

Отчёт по лабораторной работе №2

Задача о Погоне, вариант №11

Саргсян Арам Грачьевич

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Выполнение лабораторной работы	7
3.1	Решение	7
3.2	Код программы на языке julia	8
3.3	Результаты	11
4	Выводы	13

Список иллюстраций

3.1	траектории для случая 1	11
3.2	траектории для случая 2	12

Список таблиц

1 Цель работы

Приведем один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Например, рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в n раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

2 Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 6.9 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2.9 раза больше скорости браконьерской лодки 1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев. 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев. 3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Решение

Принимаем за $t_0 = 0$, $X_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $X_0 = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_0 = 0$ ($\theta = x_0 = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $x - k$ (или $x + k$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{x+k}{nv}$ (для второго случая $\frac{x-k}{nv}$), где $n = 2.9$. Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{nv}$ - в первом случае, $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{nv}$ во втором случае.

Отсюда мы найдем два значения x_1 и x_2 , задачу будем решать для двух случаев.

$$x_1 = \frac{k}{n+1}, \text{ при } \theta = 0 \text{ или } x_2 = \frac{k}{n-1}, \text{ при } \theta = -\pi$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого ско-

рость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_t - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $v = \frac{dr}{dt}$. Тангенциальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_r = r \frac{d\theta}{dt}$. Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$. Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость $v_t = \sqrt{n^2 v_r^2 - v^2}$. Поскольку, радиальная скорость равна v , то тангенциальную скорость находим из уравнения $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$. Следовательно, $v_r = v \sqrt{n^2 - 1}$.

Тогда получаем $r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1}$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

3.2 Код программы на языке julia

```
using Plots
using DifferentialEquations

n = 2.9 #разница в скорости
s = 6.9 #начальное расстояние от лодки до катера
fi = 3/4*pi

#функция, описывающая движение катера береговой охраны
function f1(r, p, t)
    dr = r/sqrt(n^2-1)
    return dr
end
```


#функция, описывающая движение лодки браконьеров

```
function f2(t)
```

```
    xt = tan(fi+pi)*t
```

```
    return xt
```

```
end
```

#начальные условия в 1 случае

```
r0 = s/(n+1)
```

```
theta0 = collect(LinRange(0, 2*pi, 10000))
```

```
prob = ODEProblem(f1, r0, (0, 2*pi))
```

```
sol = solve(prob, saveat=theta0)
```

```
t = collect(LinRange(0.0001, 25, 1000))
```

```
r1=[]
```

```
tetha1=[]
```

```
for i in t
```

```
    push!(r1, sqrt(i^2 + f2(i)^2))
```

```
    push!(tetha1, atan(f2(i)/i))
```

```
end
```

#график в первом случае

```
plot(
```

```
    sol,
```

```
    proj=:polar,
```

```
    color=:red,
```

```
    label="катер")
```

```
plot!(
```

```
    tetha1,
```

```
    r1,
```

```
    proj=:polar,
```

```

        color=:black,
        label="лодка")
#вывод картинки
savefig("D:\\julia\\lab2jl01.png")

#начальные условия в случае 2
r0 = s/(n-1)

theta0 = collect(LinRange(0, 2*pi, 10000))
prob = ODEProblem(f1, r0, (0, 2*pi))
sol = solve(prob, saveat=theta0)
t = collect(LinRange(0.0001, 25, 1000))
r1=[]
tetha1=[]
for i in t
    push!(r1, sqrt(i^2 + f2(i)^2))
    push!(tetha1, atan(f2(i)/i))
end
#график во втором случае
plot(
    sol,
    proj=:polar,
    color=:red,
    label="катер")
plot!(
    tetha1,
    r1,
    proj=:polar,
    color=:black,

```

```

label="лодка")
#вывод картинки
savefig("D:\\julia\\lab2jl02.png")

```

3.3 Результаты

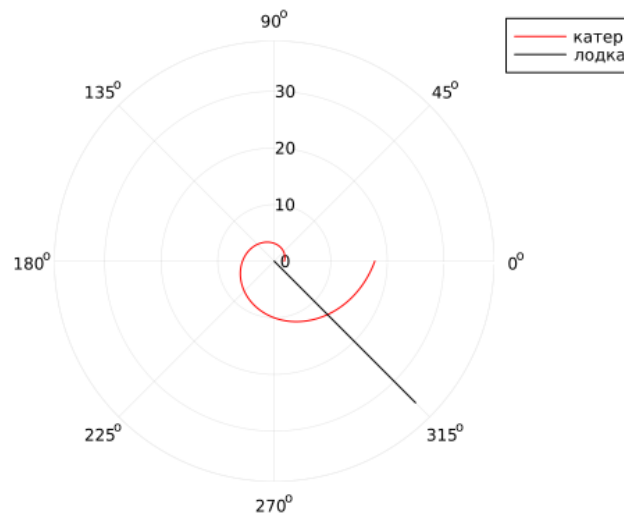


Рис. 3.1: траектории для случая 1

Мы видим, что точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет приблизительные координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 13 \end{cases}$$

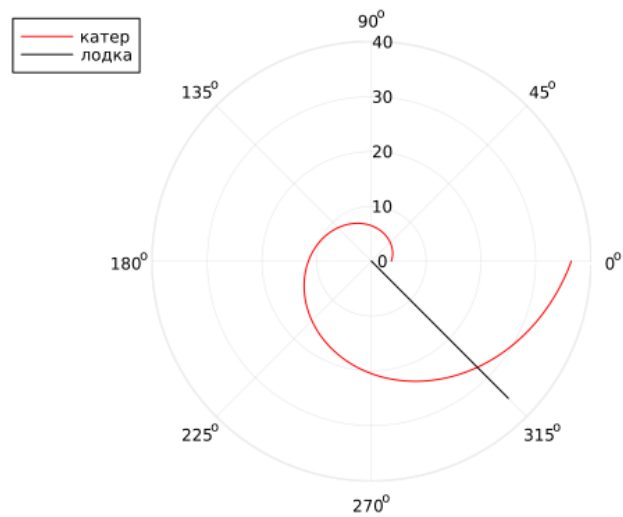


Рис. 3.2: траектории для случая 2

Мы видим, что точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет приблизительные координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 27 \end{cases}$$

4 Выводы

Я рассмотрел задачу о погоне, провели анализ и вывод дифференциальных уравнений, смоделировали ситуацию, нашел точки пересечения катера и лодки.