

# Презентация лабораторной работы №2

Задача о погоне

---

Саргсян А. Г.

19 мая 2003

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

.. ..  
.. ..

## Цели и задачи работы

---

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии  $k$  км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в  $n$  раз больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

1. Провести необходимые рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в  $n$  раз.
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

## Процесс выполнения лабораторной работы

---

Принимаем за  $t_0 = 0$ ,  $X_0 = 0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $X_0 = k$  - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки. Введем полярные координаты. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $x - k$  (или  $x + k$ ). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $\frac{x}{nv}$  или  $\frac{x+k}{v}$  (для второго случая  $\frac{x-k}{nv}$ ). Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:  $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{nv}$  - в первом случае,  $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{nv}$  во втором случае.

Отсюда мы найдем два значения  $x_1$  и  $x_2$ , задачу будем решать для двух случаев.

$$x_1 = \frac{k}{n+1}, \text{ при } \theta = 0$$

$$x_2 = \frac{k}{n-1}, \text{ при } \theta = -\pi$$



Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи  $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$ . Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость  $v_t = \sqrt{n^2 v_r^2 - v^2}$ . Поскольку, радиальная скорость равна  $v$ , то тангенциальную скорость находим из уравнения  $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$ . Следовательно,  $v_\tau = v \sqrt{n^2 - 1}$ .

Тогда получаем  $r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1}$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1} \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{k}{n+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{k}{n-1} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:  $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2-1}}$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 6.9 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2.9 раза больше скорости браконьерской лодки

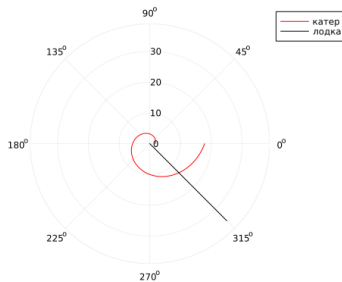


Рис. 1: траектории для случая 1

точка пересечения катера и лодки

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 13 \end{cases}$$

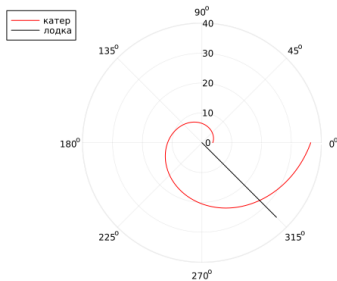


Рис. 2: траектории для случая 2

точка пересечения катера и лодки

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 27 \end{cases}$$

## Выводы по проделанной работе

---

Рассмотрели задачу о погоне, провели анализ и вывод дифференциальных уравнений, смоделировали ситуацию и нашли точки пересечения катера и лодки. Выяснили, что в первом случае для достижения цели потребуется пройти значительно меньшее расстояние.