отчёт по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии

Саргсян Арам Грачьяевич

Содержание

1 Цель работы **4**

2 Задание **5**

3 Теоретическое введение **6**

4 Выполнение лабораторной работы **8**

4.1 Программа, написанная на julia 8

4.2 Программа, написанная на OpenModelica 9

4.3 Результаты 11

5 Выводы **13**

6 Список литературы **14**

Список иллюстраций

4.1 I(0)<=I* julia 11
4.2 I(0)>I* julia 11
4.3 I(0)<=I* julia 12
4.4 I(0)>I* julia 12

1 Цель работы

Построить график для задачи об эпидемии.

2 Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N=17000$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0)=117$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0)=17$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0)=N-I(0)-R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если $I(0)<=I^*$

2) если $I(0)>I^*$

3 Теоретическое введение

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.
До того, как число заболевших не превышает критического значения I*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда I(t) > I*,* тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.
Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:
$\frac{dS}{dt} = -aS, I(t) > I*$ и $\frac{dS}{dt} = 0, I(t) <= I*$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.: $\frac{dI}{dt} = aS - bI, I(t) > I*$ и $\frac{dS}{dt} = -bI, I(t) <= I*$
А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни): $\frac{dR}{dt} = bI$

Постоянные пропорциональности a, b — это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.
Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии

в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0)=0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0)<=I^*$ и $I(0)>I^*$.

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Программа, написанная на julia

```
using DifferentialEquations
using Plots

a = 0.01 # коэффициент заболеваемости
b = 0.02 # коэффициент выздоровления
const N = 17000 # общая численность популяции
const I0 = 117 # количество инфицированных особей в начальный момент времени
const R0 = 17 # количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент време
const S0 = N - I0 - R0 # количество восприимчивых к болезни особей в начальный мо

# случай, когда I(0)<=I*
function syst(dx, x, p, t)
    dx[1] = 0
    dx[2] = -b*x[2]
    dx[3] = b*x[2]
end

# случай, когда I(0)>I*
function syst2(dx, x, p, t)
    dx[1] = -a*x[1]
```

```
    dx[2] = -a*x[1] - b*x[2]
    dx[3] = b*x[2]
end

t0=0.0
tmax=5.0
tspan = (t0, tmax)
t = range(tspan[1], tspan[2], step=0.01)

x0 = [S0, I0, R0]
prob = ODEProblem(syst, x0, tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)

plot(sol, label=["S(t)" "I(t)" "R(t)"], ylim=[0,1.1*N])
plot!(title="Изменения числа особей в 1 случае", xlabel="Время t", ylabel="Количе
savefig("D:\\julia\\lab6_1j.png")

prob = ODEProblem(syst2, x0, tspan)
sol = solve(prob,  saveat=t)

plot(sol, label=["S(t)" "I(t)" "R(t)"], ylim=[0,1.1*N])
plot!(title="Изменения числа особей во 2 случае", xlabel="Время t", ylabel="Колич
savefig("D:\\julia\\lab6_2j.png")
```

4.2 Программа, написанная на OpenModelica

```
model lab06 "Model for simulating epidemics"
  parameter Real a=0.01 "коэффициент заболеваемости";
  parameter Real b=0.02 "коэффициент выздоровления";
```

```
  parameter Real N=17000 "общая численность популяции";
  parameter Real I0=117 "количество инфицированных особей в начальный момент врем
  parameter Real R0=17 "количество здоровых особей с иммунитетом в начальный моме
  parameter Real S0=N-I0-R0 "количество восприимчивых к болезни особей в начальнь

  Real S(start=S0) "количество восприимчивых к болезни особей";
  Real I(start=I0) "количество инфицированных особей";
  Real R(start=R0) "количество здоровых особей с иммунитетом";

  Real S2(start=S0) "количество восприимчивых к болезни особей";
  Real I2(start=I0) "количество инфицированных особей";
  Real R2(start=R0) "количество здоровых особей с иммунитетом";


  // случай, когда I(0)<=I*
  equation
    der(S) = 0;
    der(I) = -b*I;
    der(R) = b*I;

  // случай, когда I(0)>I*
  equation
    der(S2) = -a*S2;
    der(I2) = -a*S2-b*I2;
    der(R2) = b*I2;

end lab06;
```

4.3 Результаты

Графики протекания эпидемии в 2 случаях, выведенные с помощью julia (рис. 4.1, 4.2).

