya había hecho en el citado artículo (“Tohoku” 1955) todo lo que hacía falta para darles un sentido en todos los “topos”.

“topológico-geométrica” — justamente a las intuiciones que en el pasado quedaban reservadas únicamente para los espacios topológicos ordinarios (y con razón...).

El punto crucial aquí, desde la óptica de las conjeturas de Weil, es que la nueva noción es lo bastante amplia para permitirnos asociar a todo “esquema” uno de tales “espacios generalizados” o “topos” (llamado el “topos étal” del esquema considerado). Ciertos “invariantes cohomológicos” de ese topos (¡con lo que eso tiene de “tonto”!) parecían tener una buena oportunidad de proporcionar “lo que hacía falta” para dar todo su sentido a esas conjeturas y (¡quién sabe!) quizás de proporcionar los medios para demostrarlas.

Por primera vez en mi vida, en estas páginas que estoy escribiendo me tomo mi tiempo para evocar (aunque sólo sea para mí mismo) los temas-capitales y las grandes ideas directrices de mi obra matemática. Eso me lleva a apreciar mejor el lugar y el alcance de cada tema, y de los “puntos de vista” que encarnan, en la gran visión geométrica que los une y de la que han salido. Este trabajo es el que ha sacado a plena luz las dos innovadoras ideas neurálgicas en el primer y potente despegue de la geometría nueva: la idea de *esquema* y la de *topos*.

La segunda de estas ideas, la de topos, es la que ahora me parece la más profunda de las dos. Si por casualidad, a finales de los años cincuenta *no* me hubiera remangado para desarrollar obstinadamente día tras día, durante doce largos años, una “herramienta esquemática” de una delicadeza y una potencia perfectas — me parece casi impensable que en los diez o veinte años que han pasado algún otro no hubiera introducido al fin y al cabo (aunque fuera a su pesar...) la noción que claramente se imponía, y hubiera montado mejor o peor algunas vetustas baracas “prefabricadas”, a falta de las espaciales y confortables moradas que tuve el empeño de reunir piedra a piedra y de levantar con mis manos. Por el contrario, durante los tres decenios que han pasado, no he visto a nadie en la escena matemática que hubiera podido tener esa ingenuidad, o esa inocencia, para dar (en mi lugar) ese *otro* paso crucial, introduciendo la idea tan infantil de topos (o aunque sólo fuera la de “situs”). Incluso suponiendo esa idea graciosamente concedida, y con ella la tímida promesa que parecía encerrar — no veo a nadie, ni entre mis amigos de antaño ni entre mis alumnos, que pueda tener el ánimo, y sobre todo la *fe*, para llevar a cabo esa humilde idea⁶⁰ (tan ridícula en apariencia, mientras que la meta

⁶⁰(Para el lector matemático) Cuando hablo de “llevar a cabo esa humilde idea”, se trata de la idea de la cohomología étal como aproximación a las conjeturas de Weil. Inspirado por ese propósito descubrí la noción de situs en 1958, y entre 1962 y 1966 se desarrolló esa noción (o la noción vecina de topos) junto con el formalismo cohomológico étal bajo mi impulso (con la ayuda de algunos colaboradores que consideraremos en su lugar).

parecía infinitamente lejana...) desde sus inicios balbuceantes hasta la plena madurez de la “cohomología étal” en que ella se encarnó entre mis manos, durante los años siguientes.

15. Sí, el río es profundo, y vastas y apacibles son las aguas de mi infancia, en un reino que creí dejar hace ya mucho tiempo. Todos los caballos del rey podrían beber juntos en él, a gusto y hasta saciarse ¡sin agotarlo! Aguas que vienen de los glaciares, encendidas como esas nieves lejanas, y tienen la dulzura de la arcilla de las llanuras. Acabo de hablar de uno de esos caballos, que un niño llevó a beber y que bebió a gusto mucho tiempo. Y he visto otro que vino a beber un momento, quizás siguiendo el rastro del mismo chiquillo – pero poco tiempo. Alguien debió espantarlo. Y ya no digo más. Sin embargo veo innumerables manadas de caballos sedientos que vagan por la llanura – y esta misma mañana sus relinchos me han sacado de la cama a una hora indebida, a mí que voy para los sesenta y me gusta la tranquilidad. No hubo remedio, tuve que levantarme. Me da pena verlos, como rosas mustias, cuando no falta el agua buena ni los verdes pastos. Se diría que un sortilegio maléfico ha sido lanzado sobre esa comarca que conocí acogedora, y ha prohibido el acceso a esas aguas generosas. O puede ser un montaje de los tratantes de caballos para que bajen los precios ¿quién sabe? O quizás sea un país donde ya no hay niños que lleven los caballos a beber y donde los caballos están sedientos, a falta de un chiquillo que reencuentre el camino que lleva al río...

16. El tema de los topos salió del de los esquemas el mismo año en que aparecieron los esquemas — pero sobrepasa mucho en extensión al tema-madre. El tema de los topos, y no el de los esquemas, es ese “lecho”, ese “río profundo”, donde se desposan la geometría y el álgebra, la topología y la aritmética, la lógica matemática y la teoría de categorías, el mundo del continuo y el de las estructuras “discontinuas” o “discretas”. Si el tema de los esquemas es el *corazón* de la nueva geometría, el tema de los topos es su envoltura, o su *morada*. Es lo más vasto que he concebido para captar finamente, con un lenguaje común rico en resonancias geométricas, una “esencia” común a situaciones de lo más lejanas, que provienen de tal región

Cuando hablo de “ánimo” y de “fe”, me refiero a cualidades de naturaleza “no-técnica” que aquí me parecen ser las cualidades esenciales. En otro nivel, podría añadir también lo que llamaría el “olfato cohomológico”, es decir, el tipo de olfato que desarrollé para la construcción de teorías cohomológicas. Creí comunicárselo a mis alumnos cohomólogos. Con la perspectiva de diecisiete años desde mi salida del mundo matemático, constato que ninguno de ellos lo conservó.

o de tal otra del amplio universo de los objetos matemáticos.

El tema de los topos está muy lejos de haber conocido la fortuna del de los esquemas. Me expreso al respecto en varias ocasiones en *Cosechas y Siembras*, y éste no es lugar para entretenerme con las extrañas vicisitudes que han afectado a esta noción. No obstante dos temas capitales de la nueva geometría provienen del de los topos, dos “teorías cohomológicas” complementarias, concebidas ambas para aproximarse a las conjeturas de Weil: el *tema étal* (o “*l-ádico*”), y el *tema cristalino*. El primero se concretó entre mis manos en la cohomología *l-ádica*, que hasta el presente parece ser una de las más potentes herramientas matemáticas del siglo⁶¹. En cuanto al tema cristalino, reducido después de mi salida a una existencia semi-oculta, finalmente fue exhumado (acuciados por la necesidad) en junio de 1981, con candilejas y un nombre prestado, en circunstancias aún más extrañas que las que rodearon a los topos.

La herramienta cohomológica *l-ádica* fue, según estaba previsto, la herramienta esencial para demostrar las conjeturas de Weil. Yo mismo demostré un buen paquete, y el último paso lo dio con maestría, tres años después de mi salida, Pierre Deligne, el más brillante de mis alumnos “cohomólogos”.

Además, hacia el año 1968, había extraído una versión más fuerte, y sobre todo más “geométrica”, de las conjeturas de Weil. Éstas aún estaban “manchadas” (¡si puede decirse!) por un aspecto “aritmético” aparentemente irreducible, mientras que su espíritu es expresar y captar la “aritmética” (o lo “discreto”) por medio de lo “geométrico” (o de lo “continuo”)⁶². En ese sentido, la versión de las conjeturas que desentrañé me parece más “fiel” que la de Weil a la “filosofía de Weil” — a esa filosofía no escrita y pocas veces dicha, que tal vez fue la principal motivación tácita en el extraordinario despegue de la geometría en los cuatro decenios que han pasado⁶³. Mi reformulación consistió, esencialmente, en desentrañar una especie de “quintaesencia” de lo que debía seguir siendo válido, en el cuadro de las variedades

⁶¹(N. del T.) Por el s. XX.

⁶²(Para el matemático) En las conjeturas de Weil intervienen hipótesis de naturaleza “aritmética”, principalmente porque las variedades consideradas han de estar definidas sobre un cuerpo *finito*. Desde el punto de vista del formalismo cohomológico eso conduce a reservar un lugar aparte al *endomorfismo de Frobenius* asociado a tal situación. En mi enfoque, las propiedades cruciales (tipo “teorema del índice generalizado”) se refieren a las correspondencias algebraicas *arbitrarias*, y no imponen ninguna hipótesis de naturaleza aritmética sobre un cuerpo base previamente dado.

⁶³Aunque, después de mi salida en 1970, hubo una reacción muy clara, concretizada en un estancamiento relativo, que tendré ocasión de evocar más de una vez en las páginas de *Cosechas y Siembras*.

algebraicas llamadas “abstractas”, de la clásica “teoría de Hodge”, válida en las variedades algebraicas “ordinarias”⁶⁴. Llamé “*conjeturas standard*” (sobre los ciclos algebraicos) a esa nueva versión, totalmente geométrica, de las famosas conjeturas.

En mi espíritu, ése era un paso más, después del desarrollo de la herramienta cohomológica l -ádica, en dirección a esas conjeturas. Pero a la vez y sobre todo era también uno de los enfoques posibles de lo que todavía me parece ser el tema más profundo que he introducido en matemáticas⁶⁵: el de los *motivos* (nacido del “tema cohomológico l -ádico”). Ese tema es como el *corazón* o el alma, la parte más oculta, la más escondida a la mirada, del tema esquemático, que él mismo es el corazón de la nueva visión. Y los fenómenos-clave desentrañados en las conjeturas standard⁶⁶ pueden verse como una especie de quintaesencia última del tema motivico, como el “*aliento*” vital de ese tema sutil entre todos, de ese “*corazón del corazón*” de la nueva geometría.

Veamos en líneas generales de qué se trata. Dado un número primo p , hemos visto la importancia (principalmente en vista a las conjeturas de Weil) de saber construir “teorías cohomológicas” para las “variedades (algebraicas) de característica p ”. Ahora bien, la famosa “herramienta cohomológica l -ádica” proporciona justamente tal teoría, e incluso una *infinitud de teorías cohomológicas diferentes*, a saber, una para cada número primo l diferente de la característica p . Claramente ahí hay aún una “teoría que falta”, que correspondería al caso de un l que fuera igual a p . Para obtenerla, imaginé expresamente otra teoría cohomológica más (a la que ya se ha hecho alusión anteriormente), llamada “cohomología cristalina”. Por otra parte, en el importantísimo caso en que p es infinito, se dispone de otras tres teorías cohomológicas⁶⁷ — y nada permite afirmar que no nos veremos obligados, antes o después,

⁶⁴Aquí “ordinaria” significa: “definida sobre el cuerpo complejo”. La teoría de Hodge (llamada “de las integrales armónicas”) era la más potente de las teorías cohomológicas conocidas en el contexto de las variedades algebraicas complejas.

⁶⁵Es el tema más profundo, al menos en el periodo “público” de mi actividad matemática, entre 1950 y 1969, es decir hasta el momento de mi salida de la escena matemática. Considero que el tema de la geometría algebraica anabeliana y de la teoría de Galois-Teichmüller, desarrollado a partir de 1977, es de una profundidad comparable.

⁶⁶(Para el lector geómetra algebrista) Eventualmente habrá que reformular esas conjeturas. Para comentarios más detallados, véase “La vuelta a las obras” (CyS IV nota n° 178, p. 1215–1216) y la nota al pie de la página 769 en “Convicción y conocimiento” (CyS III, nota n° 162).

⁶⁷(Para el lector matemático) Esas teorías corresponden respectivamente a la *cohomología de Betti* (definida por vía trascendente, con ayuda de una inmersión del cuerpo base en el cuerpo de los complejos), a la *coho-*

a introducir nuevas teorías cohomológicas con propiedades formales totalmente análogas. Al revés de lo que ocurría en la topología ordinaria, nos encontramos frente a una abundancia desconcertante de teorías cohomológicas diferentes. Se tenía la impresión muy clara de que en un sentido aún muy impreciso, todas esas teorías “vendrían a ser lo mismo”, que “darían los mismos resultados”⁶⁸. Desentrañé la noción de “*motivo*” asociado a una variedad algebraica para conseguir expresar esa intuición de “parentesco” entre teorías cohomológicas diferentes. Con ese término quiero sugerir que se trata de un “motivo común” (o de la “*razón* común”) subyacente a esa multitud de invariantes cohomológicos diferentes asociados a la variedad con ayuda de la multitud de todas las teorías cohomológicas posibles a priori. Esas diferentes teorías cohomológicas serían como otros tantos desarrollos temáticos diferentes, cada uno en el “tempo”, en la “clave” y en el “modo” (“mayor” o “menor”) que le son propios, de un mismo “motivo de base” (llamado “teoría cohomológica *motívica*”), que a la vez sería la más fundamental, o la más “fina”, de todas esas “encarnaciones” temáticas diferentes (es decir, de todas las teorías cohomológicas posibles). Así, el motivo asociado a una variedad algebraica constituiría el invariante cohomológico “último”, “por excelencia”, del que todos los demás (asociados a las diferentes teorías cohomológicas posibles) se deducirían como otras tantas “encarnaciones” musicales, o “realizaciones” diferentes. Todas las propiedades esenciales de “la cohomología” de la variedad se “leerían” (o se “comprenderían”) ya en el motivo correspondiente, de forma que las propiedades estructurales usuales de los invariantes cohomológicos particulares (l -ádicos o cristalinos, por ejemplo) serían simplemente el reflejo fiel de las propiedades y estructuras *internas del motivo*⁶⁹.

mología de Hodge (definida por Serre) y a la *cohomología de De Rham* (definida por mí), remontándose estas dos últimas a los años cincuenta (y la de Betti, al siglo pasado).

⁶⁸(Para el lector matemático) Por ejemplo, si f es un endomorfismo de una variedad algebraica X , induce un endomorfismo del espacio de cohomología $H^i(X)$, y el polinomio característico de éste último debería tener coeficientes *enteros*, independientes de la teoría cohomológica particular elegida (por ejemplo l -ádica, con l variable). Igual para correspondencias algebraicas generales; cuando X se supone propio y liso. La triste realidad (que da una idea del lamentable estado de abandono de la teoría cohomológica de las variedades algebraicas en característica $p > 0$ después de mi salida) es que hoy en día eso aún no está demostrado, incluso en el caso particular en que X es una *superficie* proyectiva y lisa e $i = 2$. De hecho, por lo que sé, después de mi salida todavía nadie se ha dignado interesarse por esta cuestión crucial, típica de las que aparecen subordinadas a las conjeturas standard. El dictado de la moda es que el único endomorfismo digno de atención es el endomorfismo de Frobenius (que pudo ser tratado aparte por Deligne, con los medios de abordó...).

⁶⁹(Para el lector matemático) Otro modo de ver la categoría de motivos sobre un cuerpo k es visualizarla

Ésa es, expresada con el lenguaje nada técnico de una metáfora musical, la quintaesencia de una idea de simplicidad infantil, delicada y audaz a la vez. Desarrollé esa idea, al margen de unos trabajos de fundamentación que consideraba más urgentes, bajo el nombre de “teoría de motivos” o de “filosofía (o ”yoga“) de los motivos”, durante los años 1963–1969. Es una teoría de una riqueza estructural fascinante, de la que gran parte aún permanece conjetural⁷⁰.

En Cosechas y Siembras hablo en diversas ocasiones sobre ese “yoga de los motivos”, que me llega al corazón de modo muy particular. Éste no es el lugar para volver sobre lo que dije antes. Baste decir que las “conjeturas standard” se siguen del modo más natural del mundo de ese yoga de los motivos. Y a la vez proporcionan un principio para abordar una de las

como una especie de “categoría abeliana envolvente” de la categoría de esquemas separados de tipo finito sobre k . El motivo asociado a uno de tales esquemas X (o la “cohomología motivica de X ”, que denoto $H_{\text{mot}}^*(X)$) aparece así como una especie de “avatar” abelianizado de X . Aquí lo crucial es que, al igual que una variedad algebraica X es susceptible de “variación continua” (su clase de isomorfismo depende por tanto de “parámetros” continuos, o “moduli”), el motivo asociado a X , o en general un “motivo” “variable”, también es susceptible de variación continua. Ése es un aspecto de la cohomología motivica que contrasta llamativamente con lo que ocurre en los invariantes cohomológicos clásicos, incluidos los invariantes l -ádicos, con la única excepción de la cohomología de Hodge de las variedades algebraicas complejas.

Esto da una idea de hasta qué punto la “cohomología motivica” es un invariante más fino, que capta de modo mucho más ceñido la “forma aritmética” (si me atrevo a aventurar esa expresión) de X , que los invariantes puramente topológicos tradicionales. En mi visión de los motivos, éstos constituyen una especie de “cordón” oculto y delicado que liga las propiedades algebro-geométricas de una variedad algebraica con propiedades de naturaleza “aritmética” encarnadas en su motivo. Éste último puede considerarse como un objeto de naturaleza “geométrica” en su espíritu propio, pero en el que las propiedades “aritméticas” subordinadas a la geometría se encuentran, por así decirlo, “puestas al desnudo”.

Así, el motivo se me presenta como el más profundo “invariante de la forma” que hasta ahora se ha sabido asociar a una variedad algebraica, dejando aparte el “grupo fundamental motivico”. Para mí ambos invariantes son como “sombras” de un “tipo de homotopía motivico” que habría que describir (y sobre el que digo algunas palabras en la nota “La vuelta a las obras — o herramientas y visión” (CyS IV, n° 178, véase la cantera 5 (Motivos), y especialmente la página 1214)). Éste último objeto es el que me parece que debería ser la encarnación más perfecta de la elusiva intuición de “forma aritmética” (o “motivica”) de una variedad algebraica arbitraria.

(N. del T.: En el hinduismo “avatar” es la encarnación de una deidad en forma humana o animal, y usualmente se refiere a las diez apariencias de Vishnú.

⁷⁰Explicué mi visión de los motivos a todo el que quiso escucharla, durante esos años, sin tomarme la molestia de publicar nada negro sobre blanco (ya que no faltaban otras tareas al servicio de todos). Eso ha permitido a algunos de mis alumnos plagiarla a gusto más tarde, bajo la mirada enternecedora de todos mis antiguos amigos, que estaban al corriente de la situación. (Ver la siguiente nota a pie de página).

posibles construcciones rigurosas de la noción de motivo.

Esas conjeturas me parecían, y me parecen aún hoy, una de las dos cuestiones más fundamentales de la geometría algebraica. Ni esta cuestión, ni la otra cuestión igualmente crucial (la llamada “resolución de singularidades”) están todavía resueltas en la hora presente. Pero mientras que la segunda de esas cuestiones aparece, hoy igual que hace cien años, como una cuestión prestigiosa y temible, la que tuve el honor de desentrañar ha sido clasificada por los perentorios decretos de la moda (desde los años que siguieron a mi salida de la escena matemática, al igual que el tema motivico mismo⁷¹) como un amable camelo grothendieckiano. Pero una vez más anticipo...

17. A decir verdad, mis reflexiones sobre las conjeturas de Weil mismas, en vista a demostrarlas, fueron esporádicas. El panorama que comenzaba a abrirse ante mí, y que me esforzaba en escrutar y captar, sobrepasaba en mucho la amplitud y la profundidad de las hipotéticas necesidades de una demostración, e incluso de todo lo que esas famosas conjeturas habían dejado entrever. Con la aparición del tema esquemático y el de los topos, un mundo nuevo e insospechado se abrió de repente. En él “las conjeturas” ocupaban un lugar central, ciertamente, un poco como la capital de un vasto imperio o continente de innumerables provincias, donde la mayoría no tiene más que relaciones lejanas con ese lugar brillante y prestigioso. Sin habérmelo dicho jamás, sabía que en adelante sería el servidor de una gran tarea: explorar ese mundo inmenso y desconocido, descubrir sus límites hasta las fronteras más lejanas; y también recorrer en todos los sentidos e inventariar con un cuidado tenaz y metódico las provincias más cercanas y accesibles, y trazar planos con fidelidad y precisión escrupulosa, donde el menor caserío y la menor choza tuvieran su sitio...

Este último trabajo es el que absorbía la mayor parte de mi energía — un paciente y vasto trabajo de fundamentación que sólo yo veía claramente y, sobre todo, “sentía en las tripas”. Él me ocupó, y con mucho, la mayor parte de mi tiempo entre 1958 (año en que aparecieron, uno tras otro, el tema esquemático y el de los topos) y 1970 (año de mi salida de la escena

⁷¹De hecho, ese tema fue exhumado en 1982 (un año después que el tema cristalino), esta vez con su nombre original (y de forma limitada, únicamente en el caso de un cuerpo base de característica nula) y sin pronunciar el nombre del obrero. Ése es un ejemplo entre muchos otros de conceptos o temas enterrados el día siguiente de mi salida como fantasmagorías grothendieckianas, para ser exhumados uno tras otro por algunos de mis alumnos durante los siguientes diez o quince años, con modesto orgullo y (es necesario precisarlo otra vez) sin mencionar al obrero...

matemática).

A menudo mordía el freno por estar retenido así, como con un peso tenaz y pegajoso, con esas interminables tareas que (una vez visto lo esencial) se me parecían más a “la intención” que a lanzarse hacia lo desconocido. Constantemente tenía que retener ese impulso de lanzarme hacia delante — el del pionero o el explorador que marcha a descubrir y explorar mundos desconocidos y sin nombre, que me llamaban sin cesar para que los conociera y les diera nombre. Ese impulso y la energía que le dedicaba (¡casi como a hurtadillas!) siempre estaban a dieta.

Sin embargo, en el fondo bien sabía que esa energía, hurtada (por así decir) a la que debía a mis “tareas”, era de la esencia más rara y más sutil — que en mi trabajo matemático la “creación” estaba *allí* ante todo: en esa atención intensa para aprehender, en los repliegues oscuros, informes y húmedos de una cálida e inagotable matriz nutritiva, las primeras trazas de forma y los contornos de lo que aún no había nacido y parecía llamarme, para tomar forma y encarnarse y nacer... Esa atención intensa, esa solicitud ardiente son una fuerza esencial en el trabajo de descubrir, igual que el calor del sol en la oscura germinación de las semillas ocultas en la tierra nutritiva, y en su humilde y milagrosa eclosión a la luz del día.

En mi trabajo matemático, veo que actúan sobre todo esas dos fuerzas o impulsos, igualmente profundos, de naturalezas (me parece) diferentes. Para evocarlos he utilizado la imagen del *constructor* y la del *pionero* o el explorador. Puestas codo con codo, ambas me resultan chocantes por ser muy “yang”, muy “masculinas”, ¡incluso “machistas”! Tienen la resonancia altanera de los mitos, o de los “grandes momentos”. Seguramente me han sido inspiradas por los vestigios de mi antigua visión “heroica” del trabajo creador, la visión super-yang. Tal cual están, dan una visión fuertemente coloreada, por no decir estereotipada, “a lo ¡todos firmes!”, de una realidad mucho más fluida, más humilde, más “simple” — de una realidad *viva*.

En ese impulso masculino del “constructor”, que parece empujarme sin cesar hacia nuevas obras, percibo también el impulso del *hogareño*: el que está profundamente ligado a “la” casa. Antes que nada es “su” casa, la de sus “*parientes*” — el lugar de una íntima entidad viva de la que se siente parte. Solamente después, y a medida que se ensancha el círculo de lo que se percibe como “pariente”, también es una “casa para todos”. Y en ese impulso de “hacer casas” (como se “haría” el amor...) ante todo hay también *cariño*. Hay el impulso del *contacto* con

esos materiales que se trabajan uno a uno, con un cuidado amoroso, y que no se pueden conocer más que por ese contacto amante. Y, una vez levantados los muros y puestas las vigas y el tejado, hay la satisfacción profunda de acondicionar una parte tras otra, y ver poco a poco cómo se instaura, en esas salas, esas habitaciones y esos cuartos, el orden armonioso de la casa llena de vida — hermosa, acogedora, habitable. Porque *la casa*, ante todo y secretamente en cada uno de nosotros, también es *la madre* — lo que nos rodea y abriga, a la vez refugio y consuelo; y quizás (más hondo todavía, y aunque estuviéramos construyéndola totalmente) también sea eso de lo que procedemos, lo que nos abrigó y nutrió, en esos tiempos jamás olvidados de antes de nacer... También es *el Regazo*.

Y la imagen que antes apareció espontáneamente, para ir más allá del prestigioso apelativo de “pionero” y captar la realidad más oculta que escondía, también estaba desprovista de todo acento “heroico”. Allí también apareció la imagen arquetípica de lo maternal — la de la “matriz” nutritiva y sus informes y oscuros procesos...

Esos dos impulsos que me parecían “de naturaleza diferente” finalmente están más cerca de lo que hubiera pensado. Ambos tienen la naturaleza de un “*impulso de contacto*”, que nos lleva al encuentro de “*la Madre*”: de La que encarna lo que es cercano, “conocido”, y lo que es “desconocido”. Abandonarme tanto a uno como a otro impulso es “*reencontrar a la Madre*”. Es renovar el contacto a la vez con lo *cercano*, con lo “más o menos conocido”, y con lo “*lejano*”, con lo “desconocido” y al mismo tiempo presentado, a punto de darse a conocer.

Aquí la diferencia es de tonalidad, de dosificación, no de naturaleza. Cuando “construyo mansiones”, domina lo “conocido”, y cuando “exploro”, lo desconocido. Esos dos “modos” de descubrir, o mejor dicho, esos dos aspectos de un mismo proceso o de un mismo trabajo, están indisolublemente ligados. Ambos son esenciales y complementarios. En mi trabajo matemático percibo un movimiento constante de vaivén entre esos dos modos de trabajar, o mejor, entre los momentos (o los periodos) en que predomina uno y aquellos en que predomina el otro⁷². Pero también está claro que en cada momento ambos modos están presentes.

⁷²Lo que digo aquí sobre el trabajo matemático vale igualmente para el trabajo de “meditación” (del que hablaremos en Cosechas y Siembras un poco por todas partes). Para mí no hay duda de que es algo que aparece en todo trabajo de descubrimiento, incluido el del artista (escritor o poeta, digamos). Puede considerarse que las dos “vertientes” que describo son, una la de la *expresión* y sus exigencias “técnicas”, la otra la de la *recepción* (de percepciones y de impresiones de todo tipo) que deviene *inspiración* por efecto de una intensa atención. Ambas vertientes están presentes en cualquier momento del trabajo, y hay ese constante movimiento de “vaivén” entre

Cuando construyo, instalo o despejo, limpio y ordeno, es el “modo” o “vertiente” “yang” o “masculino” del trabajo el que da el tono. Cuando exploro a tientas lo incomprensible, lo informe, lo que no tiene nombre, soy la vertiente “yin” o “femenina” de mi ser.

Para mí no se trata de querer minimizar o renegar de una u otra vertiente de mi naturaleza, ambas esenciales — la “masculina” que construye y engendra, y la “femenina” que concibe y alberga las lentas y oscuras gestaciones. Soy una y la otra — “yang” y “yin”, “hombre” y “mujer”. Pero también sé que la esencia más delicada, la más sutil en los procesos creadores está del lado de la vertiente “yin”, “femenina” — la vertiente humilde, oscura y a menudo aparentemente pobre.

Es esa vertiente del trabajo la que, creo que desde siempre, ha ejercido sobre mí la fascinación más poderosa. Aunque los consensos en vigor me animaban a dedicar lo mejor de mi energía en la otra vertiente, en la que se encarna y se confirma con “producciones” tangibles, por no decir terminadas y acabadas — productos de contornos marcados que atestiguan su realidad con la evidencia de la piedra tallada...

Con la perspectiva del tiempo, bien veo cómo pesaron sobre mí esos consensos, y también cómo “acusé el peso” — ¡sin rechistar! La parte “concepción” o “exploración” de mi trabajo estuvo a dieta hasta el momento mismo de mi salida. Sin embargo, en esta mirada retrospectiva sobre mi obra matemática nos embarga la evidencia de que lo que constituye la esencia y la potencia de esa obra es la vertiente despreciada hoy en día, cuando no es objeto de burla o de un desdén condescendiente: la de las “ideas”, incluso la de los “sueños”, nunca la de los “resultados”. Al intentar captar en estas páginas lo más esencial de mi aportación a la matemática de mi tiempo, con una mirada que abarque el bosque en vez de fijarse en los árboles — he visto, no un palmarés de “grandes teoremas”, sino un vivo abanico de ideas fecundas⁷³, ideas que concurren en una misma y amplia visión....”.

los “tiempos” en que predomina una y aquellos en que predomina la otra.

⁷³Aunque lo que podemos llamar “grandes teoremas” no falten en mi obra, incluyendo teoremas que resolvieron cuestiones planteadas por otros, que nadie supo resolver antes que yo. (Pase revista a algunos en la nota (***) al pie de la página 554 de la nota “La marea que sube...” (CyS III, n° 122).) Pero, como ya subrayé al comenzar este “paseo” (en la sección “Puntos de vista y visión”, n° 6), para mí esos teoremas no adquieren todo su sentido más que en el nutricional contexto de un gran tema, iniciado por una de esas “ideas fecundas”. Entonces su demostración fluye, como de una fuente y sin esfuerzo, de la naturaleza misma, de la “profundidad” del tema que la conduce — igual que las olas de un río parecen nacer dulcemente de la profundidad misma de sus aguas, sin esfuerzo ni ruptura. Expreso la misma idea, pero con imágenes diferentes, en la citada nota “La marea que

18. Cuando este “prólogo” comenzó a convertirse en un paseo a través de mi obra matemática, con una pequeña descripción de los “herederos” (auténticos) y los “constructores” (incorregibles), también comenzó a surgir un *nombre* para ese prólogo frustrado: sería “El niño y el constructor”. Durante los siguientes días, cada vez estaba más claro que “el niño” y “el constructor” eran el mismo personaje. Ese nombre se convirtió, sencillamente, en “El niño constructor”. Un nombre, a fe mía, al que no le faltaba garbo ¡y que me complacía!

Pero he aquí que la reflexión muestra que ese altivo “constructor”, o (más modestamente) el niño-que-juega-a-hacer-casas, no era más que uno de los *dos* rostros del famoso niño-que-juega. También está el niño-que-quiere-explorar-las-cosas, ir a curiosear y enterrarse en la arena o en los fangos cenagosos y sin nombre, los lugares más imposibles y descabellados... Para hacer ese cambio (aunque sólo fuera para mí), comencé a introducirlo bajo el brillante nombre de “pionero”, seguido del de “explorador”, más prosaico pero aún con una aureola de prestigio. Entre el “constructor” y el “pionero-explorador”, habría que preguntarse cuál es el más masculino ¡el más seductor de los dos! ¿Cara o cruz?

Después, mirando más de cerca, he aquí que nuestro intrépido “pionero” resulta ser finalmente una *niña* (a la que vestí de niño) — una hermana de los mares, de la lluvia, de las brumas y de la noche, silenciosa y casi invisible a fuerza de apartarse en la sombra — la que siempre olvidamos (cuando no nos burlamos de ella). Y, durante días y días, yo también encontré el modo de olvidarla — de olvidarla doblemente podría decirse: primero no quise ver más que al chico (el que juega a construir casas) y cuando no tuve más remedio que ver a la *otra*, todavía la vi como un chico, también ella...

De repente el nombre adecuado para mi paseo ya no se sostiene. Es un nombre todo-yang, totalmente “machista”, un nombre-que-cojea. Para no ser tendenciosos, también deberíamos incluir a la *otra* en él. Pero es extraño, “la *otra*” *verdaderamente no tiene nombre*. El único que pega, por poco que sea, es el “explorador”, pero es un nombre de chico, y no podemos remediarlo. La lengua aquí es una zorra, nos tiende una trampa sin que nos demos cuenta, en connivencia clara con prejuicios ancestrales.

Quizás pudiéramos arreglarnos con “El niño-que-construye y el niño-que-explora”. Dejando en lo no dicho que uno es “chico” y el otro es “chica”⁷⁴, y que es un único y mismo

sube...”.

⁷⁴(N. del T.) En francés el nombre *enfant* es masculino y femenino, por lo que tanto “niña-que-explora” como “niño-que-explora” se dicen “*enfant-qui-explore*”, que es la expresión que figura en el texto original.

niño chico-chica que al construir explora, y al explorar construye... Pero ayer, además de la doble vertiente yin-yang de lo que contempla y explora, y de lo que nombra y construye, apareció otro aspecto más de las cosas.

El Universo, el Mundo, hasta el Cosmos, nos son ajenos en el fondo y muy lejanos. No nos conciernen verdaderamente. En lo más profundo de nosotros mismos el impulso de conocimiento no nos lleva hacia *ellos*. Lo que nos llama es su *Encarnación* tangible e inmediata, la más cercana, la más “carnal”, cargada de profundas resonancias y rica en misterios — La que se confunde con los orígenes de nuestro ser de carne, y con los de nuestra especie — y también La que desde siempre nos espera, silenciosa y dispuesta a acogernos, “al final del camino”. De *Ella*, la Madre, de La que nos ha parido igual que dio a luz al Mundo, surge el impulso y brotan los caminos del deseo — y nos llevan a *Su* encuentro, hacia *Ella* se dirigen, para retornar sin cesar y abismarse en Ella.

Así, al regreso de un “paseo” imprevisto, encuentro de improviso una parábola que me fue muy familiar y casi había olvidado — la parábola del *niño y la Madre*. Podemos verla como una parábola de “*La Vida, en busca de sí misma*”. O, al nivel más humilde de la existencia individual, una parábola de “*el ser, en busca de las cosas*”.

Es una parábola, y también es la expresión de una experiencia ancestral profundamente implantada en la psique — el más poderoso entre todos los símbolos originales que nutren las profundas capas creadoras. Creo reconocer en él, expresado en el lenguaje inmemorial de las imágenes arquetípicas, el aliento del poder creador en el hombre que anima su carne y su espíritu, tanto en sus manifestaciones más humildes y efímeras como en las más brillantes y perdurables.

Ese “aliento”, al igual que la imagen carnal que lo encarna, es lo más humilde del mundo. También es lo más frágil, y lo más ignorado por todos y lo más despreciado...

Y la historia de las vicisitudes de ese aliento a lo largo de tu existencia no es más que *tu* aventura, la “aventura del conocimiento” en *tu* vida. La parábola sin palabras que la expresa es la del niño y la Madre.

Tú eres el niño, nacido de la Madre, amparado por Ella, alimentado por su vigor. Y el niño se abalanza fuera de la Madre, la Muy-cercana, la Bien-conocida — al encuentro de la Madre, la Ilimitada, siempre Desconocida y llena de misterio...

Epílogo : *los Círculos invisibles*

19. Hasta la aparición del punto de vista de los topos, hacia el final de los años cincuenta, la evolución de la noción de espacio me parece una evolución esencialmente “*continua*”. Parece proseguir sin cortes ni saltos, a partir de la teoría euclidiana del espacio que nos rodea y de la geometría legada por los griegos, que se dedicaba al estudio de ciertas “figuras” (rectas, planos, círculos, triángulos, etc.) que vivían en ese espacio. Ciertamente, ha habido cambios profundos en la forma en que el matemático o el “filósofo de la naturaleza” concebía el “espacio”⁷⁵. Pero me parece que todos esos cambios tienen una “continuidad” esencial — jamás han puesto al matemático, ligado (como cada cual) a las imágenes mentales familiares, delante de un *exilio* repentino. Eran como los cambios, quizás profundos pero progresivos, que se dan a lo largo de los años en alguien que hubiéramos conocido de niño, y del que hubiéramos seguido la evolución desde sus primeros pasos hasta su edad adulta y su plena madurez. Cambios imperceptibles en algunos largos periodos de calma chicha, y tumultuosos en otros. Pero incluso en los periodos de crecimiento y maduración más intensos, y aunque lo hayamos perdido de vista durante meses o años, en ningún momento podría haber la menor duda ni la menor vacilación: claro que es él, alguien bien conocido y familiar que reencontramos, puede que con algunos rasgos cambiados.

Creo poder decir, por otra parte, que hacia la mitad de este siglo ese ser familiar ya había envejecido mucho — cual un hombre que finalmente se hubiera agotado y gastado, sobrepasado por la llegada de tareas nuevas para las que no estaba preparado. Incluso pudiera ser que ya estuviera muerto por consumición, sin que nadie se preocupara de enterarse y levantar acta. Todavía “todo el mundo” actuaba como si estuvieran en la casa de un vivo, y casi era como si en efecto él estuviera bien vivo.

⁷⁵Al escribir el Epílogo, mi primera intención era incluir un esbozo muy sumario de algunos de esos “cambios profundos” y mostrar esa “continuidad esencial” que percibo en ellos. He renunciado para no alargar sin medida este Paseo ¡mucho más largo ya de lo previsto! Pienso volver sobre ello en los Comentarios Históricos previstos para el volumen 4 de las “Reflexiones”, esta vez para lectores matemáticos (lo que cambia totalmente la forma de exposición).

Así que juzgad el enfado de los habituales de la casa cuando en el lugar del venerable viejo petrificado, tieso y rígido en su sillón, de repente ven retozar un chiquillo vigoroso, que no levanta tres palmos del suelo, y que pretende de paso, sin reírse y como algo evidente, que el Señor Espacio (y podéis dejar caer el “Señor” si así os gusta...) ¡es él! Si por lo menos tuviera rasgos familiares, quizás un hijo natural ¿quién sabe?... ¡pero no! Bien mirado, nada que recuerde al viejo Padre Espacio que habían conocido bien (o creído conocer...) y en todo caso (y eso era lo menos importante...) del que estaban seguros que era eterno...

Ésa es la famosa “mutación de la noción de espacio”. Eso es lo que debí “ver” como algo evidente, al menos desde principios de los años sesenta, sin haber tenido jamás la ocasión de decírmelo antes del momento en que escribo estas líneas. Y de repente veo con una claridad nueva, por la única virtud de esa evocación llena de imágenes y de la nube de asociaciones que suscita al punto: la noción tradicional de “espacio”, igual que la estrechamente emparentada de “variedad” (de cualquier tipo, y especialmente la de “variedad algebraica”), tenían, cuando llegué a esos parajes, tal pinta de viejos que era como si estuvieran muertos...⁷⁶. Y podría decir que con la aparición, uno tras otro, del punto de vista de los *esquemas* (y de su prole⁷⁷, más de diez mil páginas de fundamentos al final) y luego el de los *topos*, se desató finalmente una situación de crisis-que-no-dice-su-nombre.

En la imagen anterior, no habría que hablar de *un* chiquillo producido por una mutación repentina, sino de *dos*. Dos chiquillos que tienen un “aire de familia” innegable, aunque casi no se parezcan al difunto viejo. Además, mirando de cerca, podría decirse que el chiquillo

⁷⁶Esta afirmación (que a algunos parecerá perentoria) ha de tomarse con una “pizca de sal”. No es ni más, ni menos válida que la (que retomo por mi cuenta más abajo) de que el “modelo newtoniano” de la mecánica (terrestre o celeste) estaba “moribundo” a principios de este siglo, cuando Einstein llegó en su auxilio. Es un hecho que en la mayoría de las situaciones “corrientes” en física, el modelo newtoniano es perfectamente adecuado aún hoy en día, y sería una locura (visto el margen de error admitido en las medidas) ir a buscar modelos relativistas. Igualmente, en numerosas situaciones matemáticas las antiguas nociones familiares de “espacio” y de “variedad” siguen siendo perfectamente adecuadas, sin tener que ir a buscar elementos nilpotentes, topos o “estructuras moderadas”. Pero en ambos casos, en un número creciente de contextos que intervienen en la investigación puntera, los antiguos marcos conceptuales ya no son aptos para expresar incluso las situaciones más “corrientes”.

⁷⁷(Para el matemático) En esa “prole” cuento principalmente los esquemas formales, las “multiplicidades” de todo tipo (y especialmente las multiplicidades esquemáticas, o formales) y los espacios llamados “rígido-analíticos” (introducidos por Tate, siguiendo a un “maestro de obra” que le proporcioné, inspirado por la nueva noción de topos, a la vez que por la de esquema formal). Esta lista, por otra parte, no es nada exhaustiva...

Esquemas sería como un “eslabón de parentesco” entre la familia de Padre espacio (alias Variedades-de-toda-clase) y el chiquillo Topos⁷⁸.

20. La situación me parece muy similar a la que se presentó a principios de este siglo, con la aparición de la teoría de la relatividad de Einstein. Estaban en un callejón sin salida conceptual, más flagrante todavía, que se concretaba en una *contradicción* repentina que parecía irresoluble. Como debe ser, la idea que iba a poner orden en el caos era de una simplicidad infantil. Lo más notable (y conforme a un escenario de lo más repetitivo...) es que entre todas esas gentes brillante, eminentes, prestigiosas, que andaban de cabeza intentando “salvar los muebles”, nadie hubiera pensado en esa idea. Era necesario que fuera un joven desconocido, recién salido de los bancos de las aulas, el que viniera (algo azorado quizás por su propia audacia...) a explicar a sus ilustres mayores lo que era necesario hacer para “salvar los fenómenos”: ¡había que dejar de separar el espacio del tiempo⁷⁹! Técnicamente todo estaba ya preparado para que esa idea eclosionara y fuera acogida. Y honra a los mayores de Einstein que en efecto hayan sabido acoger la nueva idea, sin protestar demasiado. Ésa es una señal de que todavía era una gran época...

Desde el punto de vista matemático, la nueva idea de Einstein era banal. Por el contrario, desde el punto de vista de nuestra concepción del *espacio físico* era una mutación profunda, y un “exilio” repentino. La primera mutación de esa clase, desde el modelo matemático del espacio físico desentrañado por Euclides hace 2400 años, y retomado tal cual por todos los físicos y astrónomos desde la antigüedad (incluido Newton) para describir los fenómenos mecánicos terrestres y estelares. Esa idea inicial de Einstein se hizo más profunda después, encarnándose en un modelo matemático más sutil, más rico y más flexible, con ayuda del rico

⁷⁸A estos dos chiquillos habría que añadir un tercero más joven, aparecido en tiempos más inclementes: el chaval *Espacio moderado*. Como señalé en otra parte, no tuvo derecho a un certificado de nacimiento, y fue en la más absoluta ilegalidad como lo incluí entre los doce “temas capitales” que tuve el honor de introducir en matemáticas.

⁷⁹Como descripción de la idea de Einstein, por supuesto que es algo breve. A nivel técnico, era necesario poner de manifiesto la estructura del nuevo espacio-tiempo (lo que ya estaba “en el aire” con la teoría de Maxwell y las ideas de Lorentz). Aquí el paso esencial no era de naturaleza técnica sino “*filosófica*”: darse cuenta de que la noción de simultaneidad para sucesos alejados no tenía ninguna realidad experimental. Ésa es la “constatación infantil”, el “¡pero el Emperador está desnudo!”, que permitió cruzar ese famoso “círculo imperioso e invisible que limita un Universo”...

arsenal de nociones matemáticas ya existentes⁸⁰. Con la “teoría general de la relatividad” esa idea se ensancha en una amplia *visión* del mundo físico, abrazando en una misma mirada el mundo subatómico de lo infinitamente pequeño, el sistema solar, la Vía láctea y las galaxias lejanas, y la propagación de las ondas electromagnéticas en un espacio-tiempo curvado en cada punto por la materia que allí hay⁸¹. Ésa es la segunda y la última vez en la historia de la cosmología y de la física (después de la primera gran síntesis de Newton hace tres siglos) que ha aparecido una vasta visión unificadora, en el lenguaje de un modelo matemático, del conjunto de los fenómenos físicos del Universo.

Esta visión einsteiniana del Universo físico ha sido desbordada a su vez por los sucesos. “El conjunto de los fenómenos físicos” del que hay que dar cuenta ha tenido tiempo de engordar ¡desde principios de siglo! Han aparecido una multitud de teorías físicas para dar cuenta cada una, con mayor o menor éxito, de un paquete limitado de hechos, en la inmensa leonera de todos los “hechos observados”. Y todavía se espera al chiquillo audaz que encuentre jugando la nueva clave (si hay alguna...), el “modelo-bombón” soñado que quiera “funcionar” para salvar todos los fenómenos a la vez...⁸².

⁸⁰Sobre todo de la noción de “variedad riemanniana” y del cálculo tensorial sobre tales variedades.

⁸¹Uno de los rasgos más llamativos que distingue este modelo del modelo euclidiano (o newtoniano) del espacio y el tiempo, y también del primer modelo de Einstein (“relatividad especial”), es que la *forma topológica global* del espacio-tiempo está indeterminada, en vez de estar prescrita imperativamente por la naturaleza del propio modelo. La cuestión de saber cuál es esa forma global me parece (en tanto que matemático) una de las más fascinantes de la cosmología

⁸²Se llama “teoría unitaria” a una tal teoría hipotética que conseguiría “unificar” y conciliar la multitud de teorías parciales que hay. Tengo la sensación de que la reflexión fundamental que habrá de emprenderse deberá situarse en dos niveles diferentes.

1º) Una reflexión de naturaleza “filosófica” sobre la noción misma de “modelo matemático” de una parcela de la realidad. Después del éxito de la teoría newtoniana, se ha convertido en un axioma tácito del físico la *existencia* de un modelo matemático (incluso de un modelo único, o “*el*” modelo) para expresar la realidad física de modo perfecto, sin “fisuras” ni borrones. Ese consenso, que impera desde hace más de dos siglos, es una especie de vestigio fósil de la visión viva de un Pitágoras para el que “Todo es número”. Puede ser que ése sea el nuevo “círculo invisible” que reemplazó a los antiguos círculos metafísicos en la delimitación del Universo del físico (mientras que la raza de los “filósofos de la naturaleza” parece definitivamente extinguida, suplantada con brío por la de los ordenadores...). A poco que se quiera pensar un momento, está claro que la validez de ese consenso no tiene nada de evidente. Incluso hay razones filosóficas muy serias que nos llevan a ponerla en duda a priori, o al menos, a prever límites muy estrictos en su validez. Ahora o nunca sería el momento de someter ese axioma a una crítica rigurosa, e incluso quizás, de “demostrar” más allá de toda duda posible que *no* tiene fundamento,

La comparación entre mi contribución a la matemática de mi tiempo y la de Einstein a la física, se me ha impuesto por dos razones: ambas obras se llevaron a cabo al favor de una *mutación de nuestra concepción del “espacio”* (en sentido matemático en un caso y en sentido físico en el otro); y ambas toman la forma de una *visión unificadora*, que abraza una

que *no* existe ningún modelo matemático riguroso único que dé cuenta del conjunto de los fenómenos llamados físicos inventariados hasta el presente.

Una vez delimitada satisfactoriamente la noción misma de “modelo matemático” y la de “validez” de uno de tales modelos (en el límite de los “márgenes de error” admitidos en las medidas realizadas), la cuestión de una “teoría unitaria”, o al menos la de un “modelo óptimo” (en un sentido a precisar), por fin estará claramente planteada. Al mismo tiempo, sin duda se tendrá una idea más clara del grado de arbitrariedad que está ligado (puede ser que necesariamente) a la elección de un modelo.

2º) Solamente *después* de tal reflexión, me parece que la cuestión técnica de extraer un modelo explícito, más satisfactorio que sus antecesores, adquiere todo su sentido. Entonces ése sería el momento, quizás, de desprenderse de un segundo axioma tácito del físico, que se remonta a la antigüedad, y profundamente anclado incluso en nuestra percepción del espacio: es el de la *naturaleza continua* del espacio y el tiempo (o del espacio-tiempo), del “lugar” donde se desarrollan los “fenómenos físicos”.

Hará ya quince o veinte años, ojeando el modesto volumen que constituye la obra completa de Riemann, me llamó la atención una observación suya “de pasada”. Observa que bien pudiera ser que la estructura última del espacio fuera “discreta”, y que las representaciones “continuas” que nos hacemos quizás sean una simplificación (excesiva tal vez a la larga...) de una realidad más compleja; que para el espíritu humano, “lo continuo” es más fácil de captar que “lo discontinuo”, y que nos sirve, por tanto, como una “aproximación” para aprehender lo discontinuo. Ésa es una observación de una penetración sorprendente en la boca de un matemático, en un momento en que el modelo euclidiano del espacio físico todavía no se había puesto en cuestión. En estricto sentido lógico, más bien es lo discontinuo lo que tradicionalmente ha servido como modo de aproximación técnica de lo continuo.

Los desarrollos matemáticos de los últimos decenios han mostrado una simbiosis mucho más íntima entre estructuras continuas y discontinuas de lo que hubiera podido imaginarse en la primera mitad de este siglo. En todo caso, encontrar un modelo “satisfactorio” (o, si fuera necesario, un conjunto de tales modelos que se “ajusten” del modo más satisfactorio posible...), tanto si éste es “continuo”, “discreto” o de naturaleza “mixta” — es un trabajo que seguramente involucrará una gran imaginación conceptual, y un olfato consumado para aprehender y sacar a la luz estructuras matemáticas de un tipo nuevo. Me parece que esa clase de imaginación y “olfato” son raros, no sólo entre los físicos (donde Einstein y Schrödinger parecen estar entre las pocas excepciones), sino incluso entre los matemáticos (y ahí hablo con pleno conocimiento de causa).

Resumiendo, preveo que la esperada renovación (si aún debe venir...) vendrá más bien de alguien con alma matemática, bien informado de los grandes problemas de la física, que de un físico. Pero sobre todo, hará falta un hombre con la “abertura filosófica” necesaria para captar el nudo del problema. Éste no es de naturaleza técnica, sino un problema fundamental de “filosofía de la naturaleza”.

vasta multitud de fenómenos y de situaciones previamente percibidas como separadas una de otras. Veo ahí un *parentesco espiritual* evidente entre su obra⁸³ y la mía.

En modo alguno me parece que haya contradicción entre ese parentesco y una evidente diferencia de “*substancia*”. Como ya dejé entrever hace poco, la mutación einsteiniana concierne a la noción de espacio físico, mientras que Einstein usa el arsenal de las nociones matemáticas ya conocidas, sin tener necesidad nunca de aumentarlo, o de trastornarlo. Su contribución consistió en elegir, entre las estructuras matemáticas conocidas en su tiempo, las que mejor se adaptaban para servir de “modelos” de los fenómenos del mundo físico, y suplantar al modelo moribundo⁸⁴ legado por sus predecesores. En ese sentido su obra ha sido la de un *físico*, y más allá, la de un “*filósofo de la naturaleza*”, en el sentido en que lo entendían Newton y sus contemporáneos. Esa dimensión filosófica está ausente de mi obra matemática, en la que nunca me planteé cuestiones sobre las eventuales relaciones entre las construcciones conceptuales “ideales”, que se realizan en el Universo de los objetos matemáticos, y los fenómenos que se dan en el Universo físico (incluso los sucesos vividos, que se despliegan en la psique). Mi obra ha sido la de un *matemático*, que se desentiende deliberadamente de las “aplicaciones” (a las otras ciencias) y de las “motivaciones” y raíces psíquicas de su trabajo. De un matemático, en suma, conducido por su genio particular a aumentar sin cesar el arsenal de las nociones fundamentales de su arte. Así fui llevado, sin darme cuenta y como jugando, a cambiar completamente la noción más fundamental de la geometría: la de *espacio* (y la de “variedad”), es decir de nuestra concepción del “*lugar*” mismo donde viven los entes geométricos.

La nueva noción de espacio (una especie de “espacio generalizado” donde los puntos, que se supone forman el “espacio”, más o menos han desaparecido) no se parece en nada, en su substancia, a la noción aportada por Einstein en física (en absoluto desconcertante para un matemático). Por el contrario, la comparación se impone con la *mecánica cuántica* descubierta por *Schrödinger*⁸⁵. En esta nueva mecánica, el “punto material” tradicional de-

⁸³En modo alguno pretendo estar familiarizado con la obra de Einstein. De hecho, no he leído ninguno de sus trabajos y no conozco sus ideas más que de oídas y aproximadamente. Sin embargo tengo la impresión de distinguir “el bosque”, aunque nunca haya hecho el esfuerzo de escrutar ninguno de sus árboles...

⁸⁴Para comentarios sobre el calificativo “moribundo”, véase la nota 75 a pie de página.

⁸⁵Me parece entender (por ecos que me han llegado desde diversas parte) que generalmente se considera que en este siglo ha habido tres “revoluciones” o grandes cambios en física: la teoría de Einstein, el descubrimiento de la radioactividad por los Curie, y la introducción de la mecánica cuántica por *Schrödinger*.

saparece, para ser reemplazado por una especie de “nube probabilista” más o menos densa en una región del espacio o en otra, según la “probabilidad” de que el punto se encuentre en esa región. En esa óptica nueva se percibe bien una “mutación” en nuestro modo de concebir los fenómenos mecánicos más profunda aún que la encarnada por el modelo de Einstein — una mutación que no consiste en sustituir simplemente un modelo matemático algo estrecho por otro similar más amplio y cortado a medida. Esta vez el modelo nuevo se parece tan poco al viejo y buen modelo tradicional, que incluso el gran matemático especialista en mecánica debió sentirse repentinamente exilado, incluso perdido (o indignado...). Pasar de la mecánica de Newton a la de Einstein debió ser, para el matemático, algo así como pasar del viejo y buen dialecto provenzal al argot parisino de última moda. Pero pasar a la mecánica cuántica, me imagino, es pasar del francés al chino.

Esas “nubes probabilistas” que reemplazan a las tranquilizadoras partículas materiales de antaño, me recuerdan extrañamente los elusivos “entornos abiertos” que pueblan los topos, cual fantasmas evanescentes, para rodear “puntos” imaginarios a los que sigue aferrándose todavía y contra todo una imaginación recalcitrante...

21. Esta breve excursión a casa de los “vecinos de enfrente”, los físicos, podría servir de punto de referencia a un lector que (como casi todo el mundo) ignora todo lo del mundo de las matemáticas, pero que seguramente ha oído hablar de Einstein y de su famosa “cuarta dimensión”, o incluso de mecánica cuántica. Después de todo, aunque los inventores no hubieran previsto que sus descubrimientos se materializarían en unos Hiroshimas, y más tarde en unas carreras atómicas tanto militares como (supuestamente) “pacíficas”, el hecho es que los descubrimientos físicos tiene un impacto tangible y casi inmediato sobre el mundo de los hombres en general. El impacto de los descubrimientos matemáticos, y sobre todo de las matemáticas llamadas “puras” (es decir, sin motivación en las posibles “aplicaciones”) es menos directo, y seguramente es más delicado percibirlo. No tengo conocimiento, por ejemplo, de que mis contribuciones a la matemática hayan “servido” para algo, sea lo que sea, digamos para construir el menor aparato. No tengo ningún mérito en que así sea, eso es seguro, pero eso no impide que me tranquilice. Cuando hay aplicaciones, podemos estar seguros de que serán los militares (y después la policía) los primeros en adueñarse — y por lo que respecta a la industria (incluso la llamada “pacífica”) no siempre es mejor...

Es cierto que para mi propio provecho, o el de un lector matemático, debería intentar

situar mi obra con unos “puntos de referencia” en la historia de las matemáticas, antes que ir a buscar analogías fuera. He pensado en ello estos últimos días, limitado por mi conocimiento bastante vago de la historia en cuestión⁸⁶. A lo largo del “Paseo” ya he tenido ocasión de evocar una “línea” de matemáticos con un temperamento en el que me reconozco: Galois, Riemann, Hilbert. Si hubiera estado más al corriente de la historia de mi arte, habría podido prolongar esta línea más lejos en el pasado, o quizás intercalar otros nombres que sólo conozco de oídas. Lo que me ha chocado es que no recuerdo haber tenido noticia, aunque sólo fuera por alusiones de mis amigos o colegas más versados en historia que yo, de un matemático aparte de mí que haya aportado una multiplicidad de ideas innovadoras, no más o menos disjuntas unas de otras sino como partes de una vasta visión unificadora (como fue el caso de Newton y Einstein en física y en cosmología, y Darwin y Pasteur en biología). Solamente he tenido noticia de dos “momentos” en la historia de las matemáticas en que haya nacido una “visión” de amplia envergadura. Uno de esos momentos es el del nacimiento de las matemáticas como ciencia, en el sentido que lo entendemos hoy en día, hace 2500 años en la antigua Grecia. El otro es, ante todo, el del nacimiento del cálculo infinitesimal e integral en el siglo diecisiete, época marcada por los nombres de Newton, Leibnitz, Descartes y otros. Pero según sé, la visión nacida en uno y otro momento no fue la obra de un único hombre sino la obra colectiva de una época.

Por supuesto, entre la época de Pitágoras y Euclides y los comienzos del siglo diecisiete, la matemática tuvo tiempo de cambiar de rostro, al igual que entre la del “Cálculo de los infinitamente pequeños” creado por los matemáticos del siglo diecisiete y la de mediados del diecinueve. Pero hasta donde yo sé, los profundos cambios que se dieron en esos dos periodos, uno de más de dos mil años y el otro de tres siglos, nunca se concretizaron o condensaron en una visión nueva que se expresara en cierta obra⁸⁷, de forma similar a lo que ocurrió en física

⁸⁶Ya desde mi infancia, nunca me atrajo la historia (ni tampoco la geografía). (En la quinta parte de Cosechas y Siembras (escrita solamente en parte) tendré ocasión de detectar “de paso” lo que me parece ser la razón profunda de ese “bloqueo” parcial contra la historia — un bloqueo que va desapareciendo, creo, durante estos últimos años.) La enseñanza matemática que recibí de mis mayores, en el “círculo bourbakista”, no arregló las cosas — en ella las referencias históricas ocasionales fueron más que raras.

⁸⁷Unas horas después de escribir estas líneas me chocó que no hubiera pensado en la vasta síntesis de las matemáticas contemporáneas que se esfuerza en presentar el tratado (colectivo) de N. Bourbaki. (Hablabamos abundantemente del grupo Bourbaki en la primera parte de Cosechas y Siembras.) Esto se debe, me parece, a dos razones.

y en cosmología con las grandes síntesis de Newton y Einstein, en dos momentos cruciales de su historia.

Parecería que al ser el servidor de una vasta visión unificadora nacida en mí, soy “único en mi género” en la historia de las matemáticas desde su origen hasta nuestros días. ¡Lamento dar la impresión de querer singularizarme más de lo que parece estar permitido! Para mi alivio, creo distinguir una especie de *hermano* potencial (¡y providencial!) Antes ya tuve ocasión de evocarlo, como el primero en la línea de mis “hermanos de temperamento”: es *Evariste Galois*. En su corta y fulgurante vida⁸⁸ me parece percibir el comienzo de una gran visión — precisamente la de los “esponsales del número y la magnitud” en una visión geométrica nueva. En alguna parte de Cosechas y Siembras⁸⁹ evoco cómo, hace dos años, apareció en mí esta intuición súbita: que en el trabajo matemático que en ese momento ejercía sobre mí la fascinación más poderosa estaba “retomando la herencia de Galois”. Esa intuición, pocas veces evocada después, ha tenido tiempo de madurar en silencio. A ello habrá contribuido seguramente la reflexión retrospectiva sobre mi obra que prosigo desde hace tres semanas. La filiación más directa que creo reconocer actualmente con un matemático del pasado es la que

Por una parte, esa síntesis se limita a una especie de “puesta en orden” de un amplio conjunto de ideas y resultados ya conocidos, sin aportar ideas innovadoras de su propia cosecha. Si hay una idea nueva, sería la de una definición matemática precisa de la noción de “estructura”, que se reveló como un hilo conductor valioso a través de todo el tratado. Pero me parece que esa idea se asemeja más a la de un lexicógrafo inteligente e imaginativo que a un elemento de renovación de una lengua, que permite una aprehensión renovada de la realidad (aquí, la de los objetos matemáticos).

Por otra parte, desde los años cincuenta la idea de estructura fue sobrepasada por los acontecimientos, con la llegada repentina de métodos “categoriales” en las partes más dinámicas de las matemáticas, como la topología o la geometría algebraica. (Así, la noción de “topos” se niega a entrar en el “saco Bourbakista” de las estructuras ¡decididamente estrecho en las sisas!) Al decidir, ciertamente con pleno conocimiento de causa, no involucrarse en ese “infierno”, Bourbaki renunció a su ambición inicial, que era la de proporcionar *los* fundamentos y *el* lenguaje básico para el conjunto de la matemática contemporánea.

Por el contrario, fijó un lenguaje, y a la vez un *estilo* de escribir y de enfocar las matemáticas. Ese estilo era al principio el reflejo (muy parcial) de cierto *espíritu*, herencia viva y directa de Hilbert. Durante los años cincuenta y sesenta ese estilo acabó por imponerse — para lo mejor y (sobre todo) para lo peor. Después de una veintena de años, ha terminado por ser un “*canon*” rígido de un rigor de pura fachada, y el espíritu que antaño lo animaba parece haber desaparecido para siempre.

⁸⁸Evariste Galois (1811–1832) murió en un duelo a la edad de veintiún años. Creo que hay varias biografías suyas. De joven leí una biografía novelada, escrita por el físico Infeld, que me llamó mucho la atención.

⁸⁹Ver “La herencia de Galois” (CyS I, sección 7).

me liga con Evariste Galois. Con razón o sin ella, me parece que esa visión que desarrollé durante quince años de mi vida, y que siguió madurando en mí y enriqueciéndose durante los dieciséis años que han pasado desde mi salida de la escena matemática — que esa visión también es la que Galois no habría podido dejar de desarrollar⁹⁰, si él hubiera estado en estos parajes en mi lugar y sin que una muerte precoz viniera a cortar brutalmente un magnífico impulso.

Todavía hay otra razón que contribuye a darme ese sentimiento de un “parentesco esencial” — de un parentesco que no se reduce únicamente al “temperamento matemático”, ni a los aspectos notables de una obra. Entre su vida y la mía, siento también un parentesco de destinos. Ciertamente Galois murió estúpidamente, a la edad de veintiún años, mientras que yo voy por mis sesenta años, y bien decidido a hacer huesos viejos. Sin embargo eso no impide que Evariste Galois fuera en vida, como yo un siglo y medio después, un “*marginal*” en el mundo matemático oficial. En el caso de Galois, a una mirada superficial pudiera parecerle que esa marginalidad era “accidental”, que él aún no había tenido tiempo de “imponerse” por sus ideas innovadoras y por sus trabajos. En mi caso, durante los tres primeros años de mi vida de matemático, mi marginalidad se debía a mi ignorancia (tal vez deliberada...) de la existencia de un mundo de matemáticos, y desde hace dieciséis años, es la consecuencia de una elección deliberada. Es esa elección, seguramente, la que ha provocado como represalia una “voluntad colectiva sin fisuras” de borrar de las matemáticas cualquier traza de mi nombre, y con él también la visión de la que me había hecho servidor.

Pero más allá de esas diferencias accidentales, creo percibir en esa “marginalidad” una causa común, que siento esencial. Esa causa, que no la veo en circunstancias históricas, ni en particularidades de “temperamento” o de “carácter” (que sin duda son tan diferentes entre él y yo como puedan serlo entre una persona y cualquier otra), y todavía menos al nivel de “dones” (visiblemente prodigiosos en Galois, y comparativamente modestos en mí). Si hay un “parentesco esencial”, lo veo en un nivel mucho más humilde, mucho más elemental.

Durante mi vida, he sentido tal parentesco en contadas ocasiones. Por él también me

⁹⁰Estoy convencido de que un Galois hubiera ido todavía mucho más lejos que yo. Por una parte a causa de sus dones totalmente excepcionales (que a mí no me han tocado en suerte). Por otra porque probablemente no hubiera dedicado, como yo, la mayor parte de su energía a interminables y minuciosas tareas de puesta a punto de lo que ya estaba más o menos conseguido...

siento “pariente” de otro matemático, que fue uno de mis mayores: *Claude Chevalley*⁹¹. El vínculo que quiero señalar es el de una cierta “ingenuidad”, o de una “inocencia”, de la que ya he tenido ocasión de hablar. Ella se expresa por una propensión (a menudo poco apreciada por el entorno) a mirar las cosas con los propios ojos, más que a través de gafas graciosamente ofrecidas por algún grupo humano más o menos amplio, investido de autoridad por una razón u otra.

Esa “propensión”, o esa actitud interior, no es el privilegio de una madurez, sino el de la infancia. Es un don recibido al nacer, al mismo tiempo que la vida — un don humilde y formidable. Un don profundamente oculto a menudo, que algunos han sabido conservar aunque sólo sea un poco, o quizás reencontrar...

También podemos llamarlo *el don de la soledad*.

⁹¹Hablo de Claude Chevalley en Cosechas y Siembras un poco por aquí y por allí, y con más detalle en la sección “Encuentro con Claude Chevalley — o libertad y buenos sentimientos” (CyS I sección 11), y en la nota “Un adiós a Claude Chevalley” (CyS III, nota n° 100).

COSECHAS Y SIEMBRAS

Reflexiones y testimonios
sobre un pasado de matemático

por

Alexandre GROTHENDIECK

CARTA – INTRODUCCION

Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier
et Centre National de la Recherche Scientifique



Una carta

Mayo 1985

1. El texto que te adjunto, mecanografiado e impreso en un número limitado de ejemplares por la atención de mi universidad, no es una tirada aparte ni un preprint. Su nombre, *Cosechas y Siembras*, lo dice bien claro. Te lo envío como enviaría una larga carta — una carta muy personal además. Si te la envío, en vez de dejar que te enteres un día (caso de que tengas curiosidad) en cualquier volumen de venta en una librería (caso de que haya editor tan loco como para correr el riesgo...), es porque me dirijo a ti más que a otros. Pensé en ti más de una vez al escribirlo — hay que decir que hace más de un año que la escribo, esta carta, dedicándome por completo. Es un don que te hago, y al escribir he tenido gran cuidado en dar lo mejor que (en cada momento) podía ofrecer. No sé si este don será recibido — tu respuesta (o tu no-respuesta...) me lo hará saber...

A la vez que a ti, envío *Cosechas y Siembras* a aquellos de mis colegas, amigos o (ex-)alumnos en el mundo matemático que me fueron cercanos en algún momento, o que figuran en mi reflexión de un modo u otro, nombrado explícitamente o no. Probablemente figurarás en ella, y si lees con el corazón y no sólo con los ojos y la cabeza, seguramente te reconocerás incluso donde no estés nombrado explícitamente. Igualmente envío *Cosechas y Siembras* a otros amigos, científicos o no.

Esta “carta de introducción” que vas a leer, que te anuncia y te presenta una “carta de mil páginas” (para empezar...), también hará las veces de Prefacio. Éste último aún no está escrito en el momento de escribir estas líneas. *Cosechas y Siembras* consta además de cinco partes (sin contar una introducción “hecha de retales”). Ahora te envío las partes I (Vanidad y Renovación), II (El Entierro (1) — o el Vestido del Emperador de China), y IV (El Entierro (3) — o las Cuatro Operaciones)⁹². Me parece que son las que te conciernen de modo más particular. La parte III (El Entierro (2) — o la Llave del Yin y del Yang) es sin duda la parte más personal de mi testimonio, y a la vez la que, aún más que las otras, me parece que tiene valor “universal”, más allá de las circunstancias particulares que han rodeado su nacimiento. Hago referencia a esa parte aquí y allá en la parte IV (Las Cuatro Operaciones), aunque ésta puede leerse independientemente, e incluso (en gran medida) independientemente de las tres

⁹²Salvo los colegas que figuran en mi reflexión por un motivo u otro y no conozco personalmente. Me limito a enviarles “Las Cuatro Operaciones” (que les concierne más), junto con el “cuaderno 0” formado por esta carta y la Introducción de *Cosechas y Siembras* (más el índice detallado del conjunto de las cuatro primeras partes).

partes que la preceden⁹³. Si la lectura de lo que te envío te incita a responderme (como es mi deseo), y si te hace desear la lectura de la parte que falta, házmelo saber. Tendré el gusto de hacértela llegar a poco que tu respuesta me haga sentir que tu interés sobrepasa el de una curiosidad superficial.