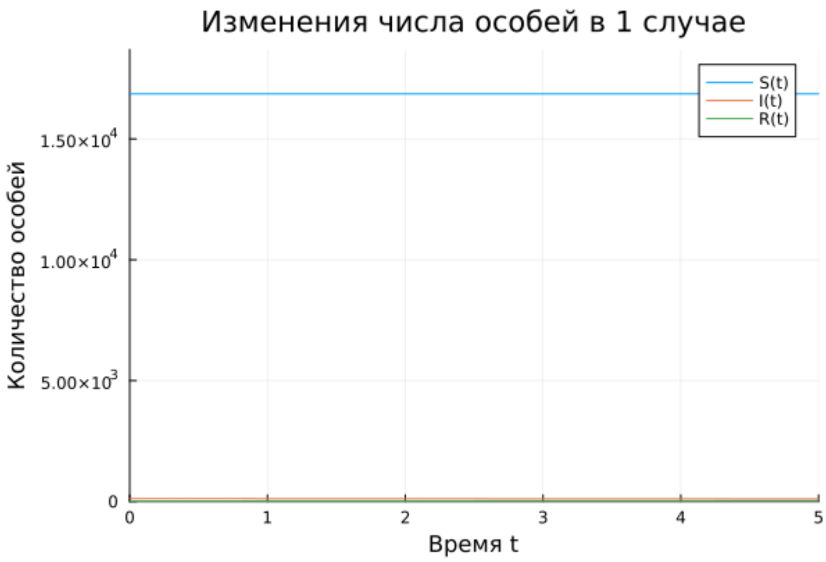

Рис. 4.1: I(0)<=I* julia

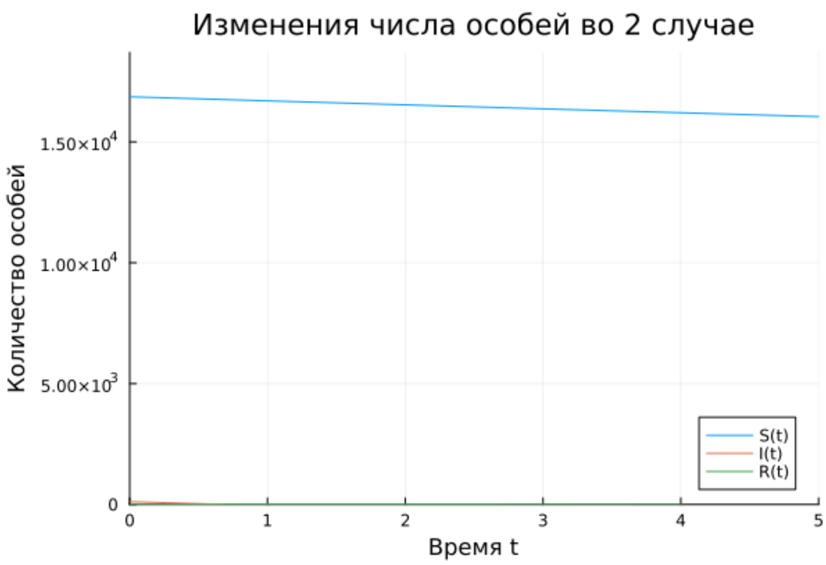

Рис. 4.2: I(0)>I* julia

Графики протекания эпидемии в 2 случаях, выведенные с помощью

OpenModelica (рис. 4.3, 4.4).

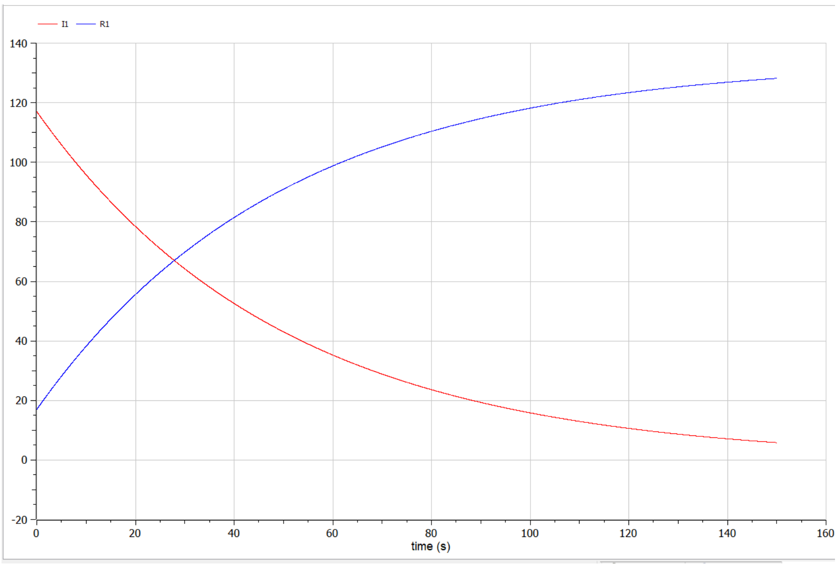

Рис. 4.3: I(0)<=I* julia

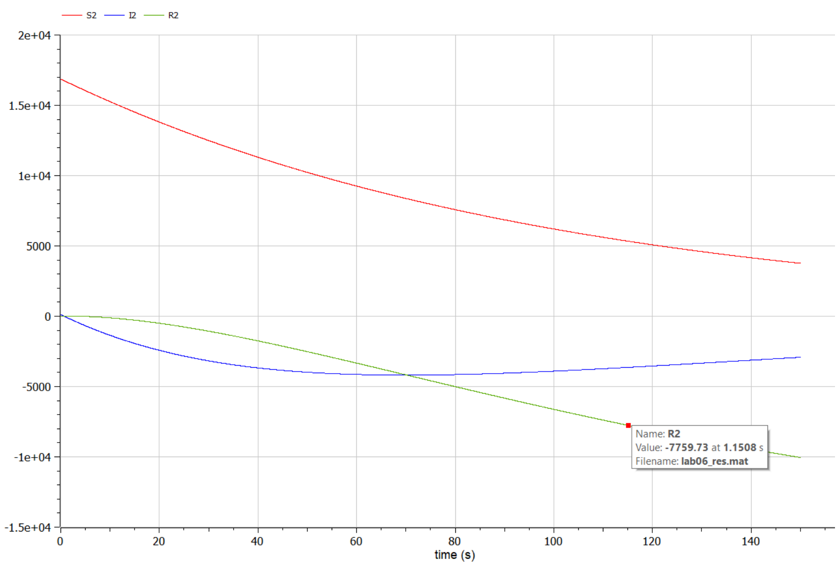

Рис. 4.4: I(0)>I* julia

5 Выводы

Я изучил модель эпидемии.

6 Список литературы

1. Задача об эпидемии