2. En esta pre-carta, quisiera decirte ahora en algunas páginas (si fuera posible) cuál es el tema de Cosechas y Siembras — decírtelo de forma más detallada que el subtítulo: “Reflexiones y testimonio sobre un pasado de matemático” (mi pasado, lo habrás adivinado...). Hay muchas cosas en Cosechas y Siembras, y unos y otros sin duda verán en él muchas cosas diferentes: un *viaje* para descubrir un pasado, una *meditación* sobre la existencia, un *retrato costumbrista* de un medio y una época (o el retrato del deslizamiento insidioso e implacable de una época en otra...), una *investigación* (casi policial por momentos, y en otros rozando la novela de capa y espada en los bajos fondos de la megalópolis matemática...), una vasta *divagación matemática* (que sembrará más de un...), un tratado práctico de psicoanálisis aplicado (o, si se prefiere, un libro de “*psicoanálisis-ficción*”), un panegírico del *conocimiento de sí mismo*, “*Mis confesiones*”, un *diario* íntimo, una psicología del *descubrimiento y la creación*, una *acusación* (sin piedad, como debe ser...), incluso un *ajuste de cuentas* en “la buena sociedad matemática” (y sin hacer concesiones...). Lo que es seguro es que en ningún momento me he aburrido al escribirlo, mientras que he aprendido y he visto de todo. Si tus importantes tareas te dejan tiempo para leerlo, me extrañaría mucho que te aburrieras leyéndome. Excepto si te fuerzan, quién sabe...

Claramente no se dirige sólo a los matemáticos. También es cierto que en algunos momentos se dirige más a los matemáticos que a los otros. En esta pre-carta de la “carta Cosechas y Siembras” quisiera resumir y sobre todo resaltar lo que como matemático te concierne más particularmente. Para hacerlo, lo más natural sería sencillamente contarte cómo he llegado, poco a poco, a escribir uno tras otro esos cinco “tochos” de los que hemos hablado.

Como sabes, dejé “el gran mundo” matemático en 1970, después de un asunto sobre fondos militares en la institución en que trabajaba (el IHES). Después de unos años de militancia

⁹³En general, comprobarás que cada “sección” (de Vanidad y Renovación) y cada “nota” (de cualquiera de las tres partes siguientes de Cosechas y Siembras) tiene su unidad y su autonomía propias. Puede leerse independientemente del resto, al igual que puede ser interesante y agradable mirar una mano, un pie, un dedo de la mano o del pie, o cualquier otra parte grande o pequeña del cuerpo, sin olvidar no obstante que es parte de un Todo, y que sólo ese Todo (que permanece en lo no-dicho) es el que le da todo su sentido.

anti-militarista y ecologista, estilo “revolución cultural”, de los que sin duda te habrá llegado algún eco, desaparezo prácticamente de la circulación, perdido en una universidad de provincias Dios sabe dónde. Los rumores dicen que me dedico a cuidar ovejas y a cavar pozos. La verdad es que, aparte de muchas otras ocupaciones, iba como todo el mundo a dar mis clases a la Facultad (ésa era mi nada original forma de ganarme el pan, y aún lo es hoy en día). A veces hacía matemáticas en la barra de un bar, durante algunos días, incluso algunas semanas o algunos meses — tengo carpetas llenas con mis garabatos, que debo ser el único en poder descifrar. Pero era sobre cosas muy diferentes, al menos a primera vista, de las que había hecho antes. Entre 1955 y 1970 mi tema predilecto fue la cohomología, principalmente la cohomología de las variedades de todo tipo (particularmente algebraicas). Juzgaba haber hecho suficiente en esa dirección como para que los demás se las arreglasen sin mí, y en cuanto a hacer matemáticas, ya era hora de cambiar de disco...

En 1976 una nueva pasión apareció en mi vida, tan fuerte como antes lo fue mi pasión matemática, y muy emparentada con ella. Es la pasión por lo que he llamado “la meditación” (pues las cosas precisan un nombre). Ese nombre, al igual que ocurriría con cualquier otro nombre en este caso, no puede dejar de suscitar innumerables malentendidos. Al igual que en matemáticas, se trata de un trabajo de descubrimiento. En Cosechas y Siembras me expreso al respecto aquí y allá. Siempre estuvo claro que podía darme ocupación hasta el fin de mis días. Y en efecto, más de una vez pensé que las matemáticas eran algo del pasado y que en adelante sólo me ocuparía de cosas más serias — que iba a “meditar”.

Al final me rendí a la evidencia (hace cuatro años) de que sin embargo la pasión matemática no se había extinguido. Incluso yo, que (después de quince años) no pensaba publicar ni una línea más de matemáticas en mi vida, sin darme bien cuenta y para mi propia sorpresa, de repente me vi embarcado en la escritura de una obra de matemáticas que claramente no tenía fin y que tendría más y más volúmenes; y mientras estuviera en ello, haría el balance de lo que creía que tenía que decir en matemáticas en una serie (¿infinita?) de libros que se llamaría “Reflexiones Matemáticas”, y de la que ya no se habla más.

Eso fue hace dos años, primavera de 1983. Estaba demasiado ocupado escribiendo (el volumen 1 de) “En busca de los Campos”, que sería también el volumen 1 de las “Reflexiones” (matemáticas), como para preguntarme algo sobre lo que me llegaba. Nueve meses más tarde, como debe ser, puede decirse que ese primer volumen estaba terminado, sólo faltaba escribir la introducción, revisar todo, algunas anotaciones — y a la imprenta...

El volumen en cuestión aún no está terminado en la hora presente — no he tocado ni una coma desde hace año y medio. La introducción que faltaba por escribir pasa ya de las mil doscientas páginas (mecanografiadas) y cuando la termine de verdad llegará a las mil cuatrocientas. Habrás adivinado que dicha “introducción” no es otra que Cosechas y Siembras. Según noticias de última hora, se supone que constituirá los volúmenes 1 y 2, junto con parte del volumen 3, de la famosa “serie” prevista. A la vez ésta cambia de nombre y se llamará “Reflexiones” (sin más, no necesariamente matemáticas). El resto del volumen 3 estará formado sobre todo por textos matemáticos, actualmente más candentes para mí que la Búsqueda de los Campos. Ésta deberá esperar al año que viene para las anotaciones, los índices y, por supuesto, una introducción...

¡Fin del primer Acto!

3. Es momento, me parece, de dar algunas explicaciones: por qué dejé tan abruptamente un mundo en el que, aparentemente, me había sentido a gusto durante más de veinte años de mi vida; por qué tuve la extraña idea de “retornar” (cual un resucitado...) cuando se las habían arreglado muy bien sin mí durante esos quince años; y en fin por qué una introducción a una obra matemática de seiscientas o setecientas páginas ha terminado por tener mil doscientas (o cuatrocientas). Y también es aquí, al entrar en el centro del tema, donde sin duda te voy a entristecer (¡lo siento!), incluso puede que a irritarte. Porque no hay duda de que, al igual que yo antes, te gusta ver “de color rosa” el medio del que formas parte, en el que tienes tu lugar, tu nombre y todo eso. Sé lo que es eso... Y va a rechinar un poco...

En Cosechas y Siembras hablo acá y allá del episodio de mi salida, sin detallar demasiado. Esa “salida” se presenta más bien como un corte importante en mi vida matemática — los sucesos de mi vida matemática siempre se sitúan, con un “antes” o “después”, con respecto a ese “punto”. Fue necesario un *golpe* muy fuerte para arrancarme de un medio en que estaba muy arraigado, y de una trayectoria muy marcada. Ese golpe vino por la confrontación, en un medio con el que estaba fuertemente identificado, con cierta forma de corrupción⁹⁴ sobre la que había preferido cerrar los ojos hasta ese momento (simplemente absteniéndome de

⁹⁴Se trata de la colaboración sin reservas, con el “stablishment” a la cabeza, de los científicos de todos los países con los aparatos militares como fuente cómoda de financiación, de prestigio y de poder. Esta cuestión apenas aflora de paso una o dos veces en Cosechas y Siembras, por ejemplo en la nota “El respeto” del pasado 2 de abril (nº 179, páginas 1221–1223).

participar en ella). Ahora, con perspectiva, me doy cuenta de que más allá del suceso había una fuerza más profunda que actuaba en mí. Era una intensa *necesidad de renovación interior*. Tal renovación no podía realizarse y proseguirse en el tibio ambiente de estudio científico de una institución de alto standing. Detrás de mí, veinte años de intensa creatividad matemática y desmesurada dedicación a las matemáticas — y al mismo tiempo también veinte largos años de estancamiento espiritual, en una “torre de marfil”.... Sin darme cuenta me ahogaba — ¡lo que necesitaba era aire fresco! Mi “salida” providencial marcó el repentino fin de un largo estancamiento y fue un primer paso hacia un equilibrio de las profundas fuerzas de mi ser, sometidas y apresadas en un estado de desequilibrio intenso, petrificado... Esa salida verdaderamente fue una *nueva salida* — el primer paso de un nuevo viaje...

Como ya he dicho, mi pasión matemática no se había extinguido. Se se expresó en unas reflexiones esporádicas y por vías totalmente diferentes de las que había seguido “antes”. En cuanto a la *obra* que dejaba tras de mí, la “de antes”, tanto la publicada negro sobre blanco como la, quizás más esencial, que aún no había encontrado el camino de la escritura o el texto publicado — pudiera parecer, y en efecto a mí me lo parecía, que ya no dependía de mí. Hasta el año pasado, con Cosechas y Siembras, ni se me ocurrió escribir por poco que fuera sobre los confusos ecos que de tarde en tarde me llegaban. Sabía muy bien que todo lo que había hecho en matemáticas, y más particularmente en mi periodo “geométrico” de 1955 a 1970, era algo que *debía* hacerse — y que lo que había visto o entrevisto era algo que *debía* aparecer, que *era necesario* sacar a la luz. Y también, que el trabajo que había hecho, y el que había hecho hacer, era trabajo bien hecho, trabajo en el que me había implicado por completo. En él había puesto toda mi fuerza y todo mi amor, y (así me lo parecía) en adelante sería autónomo — algo vivo y vigoroso que ya no necesitaría mis cuidados maternos. Por ese lado salí con el espíritu perfectamente tranquilo. No tenía ninguna duda de que las cosas escritas y no escritas que dejaba, las dejaba en buenas manos que sabrían cuidarlas para que se desplegaran, crecieran y se multiplicaran según su propia naturaleza de algo vivo y vigoroso.

En esos quince años de intenso trabajo matemático, en mí había eclosionado, madurado y crecido una vasta *visión unificadora*, que se encarnó en unas *ideas-motrices* muy simples. La visión era la de una “geometría aritmética”, síntesis de la topología, la geometría (algebraica y analítica) y la aritmética, de la que encontré un primer embrión en las conjeturas de Weil. Ella fue mi principal inspiración en esos años, que son para mí aquellos en que desentrañé las ideas maestras de esa geometría nueva y en que di forma a algunas de sus principales herramientas.

Esa visión y esas ideas-motrices llegaron a ser para mí como una segunda naturaleza. (Y después de haber cesado todo contacto con ella durante casi quince años, ¡hoy compruebo que esa “segunda naturaleza” aún está viva en mí!) Para mí eran tan simples y tan evidentes que ni que decir tiene que “todo el mundo” las había asimilado y hecho suyas poco a poco, a la vez que yo. No ha sido hasta hace poco, en estos últimos meses, que me he dado cuenta de que ni la visión ni las “ideas-motrices” que habían sido mi guía constante estaban escritas con todas sus letras en algún texto publicado, si no es a lo más entre líneas. Y sobre todo, que esa visión que creí comunicar, y esas ideas-motrices que la llevan, permanecen aún hoy, veinte años después de alcanzar una madurez plena, ignoradas por todos. Soy yo, el obrero y el servidor de lo que tuve el privilegio de descubrir, el único en que todavía están vivas.

Tal herramienta o tal otra a la que había dado forma, se utiliza aquí o allá para “romper” un problema con fama de difícil, como se forzaría una caja fuerte. Aparentemente la herramienta es sólida. Sin embargo sé que tiene otra “fuerza” además de la de una ganzúa. Forma parte de un Todo, igual que un miembro forma parte de un cuerpo — un Todo del que proviene, que le da su sentido y del que saca fuerza y vida. Puedes usar un hueso (si es grueso) para fracturar un cráneo, eso está claro. Pero ésa no es su verdadera función, su razón de ser. Y veo esas herramientas esparcidas de las que se han apropiado unos y otros un poco como huesos, cuidadosamente despiezados y limpiados, que hubieran arrancado a un cuerpo — un cuerpo vivo que aparentan ignorar...

Lo que digo en Cosechas y Siembras en términos cuidadosamente sopesados, al final de una larga reflexión, debí percibirlo poco a poco y de modo difuso a lo largo de los años, al nivel de lo informulado que aún no busca tomar forma en un pensamiento y en imágenes conscientes, mediante la palabra claramente articulada. En el fondo había decidido que ese pasado ya no me concernía más. Sin embargo los ecos que me llegaban de tarde en tarde, por más tamizados que estuvieran, eran elocuentes, a poco que me detuviera en ellos. Creí ser un obrero entre otros afanándose en cinco o seis “obras”⁹⁵ en plena actividad — tal vez un obrero más experimentado, el mayor que antes había trabajado solo en esos lugares, durante largos años, antes de que llegara un relevo bienvenido; el mayor, de acuerdo, pero en el fondo

⁹⁵Me expreso respecto a esas “obras” abandonadas, y por fin les paso revista, en la sucesión de notas “Las obras soladas” (nºs 176’ a 178) de hace tres meses. Un año antes, y antes de descubrir el Entierro, ya traté este tema en la primera nota en que retomo el contacto con mi obra y con la suerte que tuvo, en la nota “Mis huérfanos” (nº 46).

igual a los otros. Y he ahí que, al irse éste, fue como una empresa de albañilería que se hubiera declarado en quiebra a raíz de la imprevista muerte del patrón: de la noche a la mañana, por así decir, las obras quedaron desiertas. Los “obreros” se marcharon, llevándose cada uno bajo el brazo las pequeñas herramientas que pensaba usar en su casa. La caja del dinero se marchó y ya no había ninguna razón para seguir currando...

Ésta también es una formulación decantada a través de una reflexión y una investigación que se ha desarrollado durante más de un año. Pero seguramente era algo percibido en “alguna parte” ya desde los primeros años después de mi salida. Dejando aparte los trabajos de Deligne sobre los valores absolutos de los valores propios del Frobénius (la “cuestión prestigiosa” según comprendí posteriormente...) — cuando de tarde en tarde me encontraba con alguno de mis compañeros de antaño, con los que había trabajado en las mismas obras, y le preguntaba “¿y entonces...?” siempre era el mismo gesto elocuente, los brazos en alto como pidiendo gracia... Claramente todos estaban ocupados en cosas más importantes que las que me llegaban al corazón — y claramente también, mientras todos se afanaban con un aire ocupado e importante, se hacía poca cosa. Lo esencial había desaparecido — una *unidad* que daba su sentido a las tareas particulares, y un *calor* también, me parece. Quedaban tareas desperdigadas, arrancadas de un todo, cada uno en su rincón cuidando su pequeña hucha, o haciéndola fructificar mal que bien.

Aunque lo hubiera querido, no podía evitar la pena al entrever que todo se había parado de golpe, al no escuchar hablar más ni de motivos, ni de topos, ni de las seis operaciones, ni de los coeficientes de De Rham, ni de los de Hodge, ni del “functor misterioso” que debía entrelazar en un mismo abanico, alrededor de los coeficientes de De Rham, los coeficientes l -ádicos para todos los números primos, ni de los cristales (salvo para enterarme de que siempre están en el mismo punto), ni de las “conjeturas standard” ni de otras que había extraído y que evidentemente eran cruciales. Incluso el amplio trabajo de fundamentos iniciado en los Elementos de Geometría Algebraica (con la incansable ayuda de Dieudonné), que hubiera bastado continuar bajo el empuje que ya había adquirido, fue dejado de lado: todo el mundo se limitaba a instalarse en los muros y con los muebles que otro había reunido, montado y pulido con paciencia. Marchado el obrero, a nadie se le ocurrió remangarse a su vez y ponerse manos a la obra para construir los numerosos edificios que quedaban por construir, unas *casas* habitables para ellos mismos y para todos...

De nuevo no he podido evitar enlazar con imágenes plenamente conscientes, que se han

desprendido y han aflorado mediante un trabajo de reflexión. Pero para mí no hay duda de que esas imágenes ya debían estar presentes de una forma u otra en las capas profundas de mi ser. Ya debí sentir la insidiosa realidad de un *Entierro* de mi obra y de mi persona, que se me impuso de repente con una fuerza irrecusable y con ese mismo nombre, “El Entierro”, el 19 de abril del año pasado. Por el contrario, de modo consciente ni por asomo me habría ofuscado o afligido. Después de todo, “compañero” de hace poco o no, sólo incumbía al interesado en qué ocupaba su tiempo. Si lo que antes parecía motivarle e inspirarle ya no le inspiraba más, era asunto suyo, no el mío. Si lo mismo parecía sucederle, con sincronización perfecta, a todos mis ex-alumnos sin excepción, aún era asunto de cada uno por separado y no era como para ir a buscar el sentido que pudiera tener ¡y punto final! En cuanto a las cosas que había dejado, y a las que seguía ligándome un vínculo profundo e ignorado — aunque estaban claramente abandonadas en esas obras desoladas, bien sabía yo que no eran de las que pudieran temer la “injuria del tiempo” ni los vaivenes de las modas. Si todavía no habían entrado en el patrimonio común (como me había parecido hacía poco), no podrían dejar de hacerlo tarde o temprano, en diez años o en cien, en el fondo poco importaba...

4. Aunque durante esos años tuve a bien eludir la percepción difusa de un Entierro de grandes proporciones, éste no ha dejado de enviarme obstinadamente recuerdos de su parte con otros rostros menos anodinos que el de una simple desafección por una obra. Poco a poco me fui enterando, no sabría bien decir cómo, de que varias nociones que formaban parte de la olvidada visión no sólo habían caído en desuso sino que, en cierta buena sociedad, eran objeto de un desdén condescendiente. Tal fue el caso, principalmente, de la noción crucial y unificadora de topos, en el corazón mismo de la nueva geometría — la que proporciona una intuición geométrica común para la topología, la geometría algebraica y la aritmética — y también la que me permitió desentrañar tanto la cohomología étal y l -ádica como las ideas maestras (más o menos olvidadas después, es cierto...) de la cohomología cristalina. A decir verdad, a lo largo de los años insidiosamente y misteriosamente incluso mi nombre llegó a ser objeto de burla — como sinónimo de oscuros embrollos sin fin (justamente como los de esos famosos “topos” o esos “motivos” con los que él os llenaba los oídos y nadie había visto jamás...), de nimiedades de mil páginas y de gigantesca palabrería sobre lo que, de cualquier modo, todo el mundo sabía ya desde siempre y sin haberlo escuchado... Un poco en esos tonos, pero con sordina, a base de sobreentendidos y con toda la delicadeza que se estilaba

“entre gentes de altos vuelos y exquisita compañía”.

A lo largo de la reflexión realizada en Cosechas y Siembras creo haber puesto el dedo sobre las profundas fuerzas que actúan en unos y otros detrás de esos aires de burla y desdén ante una obra cuyo alcance, vida y alma se les escapan. También he descubierto (dejando de lado los rasgos particulares de mi persona que han marcado mi obra y mi destino) el *catalizador* secreto que ha inducido a esas fuerzas a manifestarse bajo esa forma de desprecio desenvuelto ante los signos elocuentes de una creatividad intacta; el Gran Celebrante de las Exequias, en suma, en ese Entierro con sordina por la burla y por el desprecio. Es extraño, entre todos también es el que me fue más cercano — y también el único que un día asimiló e hizo suya cierta visión llena de vida y de intensa fuerza. Pero anticipo...

A decir verdad, esas “ráfagas de discreta burla” que me llegaban de vez en cuando no me afectaban demasiado. De alguna forma permanecían anónimas, incluso hasta hace tres o cuatro años. En ellas ciertamente veía un signo de los tiempos poco reconfortante, pero realmente no me cuestionaban y no me producían angustia ni inquietud. Por el contrario, lo que me afectaba más directamente eran las señales de distanciamiento de mi persona que ocasionalmente me llegaban de buena parte de mis antiguos amigos en el mundo matemático, amigos a los que (a pesar de mi salida de un mundo que nos fue común) seguía sintiéndome ligado por vínculos de simpatía, además de los que crea una pasión común y cierto pasado común. También en esos casos, aunque siempre me dio pena, nunca me detuve ni jamás me vino el pensamiento (hasta donde alcanzo a recordar) de relacionar esas tres series de señales: las obras abandonadas (y la visión olvidada), el “viento de burla” y el distanciamiento de muchos de los que fueron amigos míos. Les he escrito a cada uno de ellos y no he tenido respuesta alguna. Sin embargo no era raro que las cartas que enviaba a antiguos amigos o alumnos, sobre temas que me llegaban al corazón, quedasen sin respuesta. A nuevos tiempos, nuevas costumbres — ¿qué podía hacer? Me limité a dejar de escribirles más. Sin embargo (si eres uno de ellos) esta carta que estoy escribiendo será una excepción — una palabra que de nuevo se te ofrece — a ti te toca ver si esta vez la acoges o la rechazas de nuevo...

Las primeras señales de un distanciamiento de ciertos antiguos amigos respecto de mi persona se remontan, si no me equivoco, a 1976. También fue el año en que comenzó a aparecer otra “serie” de señales de la que aún debo hablar antes de volver a Cosechas y Siembras. Mejor dicho, ambas series de señales aparecieron conjuntamente. En este mismo momento en que estoy escribiendo, a decir verdad me parece que son indisolubles, que en el fondo son dos

aspectos o “caras” diferentes de una misma realidad que ese año irrumpió en el campo de mis propias vivencias. El aspecto del que iba a hablar hace un momento es el de un “no procede” sistemático, discreto y sin apelación, reservado por un “consenso sin fisuras”⁹⁶ a algunos alumnos-y-asimilados de *después* de 1970 que, por sus trabajos, su estilo de trabajo y su inspiración, claramente llevaban la marca de mi influencia. Bien pudiera ser que también en esa ocasión, por primera vez, percibiera ese “aliento de discreta burla” que, a través de ellos, apuntaba a cierto *estilo* y cierto *enfoque* de la matemática — un estilo y una visión que (según un consenso que aparentemente ya era universal en el *stablishment* matemático) *estaban fuera de lugar*.

De nuevo era algo percibido con claridad a nivel inconsciente. Incluso ese mismo año terminó por imponerse a mi atención consciente, después de que el mismo escenario aberrante (que ilustraba la imposibilidad de lograr publicar una tesis evidentemente brillante) se repitiera cinco veces seguidas, con la grotesca obstinación de un gag circense. Repensándolo ahora, me doy cuenta de que cierta realidad “me hacía señales” con insistencia benevolente, mientras que yo hacía como si estuviera sordo: “Eh, mira eso tonto, atiende un poco a lo que pasa delante de tus narices, ¡vaya si te concierne...!” Reaccioné un poco y miré (durante un instante) medio sorprendido y medio distraído: “ah sí, bien, un poco extraño, se diría que están resentidos con alguien, decididamente algo ha debido sentar mal, y con esa coordinación tan perfecta, ¡a fe mía que apenas es creíble!”

Hasta tal punto era increíble que me apresuré a olvidar el gag y el circo. Es cierto que no me faltaban otras ocupaciones interesantes. Eso no impidió que el circo me enviara recuerdos de su parte en los siguientes años — ya no en los tonos del gag sino en los de un secreto deleite en humillar o en el de un puñetazo en plena cara, sólo que estamos entre personas distinguidas y por fuerza el puñetazo también toma formas más distinguidas, pero igualmente eficaces, según la inventiva de las distinguidas personas en cuestión...

El episodio que sentí como “un puñetazo en plena cara” (de otro) se sitúa en octubre de 1981⁹⁷. Esa vez, y por primera vez desde que me llegaban las señales insistentes de un nuevo

⁹⁶En Vanidad y Renovación se evoca esporádicamente ese “consenso sin fisuras” que termina por ser objeto de un testimonio detallado y de una reflexión en la parte que le sigue, El Entierro (1), con el “Cortejo X” o el “Furgón Fúnebre”, formado de “notas féretros” (nºs 93-96) y de la nota “El Sepulturero — o la Congregación al completo”. Ésta cierra esa parte de Cosechas y Siembras y al tiempo constituye el primer resultado de ese “segundo aliento” de la reflexión.

⁹⁷Este episodio se narra en la nota “Féretro 3 — o las jacobinas un poco demasiado relativas” (nº 95), prin-

espíritu, fui alcanzado — con más fuerza sin duda que si me hubieran pegado a mí en vez de encajarlo otro, a quien tenía cariño. Hacía un poco las veces de alumno y además era un matemático notablemente dotado, y acababa de hacer cosas valiosas — pero eso es un detalle después de todo. Por el contrario, lo que no es un detalle es que tres de mis alumnos “de antes” eran directamente solidarios de un acto que el interesado recibió (y no sin razón) como una humillación y una afrenta. Otros dos de mis antiguos alumnos ya habían tenido ocasión de tratarle con desdén, como ricachones enviando a paseo a un pordiosero⁹⁸. Además otro alumno iba a seguir sus pasos tres años más tarde (y también con el estilo “puñetazo en la cara”) — pero por supuesto eso yo no lo sabía aún. Lo que entonces me interpelaba era más que suficiente. Era como si mi pasado matemático, jamás examinado, de repente me provocara insolentemente con una risita odiosa.

Ése o nunca habría sido el momento de pararse y sondear el sentido de lo que repentinamente me interpelaba con tal violencia. Pero en alguna parte de mí se había decidido (sin que jamás hubiera tenido que decirse...) que ese pasado “de antes” ya no me concernía más, que no tenía que detenerme en eso, que si ahora parecía interpelarme con una voz que conocía demasiado bien — la del tiempo del desprecio — decididamente era por equivocación. Y no obstante, la angustia me ahogó durante días y quizás semanas, sin ni siquiera tomar nota. (No terminé de tomar conciencia de esa angustia, puesta bajo control tan pronto como apareció, hasta el año pasado, cuando la escritura de Cosechas y Siembras me hizo recordar ese episodio.) En lugar de darme por enterado y sondear su sentido, escribí a diestro y siniestro “las cartas que correspondía” en un estado de gran agitación. Los interesados hasta se tomaron la molestia de responderme, por supuesto unas cartas evasivas que no entraban en el fondo de nada. Las olas terminaron por calmarse y todo volvió al orden. Apenas volví a pensar en ello antes del año pasado. Sin embargo, esa vez quedó como una herida, o más bien como una astilla dolorosa que evitamos tocar: una astilla que *mantiene* esa herida que sólo necesita cerrarse...

Seguramente ésa fue la experiencia más dolorosa y más penosa que he vivido en mi vida de matemático — cuando me fue dado ver (sin consentir no obstante en *conocer* verdaderamente lo que mis ojos veían) “tal alumno o compañero de antaño que amé, gozar aplastando discretamente a tal otro que amo y en el que me reconoce”. Seguramente me ha marcado más

cialmente en las páginas 404–406.

⁹⁸Se comenta de paso en la nota citada en la anterior nota a pie de página.

que los descubrimientos tan absurdos que hice el año pasado, que (a una mirada superficial) pueden parecer mucho más increíbles... Es verdad que esa experiencia hizo entrar en resonancia otras cuantas de las mismas tonalidades pero menos violentas, y que inmediatamente pasaron a “primer plano”.

Esto me recuerda que ese mismo año 1981 fue también el de un giro draconiano en mi relación con el único de mis antiguos alumnos con el que mantuve relaciones regulares después de mi salida, y también el que desde hacía una quincena de años estaba considerado como mi “interlocutor privilegiado” a nivel matemático. En efecto, fue el año en que “las señales de un desdén” que ya habían aparecido desde hacía algunos años⁹⁹ “de repente se hicieron tan brutales” que cesé toda comunicación matemática con él. Eso fue unos meses antes del episodio-puñetazo de hace un momento. Con perspectiva la coincidencia me parece llamativa, pero entonces no creo haber hecho la menor relación. Estaban colocados en “casilleros” separados, unos casilleros que alguien, por añadidura, había declarado que verdaderamente no tendrían consecuencias — ¡se terminó el debate!

Y esto también me recuerda que en junio de ese mismo año 1981 ya tuvo lugar cierto *Coloquio* brillante, memorable por más de un motivo — un coloquio que bien merece entrar en la Historia (o en lo que quede de ella...) bajo el nombre indeleble de “Coloquio Perverso”. Supe de su existencia (o mejor, ¡se me vino encima!) el 2 de mayo del año pasado, dos semanas después de descubrir (el 19 de abril) El Entierro en carne y hueso — y en seguida comprendí que acababa de dar con la *Apoteosis*. La apoteosis de un entierro ciertamente, pero también una *apoteosis del desprecio* de lo que, desde hace dos mil años que nuestra ciencia existe, ha sido el fundamento tácito e inmutable de la ética del matemático: a saber, esa regla elemental de no presentar como suyos las ideas y resultados tomados de otro. Y al darme cuenta ahora de esa notable coincidencia en el tiempo entre dos sucesos que pueden parecer de naturaleza y alcance muy diferentes, me sorprende ver cómo se muestra aquí el vínculo profundo y evidente entre el *respeto de la persona* y el de las reglas éticas elementales de un arte o una ciencia, que hacen de su ejercicio algo distinto de una “rebatina”, y de los que son conocidos por destacar y dar el tono en ella algo distinto de una “mafia” sin escrúpulos. Pero de nuevo anticipo...

5. Creo que ya he revisado casi todo el contexto en que tuvo lugar mi “retorno a las

⁹⁹Este episodio se relata en la nota “Dos virajes” (nº 66).

matemáticas” y, en consecuencia, la escritura de Cosechas y Siembras. A finales de marzo del año pasado, en la segunda sección de vanidad y Renovación (“El peso de un pasado” (nº 50)), por fin pensé en preguntarme sobre las razones y el sentido de ese retorno inesperado. En cuanto a las “razones”, seguramente la más fuerte de todas era la impresión, difusa e imperiosa a la vez, de que esas cosas fuertes y vigorosas que hacía poco había creído confiar a manos amorosas “era en una tumba, apartadas de los beneficios del viento, de la lluvia y del sol, donde habían languidecido durante esos quince años en que las había perdido de vista”¹⁰⁰. Poco a poco debí comprender, y sin que jamás pensara en decírmelo antes de hoy mismo, que nadie más que yo sería el que por fin hiciera saltar esas tablas carcomidas que aprisionaban cosas vivas hechas, no para pudrirse en féretros cerrados sino para desarrollarse al aire libre. Y esos aires de falsa compunción y de insidiosa burla alrededor de esos féretros acolchados y repletos (a imagen del añorado difunto, sin duda...) también debieron “terminar por despertar en mí una fibra de combatividad que se había adormecido un poco en los últimos diez años”, y “las ganas de lanzarme a la pelea...”¹⁰¹.

Así fue cómo, hace dos años, lo que en principio estaba previsto como una rápida prospección, de algunos días o algunas semanas a lo más, de una de esas “obras” abandonadas se convirtió en un gran folletín matemático de N volúmenes que forma parte de la famosa nueva serie de “Reflexiones” (“matemáticas” a la espera de podar ese calificativo inútil). Desde el momento en que supe que iba a escribir una obra matemática destinada a publicarse, también supe que le añadiría, además de una introducción “matemática” más o menos conforme con la costumbre, otra introducción de naturaleza más personal. Sentía que era importante que diera explicaciones sobre mi “retorno”, que de ningún modo era un retorno a un *medio*, sino solamente el retorno a una intensa dedicación matemática y a la publicación de textos matemáticos salidos de mi pluma durante un tiempo indeterminado. Igualmente quería explicarme sobre el espíritu con que ahora escribía las matemáticas, muy diferente en ciertos aspectos del espíritu de mis escritos de antes de mi salida — el espíritu “diario de abordo” de un viaje de descubrimiento. Sin contar que había otras cosas que tenía en el corazón, sin duda ligadas a éstas, pero que sentía más esenciales aún. Para mí estaba claro que iba a tomarme mi tiempo para decir lo que tenía que decir. Esas cosas, todavía difusas, para mí eran inseparables del sentido que iban a tener esos volúmenes que me preparaba a escribir y las “Reflexiones”

¹⁰⁰Cita sacada de la nota “La melodía de la tumba — o la suficiencia” (nº 167), página 826.

¹⁰¹Ver “El peso de un pasado” (sección nº 50), principalmente p. 137.

en las que iban a insertarse. No era cuestión de ponerlos ahí precipitadamente, como pidiendo excusas por abusar del preciado tiempo de un lector apresurado. Si en “En busca de los Campos” había algo que era bueno conocer, para él y para todos, era justamente eso que me reservaba para decir en esa introducción. Si veinte o treinta páginas no bastasen para decirlas, pondría cuarenta o cincuenta, que no quede por eso — sin contar que no obligaba a nadie a leerme...

Así es cómo nació Cosechas y Siembras. Escribí las primeras páginas de la introducción prevista en el mes de junio de 1983, en un hueco durante la escritura del primer volumen de En busca de los Campos. Después la retomé en febrero del año pasado, cuando ese volumen estaba prácticamente terminado desde hacía varios meses¹⁰². Contaba con que esa introducción sería ocasión para aclararme sobre dos o tres cosas que permanecían un poco confusas en mi espíritu. Pero no sospechaba que iba a ser, al igual que el volumen que acababa de escribir, un *viaje de descubrimiento*; un viaje a un mundo mucho más rico y de dimensiones más vastas que el que me disponía a explorar en el volumen escrito y en los que debían seguirle. A lo largo de los días, las semanas y los meses, sin darme cuenta de lo que me ocurría, proseguí ese nuevo viaje de descubrimiento de cierto pasado (obstinadamente eludido durante más de tres decenios...), y de mí mismo y de los vínculos que me ligan con ese pasado; el descubrimiento también de algunos de los que fueron mis compañeros en el mundo matemático y que tan mal conocía; y en fin, de paso y por añadidura, un viaje de descubrimiento matemático, pues por primera vez desde hacía quince o veinte años¹⁰³ me tomaba mi tiempo para volver sobre algunas de las cuestiones candentes que había dejado en el momento de mi salida. En suma, puedo decir que son *tres* viajes de descubrimiento, íntimamente entrelazados, los que prosigo en las páginas de Cosechas y Siembras. Y a ninguno de los tres le he puesto el punto final, en la página mil doscientos y pico. Los ecos que vaya a tener mi testimonio (incluyendo el eco por el silencio...) serán parte de la “continuación” del viaje. En cuanto a su “término”, seguramente este viaje es de esos que nunca terminan — tal vez ni siquiera el día de nuestra muerte...

¹⁰²Entretanto pasé un mes reflexionando sobre la “superficie estructural” de un sistema de pseudo-rectas obtenido a partir del conjunto de todas las “posiciones relativas” posibles de una pseudo-recta respecto a uno de tales sistemas. También escribí el “Esbozo de un Programa” que se incluirá en el volumen 3 de las Reflexiones.

¹⁰³En los años cincuenta y sesenta a menudo había reprimido mi deseo de lanzarme tras esas cuestiones jugosas y candentes, acaparado por interminables tareas de fundamentos que nadie sabía o quería continuar en mi lugar, y que tampoco nadie después de mi salida tuvo el empeño de continuar...

Y he aquí que vuelvo al punto de partida: decirte por adelantado, si fuera posible, “de qué trata” Cosechas y Siembras. Pero también es verdad que, incluso sin haberlo buscado, las páginas precedentes ya te lo han dicho más o menos. Quizás sea más interesante que siga el impulso adquirido y *cuenta*, en vez de que “anuncie”.

Junio de 1985

6. Las páginas precedentes fueron escritas en un “hueco” el mes pasado. Entretanto, por fin le he dado la última mano a las “Cuatro Operaciones” (la cuarta parte de Cosechas y Siembras) — ya sólo me falta terminar esta carta o “pre-carta” (que también parece adquirir dimensiones prohibitivas...) para que al fin todo esté listo para escribirlo a máquina y copiarlo. Creí que no lo lograba, ¡hace más de año y medio que estoy “a punto de terminar” estas famosas notas!

Al ponerme a escribir esta “introducción” de naturaleza algo inhabitual en una obra matemática, en el mes de febrero del año pasado (y ya el año antes en el mes de junio), había sobre todo (creo) tres clases de cosas sobre las que deseaba expresarme. En primer lugar quería explicar mis intenciones al volver a la actividad matemática, y el espíritu con que había escrito ese primer volumen de “En Busca de los Campos” (que acababa de declarar terminado), y también el espíritu con que pretendía proseguir un viaje de exploración y descubrimiento matemático aún más vasto en las “Reflexiones”. Para mí ya no se trataría de presentar fundamentos meticulosos y de punta en blanco para algún nuevo universo matemático que nace. Serían más bien un “cuaderno de bitácora” en que el trabajo proseguiría día a día, sin ocultar nada y tal como se realiza *realmente*, con sus fallos y sus rodeos, sus vueltas atrás y sus repentinos saltos adelante — un trabajo llevado adelante irresistiblemente día tras día (a pesar de los innumerables incidentes e imprevistos), como por un hilo invisible, por una visión elusiva, tenaz y segura. Un trabajo a tientas muy a menudo, sobre todo en esos “momentos sensibles” en que aflora, apenas perceptible, alguna intuición aún sin nombre y sin rostro, o en el inicio de algún nuevo viaje tras la llamada de algunas primeras ideas e intuiciones, a menudo elusivas y reticentes a dejarse captar en las mallas del lenguaje, mientras que con frecuencia el lenguaje adecuado para captarlas con delicadeza es precisamente lo que falta. Antes que nada, tal lenguaje es lo que hay que extraer de una aparente nada de brumas impalpables. Lo que aún sólo se presiente, antes de ser entrevisto y mucho menos “visto” y tocado con los dedos, poco a poco se decanta de lo imponderable, se desprende de su manto de sombra y brumas

para tomar forma y carne y peso...

Esa parte del trabajo, aparentemente sin valor por no decir (muchas veces) que es una pifia, es la parte más delicada y la más esencial — aquella en que verdaderamente algo *nuevo* hace su aparición, por efecto de una intensa atención, de una solicitud, de un respeto por esa cosa frágil e infinitamente delicada a punto de nacer. Es la parte creadora entre todas — la de la concepción y lenta gestación en las cálidas tinieblas de la matriz nutricia, desde el invisible gameto doble original que deviene embrión informe, para transformarse a lo largo de los días y los meses, mediante un trabajo oscuro e intenso, invisible y poco aparente, en un nuevo ser de carne y hueso.

Ésa también es la parte “oscura”, la parte “yin” o “*femenina*” del trabajo de descubrimiento. El aspecto complementario, la parte “claridad”, o “yang” o “*masculina*”, se parecería más bien al trabajo a golpes de martillo o de maza sobre un escoplo bien afilado o sobre un troquel de buen acero templado. (Con herramientas ya dispuestas al uso y de una eficacia comprobada...) Ambos aspectos tienen su razón de ser y su función, en simbiosis inseparable uno con el otro — o mejor dicho, son la *esposa* y el *esposo* de la pareja indisoluble de las dos fuerzas cósmicas originales cuyo abrazo renovado sin cesar hace resurgir sin cesar las oscuras labores creadoras de la concepción, de la gestación y el nacimiento — del nacimiento del *niño*, de lo nuevo.

La segunda cosa de la que sentía la necesidad de expresarme, en mi famosa “introducción” personal y “filosófica” a un texto matemático, era precisamente sobre la naturaleza del trabajo creador. Desde hacía varios años me había dado cuenta de que esa naturaleza generalmente era ignorada, ocultada por clichés universales y por represiones y miedos ancestrales. Hasta qué punto es así sólo lo he descubierto, progresivamente, durante días y meses, a lo largo de la reflexión y de la “investigación” realizada en Cosechas y Siembras. Desde el “saque del centro” de esa reflexión, en algunas páginas fechadas en junio de 1983, me sorprendió por primera vez el alcance de ese hecho de apariencia anodina, y sin embargo pasmoso a poco que uno repare en él: que esa parte “creadora entre todas” de la que acabo de hablar en el trabajo de descubrimiento *no se transparenta prácticamente en ninguna parte* en los textos o discursos que se supone presentan uno de tales trabajos (o al menos sus frutos más tangibles); tanto si son manuales y otros textos didácticos, como artículos y memorias originales, o cursos orales y notas de seminarios etc. Hay, se diría que desde hace milenios, desde los orígenes mismos de las matemáticas y las otras artes y ciencias, una especie de “conspiración del silencio” acerca

de esas “*inevitables labores*” que preceden a la eclosión de toda idea nueva, grande o pequeña, que renueve nuestro conocimiento de una porción de este mundo, en perpetua creación, donde vivimos.

Para decirlo todo, parecería que la represión del conocimiento de ese aspecto o de esa fase, el más crucial de todos en todo trabajo de descubrimiento (y en el trabajo creador en general), es eficaz hasta tal punto, está interiorizada hasta tal punto por esos mismos que no obstante conocen tal trabajo de primera mano, que a menudo se juraría que incluso esos han erradicado toda traza de su recuerdo consciente. Un poco como en una sociedad puritana a ultranza una mujer habría erradicado de su recuerdo, en relación a cada uno de esos niños que considera un deber reñir y castigar, el momento del abrazo (sufrido a su pesar) en que lo concibió, los largos meses del embarazo (vivido como un inconveniente) y las largas horas del alumbramiento (soportadas como un calvario poco agradable, seguido al fin de una liberación).

Esta comparación puede parecer exagerada, y en efecto tal vez lo sea si la aplico a lo que ahora recuerdo del espíritu que conocí en el medio matemático del que yo mismo formaba parte hace veinte años. Pero durante mi reflexión en Cosechas y Siembras he podido darme cuenta, y de modo sorprendente en estos últimos meses sobre todo (al escribir las “Cuatro Operaciones”), de que después de mi salida de la escena matemática ha habido una *degradación* pasmosa en el espíritu que ahora impera en los medios que conocí y (al menos en gran medida, me parece) en el mundo matemático en general¹⁰⁴. Incluso es posible, tanto por mi personalidad matemática tan particular como por las condiciones que rodearon mi salida, que ésta haya actuado como un catalizador en una evolución que ya estaba en marcha¹⁰⁵ — una evolución de la que no supe percibir nada (no más que ninguno de mis colegas y amigos, quizás

¹⁰⁴Esa degradación no se limita únicamente al “mundo matemático”. La encontramos igualmente en el conjunto de la vida científica y, más allá de ésta, en el mundo contemporáneo a escala planetaria. Un comienzo de constatación y reflexión en ese sentido se encuentra en la nota “El músculo y la tripa” que abre la reflexión sobre el yin y el yang (nota n° 106).

¹⁰⁵Es la evolución examinada en la nota citada en la anterior nota a pie de página. Las relaciones entre ésta y el Entierro (de mi persona y de mi obra) hacen su aparición y se examinan en las notas “Las Exequias del Yin (yang entierra a yin (4))”, “La circunstancia providencial — o la Apoteosis”, “El rechazo (1) — o el recuerdo”, “El rechazo (2) — o la metamorfosis” (n°s 124, 151, 152, 153). Véanse igualmente las notas más recientes (en CyS IV) “Los detalles inútiles” (n° 171 (v), parte (c) “Cosas que no se parecen a nada — o el agostamiento”) y “El álbum de familia” (n° 173, parte (c) “Entre todos él — o el consentimiento”).

(N. del T.) CyS, acrónimo de “Cosechas y Siembras”, es traducción del acrónimo ReS de “Récoltes et Semailles”.

con la única excepción de Claude Chevalley). El aspecto de esa degradación en el que pienso aquí sobre todo (que es *un* aspecto entre muchos otros¹⁰⁶) es el *desprecio tácito*, cuando no la burla inequívoca en contra de lo que (en matemáticas en este caso) no se parezca al puro trabajo del martillo sobre el yunque o sobre el escoplo — el desprecio de los procesos creadores más delicados (y a menudo de apariencia menor); de todo lo que es *inspiración, sueño, visión* (por más poderosos y fértiles que sean), e incluso (en el límite) de toda *idea*, por más que esté claramente concebida y formulada: de todo lo que no esté escrito y *publicado* negro sobre blanco, bajo la forma de enunciados puros y duros, catalogables y catalogados, maduros para los “bancos de datos” engullidos en las inagotables memorias de nuestros megaordenadores.

Ha habido (retomando una expresión de C.L. Siegel¹⁰⁷) un extraordinario “*aplanamiento*”, un “*encogimiento*” del pensamiento matemático, despojado de una dimensión esencial, de toda su “vertiente de la sombra”, de la vertiente “femenina”. Es cierto que por una tradición ancestral esa vertiente del trabajo de descubrimiento permanecía oculto en gran medida, nadie (digamos) *hablaba* de ella jamás — pero el contacto vivo con las profundas fuentes del sueño, que alimenta las grandes visiones y los grandes proyectos, nunca se había perdido (por lo que conozco). Parecería que desde ahora hemos entrado en una *época de agostamiento*, en que esa fuente ciertamente no se ha secado, pero el acceso a ella está cerrado por el veredicto sin apelación del desprecio general y por las represalias de la burla.

He aquí que nos acercamos al momento, según parece, en que en cada uno de nosotros será erradicado no sólo el *recuerdo* de todo trabajo cercano a la fuente, del trabajo “en femenino” (ridiculizado como “vago”, “vacilante”, “inconsistente” — o en el extremo opuesto como “trivialidad”, “niñería”, “embrollo”...) sino que igualmente será extirpado ese mismo trabajo y sus frutos: aquél en que se conciben, se elaboran y nacen las nociones y las visiones nuevas. Ésa será también la época en que el ejercicio de nuestro arte se reduzca a

¹⁰⁶El aspecto que más a menudo está en el centro de atención de Cosechas y Siembras, y más particularmente en las dos partes “investigación” (CyS II o “El vestido del Emperador de China”, y CyS IV o “Las Cuatro Operaciones”), y también el que tal vez me haya “estomagado” más, es la degradación en la ética del oficio, que se expresa por un pillaje, un empobrecimiento y un trapicheo sin vergüenza, practicado entre algunos de los más prestigiosos y más brillantes matemáticos del momento, y esto (en gran medida) a la vista y con conocimiento de todos. Para otros aspectos más delicados, directamente relacionados con éste, reenvío a la nota ya citada (nº 173 parte c) “Cosas que no se parecen a nada — o el agostamiento”.

¹⁰⁷Esta expresión está citada y comentada en la nota que acaba de ser citada en la anterior nota a pie de página.

áridas y vanas exhibiciones de “halterofilia” cerebral, a las pujas de proezas en concursos para “romper” problemas (“de dificultad proverbial”) — la época de una hipertrofia “supermacho” febril y estéril que seguirá a más de tres siglos de renovación creadora.

7. Pero de nuevo divago, anticipando lo que me ha enseñado la reflexión. Partí con un doble propósito, claramente presente en mí desde el principio: el propósito de una “declaración de intenciones” y (ligado íntimamente a éste, como acabamos de ver) el de expresarme sobre la naturaleza del trabajo creador. Sin embargo aún había un tercer propósito, seguramente menos presente a nivel consciente, pero que responde a una necesidad más profunda y más esencial. Fue suscitado por esas “interpelaciones”, a veces desconcertantes, que me llegaban desde mi pasado matemático por la voz de los que habían sido mis alumnos o mis amigos (o al menos de buen número de ellos). A nivel superficial, esa necesidad se traducía en unas ganas de “desembuchar”, de decir algunas “verdades desagradables”. Pero en el fondo, seguramente, estaba la necesidad de *conocer* por fin cierto pasado que hasta entonces había preferido eludir. Cosechas y Siembras surgió ante todo de esa necesidad. Esta larga reflexión fue mi “respuesta”, día a día, a ese impulso de conocimiento que tenía, y a la interpelación renovada sin cesar que me llegaba del mundo exterior, del “mundo matemático” que había dejado sin intención de volver. Dejando aparte las primeras páginas de “Vanidad y Renovación”, las que forman sus dos primeros capítulos (“Trabajo y descubrimiento” y “El sueño y el Soñador”), y desde el capítulo que enlaza “Nacimiento del temor” (p. 18) con un “testimonio” que de ningún modo estaba previsto en el programa, esta necesidad de conocer mi pasado y de asumirlo plenamente es la fuerza principal (creo) que ha actuado en la escritura de Cosechas y Siembras.

La interpelación que me llegaba desde el mundo de los matemáticos, y que recordé con renovada fuerza a lo largo de Cosechas y Siembras (y sobre todo durante la “investigación” realizada en las partes II y IV), de entrada tomó la máscara de la suficiencia, cuando no la del desdén (“delicadamente dosificado”), la burla o el desprecio, tanto en relación a mí (a veces) como (sobre todo) en relación a los que osaron inspirarse en mí (sin saber, ciertamente, lo que les esperaba), que eran “clasificados” como socios míos por un decreto tácito e implacable. Y aquí veo aparecer de nuevo el vínculo “evidente” y “profundo” entre el *respeto* (o la ausencia de respeto) a las otras personas y al acto creador y a algunos de sus frutos más delicados y más esenciales, y en fin el respeto a las reglas más evidentes de la ética científica: las que se basan

en un respeto elemental de sí mismo y de los otros, y que estaría tentado de llamar las “*reglas de decencia*” en el ejercicio de nuestro arte. Seguramente esos son otros tantos aspectos de un elemental y esencial “*respeto de uno mismo*”. Si intentase resumir, en una única sentencia lapidaria, lo que me ha enseñado Cosechas y Siembras sobre cierto mundo que fue el mío, un mundo al que me identifiqué durante más de veinte años de mi vida, diría: es un mundo que ha perdido el *respeto*¹⁰⁸.

Era algo sentido con mucha fuerza, si no formulado, desde los años anteriores. No hizo más que confirmarse y precisarse, siempre de forma imprevista y a veces pasmosa, a lo largo de Cosechas y Siembras. Aparece ya claramente desde el momento en que una reflexión de naturaleza “filosófica” y general de repente se convierte en un testimonio personal (en la sección “El extranjero bienvenido” (nº 9, p. 18) que abre el citado capítulo “Nacimiento del temor”).

Sin embargo esa percepción no aparece con un tono de recriminación acerba o amarga, sino (por la lógica interna de la escritura y por la actitud diferente que suscita) con el de una *interrogación*: ¿cuál ha sido mi parte en esa degradación, en esa pérdida de respeto que hoy compruebo? Ésa es la principal pregunta que atraviesa y conduce esa primera parte de Cosechas y Siembras hasta el momento en que finalmente se resuelve en una constatación clara e inequívoca¹⁰⁹. Al principio esa degradación me parecía como “caída del cielo” repentinamente, de manera inexplicable y además ultrajante, intolerable. Durante la reflexión descubrí que se había desarrollado insidiosamente, seguramente sin que nadie la descubriera a su alrededor ni en sí mismo, a lo largo de los años cincuenta y sesenta, *incluyendo mi propia persona*.

La comprobación de ese humilde hecho, muy evidente y sin disfraces, marca un primer giro crucial en el testimonio y un cambio cualitativo inmediato¹¹⁰. Ésa era una de las primeras

¹⁰⁸De nuevo es una formulación que no se aplica únicamente a cierto medio limitado, que he tenido amplia ocasión de verlo de cerca, sino que me parece que resume cierta degradación en el conjunto del mundo contemporáneo. (Comparar con la nota 13 a pie de página.) En el marco más limitado del balance de la “investigación” realizada en Cosechas y Siembras, esta formulación aparece en la nota del pasado 2 de abril, “El respeto” (nº 179).

¹⁰⁹En la sección “La matemática deportiva” y “Se acabó la noria” (nºs 40, 41).

¹¹⁰Desde el día siguiente el testimonio profundiza en una meditación sobre mí mismo, y mantiene esa cualidad particular durante las siguientes semanas hasta el final de ese “primer aliento” de Cosechas y Siembras (con la sección “El peso de un pasado”, nº 50).

cosas esenciales que tenía que aprender sobre mi pasado de matemático y sobre mí mismo. Ese conocimiento de la *parte de responsabilidad* que me incumbía en la degradación general (conocimiento más o menos agudo según los momentos de la reflexión) permaneció como una nota pedal y como una llamada a lo largo de Cosechas y Siembras. Así fue sobre todo en los momentos en que mi reflexión tomaba el cariz de una investigación sobre las desgracias y las iniquidades de una época. Junto al deseo de comprender, a la curiosidad que anima y empuja todo verdadero trabajo de descubrimiento, fue ese humilde conocimiento (muchas veces olvidado en el camino y resurgiendo a pesar de todo) el que preservó a mi testimonio de virar (creo) hacia la recriminación estéril de la ingratitud del mundo, incluso hacia un “ajuste de cuentas” con algunos de los que fueron mis alumnos o amigos (o ambas cosas).

Esa ausencia de complacencia conmigo mismo también me dio esa calma interior, o esa fortaleza, que me ha preservado de las trampas de la complacencia con otros, aunque sólo sea de la de una falsa “discreción”. He dicho todo lo que creía que tenía que decir, en un momento o en otro de la reflexión, tanto si es sobre mí como si es sobre uno de mis colegas, ex-alumnos o amigos, o sobre un medio o una época, sin tener jamás que apartar mis reticencias. En cuanto a éstas, ha bastado en cada caso que las examinara con atención para que desaparecieran sin dejar rastro.

8. En esta carta no es mi propósito pasar revista a todos los “grandes momentos” (ni a todos los “momentos sensibles”) en la escritura de Cosechas y Siembras o en alguna de sus etapas¹¹¹. Baste decir que en ese trabajo ha habido cuatro grandes etapas claramente diferenciadas o cuatro “alientos” — como los *alientos* de una respiración, o como las *olas* sucesivas de un oleaje surgido, no sabría decir cómo, de esas vasta masas mudas, inmóviles o no, sin límites y sin nombre, de un mar desconocido y sin fondo que soy “yo”, o mejor, de un mar infinitamente más vasto y más profundo que ese “yo” que lleva en su seno y alimenta. Esos “alientos” o esas “olas” se han materializado en las cuatro partes de Cosechas y Siembras escritas hasta el presente. Cada ola ha venido sin que la haya llamado ni mucho menos previsto, y en ningún momento hubiera sabido decir hacia dónde me llevaba ni cuándo terminaría. Y cuando había terminado y una nueva ola la seguía, durante algún tiempo me creía al final de un trabajo (que también sería, al fin y a la postre, ¡el final de Cosechas y Siembras!), mientras que ya me esta-

¹¹¹ Encontrarás una corta retrospectiva-balance de las tres primeras partes de Cosechas y Siembras en los dos grupos de notas “Los frutos de la tarde” (nºs 179–182) y “Descubrimiento de un pasado” (nº 183–186).

ban levantando y llevando hacia otro aliento de un mismo y amplio movimiento. Sólo con la perspectiva éste aparece claramente y se revela inequívocamente una *estructura* en lo que había sido vivido como hecho y como servidumbre.

Y seguramente ese movimiento no se ha terminado con mi punto final (¡totalmente provisional!) a Cosechas y Siembras, y tampoco se terminará con el punto final de esta carta que te escribo, que es un de los “tiempos” de ese movimiento. Y no nació un día de junio de 1983, o de febrero de 1984, cuando me senté delante de mi máquina de escribir para escribir (o retomar) cierta introducción de cierta obra matemática. Nació (o más bien renació...) hace casi nueve años, un día del que guardo memoria (mientras que tantas cosas de mi pasado lejano o próximo caen en el olvido...), el día en que la meditación apareció en mi vida...

Pero de nuevo divago, dejándome llevar (y arrastrar...) por las imágenes y asociaciones que nacen al instante en vez de mantenerme sabiamente el hilo del “propósito”, de lo previsto. Hoy mi propósito era proseguir el relato, por sucinto que sea, del “descubrimiento del Entierro” en el pasado mes de abril, en un momento en que desde hacía dos semanas creía haber terminado Cosechas y Siembras — de cómo me cayeron en cascada, en el espacio de apenas tres o cuatro semanas, descubrimientos cada uno más gordo y más increíble que los otros — tan gordos y tan locos que durante meses apenas pude “creer el testimonio de mi sano juicio”, liberarme de una insidiosa *incredulidad* delante de la evidencia¹¹². Esa incredulidad tenaz y secreta no terminó de disiparse hasta el pasado mes de octubre (seis meses después del descubrimiento del “Entierro en todo su esplendor”), a continuación de la visita de mi amigo y ex-alumno (oculto, es cierto) Pierre Deligne¹¹³. Por primera vez me vi frente al Entierro no por medio de *textos* que me hablaban (¡ciertamente en términos elocuentes!) del empobrecimiento, el pillaje y la masacre de una obra, y del entierro (en la persona del maestro ausente) de cierto estilo y cierto enfoque de las matemáticas — sino esta vez de manera directa y tangible, con rasgos familiares y a través de una voz muy conocida, con entonaciones afables e ingenuas. El Entierro estaba al fin delante de mí, “en carne y hueso”, con esos rasgos solícitos y anodinos que bien reconocía, pero que por primera vez miraba con ojos nuevos y atención nueva. He ahí desplegándose ante mí el que, a lo largo de mi reflexión de los meses precedentes, se había revelado como el Gran Celebrante de mis solemnes Exequias, como

¹¹²Intento expresar esa incredulidad con el cuento “El vestido del Emperador de China”, en la nota del mismo nombre (nº 77), y de nuevo en la nota “El deber cumplido — o el momento de la verdad” (nº 163).

¹¹³Narro esa visita en la nota que acabo de citar (en la nota a pie de página precedente).

el “Sacerdote con casulla” a la vez que principal artífice y principal “beneficiario” de una “operación” sin precedentes, heredero oculto de una obra entregada a la burla y el pillaje...

Ese encuentro tuvo lugar al comienzo de la “tercera ola” en Cosechas y Siembras, cuando acababa de emprender la larga meditación sobre el yin y el yang, persiguiendo una elusiva y tenaz asociación de ideas. En el momento, ese corto episodio no deja más que la traza de un eco de varias líneas, de pasada. Sin embargo marca un momento importante cuyos frutos sólo aparecerán claramente varios meses más tarde.

Hubo un segundo momento en que me enfrenté al “Entierro en carne y hueso”. Fue hace apenas diez días, acababa de relanzar una vez más, “en el último minuto”, una investigación que no paraba de reiniciarse sin cesar. Esta vez era una simple llamada a Jean-Pierre Serre¹¹⁴. Esa conversación “sin ton ni son” vino a confirmarme, de modo sorprendente y más allá de todo lo esperado, lo que (a penas unos días antes) acababa de explicar con detalle¹¹⁵, y casi de mala gana, sobre el papel jugado por Serre en mi Entierro y sobre un “secreto consentimiento” suyo con lo que pasaba “justo debajo de su nariz”, sin que pusiera cara de ver u oler algo.

También esa vez, como es debido, la conversación fue de lo más “cool” y amigable, y claramente esa disposición amigable de Serre para conmigo también es de lo más sincera y real. Eso no impide que esta vez haya podido *ver* realmente, tenía ganas de decir “tocar”, ese “consentimiento” que terminaba de admitirme; sin duda “secreto” (como había escrito antes) pero sobre todo *complacido*, como pude ver sin posibilidad de duda. Un consentimiento complacido y sin reservas, para que fuera enterrado lo que debía ser enterrado y para que, donde quiera que se revele deseable y *cualesquiera que sean los medios*, una paternidad real (que Serre conoce de primera mano) e indeseable sea reemplazada por una paternidad ficticia y bienvenida...¹¹⁶. Era una confirmación sorprendente de una intuición que ya apareció un año antes, cuando escribí¹¹⁷:

“Visto con esta luz¹¹⁸, el principal celebrante Deligne ya no aparece como el

¹¹⁴Esta conversación es el tema de la parte e. (“El Entierro — o la inclinación natural”) de la nota “El álbum de familia” (nº 173).

¹¹⁵En la parte c. (“Entre todos él — o el consentimiento”) de la misma nota (nº 173).

¹¹⁶Ésta es una cita casi textual sacada de la nota “El Sepulturero — o la Congregación al completo” (nº 97, página 417).

¹¹⁷Cita extraída de la misma nota (véase la nota a pie de página precedente) y la misma página 417.

¹¹⁸“A la luz” de ese propósito deliberado, que se acababa de comentar, de eliminar a cualquier precio las

que ha diseñado una moda a imagen de fuerzas profundas que determinan su propia vida y sus actos, sino como el *instrumento* más indicado (por su papel de “heredero legítimo”¹¹⁹) de una *voluntad colectiva* de una coherencia sin fisuras que se dedica a la tarea imposible de borrar mi nombre y mi estilo personal de la matemática contemporánea.”

Si entonces Deligne me aparecía como el “instrumento” más indicado (al tiempo que el primer y principal beneficiario) de una “voluntad colectiva de una coherencia sin fisuras”, ahora Serre me aparece como la *encarnación* de esa misma voluntad colectiva y como el *garante* de su consentimiento sin reservas; un consentimiento de todos los trapicheos y estafas, e incluso de las vastas “operaciones” de mistificación colectiva y de apropiación desvergonzada, en tanto éstas ayuden en esa “tarea imposible” respecto de mi modesta y difunta persona, o respecto de algún otro¹²⁰ que haya osado invocarme y pretenda, a despecho de todos, ser “continuador de Grothendieck”.

Uno de los aspectos paradójicos y desconcertantes del Entierro, entre muchos otros, es que éste sea la obra ante todo, por no decir exclusivamente, de los que fueron mis amigos o mis alumnos en un mundo en que nunca conocí enemigos. Creo que es sobre todo por esta razón por lo que Cosechas y Siembras te concierne más que a otros y por lo que esta carta que te estoy escribiendo quiere ser una *interpelación* a su vez. Porque si eres matemático, y si eres uno de los que fueron mis alumnos, o fueron mis amigos, sin duda no eres ajeno al Entierro, ya sea por acto o por connivencia, aunque sólo sea por no haberme dicho nada sobre algo

“paternidades indeseables” (incluso “intolerables”, retomando la expresión empleada en la citada nota).

¹¹⁹Ese papel de “heredero” de Deligne es un papel oculto (ya que ni una sola de las líneas publicadas por Deligne podría hacer suponer que pudiera haber aprendido algo por mi boca) y a la vez sentido y admitido por todos con claridad. Uno de los aspectos típicos del doble juego de Deligne y de su particular “estilo” es que haya sabido jugar con maestría con esa ambigüedad y aprovechar las ventajas de ese papel de heredero tácito mientras rechazaba al difunto maestro y dirigía operaciones de entierro de gran envergadura.

¹²⁰Aquí pienso en *Zoghman Mebkhout*, del que se habla por primera vez en la Introducción, 6 (“El Entierro”) y después en la nota “Mis huérfanos” (nº 46) y en las notas (escritas posteriormente, después de descubrir el Entierro) “Fracaso de una enseñanza (2) — o creación y vanidad” y “Un sentimiento de injusticia y de impotencia” (nºs 44’, 44”). Descubrí la inicua operación de escamoteo y apropiación de la obra de pionero de Mebkhout a lo largo de las once notas que forman el Cortejo VII del Entierro, “El Coloquio — o haces de Mebkhout y perversidad” (nºs 75–80. Una investigación y un relato más detallado de esa (cuarta y última) “operación” constituyen la parte más consistente de la investigación “Las cuatro operaciones”, con el nombre que se imponía “*La Apoteosis*” (notas nºs 171 (i) a 171₄).

que ocurre delante del umbral de tu puerta. Y si (por extraordinario que sea) acoges mis humildes palabras y el testimonio que te llevan en vez de permanecer encerrado detrás de tus puertas candadas y de despedir a esos mensajeros inoportunos, entonces tal vez aprendas que lo que todos enterraron, con tu participación (activa, o tácita por consentimiento), no es sólo la obra de otro, fruto y testimonio vivo de mis amores con la matemática, sino que a un nivel aún más secreto que ese entierro (que jamás dice su nombre...) y más profundo, es una parte viva y esencial de tu propio ser, de tu capacidad original de conocer, de amar y de crear, que te ha parecido bien enterrar con tus propias manos en la persona de otro.

Entre todos mis alumnos, Deligne ocupó un lugar aparte, sobre el que me extendió mucho a lo largo de la reflexión¹²¹. Fue, y con mucho, el más “íntimo”, el único (alumno o no) que asimiló interiormente e hizo suya¹²² una vasta visión que había nacido y crecido en mí mucho tiempo antes de nuestro encuentro. Y entre todos los amigos que compartieron conmigo una pasión común por las matemáticas, el más íntimo (y con mucho también) era Serre, que a la vez había hecho un poco las veces de primogénito y durante un decenio jugó en mi trabajo un papel de “detonante” de algunas de mis grandes empresas, y de la mayor parte de las grandes ideas-motrices que inspiraron mi pensamiento matemático en los años cincuenta y sesenta hasta el momento de mi salida. Esa relación tan particular que ambos tuvieron con mi persona no es independiente, ciertamente, de las dotes excepcionales de uno y otro, que les han asegurado un ascendiente igualmente excepcional sobre los matemáticos de su generación, y de las siguientes. Dejando aparte esos puntos en común, los temperamentos y las formas de Serre y Deligne me parecen tan dispares como es posible, en las antípodas uno del otro en muchos aspectos.

Sea como fuere, si ha habido matemáticos que, por una razón u otra, han “intimado” con mi persona y mi obra (y además son conocidos como tales), éstos han sido Serre y Deligne: uno, un mayor y una fuente de inspiración de mi obra durante un periodo crucial de gestación de una visión; el otro, el más dotado de mis alumnos, para el que a mi vez he sido (y sigo

¹²¹Ver sobre todo, al respecto, el grupo de diecisiete notas “Mi amigo Pierre” (nºs 60–71) en CyS II.

¹²²Esa “vasta visión” que Deligne “asimiló e hizo suya” por completo, ejerció una fascinación poderosa sobre él, y sigue fascinándole a su pesar, mientras que una fuerza imperiosa le empuja a la vez a destruirla, a romper su unidad fundamental y a adueñarse de los pedazos dispersos. Así, su antagonismo oculto para con un maestro negado y “difunto” es la expresión de una división en su propio ser que ha marcado profundamente su obra después de mi salida — obra que ha quedado muy lejos de las dotes tan prodigiosas que le conocí.

siendo, con o sin Entierro...) su principal (y secreta) fuente de inspiración¹²³. Si un Entierro se puso en marcha al día siguiente de mi salida (que se convirtió en una “defunción” como es debido) y se materializó en un interminable cortejo de grandes y pequeñas “operaciones” al servicio de un mismo fin, eso no pudo hacerse más que con la ayuda aunada y estrechamente solidaria de ambos, el ex-mayor y el ex-alumno (incluso ex-“discípulo”): uno llevando la dirección discreta y eficaz de las operaciones, llamando a unirse a algunos de mis alumnos¹²⁴ con ganas de masacrar al *Padre* (bajo la efigie grotesca y ridícula de una pletórica y rolliza *Super-nana*), y el otro dando una “luz verde” sin reserva, incondicional e ilimitada a la realización de las (cuatro) operaciones (de expolio, carnicería, despiece y reparto de unos despojos inagotables...).

9. Según he dado a entender hace poco, tuve que superar resistencias interiores considerables, o más bien reabsorberlas con un trabajo paciente, metódico y tenaz, para lograr separarme de ciertas imágenes muy familiares, sólidamente asentadas, de considerable inercia, que desde hacía decenios habían sustituido en mí (como en todo el mundo, y seguramente en ti mismo) a la percepción directa y matizada de la realidad — en este caso la de cierto mundo matemático al que sigo estando ligado por un pasado y una obra. Una de esas imágenes, o ideas preconcebidas, arraigada con más fuerza es que de entrada parece excluido que un sabio de fama internacional, incluso alguien que vaya de gran matemático, pueda darse el gusto (aunque sólo sea a título excepcional, y menos aún como una costumbre...) de hacer estafas pequeñas o grandes; o si se abstiene (por antigua costumbre todavía) de meter ahí la mano él mismo, que pueda no obstante acoger con los brazos abiertos tales operaciones (que por momentos desafían todo sentimiento de decencia) montadas por otros, y de las que, por una razón u otra, saca provecho.

Esa inercia del espíritu ha sido tal en mi caso, que solamente hace menos de dos meses, al final de una larga reflexión que ya me había llevado un año entero, terminé por entrever tímidamente que tal vez Serre tuviera que ver algo con ese Entierro — cosa que ahora me parece una evidencia, independientemente de la elocuente conversación que he tenido con él últimamente. Como en el caso de todos los miembros del “medio Bourbaki” que me acogió con benevolencia en mis comienzos, y muy particularmente en su caso, para mí había una

¹²³ Ver al respecto la nota a pie de página precedente.

¹²⁴ Aquí se trata, con toda precisión, de otros cinco alumnos que eligieron como tema principal (al igual que Deligne) el de la cohomología de las variedades.

especie de “tabú” tácito alrededor de su persona. Él representaba la encarnación misma de una cierta “elegancia” — de una elegancia que no se limita sólo a la forma, sino que también incluye un rigor, una probidad escrupulosa.

Antes de descubrir el Entierro, el 19 de abril del año pasado, no se me hubiera ocurrido, ni en sueños, que uno de los que habían sido mis alumnos fuera capaz de una deshonestidad en el ejercicio de su oficio, conmigo o con cualquiera; ¡y tal suposición me habría parecido la más aberrante en el caso del más brillante de todos, que también había sido el más cercano a mí! Sin embargo, ya desde el momento de mi salida y durante todos los años siguientes hasta hoy mismo, tuve amplia ocasión de darme cuenta hasta qué punto su relación conmigo estaba escindida. Más de una vez le he visto usar (se diría que por mero placer) del poder de desanimar y de humillar cuando la ocasión era propicia. Cada una de las veces eso me afectó profundamente (sin duda más de lo que hubiese querido admitir...). Eran señales muy elocuentes de un desajuste profundo que (también había tenido amplia ocasión de comprobarlo) no se limitaba sólo a su persona, incluso en el limitado círculo de los que habían sido mis alumnos. Tal desajuste, al perder el respeto a la persona de otro, no es menos flagrante ni menos profundo que el que se manifiesta con lo que se llama una “deshonestidad profesional”. Pero no impidió que el descubrimiento de tal deshonestidad me llegase como una sorpresa total y un choque.

En las semanas que siguieron a esa revelación pasmosa, seguida de toda una “cascada” de otras del mismo tipo, me di cuenta poco a poco de que cierto trapicheo, entre algunos de mis alumnos¹²⁵, ya había comenzado en los años que precedieron a mi salida. Esto fue particularmente flagrante en el caso del más brillante de ellos — el que, después de mi salida, dio el tono y (según escribía hace poco) “llevó la dirección discreta y eficaz de las operaciones”. Con la perspectiva de casi veinte años, ese trapicheo me parece ahora evidente, “saltaba a la vista”. Si elegí cerrar los ojos ante lo que ocurría, en busca de la “ballena blanca” en un mundo “en que no hay más que orden y belleza” (como me gustaba imaginar), hoy compruebo que entonces no supe asumir la responsabilidad que me incumbía, para con alumnos que con mi contacto aprendían un oficio que amo; un oficio que es algo más que un saber-hacer o el desarrollo de cierto “olfato”. Por una complacencia hacia los alumnos brillantes, que tuve a bien (por decreto tácito) tratar como “seres aparte” y por encima de toda sospecha, contribuí con mi

¹²⁵Ver la nota a pie de página precedente.

parte¹²⁶ a la eclosión de la corrupción (sin precedentes, me parece) que hoy veo extenderse en un mundo y entre seres que me habían sido muy queridos.

Ciertamente, vista su inmensa inercia, hizo falta un trabajo intenso y sostenido para separarme de lo que suelen llamarse “ilusiones”¹²⁷ (no sin una entonación de pesar...) y que más bien llamaría ideas preconcebidas; sobre mí mismo, sobre un medio con el que me identificaba no hace mucho, sobre personas que amé y puede ser que ame todavía — “separarme” de esas ideas, o mejor, “*dejar que se desprendieran de mí*”. Eso fue un trabajo, sí, pero jamás una lucha — un trabajo que me aportó, entre muchas otras cosas valiosas, momentos de tristeza a veces, pero nunca un momento de disgusto o de amargura. La amargura es uno de las formas de eludir un conocimiento, de eludir el mensaje de una vivencia, de hacerse cierta ilusión tenaz sobre sí mismo, al precio de otra “ilusión” (su negativo en cierto modo) sobre el mundo y sobre otro.

Sin amargura y sin pena es como veo desprenderse de mí una a una, como otros tantos pesos molestos y hasta aplastantes, esas ideas preconcebidas que me habían sido tan “queridas”, por antigua costumbre y porque estaban allí “desde siempre”. Lo que es seguro es que habían llegado a ser como una segunda naturaleza. Pero esa “segunda naturaleza” no era “yo”. Separarme de ellas trozo a trozo no es un desgarrar ni siquiera una frustración, la del que se viera despojado de algo que para él es valioso. El “despojo” del que hablo llega como recompensa y fruto de un *trabajo*. Su señal es un alivio inmediato y bienhechor, una *liberación* bienvenida.

10. Como debe ser, esta carta no se parece en nada a lo que tenía previsto al iniciarla. Sobre todo pensaba hacer en ella un pequeño “croquis” del Entierro: mira lo que pasó a grandes rasgos, me creas o no (a mí me costó creerlo...); sin embargo es así, es indudable, te guste o no, publicaciones negro sobre blanco en tal revista o tal libro, tal fecha y tal página, sólo hay que mirar — además todo está detallado en Cosechas y Siembras, ver “Cuatro Operaciones” y tales notas — ¡tómalo o déjalo! Y si prefieres abstenerte de leerme, otros se encargarán en tu lugar...

¹²⁶Esa “contribución” aparece principalmente en la nota “El ser aparte” (nº 67), al igual que en las dos notas “La ascensión” y “La ambigüedad” (nºs 63, 63), y de nuevo (con una perspectiva un poco diferente) al final de la nota “La expulsión” (nº 169₁). Otro tipo de contribución aparece en “Vanidad y Renovación”, con actitudes de vanidad hacia jóvenes matemáticos menos brillantes. Esta toma de conciencia de una parte de responsabilidad en una degradación general culmina en la sección “La matemática deportiva” (nº 40).

¹²⁷(N. del T.) En el sentido en que decimos de alguien que se hace “ilusiones”, y no en el de que tiene “ilusión”.

Al final no ha habido nada de todo eso — y sin embargo esta carta ya va por las treinta páginas, mientras que preveía cinco o seis en total. Sin que lo haya hecho adrede, a lo largo de las páginas he sido llevado a decirte lo que es esencial, mientras que ese “saco” que estaba tan impaciente por vaciar (¡en las primeras páginas!) ¡todavía no está desembalado! Eso ya no me cosquillea en los dedos, las ganas se han disipado en el camino. He comprendido que éste no era el lugar...

A decir verdad, la parte IV de Cosechas y Siembras (y la más larga de todas), que se llama “El Entierro (3)” o “Las Cuatro Operaciones”, salió de una “nota” inicialmente prevista como un “pequeño plano” para resumir a grandes rasgos lo que me había revelado la investigación-sorpresa (y a ráfagas) del año pasado, realizada en la parte II (“El Entierro (1)” o “El vestido del Emperador de China”). Pensaba que habría para una nota de cinco o diez páginas, no más. Al final, poco a poco, relanzó la investigación y hubo para cerca de cuatrocientas páginas — ¡cerca del doble de la parte que se suponía que iba a resumir o a extraer un balance! Por eso aún falta el pequeño plano en cuestión, mientras que las seiscientas páginas de Cosechas y Siembras se consagran a la investigación del Entierro. Es un poco idiota, es verdad. Pero siempre habrá tiempo de añadirlo en una tercera parte de la Introducción (a la que le faltan unas diez o veinte páginas) antes de confiar mis notas a una imprenta.

Las cinco partes de Cosechas y Siembras (de las que la última aún no está terminada, y sin duda no lo estará antes de varios meses) representan una alternancia de (tres) olas-“meditación” y de (dos) olas-“investigación”. Ahí hay como un reflejo, en síntesis, de mi vida en estos últimos nueve años, que también ha consistido en “olas” surgidas de dos pasiones que ahora dominan mi vida, la pasión de la meditación y la pasión matemática. A decir verdad, las dos partes (u “olas”) de Cosechas y Siembras que acabo de calificar con el incisivo nombre de “investigación” son precisamente las que han surgido directamente de mi arraigo en mi pasado matemático, movidas por la pasión matemática que hay en mí y por los apegos egóticos que han arraigado en ella.

La primera ola, “Vanidad y Renovación”, es un primer encuentro con mi pasado matemático que desemboca en una meditación sobre mi presente, en el que acabo de descubrir el arraigo de ese pasado. Sin haberlo premeditado en modo alguno, esa parte da el “tono de base” para el resto de Cosechas y Siembras. Es como una preparación interior, providencial e indispensable, para asumir el descubrimiento del “Entierro en todo su esplendor” que va justo después, en la segunda ola “El Entierro (1) — o el vestido del Emperador

de China”. A decir verdad, más que una “investigación” es la historia de ese *descubrimiento* día a día, de su impacto en mi ser, de mis esfuerzos por afrontar lo que me caía encima así, sin avisar, por conseguir situar lo increíble en términos de lo que he vivido, de lo que me es familiar, convertirlo en inteligible mal que bien. Ese movimiento desemboca en un primer desenlace provisional, en la nota “El Sepulturero — o la Congregación al completo” (nº 97), primer ensayo para captar una explicación y un *sentido* en algo que, desde hacía varios años y ahora de modo más agudo que nunca, ¡tomaba el cariz de un desafío al buen sentido!

Ese mismo segundo movimiento desemboca igualmente en un “episodio de enfermedad”¹²⁸ que me obliga a un reposo absoluto y pone fin durante más de tres meses a toda actividad intelectual. Ocurrió en un momento en que de nuevo me creía a punto de terminar Cosechas y Siembras (salvo por las últimas tareas de “intendencia”...). Al retomar mi actividad normal, a finales de septiembre del año pasado, con la intención de dar por fin la última mano a mis desamparadas notas, creía que tendría que añadir dos o tres notas terminales, incluyendo una sobre el “incidente de salud” que acababa de pasar. De hecho, semana tras semana y mes tras mes, lo que llegaron fueron mil páginas — más del doble de lo que ya estaba escrito — ¡y esta vez está muy claro que todavía *no* he terminado¹²⁹! De hecho esa larga interrupción, en la que prácticamente perdí el contacto con un tema que era de lo más caliente (¡e incluso candente!) en el momento de dejarlo, prácticamente me forzó a volver sobre ese tema con ojos nuevos si no quería limitarme a “concluir” tontamente el final de un “programa” con el que había perdido un contacto vivo.

Así es como nació la tercera ola del vasto movimiento que es Cosechas y Siembras — una larga “ola-meditación” sobre el tema del yin y el yang, las vertientes “sombra” y “luz” en la dinámica de las cosas y en la existencia humana. Surgida del deseo de una comprensión más profunda de las profundas fuerzas que actúan en el Entierro, esa meditación adquiere no obstante desde el principio una autonomía y una unidad propias, y de entrada se dirige hacia lo que es más universal, al igual que hacia lo que es más íntimamente personal. Durante esa meditación descubrí esta cosa (evidente a decir verdad, a poco que se plantee la cuestión): que en mi marcha espontánea al descubrimiento de las cosas, tanto en matemáticas como en

¹²⁸Ese episodio es el tema de dos notas “El incidente — o el cuerpo y el espíritu” y “La trampa — o facilidad y agotamiento” (nºs 98, 99), que abren el “Cortejo XI”, llamado “El difunto (que no termina de morir)”.

¹²⁹“Todavía no he terminado” — aunque sólo sea porque aún debe venir una parte V que no está terminada en el momento de escribir estas líneas.

otra parte, el “tono de base” es “yin”, “femenino”; y también y sobre todo, que al revés de lo que ocurre a menudo, he permanecido fiel a esa naturaleza originaria en mí¹³⁰ sin haberla desviado ni corregido jamás para adaptarme a los valores más honorables en los medios de mi alrededor. Ese descubrimiento me pareció al principio una simple curiosidad. Pero poco a poco se fue revelando como una clave esencial para la comprensión del Entierro. Además — y eso es algo que me parece de mayor importancia aún — ahora veo muy claro y sin la menor duda esto: que si, con dotes intelectuales nada excepcionales, constantemente he podido mostrar plenamente de lo que soy capaz en mi trabajo matemático y realizar una obra y dar a luz una visión vastas, poderosas y fecundas, no se lo debo nada más que a esa fidelidad, a esa ausencia de toda preocupación por adaptarme a unas normas, gracias a lo cual me abandoné con total confianza al impulso originario de conocimiento, sin podarlo ni amputarle nada de lo que le da su fuerza y su finura y su naturaleza indivisa.

Sin embargo, la creatividad y sus fuentes no es lo que se encuentra en el centro de atención de esa meditación “El Entierro (2) — o la Llave del Yin y del Yang”, sino más bien “el conflicto”, el estado de bloqueo de la creatividad, o de dispersión de la energía creadora por el enfrentamiento en la psique de fuerzas antagonistas (con mucha frecuencia ocultas). Los aspectos de *violencia*, de violencia (en apariencia) “gratuita”, “por placer”, me habían desconcertado más de una vez en el Entierro e hicieron resurgir muchas situaciones vividas similares. La experiencia de esa violencia ha sido en mi vida como “el núcleo duro, irreducible, de la experiencia del conflicto”. Jamás me había enfrentado al temible misterio de la existencia misma y de la universalidad de esa violencia en la existencia humana en general, y en la mía en particular. Ese misterio es el que está en el centro de atención a lo largo de toda la segunda mitad (la vertiente “yin”, u “ocaso”) de la meditación sobre el yin y el yang. Durante esa parte de la meditación se desprende progresivamente una visión más profunda del Entierro y de las fuerzas que en él se expresan. También ha sido la parte más fecunda de Cosechas y Siembras, me parece, al nivel del conocimiento de mí mismo, poniéndome en contacto con cuestiones y situaciones neurálgicas, y haciéndome sentir justamente ese carácter “neurálgico” que el

¹³⁰Por otra parte, esa “fidelidad a mi naturaleza originaria” no ha sido total. Durante mucho tiempo se limitó a mi trabajo matemático, mientras que en lo demás, y principalmente en mis relaciones con otros, seguí el movimiento general que valora y da primacía a los rasgos “viriles” que hay en mí, reprimiendo los rasgos “femeninos”. Esto se trata de manera bastante detallada en el grupo de notas “Historia de una vida: un ciclo de tres movimientos” (nº 107–110) que prácticamente abre la Llave del Yin y del Yang.

año pasado todavía permanecía eludido.

Una vez al cabo de esa interminable “digresión” sobre el yin y el yang, seguía estando, salvo por muy poco, con mis “dos o tres notas” aún por escribir (más otras una o dos, todo lo más, de las que una ya tenía su nombre “Las cuatro operaciones”...) para terminar Cosechas y Siembras. La continuación es conocida: esas “pocas últimas notas” terminaron por formar la parte más larga de Cosechas y Siembras, con cerca de quinientas páginas. Por tanto ésta es la “cuarta ola” del movimiento. También es la tercera y última parte del Entierro, y la he nombrado “Las Cuatro Operaciones”, que también es el nombre del grupo de notas (“Las cuatro operaciones (sobre unos despojos)”) que constituye el núcleo de ese cuarto aliento de la reflexión. En Cosechas y Siembras ésta es la parte “investigación” en el sentido estricto del término — no obstante con ese grano de sal de que esa investigación no se limita al puro aspecto “técnico”, al aspecto “detective” en suma, sino que en ella la reflexión se mueve ante todo, como en las otras partes de Cosechas y Siembras, por el deseo de conocer y comprender. En ella el tono es ciertamente más “musculoso” que en la primera parte del Entierro ¡en que todavía estaba un poco frotándome los ojos y preguntándome si estaba soñando o qué! Eso no impide que los hechos sacados a la luz a lo largo de las páginas a menudo vengan a punto para ilustrar en vivo muchas cosas que sólo habían aflorado de paso acá o allá, sin encarnarse en ejemplos precisos y chocantes. También es en esta parte donde las digresiones matemáticas tienen un lugar importante, estimulado por un contacto renovado (por necesidades de la investigación) con un tema que durante quince años había perdido de vista. Igualmente hay, en el otro extremo del espectro, relatos en vivo de las desventuras de mi amigo Zoghman Mebkhout (al que está dedicada esa parte) en manos de una “mafia” de altos vuelos y sin escrúpulos, que él ni había soñado al embarcarse en el tema (ciertamente apasionante y de apariencia anodina) de la cohomología de las variedades de todo tipo. Para un hilo conductor sucinto en ese intrincado dédalo¹³¹ de notas, subnotas, sub-subnotas... de esa parte “investigación”, te reenvío al índice (notas 167’ a 176,) y a la primera nota del paquete, “El detective — o la vida de color rosa” (nº 167’). Hago notar no obstante que esa nota, fechada el 22 de abril, enseguida fue algo “superada por los acontecimientos” porque, de secuela en secuela, esa investigación que ya daba (prácticamente) por terminada todavía duró otros dos meses.

Ese cuarto aliento se prolongó durante cuatro meses, desde mediados de febrero hasta

¹³¹(N. del T.) En la mitología griega, Dédalo fue encerrado junto a su hijo Ícaro en el Laberinto del rey Minos, de donde pudieron huir con un aparato de dos alas que construyó Dédalo.

finales de junio. Es en esta parte de la reflexión sobre todo, mediante un “trabajo a destajo” meticuloso y obstinado, donde se establece poco a poco, a lo largo de los días y las páginas, un contacto concreto y tangible con la realidad del Entierro, en suma donde consigo “familiarizarme” con él por poco que sea, a pesar de las reacciones viscerales de rechazo que había suscitado (y sigue suscitando) en mí, obstaculizando una verdadera toma de conocimiento. Esa larga reflexión se inicia con una retrospectiva sobre la visita de Deligne (de la que ya hablé en esta carta) y concluye con la reflexión “de última hora” sobre mi relación con Serre y sobre el papel de Serre en el Entierro¹³². Haber puesto tácitamente a Serre “fuera de sospecha”, a favor del “tabú” del que he hablado, es lo que ahora me parece ser la laguna más seria que quedaba en mi comprensión del Entierro hasta el mes pasado — y es esta reflexión “de última hora” la que me parece ser lo más importante que me ha aportado ese “cuarto aliento” de Cosechas y Siembras en cuanto a una comprensión menos tenue, más rica del Entierro y de las fuerzas que en él se expresan.

11. Creo que he terminado de repasar las cosas más importantes que quería decirte sobre Cosechas y Siembras para que ya sepas “de qué se trata”. Seguramente he dicho más que suficiente para que puedas juzgar si *tú* consideras que la carta de (más de) mil páginas que viene a continuación “te concierne” o no — y por tanto si vas a continuar o no tu lectura. En caso de que sea un “sí” me parece conveniente añadir aún algunas explicaciones (de naturaleza práctica principalmente) sobre la *forma* de Cosechas y Siembras.

Esa forma es el reflejo y la expresión de un cierto *espíritu*, que he intentado hacer “pasar” en las páginas que preceden. En relación a mis publicaciones anteriores, si alguna cualidad nueva aparece en Cosechas y Siembras, e igualmente en “En Busca de los Campos” del que ha surgido, es sin duda la *espontaneidad*. Ciertamente hay hilos conductores y grandes preguntas

¹³²En las partes c., d. y e. de la nota “El álbum de familia” (nº 173), fechada la última el 18 de junio (hace exactamente diez días). Sólo hay una nota o porción de nota cuya fecha sea posterior (a saber, “Cinco tesis para una masacre — o la piedad filial”, nº 176₇, fechada la mañana del 19 de junio). Notarás que en esta cuarta parte de Cosechas y Siembras, o parte “investigación”, al contrario que en las otras, las notas siguen a menudo un orden lógico más que cronológico. Así, las dos últimas notas del Entierro (que forman el “De Profundis” final) están fechadas el 7 de abril, dos meses y medio antes que la nota citada. No obstante, fuera de la parte “investigación” propiamente dicha del Entierro (3) (notas nºs 167–176₇), que forman el “quinto tiempo” de la Ceremonia Fúnebre (de la que la Llave del Yin y del Yang es la segunda), las notas siguen el orden en que fueron escritas salvo raras excepciones.

que dan su coherencia y su unidad al conjunto de la reflexión. Ésta sin embargo prosigue día a día sin “programa” o “plan” preestablecido, sin que jamás me fije de antemano “lo que hay que demostrar”. Mi propósito no es demostrar sino más bien *descubrir*, penetrar más en un tema desconocido, hacer que se condense lo que aún sólo se presiente, se sospecha, se entrevé. Puedo decir, sin ninguna exageración, que en este trabajo no ha habido ni un solo día ni una sola noche de reflexión que se haya desarrollado en el campo de lo “previsto”, en términos de ideas, imágenes y asociaciones que estuvieran presentes en el momento de sentarme ante la hoja blanca, para proseguir en ella obstinadamente un “hilo” tenaz o para retomar otro que hubiera aparecido. Lo que aparece en la reflexión es cada vez *diferente* de lo que pudiera predecir si me hubiera aventurado de antemano a intentar describir mal que bien lo que creía ver delante de mí. Lo más frecuente es que la reflexión tome derroteros totalmente imprevistos en la salida, para desembocar en paisajes nuevos y también imprevistos. Pero incluso cuando se mantiene en un itinerario más o menos previsto, lo que me revela el viaje a lo largo de las horas difiere tanto de la imagen que tenía al ponerme en camino como un paisaje real, con sus juegos de cálidas luces y sombras frescas, su perspectiva delicada y cambiante a merced de los pasos del caminante, y esos innumerables sonidos y esos perfumes sin nombre portados por una brisa que hace bailar a las hierbas y cantar a los oquedales... — como tal paisaje vivo, inembargable, difiere de una tarjeta postal, por más bella y lograda, más “exacta” que sea.

La reflexión realizada de un sólo trazo, durante un día o una noche, constituye la unidad indivisible, de algún modo la célula viva e individual, en el conjunto de la reflexión (Cosechas y Siembras en este caso). Ésta es a cada una de esas unidades (o esas “notas”¹³³, que forman una

¹³³Originalmente, al escribir Vanidad y Renovación, el nombre “nota” era para mí sinónimo de “anotación” y jugaba el papel de una nota a pie de página. Por razones de comodidad tipográfica, me pareció preferible relegar esas anotaciones al final del texto (notas 1 a 44, páginas 141 a 171). Una de las razones para hacerlo era que algunas de esas “notas” o “anotaciones” tienen una o más páginas y llegan a ser incluso más largas que el texto que se supone que comentan. En cuanto a las “unidades” indivisas del “primer jet” de la reflexión, a falta de un nombre mejor las he llamado “secciones” (¡menos repelente que “párrafos”!)

Esta situación, y la estructura del texto, cambia en la siguiente parte, que inicialmente se llamaba “El Entierro” y pasó a ser “El Entierro (1)” (o “El vestido del Emperador de China”). Esta reflexión enlaza con la doble nota “Mis huérfanos” y “Rechazo de una herencia — o el precio de una contradicción” (notas n°s 46, 47, páginas 177, 192) que son anotaciones a la última “sección” de Cosechas y Siembras (o más bien de lo que iba a ser su parte I, Vanidad y Renovación), “El peso de un pasado” (n° 50, p. 131). A continuación se añadieron otras anotaciones a esa misma sección (las notas n°s 44’ y 50) y otras notas que eran anotaciones a “Mis huérfanos”, y que a su vez daban lugar a nuevas notas anotadoras, sin contar verdaderas notas a pie de página cuando las anotaciones

melodía...) lo que el cuerpo de un organismo vivo es a cada una de sus células individuales, de una diversidad infinita, ocupando cada una un lugar y una función que sólo a ella pertenece.

A veces, en una misma reflexión realizada de un tirón se perciben después cesuras importantes que permiten distinguir en ella varias de tales unidades o mensajes, cada uno de los cuales recibe entonces su propio nombre y con ello adquiere una identidad y una autonomía propias. Por el contrario, en otros momentos una reflexión que se vio interrumpida por una razón u otra (a menudo fortuita) se prolonga espontáneamente uno o dos días después; o una reflexión realizada en dos o más días consecutivos aparece sin embargo, retrospectivamente, como si se hubiera realizado de un tirón; se diría que sólo la necesidad de dormir nos ha obligado, a pesar nuestro, a incluir en ella alguna cesura (de alguna forma “fisiológica”) marcada únicamente con una lapidaria indicación de la fecha (o por varias) después de un punto y aparte de la “nota” considerada, que entonces se distingue como tal con un único nombre.

Así, cada una de las notas de Cosechas y Siembras tiene su individualidad propia, un rostro y una función que la distinguen de cualquier otra. He intentado expresar la particularidad propia de cada una con su *nombre*, que se supone que restituye o evoca lo esencial, o al menos algo de lo esencial, de lo que ella “tiene que decir”. Verdaderamente reconozco a cada una ante todo por su nombre, y también la llamo con ese nombre cada vez que después tengo

eran (y seguían siéndolo una vez puestas negro sobre blanco) de dimensiones modestas. Así, teóricamente, toda esa parte de Cosechas y Siembras (que entonces iba a ser la segunda y última parte) aparecía como un conjunto de “notas” a la “sección” “Peso de un pasado”. Por inercia, esa subdivisión en “notas” (en lugar de “secciones”) todavía se mantuvo en las tres partes siguientes, en las que utilicé conjuntamente, como medio de anotación en un “primer jet” de la reflexión, tanto la nota a pie de página (cuando sus dimensiones lo permiten) como la nota posterior a la que reenvío en el texto.

Tipográficamente, la “nota” se distingue de la “sección” (utilizada en CyS I como unidad básica del “primer jet” de la reflexión) por un signo tal que ⁽¹⁾, ⁽²⁾ etc. (que incluye el número de la nota entre paréntesis y “en el aire”, según un uso extendido para reenviar a las anotaciones) colocado bien al inicio de la nota en cuestión, bien a título de reenvío en el lugar apropiado del texto que se refiere a ella. Las secciones se designan con números arábigos de 1 a 50 (excluyendo los repelentes índices y exponentes, que he tenido que usar en las notas por imperativos de naturaleza práctica). Dicho esto, puede decirse que no hay ninguna diferencia esencial entre la función de las “secciones” en la primera parte de Cosechas y Siembras y la de las “notas” en las siguientes partes. Los comentarios que hago sobre esa función en la presente parte de mi carta (“Espontaneidad y estructura”) se aplican también a las “secciones” de CyS I, aunque utilice el nombre común “notas”.

Para otras precisiones y convenciones, principalmente respecto de la lectura del índice del Entierro (1), reenvío a la Introducción, 7 (El Protocolo de las Exequias), principalmente las páginas xiv – xv.

necesidad de su ayuda.

A menudo el nombre se me ha presentado espontáneamente, incluso antes de que hubiera pensado en ello. Su aparición insospechada es la que me señala, en tal caso, que esa nota que todavía estoy escribiendo está a punto de concluir — que ha dicho lo que tenía que decir y es tiempo de terminar el apartado que estoy escribiendo... También es frecuente que el nombre aparezca con igual espontaneidad al releer las notas de la víspera o la antevíspera, antes de proseguir mi reflexión. A veces cambia un poco en los días o semanas siguientes a la aparición de la nueva nota que ha venido, o se enriquece con un segundo nombre en el que no había pensado hasta entonces. Muchas notas tienen un nombre doble que expresa dos aclaraciones diferentes, a veces complementarias, de su mensaje. El primero de esos nombres dobles que se me presentó, desde el comienzo de “Vanidad y Renovación”, fue “Reencuentro con Claude Chevalley — libertad y buenos sentimientos” (nº 11).

Únicamente dos veces he tenido ya un nombre en la cabeza antes de comenzar una nota — ¡y las dos veces fue arrollado por los acontecimientos!

Solamente con la perspectiva, de semanas e incluso de meses, aparece un *movimiento de conjunto* y una *estructura* en el conjunto de notas que desfila día a día. He intentado captar uno y otra con diversos agrupamientos y sub-agrupamientos de notas, cada uno con su propio nombre, que le confiere su existencia propia y su función o su mensaje; un poco como los órganos y los miembros de un cuerpo (retomando la imagen de hace poco) y las partes de esos miembros. Así, en “el Todo” Cosechas y Siembras están las cinco partes de las que ya he hablado, cada una de las cuales tiene una estructura muy suya: Vanidad y Renovación agrupa ocho “capítulos” I a VIII ¹³⁴, y el conjunto de las tres partes que forman el Entierro (que también se fueron despejando a lo largo de los meses...) está formado por una larga y solemne Procesión de doce “Cortejos” I a XII. El último de éstos, o mejor la “*Ceremonia Fúnebre*” (ése es su nombre) hacia la que se encaminan (sin temer nada, seguramente...) los once Cortejos precedentes es de dimensiones verdaderamente gigantescas, a la medida de la Obra de la que se celebran las solemnes Exequias: engloba la casi-totalidad de CyS III (El Entierro (2)) y la totalidad de CyS IV (El Entierro (3)), con sus cerca de ochocientas páginas en ciento cincuenta notas (mientras que inicialmente ¡estaba previsto que esa famosa Ceremonia contase con dos!)

¹³⁴En Vanidad y Renovación me refiero a esos capítulos como las “partes” de Cosechas y Siembras, que no hay que confundir con las cinco partes de las que hemos hablado y que aparecieron posteriormente.

Dirigida con habilidad (y con su bien conocida modestia...) por el Gran Celebrante en persona, la Ceremonia prosigue en nueve “tiempos” o actos litúrgicos separados, iniciada con el *Elogio Fúnebre* (quién hubiera dudado) y concluida (como debe ser) con el *De Profundis* final. Otros dos de esos “tiempos”, llamado uno “*La Llave del Yin y del Yang*” y el otro “*Las Cuatro Operaciones*”, constituyen cada uno (y con mucho) la mayor parte de la parte (III o IV) de Cosechas y Siembras en la que se insertan, y le dan su nombre a ésta.

A lo largo de Cosechas y Siembras he cuidado mucho (¡como a la niña de mis ojos!) el índice, retocándolo sin cesar para tener en cuenta el flujo siempre renovado de notas imprevistas¹³⁵ y hacerle reflejar del modo más fino que podía el movimiento de conjunto de la reflexión y la delicada estructura que salía a la luz. Es en las partes III y sobre todo IV (de la que acabamos de hablar), “La Llave” y “Las Cuatro Operaciones”, donde esta estructura es la más compleja y la más imbricada.

Para preservar en el texto el carácter de espontaneidad, y lo que tiene de imprevisto la reflexión tal y como se ha desarrollado y ha sido realmente vivida, no he querido poner delante de las notas su nombre, ya que en cada caso éste no apareció hasta más tarde. Por eso te aconsejo que al terminar la lectura de cada nota vayas al índice para saber cómo se llama esa nota, y de paso también para poder apreciar con un simple golpe de vista cómo se inserta en la reflexión ya realizada e incluso en la que ha de venir. De lo contrario te arriesgas a perderte sin esperanza en un conjunto aparentemente indigesto y heteróclito de notas con numeraciones a veces extrañas, por no decir repelentes¹³⁶; como un viajero perdido en una ciudad extranjera (curiosamente llevado hasta allí por el capricho de generaciones y de siglos...) sin un guía ni siquiera un plano que le ayude a orientarse¹³⁷

¹³⁵Entre esas notas imprevistas, están principalmente las que “surgieron de una nota a pie de página que adquiere dimensiones prohibitivas”. Con mucha frecuencia la he colocado inmediatamente después de la nota a que se refiere, dándole el mismo número afectado con un exponente ‘o’, incluso ‘’ si es necesario — lo que evita la tarea prohibitiva de tener que renumerar cada vez ¡todas las notas posteriores ya escritas! Esas notas, surgidas de una nota a pie de página de otra, están precedidas en el índice por el signo ! (al menos en el Entierro (1)).

¹³⁶Para la razón de ser de tales numeraciones de apariencia quizás ridícula por momentos, te refiero a la precedente nota a pie de página de esta inagotable carta.

¹³⁷En el manuscrito destinado a la imprenta, cuento con incluir a lo largo del texto los nombres de los “capítulos” y de las otras agrupaciones de notas y secciones, excluyendo únicamente las notas (o secciones) mismas. Pero incluso entonces, el recurso ocasional al índice me parece indispensable para no perderse en un revoltijo de centenares de notas que desfilan en fila india en más de mil páginas...

12. Espontaneidad y Rigor son las dos vertientes “sombra” y “luz” de una misma cualidad indivisa. Sólo de sus esponsales nace esa cualidad particular de un texto, o de un ser, que puede intentarse evocar con una expresión como “cualidad de verdad”. Si en mis publicaciones anteriores la espontaneidad estuvo (si no ausente, al menos) a dieta, no pienso que con su tardío florecimiento en mí el rigor haya menguado por ello. Antes bien, la presencia completa de su compañera yin le da al rigor una dimensión y una fecundidad nuevas.

Ese rigor se ejerce con la espontaneidad misma, vigilando que la “selección” delicada que ella tiene que hacer entre la multitud de lo que pasa en el campo de la consciencia, para decantar sin cesar lo significativo o esencial de lo que es fortuito o accesorio, no se espese y cuaje en automorfismos de censura y de complacencia. Sólo la curiosidad, la sed de conocer despierta en nosotros y estimula tal vigilancia sin pesadez, tal vivacidad, en contra de la inmensa inercia omnipresente de las “inclinaciones (llamadas) naturales”, labradas por las ideas preconcebidas, expresiones de nuestros miedos y nuestros condicionamientos.

Y ese mismo rigor, esa misma atención vigilante se dirige tanto a la espontaneidad como a lo que tome su aspecto, para tener en cuenta ahí también esas “inclinaciones” por más naturales que sean y distinguirlas de lo que verdaderamente surja de las capas profundas del ser, del impulso original de conocimiento y de acción que nos lleva al encuentro del mundo.

Al nivel de la escritura, el rigor se manifiesta en una preocupación constante por captar del modo más fino y fiel posible, con ayuda del lenguaje, los pensamientos, sentimientos, percepciones, imágenes, intuiciones... que hay que expresar, sin contentarse con un término vago o aproximado allí donde lo que se ha de expresar tiene contornos nítidamente perfilados, ni con un término de precisión artificial (y por eso también deformante) para expresar algo que permanece rodeado de brumas y aún sólo está presentido. Cuando intentamos captarlo tal cual es en el momento, y sólo entonces, lo desconocido nos revela su verdadera naturaleza, e incluso puede ser que a plena luz del día si está hecho para el día y nuestro deseo le incita a despojarse de sus velos de sombra y de brumas. Nuestro papel no es el de pretender describir y fijar lo que ignoramos y se nos escapa, sino el de tomar conocimiento humildemente, apasionadamente, de lo desconocido y del misterio que nos rodean por todas partes.

Esto viene a decir que el papel de la escritura no es el de consignar los resultados de una investigación, sino el proceso mismo de la investigación — los trabajos del amor y de las obras de nuestros amores con Nuestra Madre el Mundo, la Desconocida, que sin descanso nos llama hacia ella para conocerla en su Cuerpo inagotable, en cualquiera de sus partes donde

nos lleven los misteriosos caminos del deseo.

Para narrar ese proceso, las vueltas atrás que matizan, precisan, profundizan y a veces corrigen el “primer jet” de la escritura, incluso un segundo o un tercero, forman parte del proceso mismo del descubrimiento. Son una parte esencial del texto y le dan todo su sentido. Por eso las “notas” (o “anotaciones”) colocadas al final de Vanidad y Renovación, y a las que se hace referencia aquí y allá en las cincuenta “secciones” que constituyen el “primer jet” del texto, son una parte esencial e inseparable de éste. Te aconsejo vivamente que vuelvas sobre ellas de vez en cuando, y como mínimo al final de cada sección en que figuren una o más remisiones a tales “notas”. Lo mismo vale para las notas a pie de página en las otras partes de Cosechas y Siembras, o los reenvíos en una nota (que aquí constituye el “texto principal”) a tal otra nota posterior, que entonces hace la función de “repaso” de ésta o de anotación. Ésta es, junto con mi consejo de no separarte a lo largo de la lectura del índice, la principal de las recomendaciones para la lectura que me parece que debo hacerte.

Una última cuestión práctica, que va a cerrar (un poco prosaicamente) esta carta que ya es hora de terminar. Por momentos ha habido un poco de “pánico” en el Servicio de reproducción de la Facultad al preparar, los diferentes cuadernos de Cosechas y Siembras, para su tirada a tiempo de que ésta se haga (si es posible) antes de las vacaciones de verano. En medio de esa prisa, hay todo un pliego de notas a pie de página de última hora que se ha de añadir al cuaderno 2 (El Entierro (1) — o El vestido del Emperador de China), que ha “saltado” por los aires. Se trataba sobre todo de la rectificación de ciertos errores materiales que aparecieron últimamente, al escribir las Cuatro Operaciones. Hay una de esas notas a pie de página que es más trascendente que las otras y quisiera señalar aquí. Se trata de una anotación a la nota “La víctima — o los dos silencios” (nº 78’, página 304). Esa nota, en la que me he esforzado, entre otras, por captar mis impresiones (ciertamente muy subjetivas) sobre la manera en que mi amigo Zoghman Mebkhout “interiorizaba” en esa época la expoliación inicua de la que pagaba los gastos, fue sentida por él como injusta porque parecía que yo casi lo metía “en el mismo saco” que sus expoliadores. Lo que es seguro es que en esa nota, que sólo pretende dar una impresiones ligadas a un “momento” muy particular, no presento más que un único toque de atención, dejando en lo no-dicho (y sin duda como algo evidente) otros toques igualmente reales (y quizás menos discutibles). En todo caso la reflexión sobre este delicado tema se hace considerablemente más profunda, con un año de distancia, en la nota “Raíces y Soledad” (nº 171₃). Ésta no ha suscitado reservas por parte de Zoghman.

Otros elementos de reflexión sobre este mismo tema se encuentran igualmente en las dos notas “Tres hitos — o la inocencia” y “Las páginas muertas” (nºs 171 (x) y (xii)). Estas tres notas son parte de “La Apoteosis”, que es la parte de las Cuatro Operaciones consagrada a la operación de apropiación y desvío de la obra de Zoghman Mebkhout.

Sólo me queda desearte una buena lectura — ¡hasta que tenga el placer de leerte a mi vez!

Alexandre Grothendieck

Epílogo en Posdata — o contexto y prolegómenos de un debate

Febrero de 1986

13. Ya han pasado sus buenos siete meses desde que esta carta fue escrita, y casi cuatro meses desde que fue enviada con el “tocho” que la acompaña. Y cada una¹³⁸ con una dedicatoria de mi puño y letra. Como una “botella en el mar”, o mejor, como un montón de tales botellas errantes, mi mensaje tocó tierra y circuló por los rincones más recónditos de ese microcosmos matemático que me fue familiar. Y a causa de los ecos directos e indirectos que me llegan a lo largo de los días, las semanas y los meses, heme aquí inopinadamente delante de una especie de amplia radiografía del medio matemático tomada con un espectrógrafo omnidireccional, del que mis inocentes “botellas” serían otras tantas antenas viajeras. Debido a esto (¡nobleza obliga!) yo, al que sin embargo no falta en qué ocuparse, me encuentro delante de la nueva tarea de descifrar la radio y dar cuenta, lo mejor que pueda, de lo que lea en ella. Ésta será la sexta (y última ¡lo prometo!) parte de Cosechas y Siembras. Por tanto vendrá a coronar, si Dios me da vida, “la gran obra sociológica de mis últimos días”. Por el momento algunos comentarios.

En la acogida a mi modesta flotilla artesanal, lo que ha dominado, y con mucho, ha sido el tono medio-en-guasa, medio-hosco, con el aire de “ya está Grothendieck, que se ha vuelto paranoico a la vejez”, o “ahí está un pretencioso que se lo ha creído” — ¡y ya está! Sin embargo no he recibido más que una carta con ese estilo¹³⁹, y otras dos con el de un discreto escarnio complacido consigo mismo¹⁴⁰. La mayoría de los destinatarios matemáticos, incluyendo los que fueron mis alumnos, han respondido con el silencio¹⁴¹ — un silencio que me dice mucho.

Eso no obsta para que ya haya tenido una voluminosa correspondencia. La mayoría de las cartas tienen el tono de un compromiso educado, que a menudo quiere ser amigable, preocupado por los buenos modales. Dos o tres veces he sentido, detrás de ese compromiso y como

¹³⁸Con unas pocas excepciones, sobre todo las de los colegas que no conocía personalmente, que sólo recibieron los cuadernos 0 y 4 de la tirada provisional, de regalo por su participación activa en mi Entierro.

¹³⁹Carta que proviene de uno de mis alumnos, que además fue enterrado conmigo.

¹⁴⁰Enviadas por dos de mis antiguos colegas en el seno de Bourbaki, uno de los cuales era uno de los mayores que me acogieron con calurosa benevolencia en mis comienzos.

¹⁴¹De los ciento treinta y un envíos a matemáticos, hasta el presente sólo cincuenta y tres destinatarios han dado señales de vida, aunque no sea más que con un acuse de recibo. Entre éstos hay seis de mis ex-alumnos — no he tenido respuesta de ninguno de los otros ocho.

tamizado por él, el calor de un sentimiento aún vivo. Con frecuencia, cuando el compromiso no se expresa con protestas de buenos sentimientos (por su cuenta, o por la de otro), lo hace con cumplidos — ¡en mi vida he recibido tantos! Con el aire de “gran matemático”, “páginas soberbias” (sobre la creatividad “y todo eso”...), “escritor indiscutible”, y paro de contar. Para ser justo, incluso merecí un cumplido muy sentido (y nada irónico) sobre la riqueza de mi vida interior. Es inútil decir que en todas esas cartas mi interlocutor tiene cuidado de no entrar en el meollo de ninguna cuestión, y menos aún de implicarse personalmente; el tono sería más bien el de alguien a quien se hubiera “solicitado su opinión” (retomando los términos de una de esas cartas) sobre un asunto algo escabroso y además hipotético o imaginario, y en todo caso y sobre todo, un asunto *que no le concierne personalmente*. Cuando parece que va a tocar alguna de esas cuestiones, lo hace con la punta de los dedos y para apartarla de sí todo lo que puede — tanto si es prodigándome buenos consejos, o con prudentes condicionales, o con los lugares comunes que se usan cuando no se sabe qué decir, o de cualquier otra forma. No obstante algunos han dejado entender que *puede ser* que ocurrieran algunas cosas no muy normales — teniendo buen cuidado de no precisar de qué y de quién se trata...

También he recibido ecos francamente calurosos, de parte de quince o dieciséis de mis antiguos y nuevos amigos. Algunos expresaron una emoción, sin intentar negarla o acallarla. Esos ecos, y otros igualmente calurosos que me llegan de fuera del medio matemático, han sido mi recompensa por un largo y solitario trabajo, realizado no para mí mismo, sino para todos.

Y entre los ciento treinta colegas que recibieron mi Carta, hay tres que respondieron en el sentido pleno del término, implicándose ellos mismos en vez de limitarse a un comentario lejano sobre los sucesos del siglo. También recibí uno de estos ecos de un interlocutor no matemático. Eran verdaderas *respuestas* a mi mensaje. Y ésa era también la mejor de mis recompensas.

14. Varios de mis colegas y amigos matemáticos han expresado la esperanza de que Cosechas y Siembras abra un gran *debate* en el medio matemático sobre el estado de las costumbres en ese medio, sobre la ética del matemático, y sobre el sentido y la finalidad de su trabajo. Por el momento, lo menos que se puede decir es que la cosa no va por ese camino. Desde ahora (y haciendo el juego de palabras de rigor) el debate sobre un Entierro tiene toda la pinta de convertirse de oficio ¡en el entierro de un debate!

Eso no impide, tanto si se quiere como si no y a pesar del silencio y la apatía de muchos, que de hecho se haya abierto un debate. Es poco probable que tenga la amplitud de un verdadero debate público, incluso (¡Dios no lo quiera!) la pompa y la rigidez de un debate “oficial”. En todo caso ya son muchos los que se han dado prisa en encerrarlo en su fuero interno incluso antes de conocerlo, imbuidos del sempiterno e inmutable consenso de que “todo es lo mejor en el mejor de los mundos” (matemáticos en este caso). Sin embargo, quizás un cuestionamiento termine por venir *de fuera*, progresivamente, a través de “testigos” que no formen parte del mismo medio y no sean prisioneros de esos consensos de grupo, y que por tanto no se sientan (ni siquiera en su fuero interno) involucrados personalmente.

En casi todos los ecos que he recibido, constato una confusión sobre las dos cuestiones preliminares: *sobre qué* trata el “debate” propuesto (al menos tácitamente) por Cosechas y Siembras, y *quién* es apto para entenderlo y pronunciarse, o también: para formarse una opinión con pleno conocimiento de causa. Quisiera señalar *tres “puntos de referencia”* al respecto. Ciertamente eso no impedirá que los que tengan la confusión se mantengan en ella. Pero al menos, a los que quieran saber de qué se trata, tal vez eso pueda ayudarles a no dejarse distraer por los efectos sonoros de todo tipo (incluidos los mejor intencionados...).

a) Algunos amigos sinceros me aseguran que “todo se arreglará” (donde “todo”, me imagino, significa “cosas” que desgraciadamente se habrían estropeado...); que no tengo más que volver, “imponerme con nuevos trabajos”, dar conferencias, etc. — y otros harían el resto. Dirán “De todos modos hemos sido algo injustos con ese maldito Grothendieck” y rectificarán el tiro discretamente con mayor o menor convicción¹⁴²; incluso me darán palmaditas en el hombro con un aire adulator tratándome de “gran matemático”, con tal de calmar a alguien tan respetable que parece que va a ponerse nervioso y a provocar olas indeseables.

En modo alguno se trata, como sugieren esos amigos, de “soltar lastre” o de hacerlo soltar. Por mi parte no tengo ninguna necesidad de cumplidos ni de admiradores sinceros, y tampoco de “aliados” para “mi” causa o para cualquier otra causa. No se trata de mí, que me va de maravilla, ni de mi obra, que habla por ella misma aunque fuera a los sordos. Si este debate concierne, entre otros, a mi persona y a mi obra sólo es a título de *reveladores* de otra cosa, a través de la realidad de un Entierro (de lo más revelador en efecto).

¹⁴²Ya he tenido ocasión de notar algunas de esas señales discretas, que muestran que se ha tomado buena nota de que el león se ha despertado...

Si hay “alguien” que me parece que debe inspirar un sentimiento de alarma, inquietud y urgencia, en modo alguno es mi persona, ni ninguno de mis “coenterrados”. Sino que se trata de un ser colectivo, a la vez imperceptible y muy tangible, del que se habla a menudo y nos guardamos mucho de examinar jamás, y que se llama “*la comunidad matemática*”.

Durante estas últimas semanas, he terminado por verla como una persona de carne y hueso, que padecería una *gangrena* profunda. Los mejores alimentos, los platos más escogidos, en ella se vuelven veneno, que propaga e incrusta más el mal. Sin embargo tiene una bulimia irresistible y se ceba más y más, seguramente como forma de dar el pego con respecto a un mal del que no quisiera enterarse a ningún precio. Todo lo que se le diga es tiempo perdido — incluso las palabras más sencillas han perdido su sentido. Dejan de llevar un mensaje y sólo sirven para desencadenar los mecanismos del miedo y el rechazo...

b) La mayoría de mis colegas y antiguos amigos, incluso los mejor dispuestos, cuando se atreven a dar una opinión se rodean de prudentes condicionales, del tipo “si fuera verdad que ...en efecto sería inadmisibile” — a fin de irse a dormir contentos. Sin embargo creí haber sido muy claro...

Con la perspectiva de siete meses, puedo precisar que *en la casi-totalidad de los hechos* relatados y comentados en Cosechas y Siembras, *su realidad no es objeto de ninguna controversia*. Volveré más tarde sobre algunas raras excepciones que serán señaladas como tales, cada una en su lugar. En cuanto a los restantes hechos, después de escribir la versión primitiva de Cosechas y Siembras una cuidadosa confrontación con algunos de los principales afectados (a saber, Pierre Deligne, Jean-Pierre Serre y Luc Illusie) ha permitido eliminar los errores de detalle y llegar a un acuerdo sin ambigüedades sobre los hechos materiales¹⁴³.

Así, de ningún modo se debate sobre la realidad de los hechos, que no se pone en duda, sino sobre la cuestión de *si las prácticas y las actitudes descritas por esos hechos deben considerarse aceptables y “normales” o no*.

Se trata de prácticas que en mi testimonio califico (puede ser que sin razón...) de escandalosas, de abusos de confianza y de poder, y de flagrantes deshonestidades que más de una vez alcanzan la dimensión de lo inicuo y lo sinvergüenza. Lo más inimaginable que aún me quedaba por aprender, después de haberme enterado de esos hechos (impensables hace quince años), es que la gran mayoría de mis colegas matemáticos, incluso entre los que

¹⁴³Me alegra expresar mi agradecimiento a los tres por la buena voluntad de la que han hecho gala en esta ocasión, y hago constar su total buena fe en lo que respecta a las cuestiones sobre los hechos materiales.

fueron mis alumnos o amigos, considera ahora esas prácticas como normales y perfectamente honorables.

c) Para muchos de mis colegas y antiguos amigos hay una segunda forma de mantener una confusión. Es del tipo: “lo siento, pero no soy especialista en la materia — no nos pida que comprendamos unos hechos que (afortunadamente) nos pasan por encima de la cabeza...” Por el contrario, afirmo que para entender los hechos principales no es necesario ser “especialista” (¡lo siento a mi vez!), ni siquiera saberse la tabla de multiplicar o el teorema de Pitágoras. No más que haber leído “El Cid” o las fábulas de La Fontaine. Un niño normal de diez años es tan capaz como el más afamado de los especialistas (incluso más que él...) ¹⁴⁴.

Permítaseme ilustrar este punto con un ejemplo sacado del Entierro ¹⁴⁵: el “primero en llegar”. No es necesario conocer los pormenores de la multiforme y delicada noción matemática de “motivo”, ni tener el certificado de estudios, para entender los siguientes hechos, y para formarse un juicio al respecto.

1º) Entre 1963 y 1969 introduje la noción de “motivo” y a su alrededor desarrollé una “filosofía” y una “teoría”, en parte conjeturales. Con razón o sin ella (poco importa aquí) considero la teoría de motivos como lo más profundo que he aportado a la matemática de mi tiempo. Por otra parte, hoy en día la importancia y la profundidad del “yoga motivico” no las pone en duda nadie (después de diez años de un silencio casi total desde que salí de la escena matemática).

2º) En el primer y único libro (publicado en 1981) dedicado a la teoría de motivos (en el que ese nombre, introducido por mí, figura en el título), el único párrafo que puede hacer suponer al lector que mi modesta persona tenga relación cercana o lejana con alguna teoría que pueda parecerse a la que se desarrolla a lo largo de ese libro, se encuentra en la página 261. Ese párrafo (de dos líneas y media) explica al lector que la teoría desarrollada no tiene nada que ver con la de cierto Grothendieck (teoría mencionada allí por primera y última vez, sin otra referencia ni precisión).

3º) Hay una conjetura célebre, llamada “conjetura de Hodge” (poco importa aquí su enun-

¹⁴⁴Por supuesto que no he escrito Cosechas y Siembras para un niño de diez años. Para dirigirme a él hubiera elegido un lenguaje que le fuera familiar.

¹⁴⁵Se trata de la primera “gran operación” de Entierro que descubrí, cierto 19 de abril de 1984 en que también me vino el nombre de “El Entierro”. Ver al respecto las dos notas escritas ese mismo día, “Recuerdo de un sueño — o el nacimiento de los motivos”, y “El Entierro — o el Nuevo Padre” (CyS III, n°s 51, 52). Allí también está la referencia completa del libro del que vamos a hablar.

ciado preciso), cuya validez implicaría que la sedicente “otra” teoría de motivos desarrollada en el brillante volumen es *idéntica* a (un caso muy particular de) la que yo había desarrollado, a la vista de todos, casi veinte años antes.

Podría añadir 4º), que el más prestigioso de los cuatro firmantes del libro fue alumno mío y de mí aprendió durante años las brillantes ideas que presenta como si acabase de encontrarlas¹⁴⁶, y 5º), que ambas circunstancias son públicamente notorias entre las personas bien informadas, pero es inútil buscar en la literatura algún rastro escrito atestiguando que dicho brillante autor pudiera haber aprendido algo de mí¹⁴⁷, y que 6º) la delicada cuestión de aritmética que (según me ha explicado el autor principal en persona) constituye el problema central del libro (y sin que mi nombre fuera pronunciado) había sido desentrañada por mí en los años sesenta, en la estela del “yoga de los motivos”, y que el autor se enteró de ella por mí; y aún podría añadir unos 7º, 8º, etc. (lo que ciertamente no dejaré de hacer en su momento).

Lo anterior será suficiente para mi propósito, que es éste: Para enterarse de esos hechos y formar un juicio al respecto, no se necesitan “destrezas” particulares — *esto no se “decide” a ese nivel*. La facultad que aquí está en juego, aparte de una razón sana (que en principio se supone en todos), es la que yo llamaría con el nombre de *sentimiento de decencia*.

El libro en cuestión es uno de los más citados en la literatura matemática, y su “autor principal” es uno de los matemáticos más prestigiosos actualmente. Dicho esto, lo más notable en esta historia, a mi parecer, es que *nadie* de entre los numerosos lectores del libro, incluidos los que saben de primera mano de qué se trata y fueron mis alumnos o mis amigos — que *nadie haya visto en él nada anormal*. En todo caso, hasta el momento presente en que escribo estas líneas ni uno sólo me ha comunicado la más mínima reserva sobre ese libro prestigioso¹⁴⁸.

En cuanto a los que, entre mis colegas y antiguos amigos, nunca han tenido ese libro entre sus manos y se aprovechan de ello para alegar incompetencia, les digo: no se necesita

¹⁴⁶No intento decir que en ese libro no haya ideas, e incluso buenas ideas, debidas a ese autor o a los otros coautores. Pero toda la problemática del libro y el contexto conceptual que le da sentido, incluyendo la delicada teoría de las \otimes -categorías (llamadas sin razón “tannakianas”) que técnicamente forma el corazón del libro, son obra mía.

¹⁴⁷Salvo una línea de un informe de Serre, en 1977, del que hablaremos en su lugar.

¹⁴⁸En total ha habido dos colegas (incluyendo a Zoghman Mebkhout) que me han comunicado tales “reservas”. Ninguno de los dos puede considerarse un “lector” de ese libro. Lo han leído por curiosidad, para enterarse...

ser “especialista” para pedir el libro en una biblioteca matemática cualquiera, hojearlo, y comprobar vosotros mismos lo que nadie niega...

15. Esta “operación motivos” no es más que *una* de las cuatro “grandes operaciones” del mismo género, entre una nube de otras de menor envergadura y del mismo estilo. No es la “mayor” de las mistificaciones colectivas que dan consistencia a mi “novela costumbrista” ni la más inicua. Ha consistido en saquear¹⁴⁹ el rebaño del rico, aprovechando su ausencia (o su muerte...), y no en llegar (ante la indiferencia general) a estrangular por placer el cordero del pobre delante de él. E incluso en el lenguaje matemático que ahora es de uso corriente, hay títulos de libros de apariencia anodina y conceptos o enunciados citados constantemente, que por ellos mismos constituyen ya una mistificación o una impostura¹⁵⁰, y testimonian a su modo la desgracia de una época.

Si creo haber hecho algo útil para la “comunidad matemática”, es haber sacado a la luz del día cierto número de hechos poco gloriosos, que comenzaban a pudrirse a la sombra. Seguramente el tipo de hechos que todo el mundo roza todos los días, o poco menos, de cerca o de lejos. ¿Cuántos se han tomado la molestia de pararse, aunque sólo sea un instante, para olfatear el aire y mirar?

Quien haya estado expuesto a la arrogancia de unos y a la deshonestidad de otros (o de los mismos) tal vez crea que fue una desgracia muy particular que le tocó a él en suerte. Confrontando su experiencia con mi testimonio, quizás sienta que esa “desgracia” también es un nombre que le ha dado a un *espíritu de los tiempos*, que pesa sobre él como pesa sobre todos. Y (¡quién sabe!) puede que le incite a implicarse en un debate que le concierne tanto como a mí.

Pero si esa “ropa sucia” que “expongo en la plaza pública” no provoca más que la burla sin alegría de unos y el embarazo educado de otros, ante la indiferencia de todos, entonces una situación que era confusa se habrá vuelto muy clara. (Al menos para el que aún se pre-

¹⁴⁹(N. del T.) *Piller* en el original, que significa tanto robar como plagiar.

¹⁵⁰Aquí pienso sobre todo en la insólita sigla “SGA 4 $\frac{1}{2}$ ” (¡qué útiles son los números fraccionarios!), que es una doble impostura por sí misma (y una de las siglas más citadas en la literatura matemática contemporánea), y en los nombres “dualidad de Verdier” o “dual de Verdier”, “conjetura de Deligne-Grothendieck”, y en fin “categorías tannakianas” (en que Tannaka, por una vez, no tiene parte, ya que jamás fue consultado...). Los consideraremos con más detalle en su lugar.

ocupe de usar sus propios ojos). Los consensos tradicionales de la buena fe y la decencia¹⁵¹, en la relación entre matemáticos y la del matemático con su arte, serían cosas del pasado, “superadas”. Sin que ninguna asociación internacional de matemáticos lo haya proclamado solemnemente, sería algo bien sabido y casi oficial: ahora *todos los golpes le están permitidos*, sin reserva ni limitación, a la “cofradía por cooptación” de los que tienen el poder en el mundo matemático. Todos los trapicheos de ideas para manejar a su antojo al lector apático que sólo quiere creer, todos los tráficos de paternidad, y las citas-camelos entre compadres y el silencio para los que están condenados al silencio, y el favoritismo y las falsificaciones de toda clase que llegan hasta el plagio más grosero a la vista de todos — *sí y amén a todo*, con la bendición, con la palabra o el silencio (cuando no con la participación activa y diligente), de todos los “grandes nombres” y todos los patronos grandes y pequeños en la plaza pública de las matemáticas. ¡Sí y amén al “*nuevo estilo*” que hace furor! Por asentimiento (casi) unánime, lo que fue un arte se ha convertido en la feria del embrollo y la rebatiña, bajo la mirada paternal de los jefes.

En el mundo de los matemáticos hubo un tiempo en que el ejercicio del poder estaba limitado por consensos unánimes e intangibles, expresión de un sentimiento colectivo de *decencia*. Esos consensos y ese sentimiento ahora serían algo anticuado y superado, seguramente indignos de la era de los ordenadores, de las cápsulas espaciales y de la bomba de neutrones.

En adelante sería algo logrado y definitivo: el poder, para la cofradía de los que lo disfrutaban, es un *poder discrecional*.

16. Me parece que en la Carta me he explicado con suficiente claridad sobre el espíritu con que he escrito Cosechas y Siembras, como para que esté muy claro que en modo alguno pretendo hacer de historiador. Se trata de un testimonio de buena fe de una experiencia de primera mano, y de una reflexión sobre esa experiencia. Testimonio y reflexión están a disposición de todos, incluido el historiador, que podrá utilizarlos como un material entre otros. A él le corresponderá someter ese material a un análisis crítico conforme a los cánones de rigor de su arte.

¹⁵¹Cuando hablo de esos “consensos de buena fe y decencia” no quiero decir que nunca hayan sido transgredidos. Pero cuando eran transgredidos, se trataba de “transgresiones”, y los consensos mismos seguían siendo aceptados.

Por supuesto, conviene distinguir entre los *hechos* en sentido restringido (los “hechos en bruto” o “hechos materiales”) y la “valoración” o “*interpretación*” de esos hechos, que les da un *sentido*, el cual no es el mismo para un observador (o un coactor) que para otro. Grosso-modo, puede decirse que el aspecto “testimonio” de Cosechas y Siembras se refiere a los hechos, y que su aspecto “reflexión” se refiere a su interpretación, es decir a mi trabajo para darles un sentido. Entre los “hechos” que componen el testimonio incluyo los “hechos psíquicos”, principalmente los sentimientos, asociaciones e imágenes de todo tipo que se reflejan en mi testimonio, tanto si se dieron en un pasado más o menos lejano o en el momento mismo de escribir.

Distingo tres clases de *fuentes* de los hechos que describo o tengo en cuenta. Están los hechos que me devuelve el *recuerdo*, más o menos preciso en unas ocasiones y borroso en otras, y a veces deformado. Al respecto, garantizo mi disposición de veracidad en el momento en que escribo, pero no la ausencia de errores. Por el contrario, he tenido ocasión de descubrir unos cuantos, que señalo en su lugar con notas a pie de página posteriores. Por otra parte están los *documentos escritos*, principalmente cartas y sobre todo publicaciones científicas como es debido, que en cada ocasión cito con toda la precisión deseable. Por último, están los *testimonios de terceras personas*. A veces complementan mis propios recuerdos, permitiéndome reavivarlos, precisarlos y a veces corregirlos. En unas pocas ocasiones (sobre las que volveré en seguida) ese testimonio me aporta informaciones totalmente nuevas respecto de las que ya conocía. Cuando me hago eco de uno de estos testimonios, eso no significa que tenga la posibilidad de verificar su exactitud y fundamento por completo, sino simplemente que encaja de modo tan plausible en el rico tejido de hechos que ya conocía de primera mano como para convencerme (con razón o sin ella...) de que ese testimonio era esencialmente verdadero.

Me parece que un lector atento en ningún momento tendrá dificultad alguna en “separar” los hechos de sus interpretaciones y (en el primer caso) distinguir, entre las tres fuentes que acabo de describir, cuál está en juego.

* *

*

Cuando he aludido al testimonio de una tercera persona del que me hice eco sin haber podido “verificar su fundamento por completo”, se trataba del de *Zoghman Mebkhout* sobre

la vasta operación de escamoteo de su obra. Entre todos los “hechos materiales” que tengo en cuenta en Cosechas y Siembras, los únicos que actualmente están sujetos a discusión o que, según mi propio criterio en el momento presente, necesitan una rectificación, son algunos hechos atestiguados sólo por el testimonio de Mebkhout. Para concluir esta posdata presentaré unos comentarios críticos acerca de la versión del “caso Mebkhout” presentada en la tirada provisional de Cosechas y Siembras. Comentarios y rectificaciones más detallados se incluirán, cada uno y cada una en su lugar, en la edición impresa (que será el texto definitivo de Cosechas y Siembras).

Me parece que la “versión Mebkhout”, de la que quise hacerme portavoz, esencialmente consiste en las dos tesis siguientes:

1º) Entre 1972 y 1979 Mebkhout fue el único¹⁵², ante la indiferencia general e inspirándose en mi obra, que desarrolló la “filosofía de los \mathcal{D} -módulos” como nueva teoría de “coeficientes cohomológicos” en mi sentido.

2º) Tanto en Francia como a nivel internacional, habría habido un consenso en escamotear su nombre y su papel en esa teoría nueva, una vez que su alcance empezó a ser reconocido.

Esta versión estaba muy documentada, por una parte por las publicaciones de Mebkhout, totalmente convincentes, y por otra parte por numerosas publicaciones de otros autores (principalmente las *Actas* del Coloquio de Luminy en junio de 1981) en que el propósito deliberado de escamoteo es indudable. En fin, los detalles más precisos que Mebkhout me proporcionó después (y de los que me hago eco en la parte “El Entierro (3) — o las Cuatro Operaciones”), sin ser directamente verificables, concordaban completamente con cierto ambiente general cuya realidad ya no tenía ninguna duda para mí.

Acabo de enterarme de algunos hechos nuevos¹⁵³ que muestran que hace falta matizar mucho el punto 1º) anterior. El aislamiento en que se encontraba Mebkhout¹⁵⁴ era bien real;

¹⁵²Excepción hecha del teorema de constructibilidad de Kashiwara de 1975, cuya importancia nadie pone en duda. Pero de acuerdo con la versión de Mebkhout ésa sería la única contribución de Kashiwara a la teoría que estaba naciendo. Esa versión (inexacta) estaba corroborada por la ausencia de otras publicaciones de Kashiwara en que al menos hubiera aludido a las ideas maestras.

¹⁵³Estoy agradecido a Pierre Schapira y a Christian Houzel por haber llamado mi atención sobre esos hechos, y sobre el carácter tendencioso de mi presentación del contencioso Mebkhout-Kashiwara.

¹⁵⁴Ese aislamiento provenía ante todo de la indiferencia de mis ex-alumnos ante los trabajos de Mebkhout,

pero era un aislamiento relativo. En Francia hubo los trabajos de J.P. *Ramis* sobre el mismo tema (trabajo de los que Mebkhout no me dijo ni una palabra) y, sobre todo, parece que algunas ideas importantes desarrolladas y llevadas a buen puerto por Mebkhout, de las que se atribuye la paternidad, pudieran deberse a Kashiwara¹⁵⁵. Al mismo tiempo esto vuelve inverosímiles o dudosos algunos episodios del contencioso Mebkhout-Kashiwara tal y como se narran en la versión Mebkhout, de la que fui el portavoz (demasiado) fiel.

Es indudable que al nivel del “trabajo a destajo”, al igual que por concebir ciertas ideas que supo llevar a buen término, Mebkhout fue uno de los principales pioneros de la nueva teoría de \mathcal{D} -módulos, tal vez incluso *el* principal pionero; en todo caso el único que se dedicó en cuerpo y alma a esa tarea, cuyo verdadero alcance aún se le escapaba, igual que se le escapaba a todos. También es cierto que la operación de escamoteo que tuvo lugar alrededor de su obra, operación que culminó en el Coloquio de Luminy, para mí sigue siendo una de las grandes desgracias del siglo en el mundo matemático. Pero sería erróneo pretender (como hice de buena fe) que Mebkhout estuvo solo en la tarea. Por el contrario, fue el único que tuvo la honestidad y el coraje de decir claramente la importancia de mis ideas y de mi obra en sus trabajos y en la eclosión de la nueva teoría.

Una posdata no es el lugar adecuado para entrar en los detalles de ese caso — lo haré en su lugar, incluyendo comentarios que aclaren el contexto psicológico de la “versión Mebkhout”. Si el “contencioso Mebkhout-Kashiwara” reviste algún interés para mí, sólo es en la medida en que ilumina el ambiente general de una época. Y para mí, incluso hasta en sus deformaciones y a causa de las fuerzas que las originaron, también la “versión Mebkhout” resulta ser, junto a otros materiales menos discutibles que aportó al “dossier de una época”, un elocuente “signo de los tiempos”.

Me queda retractarme públicamente por la ligereza de haber presentado el contencioso

que obstinadamente parecía dispuesto a inspirarse en un “antepasado” condenado al olvido por un consenso unánime...

¹⁵⁵La más importante de esas ideas es la de la “correspondencia” (utilizando la jerga de moda) llamada “de Riemann-Hilbert” para los \mathcal{D} -módulos. La conjetura pertinente fue demostrada por Mebkhout, y también (según afirma Schapira) por Kashiwara (mientras que Mebkhout me aseguraba que su demostración era la única publicada). La cuestión de la prioridad en la demostración aún es oscura para mí, y renuncio a pasar los días que me quedan poniéndola en claro...

En cuanto al enunciado-hermano en términos de \mathcal{D}^∞ -módulos, parece no haber duda de que la paternidad de la idea y la demostración pertenece a Mebkhout.

Mebkhout-Kashiwara con un cuadro que sólo tenía en cuenta el testimonio y los documentos aportados por Mebkhou, como si esa versión no pudiera ponerse en duda. Esa versión presentaba a una tercera persona como ridícula, incluso odiosa, razón de más para hacer gala de prudencia. Por mi ligereza y por esa falta de sana prudencia, presento aquí de buena gana a M. Kashiwara mis excusas más sinceras.

COSECHAS Y SIEMBRAS (0)

Carta - Introducción

(Sumario)

Una Carta

1. La Carta de mil páginas	L 1
2. El Nacimiento de Cosechas y Siembras (una retrospectiva-aclaración)	L 2
3. La muerte del patrón — obras abandonadas	L 4
4. Vientos de entierro...	L 9
5. El viaje	L 14
6. La vertiente de la sombra — o creación y desprecio	L 16
7. El respeto y la fortaleza	L 20
8. “Mis íntimos” — o la connivencia	L 23
9. El despojo	L 28
10. Cuatro olas en un movimiento	L 31
11. Movimiento y estructura	L 36
12. Espontaneidad y rigor	L 41

Índice de materias de Cosechas y Siembras (fascículos 0 a 4)	T1 à T 10
--------------------------------------------------------------	-----------

Introducción

(I) : El trébol de cinco hojas

1. Sueño y cumplimiento	i
2. El espíritu de un viaje	iv
3. Brújula y equipajes	vii
4. Un viaje en busca de cosas evidentes...	viii
5. Una deuda bienvenida	x

(II): Una muestra de respeto

6. El Entierro	xi
7. El Protocolo de las Exequias	xiv
8. El final de un secreto	xvi
9. La escena y los Actores	xix
10. Una muestra de respeto	xx

COSECHAS Y SIEMBRAS (I)

Vanidad y Renovación

(Sumario)

I Trabajo y descubrimiento

1. El niño y el Buen Dios
2. Error y descubrimiento
3. Las labores inevitables
4. Infalibilidad (de otros) y desprecio (de uno mismo)

II El sueño y el Soñador

5. El sueño prohibido
6. El Soñador
7. La herencia de Galois
8. Sueño y demostración

III Nacimiento del temor

9. El extranjero bienvenido
10. La “Comunidad matemática”: ficción y realidad
11. Encuentro con Claude Chevalley, o: libertad y buenos sentimientos
12. El mérito y el desprecio
13. Fuerza y basteza
14. Nacimiento del temor
15. Cosechas y siembras

IV Las dos caras

16. Morralla y primera fila
17. Terry Mirkil
18. Veinte años de vanidad, o: el amigo infatigable
19. El mundo sin amor
20. ¿Un mundo sin conflictos?
21. Un secreto de Polichinela¹⁵⁶ bien guardado

¹⁵⁶(N. del T.) Falso secreto rápidamente conocido por todos. Polichinela es un personaje burlesco de las farsas y del teatro de marionetas, originario de la “commedia dell’arte” italiana del s. XVII.

- 22. Bourbaki, o mi gran suerte — y su reverso
- 23. De Profundis
- 24. Mi despedida, o: los extranjeros

V Maestro y alumnos

- 25. El alumno y el Programa
- 26. Rigor y rigor
- 27. El borrón — o veinte años después
- 28. La cosecha inacabada
- 29. El Padre enemigo (1)
- 30. El Padre enemigo (2)
- 31. El poder de desanimar
- 32. La ética del matemático

VI Cosechas

- 33. La nota — o la nueva ética
- 34. El limón y la fuente
- 35. Mis pasiones
- 36. Deseo y meditación
- 37. La fascinación
- 38. Impulso de retorno y renovación
- 39. Bella de noche, bella de día (o: los establos de Augías¹⁵⁷)
- 40. La matemática deportiva
- 41. ¡Se acabó la noria!

VII El Niño se divierte

- 42. El niño
- 43. El patrón aguafiestas — o la olla a presión
- 44. ¡Se re-reinvierte la marcha!
- 45. El Gurú-no-Gurú — o el caballo de tres patas

¹⁵⁷(N. del T.) En la mitología griega, rey de Élide que poseía numerosos rebaños y que por negligencia dejaba acumular el estiércol en sus establos. Uno de los doce trabajos que el rey Eristeo impuso a Hércules fue el de limpiar los establos de Augías en un sólo día, lo que el héroe consiguió desviando el río Alfeo.

VIII La aventura solitaria

- 46. La fruta prohibida
- 47. La aventura solitaria
- 48. Don y acogida
- 49. Acta de una división
- 50. El peso de un pasado

NOTAS a la primera parte de Cosechas y Siembras¹⁵⁸

1. Mis amigos de Sobrevivir y Vivir	6	(11)
2. Aldo Andreotti, Ionel Bucur	11	(14)
3. Jesús y los doce apóstoles	19	(25)
4. El Niño y el maestro	23	(26)
5. El miedo a jugar	23''	(29)
6. Los dos hermanos	23'''	(29)
7. Fracaso de una enseñanza (1)	23iv	(31)
8. Consenso deontológico — y control de la información	25	(32)
9. El “esnobismo de los jóvenes”, o los defensores de la pureza	27	(33)
10. Cien hierros en el fuego, o: ¿no sirve de nada hacer novillos!	32	(36)
11. El abrazo impotente	34	(37)
12. La visita	40	(45)
13. Krishnamurti, o la liberación que es una traba	41	(45)
14. El desgarró saludable	42	(45)

¹⁵⁸Las notas de la sección “El peso de un pasado” (sección 50) no figuran en esta lista sino que forman la segunda parte de Cosechas y Siembras (notas n^os 44’ a 97).

COSECHAS Y SIEMBRAS (II)

EL ENTIERRO (1)

o el vestido del Emperador de China

A) HERENCIA Y HEREDEROS

I El alumno póstumo

1. Fracaso de una enseñanza (2) — o creación y vanidad 44' (50)
2. Un sentimiento de injusticia y de impotencia... !44''

II Mis huérfanos

1. Mis huérfanos 46 (50)
2. Rechazo de una herencia — o el precio de una contradicción *47

III La moda — o la Vida de los Hombres Ilustres

1. El instinto y la moda — o la ley del más fuerte 48, 46
2. El desconocido de turno y el teorema del buen Dios 48', 46
3. Pesos en conserva y doce años de secreto 49, 46
4. ¡No se puede parar el progreso! 50 (50)

B) PIERRE Y LOS MOTIVOS

IV Los motivos (entierro de un nacimiento)

1. Recuerdo de un sueño — o el nacimiento de los motivos... 51, 46
2. El Entierro — o el Nuevo Padre *52
3. Preludio a una masacre 56, 51
4. La nueva ética (2) — o la feria de la rebatiña 59, 47
5. Apropiación y desprecio !59'

V Mi amigo Pierre

1. El niño 60
2. El entierro *61, 60
3. El suceso 62, 61
4. La expulsión 63, 60
5. La ascensión !63'

6. La ambigüedad	!63''
7. El compadre	63''', 48
8. La investidura	64, 60
9. El nudo	65, 63
10. Dos virajes	66, 61
11. La tabla rasa	*67
12. El ser aparte	!67'
13. El semáforo verde	68
14. La inversión	!68'
15. La cuadratura del círculo	69, 60
16. Las exequias	<u>70</u>
17. La tumba	*71

VI El Acorde Unánime — o el retorno de las cosas

1. Un pie en la noria	<u>72</u>
2. El retorno de las cosas (o una metedura de pata)	<u>73</u>
3. El Acorde Unánime	*74

C) LA BUENA SOCIEDAD

VII El Coloquio — o los haces de Mebkhout y Perversidad

1. La Iniquidad — o el sentido de un retorno	<u>75</u>
2. El Coloquio	!75'
3. El prestidigitador	!75''
4. La Perversidad	*76, 75
5. ¡Un momento!	77
6. El vestido del emperador de China	*77'
7. Encuentros de ultratumba	<u>78</u>
8. La Víctima — o los dos silencios	*78'
9. El Patrón	!78''
10. Mis amigos	*79, 78'
11. El tocho y la buena sociedad (o: rábanos y hojas ¹⁵⁹ ...)	<u>80</u>

¹⁵⁹(N. del T.) Literalmente “vejigas y farolillos”. En francés el dicho *Prendre des vessies pour des lanternes* significa cometer una equivocación grosera, como en español “Tomar el rábano por las hojas”.

VIII El Alumno — alias el Patrón

- | | |
|-------------------------------------------|-----------|
| 1. Tesis a crédito y seguro a todo riesgo | 81, 63''' |
| 2. Las buenas referencias | 82, 78' |
| 3. La broma — o los “pesos complejos” | *83 |

IX Mis alumnos

- | | |
|------------------------|-----------|
| 1. El silencio | <u>84</u> |
| 2. La solidaridad | *85 |
| 3. La mistificación | !85' |
| 4. El difunto | *86 |
| 5. La masacre | 87, 85 |
| 6. Los despojos... | 88 |
| 7. ... y el cuerpo | *89 |
| 8. El heredero | 90, 88 |
| 9. Los coherederos... | 91 |
| 10. ... y el tronzador | *92 |

D) LOS ENTERRADOS

X El Furgón Fúnebre

- | | |
|----------------------------------------------------------|----|
| Féretro 1 — o los \mathcal{D} -módulos agradecidos | 93 |
| Féretro 2 — o los pedazos tronzados | 94 |
| Féretro 3 — o las jacobianas un poco demasiado relativas | 95 |
| Féretro 4 — o los topos sin flores ni coronas | 96 |
| El Sepulturero — o la Congregación al completo | 97 |

COSECHAS Y SIEMBRAS (III)

EL ENTIERRO (2)

o

La Llave del Yin y del Yang

XI El difunto (que no termina de morir...)	
1. El incidente — o el cuerpo y el espíritu	98
2. La trampa — o facilidad y agotamiento	99
3. Un adiós a Claude Chevalley	100
4. La superficie y el abismo	101
5. Elogio de la escritura	102
6. El niño y el mar — o fe y duda	103
XII La Ceremonia Fúnebre	
1. El Elogio Fúnebre	
(1) Los cumplidos	!104, 47
(2) La fuerza y la aureola	105
2. <i>LA LLAVE DEL YIN Y DEL YANG</i>	
(1) El músculo y la tripa (yang entierra a yin (1))	106
(2) Historia de una vida: un ciclo en tres movimientos	
a. La inocencia (los esponsales del yin y del yang)	107
b. El Superpadre (yang entierra a yin (2))	108
c. Los reencuentros (el despertar del yin (1))	109
d. La aceptación (el despertar del yin (2))	110
(3) La pareja	
a. La dinámica de las cosas (la armonía yin-yang)	111
b. Los esposos enemigos (yang entierra a yin (3))	111'
c. La mitad y el todo — o la fisura	112
d. Conocimiento arquetipo y condicionamiento	!112'
(4) Nuestra Madre la Muerte	
a. El Acto	113, 112

b. La Bienamada	114
c. El mensajero	114'
d. Ángela — o el adiós y el hasta pronto	115
(5) Rechazo y aceptación	
a. El paraíso perdido	116, 112
b. El ciclo	116'
c. Los cónyuges — o el enigma del “Mal”	117
d. Yang juega el yin — o el papel de Maestro	!118, 116'
(6) La matemática yin y yang	
a. El arte más “macho” ¹⁶⁰	<u>119</u>
b. La bella desconocida	120
c. Deseo y rigor	121
d. La marea que sube...	122
e. Los nueve meses y los cinco minutos	123
f. Las Exequias del Yin (yang entierra a yin (4))	124
g. ¿Supermamá o Superpapá?	125
(7) La inversión del yin y del yang	
a. La inversión (1) — o la esposa vehemente	126
b. Retrospectiva (1) — o tres hojas de un tríptico	127
c. Retrospectiva (2) — o el nudo	127'
d. Los padres — o el corazón del conflicto	128
e. El Padre enemigo (3) — o yang entierra a yang	129
f. La flecha y la ola	130
g. El misterio del conflicto	131
h. La inversión (2) — o la revuelta ambigua	132, 129
(8) Amos y Servidor	
a. La inversión (3) — o yin entierra a yang	133
b. Hermanos y esposos — o la firma doble	134
c. Yin el Servidor, y los nuevos amos	135
d. Yin el Servidor (2) — o la generosidad	136

¹⁶⁰(N. del T.) En español en el original.

(9) La garra en guante de terciopelo	
a. La zarpa de terciopelo ¹⁶¹ — o las sonrisas	137
b. La inversión (4) — o el circo conyugal	138
c. La violencia ingenua — o la trasmisión	139
d. El esclavo y el pelele — o las pullas	140
(10) La violencia — o los juegos y el aguijón	
a. La violencia del justo	141
b. La mecánica y la libertad	142
c. La avidez — o el mal asunto	143
d. Los dos conocimientos — o el miedo de conocer	144
e. El nervio secreto	145
f. Pasión y carpanta — o la escalada	146
g. Padrazo	147
h. El nervio del nervio — o el enano y el gigante	148
(11) El otro Uno-mismo	
a. Rencor aplazado — o el retorno de las cosas (2)	149
b. Inocencia y conflicto — o el escollo	150
c. La circunstancia providencial — o la Apoteosis	151
d. El desacuerdo (1) — o el recuerdo	152
e. El desacuerdo (2) — o la metamorfosis	153
f. La puesta en escena — o la “segunda naturaleza”	154
g. Otro Uno-mismo — o identificación y conflicto	155
h. El Hermano enemigo — o la trasmisión (2)	156
(12) Conflicto y descubrimiento — o el enigma del Mal	
a. Sin odio y sin piedad	157
b. Comprensión y renovación	158
c. La causa de la violencia sin causa	159
d. Nichidatsu Fujii Guroji — o el sol y sus planetas	160
e. La oración y el conflicto	161

¹⁶¹(N. del T.) Traducción inexacta de la expresión figurada *Patte de velours*, que indica intención de dañar disimulada bajo una dulzura afectada.

f. Convicción y conocimiento	162
g. El hierro más candente — o el viraje	162'
h. La cadena sin fin — o la transmisión (3)	162''

COSECHAS Y SIEMBRAS (IV)

EL ENTIERRO (3)

o

Les Cuatro Operaciones

XII La Ceremonia Fúnebre (continuación)

3. Los últimos deberes (o la visita)

(1) El deber cumplido — o el momento de la verdad 163

(2) Los puntos sobre las íes 164

4. La danza macabra

(1) Réquiem por un vago esqueleto 165

(2) La profesión de fe — o lo verdadero en lo falso 166

(3) La melodía en la tumba — o la suficiencia 167

5. *LAS CUATRO OPERACIONES* (sobre unos despojos)

(0) El detective — o la vida de color rosa 167'

Las cuatro operaciones — o “puesta en orden” de una investigación 167''

(1) La Figurilla oriental

a. El silencio (“Motivos”)

a₁. El contexto “motivos” 168(i)

a₂. Entierro... 168(ii)

a₃. ... y exhumación 168(iii)

a₄. La pre-exhumación 168(iv)

b. Las maniobras (“Cohomología étal”)

b₁. El contexto “Conjeturas de Weil” 169(i)

b₂. Las cuatro maniobras 169(ii)

b₃. Episodios de una escalada 169(iii)

b₄. La desvergüenza 169(iv)

b₅. La figurilla oriental 169(v)

b₆. La expulsión 169₁

b₇. Los buenos samaritanos 169₂

b ₈ . El caballo de Troya	169 ₃
b ₉ . “La” Conjetura	169 ₄
b ₁₀ . La Fórmula	
(a) Las verdaderas matemáticas...	169 ₅
(b) ... y el sinsentido	169 ₆
(c) El patrimonio — o marrullería y creación	169 ₆ bis
(d) Los dobles sentidos — o el arte de estafar	169 ₇
(e) Los prestidigitadores — o la fórmula robada	169 ₈
(f) Las felicitaciones — o el nuevo estilo	169 ₉
(2) El reparto (“Dualidad — Cristales”)	
a. La parte del último — o las orejas sordas	170(i)
b. Gloria a gogó — o la ambigüedad	170(ii)
c. Las joyas	170(iii)
(3) LA APOTEOSIS (“Coeficientes de De Rham y \mathcal{D} -módulos”)	
a. El ancestro	171(i)
b. La obra...	171(ii)
c. ... y la mañería	171(iii)
d. El día de gloria	171(iv)
a ₁ . Los detalles inútiles	171(v)
(a) Paquetes de mil páginas	
(b) Máquinas de no hacer nada...	
(c) Cosas que no se parecen a nada... — o el agostamiento	
a ₂ . Las cuestiones ridículas	171(vi)
a ₃ . Libertad...	171(vii)
a ₄ y traba	171(viii)
b ₁ . Las cinco fotos (cristales y \mathcal{D} -módulos)	171(ix)
(a) El álbum “coeficientes de De Rham”	
(b) La fórmula del buen Dios	
(c) La quinta foto (“profesional”)	
(d) Cristales y cocristales - ¿plenamente fieles?	

(e) La ubicuidad del buen Dios	
b ₂ . Tres jirones — o la inocencia	171(x)
b ₃ . El papel de maestro — o los sepultureros	171(xi)
b ₄ . Las páginas muertas	171(xii)
c ₁ . Eclosión de una visión — o el intruso	171 ₁
c ₂ . La mafia	171 ₂
(a) Sombras en el retrato (de familia)	
(b) Primeras dificultades - o los caídos del Pacífico lejano	
(c) Los precios para entrar - o un joven con futuro	
(c ₁) Las memorias débiles — o la Nueva Historia	
(d) El Ensayo General (antes de la Apoteosis)	
(e) Contratos abusivos — o el teatro de marionetas	
(f) El desfile de los actores — o la mafia	
c ₃ . Raíces y soledad	171 ₃
c ₄ . Carta blanca para el pillaje — o la Altas Obras	171 ₄
Epílogo de ultratumba — o el saqueo	171'
(4) El umbral	172
(5) El álbum de familia	173
a. Un difunto bien rodeado	
b. Cabezas nueva — o las vocalizaciones	
c. Entre todos él — o el consentimiento	
d. El Entierro — o la inclinación natural	
e. El último minuto — o fin de un tabú	
(6) La escalada (2)	174
(7) Las Pompas Fúnebres — “Im Dienste der Wissenschaft” ¹⁶²	175
(8) El sexto clavo (en el féretro)	
a. La pre-exhumación	176 ₁

¹⁶²(N. del T.) “Por el bien de la Ciencia”, en alemán en el original.

b. La buena sorpresa	176 ₂
c. El que sabe esperar	176 ₃
d. El vals de los padres	176 ₄
e. Monsieur Verdoux — o el galán	176 ₅
f. Las tareas humildes	176 ₆
g. Cinco tesis para una masacre — o la piedad filial	176 ₇
6. Las obras abandonadas	
(1) Lo que queda en suspenso	176'
(2) El avaro y el carcamal	177
(3) El recorrido de las obras — o herramientas y visión	178
7. Los frutos de la tarde	
(1) El respeto	179
(2) El don	180
(3) El mensajero (2)	181
(4) El paraíso perdido (2)	182
8. Descubrimiento de un pasado	
(1) Primer aliento — o la constatación	183
(2) Segundo aliento — o la investigación	184
(3) Tercer aliento — o descubrimiento de la violencia	185
(4) La fidelidad — o la matemática en femenino	186
9. De Profundis	
(1) Gratitude	187
(2) La amiga	188

INTRODUCCIÓN

1. En julio hará tres años que tuve un sueño raro. La impresión de ser “raro” no apareció hasta más tarde, cuando pensé en él una vez despierto. El sueño me vino como la cosa más natural y evidente del mundo, sin tambor ni fanfarria — hasta el punto de que al despertar estuve a punto de no prestarle atención, de olvidarlo sin más para pasar al “orden del día”. Desde la víspera me había embarcado en una reflexión sobre mi relación con las matemáticas. Era la primera vez en mi vida en que me tomaba la molestia de mirarla — e incluso, si en ese momento me puse a ello ¡verdaderamente fue casi a la fuerza! En los meses y años anteriores había cosas tan extrañas, por no decir violentas, como unas explosiones de pasión matemática que irrumpían en mi vida sin avisar, que ya no era posible seguir ignorando lo que ocurría.

El sueño del que hablo no tenía escenario ni acción de ningún tipo. Consistía sólo en una imagen, inmóvil, y a la vez muy viva. Era la cabeza de una persona, vista de perfil, mirando de derecha a izquierda. Era un hombre de edad madura, imberbe, con los cabellos revueltos formando una aureola de fuerza. La impresión que daba esa cabeza era ante todo la de una fuerza juvenil, alegre, que parecía brotar del arco suave y vigoroso de la nuca (que se adivinaba más que se veía). La expresión de la cara era más la de un gamberro revoltoso, encantado con alguna pillería que pensase o acabara de hacer, que la del hombre maduro, o la del que hubiera sentado la cabeza, maduro o no. Ante todo desprendía una alegría de vivir intensa, contenida, desbordante...

No estaba presente nadie más, un “yo” que mirase o contemplase al otro, del que sólo se veía la cabeza. Pero había una percepción intensa de esa cabeza y de lo que brotaba de ella. No había nadie más que pudiera percibir impresiones, comentarlas, decirlas, o poner un nombre a la persona. No había más que ese algo tan vivo, esa cabeza de hombre, y una percepción igualmente viva de ese algo.

Al despertar, sin proponérmelo, recordé los sueños de esa noche, y entre ellos la visión de esa cabeza de hombre no llamaba la atención, no se adelantaba para gritarme o susurrarme: ¡me tienes que mirar a mí! Cuando ese sueño apareció en mi rápida mirada sobre los sueños de esa noche, en la cálida quietud de la cama, por supuesto que tuve ese reflejo del espíritu despierto de poner un nombre a lo que se ha visto. Pero no tuve que buscar, bastó que plantease la cuestión para saber inmediatamente que la cabeza del sueño no era otra que la mía.

¡No está mal, pensé entonces, eso de verse en sueños así, como si fueras otro! Ese sueño llegaba un poco como si, de paseo y por azar, me hubiera encontrado un trébol de cuatro hojas, o de cinco, asombrándome unos momentos como debe ser, para proseguir mi camino como si nada hubiera pasado.

Así es como estuvo a punto de ocurrir. Afortunadamente, como me ha ocurrido muchas veces en situaciones parecidas, aún así tomé nota escrita de ese pequeño incidente “bastante bien”, al comenzar una reflexión que se suponía iba a continuar la de la víspera. Después, poco a poco, la reflexión de ese día se limitó a introducirme en el sentido de ese sueño sin pretensiones, de esa única imagen, y del mensaje sobre mí mismo que me traía.

No es este lugar para extenderme sobre lo que esa meditación me enseñó y aportó. O mejor, lo que ese *sueño* me enseñó y aportó, una vez que tuve la disposición de atención y escucha que me permitió acoger lo que tenía que decirme. Un primer fruto inmediato del sueño y de esa escucha fue un flujo repentino de nuevas energías. Esa energía llevó la meditación que se desarrolló en los meses siguientes, en contra de insospechadas resistencias interiores, que tuve que desmontar una a una con un trabajo paciente y obstinado.

Desde que hace cinco años comencé a prestar atención a algunos de los sueños que me llegaban, éste era el primer “sueño mensajero” que no se presentaba bajo la apariencia, fácilmente reconocible, de tales sueños, con impresionantes medios escénicos y una excepcional intensidad de visión, a veces turbadora. Era totalmente “tranquilo”, sin nada que llamase la atención, la discreción misma — había que tomarlo o dejarlo, sin historias...

Algunas semanas antes me había llegado un sueño mensajero al viejo estilo, muy dramático e incluso salvaje, que puso fin repentino e inmediato a un largo periodo de frenesí matemático. El único parentesco aparente entre ambos sueños era que en ninguno de los dos había observador. Con una parábola de fuerza lapidaria, ese sueño mostraba algo que entonces ocurría en mi vida sin que me tomara la molestia de prestarle atención — algo que tenía buen cuidado en ignorar, por no decir más. Ese sueño es el que me hizo comprender la urgencia de un trabajo de reflexión, que comencé algunas semanas más tarde y duró cerca de seis meses. De él hablo, por poco que sea, en la última parte de esta reflexión-testimonio “*Cosechas y Siembras*” que abre el presente volumen y le da su nombre¹⁶³.

Si he comenzado esta introducción con la evocación de ese otro sueño, de esa imagen-visión de mí mismo (“*Traumgesicht meiner selbst*” la he llamado en mis notas en alemán)

¹⁶³Ver principalmente la sección 43, “El patrón aguafiestas — o la olla a presión”.

es porque en estas últimas semanas me ha vuelto más de una vez el recuerdo de ese sueño, mientras la meditación “sobre un pasado de matemático” tocaba a su fin. A decir verdad, en retrospectiva, los tres años que han pasado desde ese sueño me parecen unos años de decantación y maduración hacia el cumplimiento de su mensaje simple y limpio. El sueño me mostraba “*tal como soy*”. También estaba claro que en mi vida despierta yo no era plenamente el que el sueño me mostraba — pesos y rigideces que venían de lejos obstaculizaban (y aún lo hacen) a menudo a lo que yo mismo soy plenamente y simplemente. Durante esos años, aunque el recuerdo de ese sueño me vino en raras ocasiones, ese sueño debió *actuar* en cierto modo. No como una especie de modelo o ideal al que me esforzase en parecerme, sino como el recuerdo discreto de una alegre simplicidad que “era yo”, que se manifestaba de diversas maneras, y que estaba llamada a liberarse de lo que aún le pesaba y a desplegarse plenamente. Ese sueño era un lazo, delicado y fuerte a la vez, entre un presente lastrado aún por muchos pesos del pasado y un “mañana” cercano que ese presente contiene en germen, un “mañana” que soy yo desde ahora y que seguramente está en mí desde siempre...

Si en estas últimas semanas ese sueño raramente evocado ha vuelto a estar muy presente, seguramente es porque en cierto nivel, que no es el de un pensamiento que sondea y analiza, he debido “saber” que el trabajo que iba a terminar, trabajo que retomaba y profundizaba otro trabajo de hace tres años, era un nuevo paso hacia el cumplimiento del mensaje sobre mí mismo que él me traía.

Ése es para mí el sentido principal de Cosechas y Siembras, de ese trabajo intenso de cerca de dos meses. Sólo ahora, cuando está terminado, me doy cuenta hasta qué punto era importante que lo hiciera. Durante este trabajo he conocido muchos momentos de alegría, de una alegría a veces maliciosa, bromista, exuberante. También ha habido momentos de tristeza, momentos en que revivía frustraciones o penas que me habían afectado dolorosamente en estos últimos años — pero no ha habido ni un sólo momento de amargura. Dejo este trabajo con la satisfacción total del que sabe que ha cumplido una tarea. No hay nada, por “pequeño” que sea, que haya eludido en él, o que hubiera querido decir y no lo hubiese hecho y ahora dejase en mí el residuo de una insatisfacción, de una pena, por “pequeñas” que fueran.

Al escribir este testimonio, para mí estaba claro que no contentaría a todo el mundo. Incluso es posible que haya encontrado un modo de disgustar a todo el mundo sin excepción. Pero ésa no era mi intención, ni siquiera la de disgustar a alguien. Mi propósito era simplemente el de mirar las cosas simples e importantes, las de todos los días, de mi pasado

(y a veces también de mi presente) de matemático, para descubrir al fin (¡más vale tarde que nunca!) y sin la sombra de una duda o una reserva lo que eran y lo que son; y, de paso, decir con palabras sencillas lo que veía.

2. Esta reflexión en que se ha convertido “Cosechas y Siembras” comenzó como una “introducción” al primer volumen (en fase de terminación) de *“En Busca de los Campos”*, el primer trabajo matemático que pienso publicar desde 1970. Escribí las primeras páginas durante un descanso, en junio del año pasado, y retomé esta reflexión hace menos de dos meses en el punto en que la había dejado. Me daba cuenta de que había no pocas cosas que mirar y que decir, por lo que esperaba una introducción relativamente larga, de treinta o cuarenta páginas. Luego, durante los cerca de dos meses que siguieron, hasta ahora mismo en que escribo esta introducción a lo que antes fue una introducción, cada día pensé que era aquél en que terminaría este trabajo, o al día siguiente, o todo lo más al cabo de dos días. Después de unas semanas, cuando me acerqué al centenar de páginas, la introducción ascendió a “capítulo introductivo”. Después de algunas semanas más, cuando las dimensiones de dicho “capítulo” excedían con mucho las de los restantes capítulos del volumen en preparación (todos terminados cuando escribo estas líneas, salvo el último), comprendí al fin que su lugar no estaba en un libro de matemáticas, que claramente se le quedaba estrecho. Su verdadero lugar estaba en un volumen separado, que será el volumen 1 de esas *“Reflexiones Matemáticas”* que pretendo proseguir en los próximos años, en la estela de la Búsqueda de los Campos.

Yo no diría que Cosechas y Siembras, el primer volumen de la serie de Reflexiones Matemáticas (al que, para empezar, seguirán dos o tres volúmenes de la Búsqueda de los Campos) es un volumen de “introducción” a las Reflexiones. Más bien veo este primer volumen como la fundamentación de lo que vendrá, o mejor dicho, como el que da la nota de fondo, el *espíritu* con el que emprendo este nuevo viaje, que pretendo proseguir en los próximos años y que no sabría decir dónde me lleva.

Para concluir estas precisiones sobre la parte principal de este volumen, algunas indicaciones prácticas. El lector no se extrañará de encontrar en el texto de Cosechas y Siembras algunas referencias ocasionales al “presente volumen” — sobrentendiendo el primer volumen (Historia de los Modelos) de la Búsqueda de los Campos, del que aún creía estar escribiendo la introducción. No he querido “corregir” esos pasajes, ante todo para conservar en el texto su espontaneidad y su autenticidad como testimonio, no sólo de un pasado lejano sino también

del momento en que escribo.

Por la misma razón mis retoques de la primera versión del texto se han limitado a corregir fallos de estilo o alguna expresión confusa que dañaba la comprensión de lo que quería expresar. A veces estos retoques me han llevado a una comprensión más clara o más fina que la del momento de escribir la primera versión. Las modificaciones, por poco substanciales que sean, de ésta, para matizarla, precisarla, completarla o (a veces) corregirla, son el objeto de unas cincuenta *notas* numeradas, agrupadas al final de la reflexión, que constituyen más de la cuarta parte del texto¹⁶⁴. Hago referencia a ellas con siglas como (1) etc... Entre esas notas he distinguido una veintena que me parecen de importancia comparable (por su longitud o su substancia) a la de cualquiera de las cincuenta “secciones” o “párrafos” en las que espontáneamente se ha organizado la reflexión. Estas notas más largas se han incluido en el índice, después de la lista de las cincuenta secciones. Como cabía esperar, ha sido necesario añadir una o varias notas a esas notas largas. Éstas se incluyen a continuación de la misma, con el mismo tipo de referencia, salvo las notas muy cortas, que figuran en la misma página en “notas a pie de página”.

He tenido mucho gusto en dar un nombre a cada una de las secciones del texto, al igual que a cada una de las notas más substanciales — sin contar con que después se ha revelado incluso indispensable para reconocerla. No es necesario decir que esos nombres se han encontrado más tarde, que al comenzar una sección o una nota un poco larga en ninguna hubiera sabido decir cuál era la substancia esencial. Tal es el caso también de los nombres (como “Trabajo y descubrimiento”, etc...) con los que he designado las ocho partes I a VIII en que he agrupado posteriormente las cincuenta secciones que componen el texto.

En cuanto al contenido de esas ocho partes, me limitaré a unos comentarios muy breves. Las dos primeras I (Trabajo y descubrimiento) y II (El sueño y el Soñador) contienen elementos de una reflexión sobre el trabajo matemático y sobre el descubrimiento en general. Mi persona está implicada de modo mucho más esporádico y menos directo que en las siguientes partes, que sobre todo son un testimonio y una meditación. Las partes III a VIII son sobre todo una reflexión y un testimonio sobre mi pasado de matemático “en el mundo matemático”, entre 1948 y 1970. La motivación que ha animado esa reflexión ha sido ante todo el deseo de comprender ese pasado, en un esfuerzo por comprender y asumir

¹⁶⁴(28 de mayo) Se trata del texto de la primera parte de Cosechas y Siembras, “Vanidad y Renovación”. La segunda parte no estaba escrita en el momento de escribir estas líneas.

un presente decepcionante y desconcertante en ciertos aspectos. Las partes VII (El Niño se divierte) y VIII (La aventura solitaria) más bien conciernen a la evolución de mi relación con las matemáticas desde 1970 hasta hoy en día, es decir, desde que dejé “el mundo de los matemáticos” para no volver. En ellas examino principalmente las motivaciones, y las fuerzas y circunstancias, que me han llevado (para mi sorpresa) a retomar una actividad matemática “pública” (al escribir y publicar las Reflexiones Matemáticas) después de una interrupción de más de trece años.

3. Debería decir algunas palabras sobre los otros dos textos que junto con Cosechas y Siembras forman el presente volumen del mismo nombre.

El “*Esbozo de un Programa*” proporciona un esbozo de los principales temas de reflexión matemática que he realizado en los diez últimos años. En los próximos años cuento con desarrollar algunos por poco que sea, en una serie de reflexiones informales de las que ya he tenido ocasión de hablar, las “Reflexiones Matemáticas”. Este esbozo reproduce textualmente un informe que redacté el pasado mes de enero para apoyar mi solicitud de una plaza de investigador en el CNRS. Lo he incluido en el presente volumen porque ese programa sobrepasa claramente las posibilidades de mi modesta persona, incluso si me fuera concedido vivir aún cien años y eligiese emplearlos en desarrollar cuanto pudiera los temas en cuestión.

El “*Esbozo temático*” fue escrito en 1972 con ocasión de otra solicitud (de un puesto de profesor en el Colegio de Francia). Contiene un esbozo, por temas, de lo que entonces consideraba como mis principales aportaciones matemáticas. Este texto se resiente de la disposición con que fue escrito, en un momento en que mi interés por las matemáticas era, como poco, de lo más marginal. Este esbozo no es más que una enumeración seca y metódica (pero que afortunadamente no pretende ser exhaustiva...). No parece que se sustente en una visión o en el impulso de un deseo — como si esas cosas a las que paso revista como para darme cuenta (y en efecto ésa era mi disposición) no hubieran surgido de una visión viva, ni de la pasión por sacarlas a la luz cuando sólo eran presentidas tras sus velos de bruma y de sombra...

No obstante, si me he decido a incluir aquí este informe tan poco sugerente, me temo que ha sido para cerrar el pico (suponiendo que eso se posible) a ciertos colegas de altos vuelos y a cierta moda, que desde mi salida de un mundo que nos fue común miran por encima del hombro lo que amablemente llaman “grothendieckerías”. Eso parece ser sinónimo de rollo sobre cosas demasiado triviales para que un matemático serio y de buen gusto consienta en

perder con ellas un tiempo precioso. ¡Quizás este indigesto “digest” les parezca más “serio”! En cuanto a los textos de mi pluma que anima una visión y una pasión, no son para aquellos que una moda justifica y mantiene en una suficiencia, volviéndolos insensibles a lo que me encanta. Si escribo para alguien más que para mí mismo, es para los que no encuentran su tiempo y su persona demasiado valiosos como para perseguir sin descanso las cosas evidentes que nadie se digna a mirar, y para alegrarse de la íntima belleza de cada una de las cosas descubiertas, que la distinguen de cualquier otra que hayamos conocido en su propia belleza.

Si quisiera situar, unos respecto de otros, los tres textos que forman el presente volumen, y el papel de cada uno en el viaje en que me he embarcado con las Reflexiones Matemáticas, podría decir que la reflexión-testimonio Cosechas y Siembras refleja y describe el *espíritu* con el que emprendo este viaje y le da su sentido. El Esbozo de un Programa describe mis fuentes de inspiración, que fijan una *dirección* si no un destino para ese viaje hacia lo desconocido, un poco a la manera de una brújula o de un vigoroso hilo de Ariana¹⁶⁵. En fin, el Esbozo temático pasa revista rápidamente a un *bagaje* adquirido en mi pasado de matemático de antes de 1970, del que una parte al menos será útil en tal o cual etapa del viaje (como mis reflejos de álgebra cohomológica o topológica me son ahora indispensables en la Búsqueda de los Campos). Y el orden en que están estos tres textos, al igual que sus longitudes respectivas, reflejan bien (sin que sea deliberado por mi parte) la importancia y el peso que les concedo en este viaje, cuya primera etapa llega a su fin.

4. Aún debería decir algunas palabras más detalladas sobre este viaje que inicié hace algo más de un año, las Reflexiones Matemáticas. En las ocho primeras secciones de Cosechas y Siembras (i.e. en las partes I y II de la reflexión) me explico con detalle sobre el *espíritu* con que emprendo ese viaje, y que, me parece, desde ahora ya está presente en el presente primer volumen, al igual que en el siguiente (la Historia de Modelos, que es el volumen 1 de la Búsqueda de los Campos), en preparación. Por eso me parece inútil extenderme sobre ese tema en esta introducción.

Ciertamente no puedo decir cómo será tal viaje, lo que descubriré a medida que lo realice. Hoy en día no tengo un itinerario previsto ni siquiera a grandes rasgos, y dudo que próxima-

¹⁶⁵(N. del T.) Teseo, rey de Atenas, se enfrentó al Minotauro del Laberinto. Teseo penetró en el laberinto con una bobina de hilo que Ariana le regaló, mientras en el exterior Ariana sujetaba el extremo del hilo. Teseo mató al Minotauro y consiguió escapar sin perderse gracias al hilo de Ariana. Teseo abandonó Creta llevando consigo a Ariana.

mente tenga uno. Como dije antes, los temas principales que sin duda inspirarán mi reflexión están más o menos esbozados en el “Esbozo de un Programa”, el “texto-brújula”. Entre esos temas está también el tema principal de la Búsqueda de los Campos, es decir los “campos”, que espero comprender (y quedarme ahí) durante este año, en dos o tres volúmenes. En el Esbozo escribo sobre este tema: “...es como una deuda que saldase con un pasado científico en que, durante quince años (entre 1955 y 1970), el desarrollo de herramientas cohomológicas fue el Leitmotiv constante en mi trabajo de fundamentos de la geometría algebraica”. Por eso, entre los temas previstos, éste es el que arraiga con más fuerza en mi “pasado” científico. También es el que ha permanecido presente como un fallo a lo largo de esos quince años, tal vez como la laguna más flagrante del trabajo que dejé por hacer al salir de la escena matemática, y que ninguno de mis antiguos amigos se ha preocupado en remediar. Para más detalles sobre el trabajo que estoy realizando, el lector interesado podrá consultar la sección pertinente en el Esbozo de un Programa, o la introducción (¡esta vez la de verdad!) del primer volumen, en preparación, de la Búsqueda de los Campos.

Entre otros legados de mi pasado científico que me llegan muy particularmente al corazón, está sobre todo la noción de *motivo*, que aún espera salir de la noche en que la mantienen, desde hace más de quince años en que hizo su aparición. No descarto que termine por ponerme manos a la obra en la tarea de fundamentos que se necesita, si nadie mejor situado que yo (por su juventud al igual que por las herramientas y conocimientos que tenga) no se decide a hacerlo en los próximos años.

Aprovecho esta ocasión para señalar que la fortuna (o mejor el infortunio...) de la noción de motivo, y de algunas otras entre las que saqué a la luz y que me parecen (en potencia) las más fecundas, son objeto de una reflexión retrospectiva de unas veinte páginas, que forman la “nota” más larga (y una de las últimas) a Cosechas y Siembras¹⁶⁶. Después dividí esa nota en dos partes (“Mis huérfanos” y “Rechazo de un herencia — o el precio de una contradicción”) y en tres “subnotas” que la siguen¹⁶⁷. Ese conjunto de cinco notas consecutivas es la única parte de Cosechas y Siembras en que se tratan nociones matemáticas con algo más que alusiones de pasada. Tales nociones dan ocasión de ilustrar ciertas contradicciones internas en el mundo de los matemáticos, que reflejan contradicciones en las personas mismas. En cierto

¹⁶⁶Esta nota doble (nºs 46, 47) y sus subnotas se incluyen en la segunda parte “El Entierro” de Cosechas y Siembras, de la que constituye una continuación directa.

¹⁶⁷Se trata de las subnotas nºs 48, 49, 50 (la nota nº 48’ fue añadida posteriormente).

momento pensé en separar esa nota tentacular del texto del que proviene, para añadirla al Esbozo temático. Eso hubiera tenido la ventaja de darle perspectiva, de insuflar algo de vida a un texto que se parece demasiado a un catálogo. No lo he hecho para preservar la autenticidad de un testimonio del que esa meganota, me guste o no, forma parte.

A lo que digo en Cosechas y Siembras sobre la disposición con la que abordo las “Reflexiones”, quisiera añadir aquí una única cosa, sobre la que ya me he expresado en una nota (“El esnobismo de los jóvenes — o los defensores de la pureza”) cuando escribo: “Durante mi vida de matemático, mi ambición, o mejor mi alegría y mi pasión, ha sido siempre la de descubrir las cosas evidentes, y ésa es también mi única ambición en la presente obra” (En Busca de los Campos). Igualmente ésa es mi única ambición en este nuevo viaje que prosigo desde hace un año con las reflexiones. No ha sido diferente en estas Cosechas y Siembras que (al menos par mis lectores, si los hubiera) inician ese viaje.

5. Quisiera terminar esta introducción con algunas palabras sobre las dos dedicatorias del presente volumen de “Cosechas y Siembras”.

La dedicatoria “a los que fueron mis alumnos, a los que di de lo mejor de mí mismo — y también de lo peor” ha estado presente en mí al menos desde el último verano, principalmente cuando escribí las cuatro primeras secciones de lo que aún se suponía era una introducción a una obra matemática. Esto significa que sabía muy bien, y de hecho desde hacía algunos años, que había un “peor” que examinar — ¡y ése o nunca era el momento! (Pero no suponía que ese “peor” terminaría por llevarme a una meditación de casi doscientas páginas.)

Por el contrario, la dedicatoria “a los que fueron mis mayores” apareció sobre la marcha, al igual que el nombre de esta reflexión (que también es el de un volumen). Éste me ha revelado el papel tan importante que han tenido en mi vida de matemático, un papel cuyos efectos aún permanecen. Eso quedará bastante claro en las páginas que siguen, así que es inútil que me extienda aquí sobre este tema. Tales “mayores”, por orden (aproximado) de aparición en mi vida cuando tenía veinte años, son Henri Cartan, Claude Chevalley, André Weil, Jean-Pierre Serre, Laurent Schwarz, Jean Dieudonné, Roger Godement, Jean Delsarte. El ignorante recién llegado que yo era fue acogido con benevolencia por cada uno de ellos, y a continuación muchos de ellos me han dado una amistad y un cariño duraderos. También debo mencionar a Jean Leray, cuya benevolente acogida en mi primer contacto con el “mundo de los matemáticos” (en 1948/49) también me dio ánimos. Mi reflexión pone de manifiesto una deuda de

gratitud con cada uno de esos hombres “de otro mundo y otro destino”. Esa deuda no es un peso. Su descubrimiento ha llegado como una alegría y me ha vuelto más ligero.

Finales de marzo de 1984

(4 de mayo — ... junio)

6. Un suceso imprevisto ha relanzado una reflexión que había concluido. Ha inaugurado una cascada de grandes y pequeños descubrimientos en las últimas semanas, desvelando progresivamente una situación que había quedado imprecisa, perfilando sus contornos. Me ha llevado sobre todo a entrar de modo detallado y más profundo en situaciones y sucesos que antes sólo había tratado de pasada o con alusiones. De golpe la “reflexión retrospectiva de una quincena de páginas” sobre las vicisitudes de una obra que hemos hecho antes (Introducción, 4) ha adquirido unas dimensiones insospechadas, aumentando en unas doscientas páginas suplementarias.

Por fuerza y por la lógica interna de una reflexión, he tenido que implicar a otros además de a mí mismo. El que está más implicado que cualquier otro (a parte de mí mismo) es un hombre al que me liga una amistad de más de veinte años. De él he escrito (por eufemismo¹⁶⁸) que “hizo las veces de alumno” en los primeros años de esa amistad afectuosa arraigada en una pasión común, y durante mucho tiempo en mi fuero interno veía en él una especie de “heredero legítimo” de lo que creía poder aportar a las matemáticas, más allá de una obra publicada que era fragmentaria. Muchos serán los que ya lo hayan reconocido: es *Pierre Deligne*.

No me disculpo de hacer pública con estas notas, entre otras, una reflexión personal sobre una relación personal, y de implicarle así sin haberle consultado. Me parece importante, y sano para todos, que una situación oculta y confusa por mucho tiempo se saque y examine por fin a la luz del día. Al hacerlo aportó un testimonio, ciertamente subjetivo y que no pretende agotar una situación delicada y compleja ni estar exento de errores. Su primer mérito (como el de mis publicaciones anteriores y el de aquellas en que actualmente trabajo) es existir, a la disposición de los que pueda interesar. Mi preocupación no ha sido la de convencer ni la de excluir los errores y las dudas en las cosas llamadas “patentes”. Mi preocupación es ser

¹⁶⁸Sobre el sentido de ese “eufemismo” véase la nota “El ser aparte”, n° 67’.

verdadero, diciendo en cada momento las cosas tal cual las veo o las siento, como un medio de profundizar en ellas y comprenderlas.

El nombre “*El Entierro*”, para el conjunto de todas las notas que se refieren al “Peso de un pasado”, se ha impuesto con fuerza creciente a lo largo de la reflexión¹⁶⁹. En él juego el papel de difunto anticipado, con la compañía fúnebre de algunos matemáticos (mucho más jóvenes) cuya obra se sitúa después de mi “salida” en 1970 y lleva la marca de mi influencia, por cierto estilo y cierto enfoque de las matemáticas. En primer lugar se sitúa mi amigo *Zoghman Mebkhout*, que tuvo el pesado privilegio de tener que afrontar las dificultades del que es tratado como “alumno de Grothendieck después de 1970”, sin haber tenido la ventaja de un contacto conmigo y de mi apoyo y mis consejos, ya que no ha sido “alumno” mas que de mi obra a través de mis escritos. Era la época en que (en el mundo que él frecuenta) yo ya era un “difunto” hasta el punto de que durante mucho tiempo incluso la idea de un encuentro no se presentó, y de que una relación (personal y matemática) no se inició hasta el año pasado.

Eso no impidió a Mebkhout, a contracorriente de una moda tiránica y del desprecio de sus mayores (que fueron mis alumnos) y en un aislamiento casi completo, realizar una obra original y profunda, con una síntesis imprevista de las ideas de la escuela de Sato y las mías. Esa obra proporciona una comprensión nueva de la cohomología de las variedades algebraicas y analíticas, y trae la promesa de una amplia renovación de nuestra comprensión de esa cohomología. No hay duda de que esa renovación ya se habría realizado desde hace años si Mebkhout hubiera encontrado, en los que estaban preparados para hacerlo, la calurosa acogida y el apoyo sin reservas que antes ellos habían recibido de mí. Al menos desde octubre de 1980 sus ideas y trabajos han proporcionado la inspiración y las técnicas de un nuevo y espectacular arranque de la teoría cohomológica de las variedades algebraicas, que por fin sale (dejando aparte los resultados de Deligne sobre las conjeturas de Weil) de un largo periodo de estancamiento.

Es increíble y sin embargo verdad, que sus ideas y resultados sean usados por “todos” desde hace cuatro años (al igual que los míos), mientras que su nombre permanece cuidadosamente ignorado y silenciado por los que conocen su obra de primera mano y la utilizan

¹⁶⁹Hacia el final de la reflexión se ha presentado otro nombre, que expresa otro aspecto llamativo de cierto cuadro que progresivamente se ha desvelado a mis ojos durante las cinco semanas que han pasado. Es el nombre de un cuento sobre el que volveré en su momento: “El vestido del Emperador de China”...

de modo esencial en sus trabajos. Ignoro si alguna otra época de las matemáticas ha conocido la desgracia de que algunos de los más influyentes y prestigiosos de sus adeptos den ejemplo, ante la indiferencia general, del desprecio de la regla más universalmente aceptada en la ética de los matemáticos.

Veo cuatro hombres, matemáticos de brillantes dotes, que junto a mí han tenido y tienen el honor de ese entierro por el silencio y el desdén. Y en cada uno veo la mordedura del desprecio de la bella pasión que le había animado.

A parte de ellos, sobre todo veo a dos hombres, situados ambos ante las candilejas en la plaza pública matemática, que offician las exequias con gran compañía y que al tiempo (en un sentido más oculto) son enterrados y con sus propias manos, a la vez que los que ellos entierran deliberadamente. Ya he nombrado a uno. El otro es igualmente un antiguo alumno y antiguo amigo, *Jean Verdier*. Después de mi “salida” en 1970, nuestro contacto no se ha mantenido, salvo algunos precipitados encuentros a nivel profesional. Sin duda es por eso por lo que no figura en esta reflexión mas que a través de ciertos actos de su vida profesional, mientras que los eventuales motivos de esos actos, al nivel de su relación conmigo, no se examinan y se me escapan totalmente.

Si alguna pregunta acuciante se me ha planteado durante los años que han pasado, y ha sido una motivación profunda de Cosechas y Siembras, y me ha acompañado a lo largo de esta reflexión, ésa ha sido la de la parte que me toca en el advenimiento de cierto espíritu y ciertas costumbres que hacen posible desgracias como la que he dicho, en un mundo que fue el mío y con el que me identifiqué durante más de veinte años de mi vida de matemático. La reflexión me ha descubierto que por algunas de mis actitudes vanidosas, que se expresan con un desdén tácito de los colegas modestos, y una complacencia para conmigo y los matemáticos brillantes, no he sido ajeno a ese espíritu que veo extenderse hoy entre los que amé, y también entre aquellos a los que enseñé un oficio que amaba; ésos que amé mal y enseñé mal y que hoy dan el tono (cuando no imponen su ley) en ese mundo que me fue caro y dejé.

Siento soplar un viento de suficiencia, de cinismo y de desprecio. “Sopla sin preocuparse del “mérito” ni del “demérito”, quemando con su aliento las humildes vocaciones igual que las más bellas pasiones...”. He comprendido que ese viento es la copiosa cosecha de las siembras ciegas y despreocupadas que ayudé a sembrar. Y si su aliento vuelve sobre mí y sobre los que confíé a otras manos, y sobre los que hoy amo y han osado inspirarse en mí, ése es un *retorno de las cosas* del que no debo quejarme, y que tiene mucho que enseñarme.

7. Bajo el nombre “El Entierro” he agrupado en el índice el imponente desfile de las principales “notas” a esa aparentemente anodina sección “El peso de un pasado” (s. 50), dando así todo su sentido al nombre que de primeras se me impuso para esa última sección del “primer jet” de Cosechas y Siembras.

En esa larga procesión de notas con múltiples parentescos, las que se han unido durante las últimas cuatro semanas (notas ⁽⁵¹⁾ a ⁽⁹⁷⁾¹⁷⁰) se distinguen por ser las únicas fechadas (del 19 de abril al 24 de mayo)¹⁷¹. Me ha parecido que lo más natural es ponerlas en el orden cronológico en que aparecen en la reflexión¹⁷², más que en algún otro orden digamos “lógico”, o en el orden en que aparecen las referencias a tales notas en notas anteriores. Para poder reconstruir ese último orden (en ningún modo lineal) de filiación entre notas, he añadido (en el índice) al número de cada nota el de la nota (entre las precedentes) en la que se cita¹⁷³, o (en su defecto) el número de aquella de la que es continuación inmediata¹⁷⁴. (Esta última relación se indica en el texto mismo con un signo de referencia situado al final de la primera nota, como (→ 47) al final de la última línea de la nota ⁽⁴⁶⁾, que significa que la nota ⁽⁴⁷⁾ la

¹⁷⁰ Hay que añadir también la nota n° 104, del 12 de mayo de 1984. Las notas n° 98 y siguientes (salvo la nota precedente n° 104) forman el “tercer aliento” de la reflexión, que comienza el 22 de septiembre de 1984. También están fechadas.

¹⁷¹ Cuando varias notas consecutivas están escritas el mismo día, sólo la primera está fechada. Las otras notas sin fecha son las notas n°s 44’ a 50 (que forman los cortejos I, II, III). Las notas n°s 46, 47, 50 son del 30 ó 31 de marzo, las notas n°s 44’, 48, 48’ de la primera quincena de abril, en fin la nota n° 44” está fechada (el 10 de mayo).

¹⁷² Ha veces he realizado alguna inversión de poca amplitud en ese orden cronológico, por bien de un orden “digamos lógico”, cuando me ha parecido que la imagen de conjunto del progreso de la reflexión no se falseaba. Como únicas excepciones señalo once notas (cuyo número está precedido por el signo !) surgidas de notas a pie de página posteriores a una nota y que alcanzaron dimensiones prohibitivas, y cada una la he colocado a continuación de la nota a que se refiere (salvo la nota n° 98, que se refiere a la n° 47).

¹⁷³ Cuando la referencia a una nota (como ⁽⁴⁶⁾) se encuentra en la sección “El peso de un pasado”, es el número (50) de ésta última, *puesto entre paréntesis*, el que se pone después del de la nota, como en 46 (50).

¹⁷⁴ El número de una nota que sea continuación inmediata de una nota precedente (de modo que sus números son consecutivos) está precedido por el signo * en el índice. Así *47, 46 indica que la nota n° 47 es una continuación inmediata de la nota n° 46 (que en este caso no es la que la precede inmediatamente, ya que ésta es la nota n° 46₉).

Por último, he *subrayado* en el índice los números de las notas que no están acompañados por otro número, es decir de las que representan un “nuevo inicio” de la reflexión que no se sitúa en un lugar determinado de la reflexión ya realizada.

continúa.) En fin, algunas notas de naturaleza algo técnica a una nota se reagrupan al final de ésta en subnotas numeradas con índices consecutivos al número de la nota primitiva — como en las subnotas ⁽⁴⁶¹⁾ a ⁽⁴⁶⁹⁾ de la nota ⁽⁴⁶⁾ “Mis huérfanos”.

A fin de estructurar un poco la ordenación del Entierro y para permitir orientarse entre la multitud de notas que en él se presentan, me ha parecido sensato esta vez incluir en la procesión algunos subtítulos sugestivos, cada uno delante de un cortejo largo o corto de notas ligadas por un tema común.

También he tenido el placer de ver cómo se juntaban uno a uno, en una larga y solemne procesión que viene a honrar mis exequias, diez¹⁷⁵ cortejos — unos humildes, otros imponentes, unos contritos y otros con secreto regocijo, como no puede ser de otro modo en tales ocasiones. He aquí cómo avanzan: el *alumno póstumo* (que todos deciden ignorar), los *huérfanos* (recientemente exhumados para la ocasión), la *Moda* y sus *Personajes Ilustres* (me lo he merecido), los *motivos* (entre todos mis huérfanos, el último que ha nacido y el último que ha sido exhumado), *mi amigo Pierre* que encabeza modestamente el cortejo más importante, seguido de cerca por el *Acorde Unánime* de notas (silenciosamente) concordantes y por el *Coloquio* (llamado “perverso”) al completo (que se desmarca del alumno póstumo, alias el Alumno Desconocido, mediante cortejos interpuestos que llevan flores y coronas); en fin, para cerrar dignamente el imponente desfile, también avanzan el *Alumno* (nada póstumo y menos aún desconocido) alias *el Patrón*, seguido del afanoso pelotón de *mis alumnos* (con picos palas y cuerdas) y por último el *Furgón Fúnebre* (exhibiendo cuatro hermosos ataúdes de madera sólidamente cerrados, sin contar al Sepulturero)... en fin, diez cortejos al completo (ya era hora) que se dirigen lentamente hacia la *Ceremonia Fúnebre*.

El clímax de la Ceremonia es el Elogio Fúnebre, magistralmente hecho por mi amigo Pierre en persona, que preside las exequias por deseo general y a satisfacción de todos. La Ceremonia concluye con un *De Profundis* final y definitivo (al menos eso se espera), entonado como una sincera acción de gracias por el mismísimo añorado difunto, que sin que nadie lo sepa ha sobrevivido a sus impresionantes exequias e incluso ha tomado buena nota, a su *total satisfacción* — satisfacción que constituye la nota final y el último acorde del memorable Entierro.

¹⁷⁵(29 de septiembre) De hecho, finalmente hay *doce* cortejos, incluyendo el Furgón Fúnebre (X) y “El difunto (que no termina de morir)” (XI), que in extremis se ponen en la fila de la procesión...

8. En esta última (esperemos) etapa de la reflexión me ha parecido interesante añadir como “Apéndice” al presente volumen 1 de las Reflexiones Matemáticas otros dos textos de naturaleza matemática, además de los tres que hemos comentado anteriormente¹⁷⁶.

El primero es la reproducción de un *informe* comentado en dos partes, que hice en 1968 y 1969 sobre los trabajos de P. Deligne (algunos de los cuales permanecen aún inéditos), correspondientes a la actividad matemática en el IHES durante los tres años 1965/67/68,

El otro texto es un esbozo de un “*formulario de las varianzas*”, que reúne los rasgos comunes de un formalismo de dualidad (inspirado en la dualidad de Poincaré y la de Serre) que desentrañé entre 1956 y 1963, formulario que se ha revelado como “universal” en todas las situaciones de dualidad cohomológica encontradas hasta el momento. Parece que ese formalismo ha caído en desuso con mi salida de la escena matemática, hasta el punto de que por lo que yo sé (salvo yo) nadie se ha tomado la molestia de escribir ni siquiera la lista de las operaciones fundamentales, los isomorfismos canónicos fundamentales que éstas originan, y las compatibilidades esenciales entre éstos.

Este esbozo de un formulario coherente será para mí el primer paso evidente hacia ese “vasto cuadro de conjunto del *sueño de los motivos*”, que desde hace más quince años “espera al audaz matemático que tenga a bien desentpolvarlo”. Por lo que parece, ese matemático no

¹⁷⁶Además, pienso añadir al Esbozo Temático (ver “Brújula y equipajes”, Introducción 3) un “comentario” precisando mi contribución a los “temas” que en él se revisan someramente, y también las influencias que han intervenido en la génesis de las principales ideas-fuerza de mi obra matemática. La retrospectiva de las seis últimas semanas ha puesto de manifiesto (para mi sorpresa) el papel de “detonador” de Serre en el arranque de la mayoría de esas ideas, al igual que en algunas de las “grandes tareas” que me propuse entre 1955 y 1970.

En fin, otro texto de naturaleza matemática (en sentido corriente), y el único que figura (accidentalmente) en el texto nada técnico “Cosechas y Siembras”, es la subnota n° 87₁ de la nota “La masacre” (n° 87) en la que explicito con el cuidado que merece una variante “discreta” (conjetural) del teorema de Riemann-Roch-Grothendieck familiar en el contexto coherente. Esta conjetura figuraba (entre otras varias) en la exposición de clausura del seminario SGA 5 de 1965/66, exposición de la que no queda traza (al igual que de muchas otras) en el volumen publicado once años después bajo el nombre SGA 5. Las vicisitudes de ese seminario crucial entre las manos de algunos de mis alumnos, y sus lazos con cierta “operación SGA 4₂¹” se desvelan progresivamente a lo largo de la reflexión que se realiza en las notas n°s 63”, 67, 67’, 68, 68’, 84, 85, 85’, 86, 87, 88.

Otra nota que incluye comentarios matemáticos bastante ricos, sobre la oportunidad de desentrañar un marco “topósico” común (en la medida de lo posible) para los casos conocidos en que se dispone de un formalismo de dualidad llamado “de las seis operaciones”, es la subnota n° 81₂ de la nota “Tesis a crédito y seguro a todo riesgo”, n° 81.

será otro que yo mismo. Ya es hora de que lo que nació y fue confiado en la intimidad hace casi veinte años, no para permanecer como privilegio de uno sólo sino para estar a disposición de *todos*, salga por fin de la noche del secreto y nazca de nuevo a plena luz del día.

Es bien cierto que sólo uno, además de mí, conocía íntimamente ese “yoga de los motivos”, al haberlo aprendido de mi boca a lo largo de los días y los años que precedieron a mi salida. Entre todas las cosas matemáticas que tuve el privilegio de descubrir e iluminar, esa realidad de los motivos aún me parece la más fascinante, la más misteriosa — en el mismísimo corazón de la identidad profunda entre “la geometría” y “la aritmética”. Y el “yoga de los motivos” al que me condujo esa realidad largo tiempo ignorada es tal vez la herramienta de descubrimiento más poderosa que he desentrañado en ese primer periodo de mi vida de matemático.

Pero también es cierto que esa realidad, y ese “yoga” que se esfuerza en ceñirla, nunca los mantuve en secreto. Absorbido por imperiosas tareas de redacción de fundamentos (que luego todo el mundo está muy contento de poder utilizar tal cuales en su trabajo diario), no me tomé los meses necesarios para redactar un vasto esbozo de conjunto de ese yoga de los motivos, y ponerlo así a disposición de todos. Sin embargo, durante los años que precedieron a mi repentina salida, no dejé de hablar fortuitamente a quien quisiera escucharlo, empezando por mis alumnos, que (salvo uno) lo han olvidado al igual que todos lo han olvidado. Si hablé de él, no era para poner “inventos” que llevasen mi nombre, sino para llamar la atención sobre una realidad que se manifiesta a cada paso, en cuanto uno se interesa en la cohomología de las variedades algebraicas y principalmente en sus propiedades “aritméticas” y en las relaciones entre las diferentes teorías cohomológicas conocidas hasta el momento. Esta realidad es igual de tangible que antes lo fue la de los “infinitamente pequeños”, percibida mucho antes de la aparición del lenguaje riguroso que permitía aprehenderla perfectamente y “fundamentarla”. Y para aprehender la realidad de los motivos, hoy en día no nos falta un lenguaje dúctil y adecuado, ni una consumada experiencia en la construcción de teorías matemáticas, que faltaban a nuestros predecesores.

Si lo que antes grité desde los tejados ha caído en oídos sordos, y si el mutismo desdeñoso de uno ha encontrado eco en el silencio y el letargo de todos los que aparentaban interesarse en la cohomología (y que tienen ojos y manos como yo...), no puedo considerar responsable sólo al que eligió guardar para sí el “beneficio” de lo que le confié para todos. Forzoso es constatar que nuestra época, cuya desenfrenada productividad científica rivaliza con la de los

armamentos y los bienes de consumo, está muy lejos de ese “audaz dinamismo” de nuestros predecesores del siglo diecisiete, que “no se anduvieron con rodeos” para desarrollar un cálculo de los infinitamente pequeños, sin dejarse frenar por la preocupación de si ese cálculo era “conjetural” o no; ni esperar tampoco a que un hombre prestigioso se dignara a darles luz verde, para interesarse en lo que cada uno bien veía con sus propios ojos y sentía de primera mano.

9. Por su propia estructura interna y por su particular tema, “El Entierro” (que ahora constituye más de la mitad del texto de Cosechas y Siembras) desde el punto de vista lógico es en gran medida independiente de la larga reflexión que le precede. Sin embargo es una independencia superficial. Para mí esa reflexión, acerca de un “entierro” que progresivamente sale de las brumas de lo no dicho y de lo presentido, es inseparable de la precedente, de la que surgió y que le da todo su sentido. Habiendo comenzado como un rápido vistazo “de pasada” sobre las vicisitudes de una obra que había perdido de vista un poco (mucho), se convirtió, sin haberlo previsto ni buscado, en una meditación sobre una relación importante en mi vida, que a su vez me conduce a una reflexión sobre la suerte de esa obra en las manos de “los que fueron mis alumnos”. Separar esta reflexión de aquella en que surgió espontáneamente me parece una forma de reducirla a un simple “retrato costumbrista” (o incluso a un ajuste de cuentas en la “buena sociedad” matemática).

Es cierto que esa misma reducción a un “retrato costumbrista” podría hacerse con todo Cosechas y Siembras. Ciertamente las costumbres que prevalecen en una época y en un medio dados y que contribuyen a moldear la vida de las personas que lo forman, tienen su importancia y merecen ser descritas. Sin embargo, para un lector atento estará claro que mi propósito en Cosechas y Siembras no es describir costumbres, es decir cierta *escena*, cambiante con el tiempo y de un lugar a otro, en la que se desarrollan nuestros actos. En gran medida esa escena define y delimita los *medios* a disposición de las fuerzas que hay en nosotros, permitiéndoles expresarse. Mientras que la escena y esos medios que proporciona (y las “reglas de juego” que impone) varían hasta el infinito, la naturaleza de nuestras fuerzas profundas que (a nivel colectivo) moldean las escenas y (a nivel personal) se expresan en ellas, parece que son las mismas en todos los medios, culturas y épocas. Si de algo en mi vida, aparte de las matemáticas y el amor de la mujer, he sentido el misterio y la llamada (más bien tarde, es cierto), ha sido de la naturaleza oculta de esas fuerzas capaces de hacernos actuar, para lo

“mejor” como para lo “peor”, para enterrar y para crear.

10. Esta reflexión, que ha terminado por llamarse “El Entierro”, comenzó como una *muestra de respeto*. Un respeto por las cosas que descubrí, que vi condensarse y tomar forma en una nada, que fui el primero en probar el sabor y la eficacia y a las que di un nombre, para expresar mi conocimiento de ellas y mi respeto. A esas cosas, les he dado lo mejor de mí mismo. Se han nutrido de la fuerza que descansa en mí, han brotado y han crecido, como múltiples ramas vigorosas surgiendo de un mismo tronco vivo con raíces vigorosas y múltiples. Son cosas vivas y presentes, no invenciones que pueden o no hacerse — cosas estrechamente solidarias en una unidad viva formada por cada una de ellas y que da a cada una su lugar y su sentido, un origen y un fin. Las abandoné hace mucho tiempo sin ninguna inquietud ni pena, pues sabía que lo que dejaba estaba sano y fuerte y no tenía ninguna necesidad de mí para crecer y desplegarse más y multiplicarse, según su propia naturaleza. Lo que dejaba no era una bolsa de monedas, que se pudiera robar, ni un montón de herramientas, que pudieran oxidarse o estropearse.

Sin embargo, a lo largo de los años, aunque me creía bien lejos de un mundo que había dejado, de vez en cuando me llegaban hasta mi retiro como unas bocanadas de desdén insidioso y de discreta burla, para designar algunas de esas cosas que yo sabía que eran fuertes y hermosas, que tenían su lugar y su función única que nada más podría nunca cumplir. Las sentía como huérfanos en un mundo hostil, un mundo enfermo de la enfermedad del desprecio, que se ensaña con lo que está indefenso. Con esta disposición comencé esta reflexión, como muestra de respeto con esas cosas, y por eso conmigo mismo — como recuerdo de un lazo profundo entre esas cosas y yo: quien se complace en desdeñar una de esas cosas que se nutrieron de mi amor, es a *mí* a quien se complace en desdeñar, y a todo lo que ha surgido de mí.

Y lo mismo vale para quien, conociendo de primera mano ese lazo que me liga a tal cosa que él aprendió de mí, aparenta tener por despreciable o ignorar ese lazo, o reclamar (aunque fuera tácitamente o por omisión) para sí o para otro una “paternidad” ficticia. Ahí veo claramente un acto de desprecio de algo que nació en el obrero, igual que del trabajo oscuro y delicado que le permitió nacer, y del obrero, y ante todo (de modo más oculto y más esencial) de sí mismo.

Si mi “vuelta a las matemáticas” no sirviera más que para recordarme ese lazo y para

suscitar en mí esa muestra de respeto delante de todos — delante de los que aparentan desdeñar y delante de los testigos indiferentes — esa vuelta no habría sido inútil.

Es cierto que verdaderamente había perdido el contacto con la obra escrita y la no escrita (o al menos no publicada) que había dejado. Al iniciar esta reflexión, distinguía claramente las ramas, sin darme mucha cuenta de que eran parte de un mismo árbol. Es raro, ha sido necesario que poco a poco se desvelase el cuadro de un *saqueo* de lo que dejé para reencontrar en mí el sentido de la unidad viva de lo que era saqueado y dispersado. Uno se ha llevado monedas y otro una herramienta o dos para aprovecharse o incluso para servirse de ellas — pero la unidad que da la vida y la verdadera fuerza de lo que dejé, se le ha escapado a todos y cada uno. Sin embargo, conozco a uno que ha sentido profundamente esa unidad y esa fuerza, y que en lo más hondo de sí mismo aún la siente hoy, y que se complace en dispersar la fuerza que hay en él queriendo destruir esa unidad que ha sentido en otro a través de su obra. Es en esa unidad viva donde reside la belleza y la virtud creadora de la obra. A pesar del saqueo, me las encuentro intactas como si acabase de dejarlas — salvo que he madurado y ahora las miro con ojos nuevos.

Mas si algo es saqueado y mutilado, y desprovisto de su fuerza original, lo es en aquellos que olvidan la fuerza que descansa en ellos mismos y que se imaginan saquear algo a su merced, mientras que sólo se separan de la virtud creadora de lo que está a su disposición como está a disposición de todos; pero en modo alguno a su merced ni a las órdenes de nadie.

Así esta reflexión, y a través de ella ese “retorno” inesperado, también me habrá hecho retomar el contacto con una belleza olvidada. El haber sentido plenamente esa belleza es lo que da todo su sentido a esta muestra de respeto que malamente se expresa en la nota “Mis huérfanos”¹⁷⁷, y que aquí mismo acabo de reiterar con pleno conocimiento de causa.

¹⁷⁷ Esa nota (nº 46) es cronológicamente la primera de todas las que figuran en El Entierro.