Отчет по лабораторной работе №4

Системы линейных уравнений

Арам Грачьяевич Саргсян

Содержание

Список иллюстраций

1 Цель работы

Освоить навыки работы с системой линейных уравнений в Octave.

2 Теоретическое введение

2.1 Метод Гаусса__

Запишем исходную систему

$$\begin{cases} a_1^1 x^1 + \ldots + a_n^1 x^n = b^1 \\ \ldots \\ a_1^m x^1 + \ldots + a_n^m x^n = b^m \end{cases}$$

в матричном виде: $Ax = b$. Матрица A называется основной матрицей системы, b — столбцом свободных членов. Алгоритм решения СЛАУ методом Гаусса подразделяется на два этапа:

- на первом этапе осуществляется так называемый прямой ход, когда путём элементарных преобразований над строками систему приводят к ступенчатой или треугольной форме, либо устанавливают, что система несовместна;
- на втором этапе осуществляется так называемый обратный ход, суть которого заключается в том, чтобы выразить все получившиеся базисные переменные через небазисные и построить фундаментальную систему решений, либо, если все переменные являются базисными, то выразить в численном виде единственное решение системы линейных уравнений.

Для приведения матрицы к треугольному виду для системы уравнений $Ax = b$ используют расширенную матрицу.

2.2 LU-разложение

LU-разложение — это вид факторизации матриц для метода Гаусса. Цель состоит в том, чтобы записать матрицу A в виде $A = LU$, где L — нижняя треугольная матрица, а U — верхняя треугольная матрица. Эта факторизованная форма может быть использована для решения уравнения $Ax = b$.

Если известно LU-разложение матрицы A, то исходная система может быть записана как $LUx = b$. Эта система может быть решена в два шага. На первом шаге решается система $Ly = b$. Поскольку L — нижняя треугольная матрица, эта система решается непосредственно прямой подстановкой. На втором шаге решается система $Ux = y$. Поскольку U — верхняя треугольная матрица, эта система решается непосредственно обратной подстановкой.

2.3 LUP-разложение

Если используются чередования строк, то матрица A умножается на матрицу переста- новок, и разложение принимает форму $PA = LU$.

3 Выполнение лабораторной работы

1. Я выполнил все дейсвия с для решения системы линейных уравнений.

```
octave:2> diary on
octave:2> B = [ 1 2 3 4 ; 0 -2 -4 6 ; 1 -1 0 0 ]
B =

   1   2   3   4
   0  -2  -4   6
   1  -1   0   0

octave:3> B (2, 3)
ans = -4
octave:4> B (1, :)
ans =

   1   2   3   4

octave:5> B(3,:) = (-1) * B(1,:) + B(3,:)
B =

   1   2   3   4
   0  -2  -4   6
   0  -3  -3  -4
```

```
octave:6> B(3,:) = -1.5 * B(2,:) + B(3,:)
B =

    1    2    3    4
    0   -2   -4    6
    0    0    3  -13

octave:7> rref(B)
ans =

   1.0000        0        0   5.6667
        0   1.0000        0   5.6667
        0        0   1.0000  -4.3333

octave:8> format long
octave:9> rref(B)
ans =

   1.000000000000000                   0                   0   5.666666666666667
                   0   1.000000000000000                   0   5.666666666666666
                   0                   0   1.000000000000000  -4.333333333333333

octave:10> format short
octave:11> A = B(:,1:3)
A =

   1   2   3
   0  -2  -4
```

```
   0   0   3

octave:12>  b = B (:,4)
b =

    4
    6
  -13

octave:13>  b = B(:,4)
b =

    4
    6
  -13

octave:14> A\b
ans =

   5.6667
   5.6667
  -4.3333

octave:15> A = [1 2 3; 0 -2 -4; 1 -1 0]
A =

   1   2   3
   0  -2  -4
   1  -1   0
```

```
octave:16> rref(A)
ans =

   1   0   0
   0   1   0
   0   0   1

octave:17> lu(A)
ans =

   1.0000   2.0000   3.0000
   1.0000  -3.0000  -3.0000
        0   0.6667  -2.0000

octave:18> [L U P] = lu (A)
L =

   1.0000        0        0
   1.0000   1.0000        0
        0   0.6667   1.0000

U =

   1   2   3
   0  -3  -3
   0   0  -2

P =
```

```
Permutation Matrix

   1   0   0
   0   0   1
   0   1   0

octave:19> diary off
```

4 Выводы

Я изучил встроенные в Octave алгоритмы, необходимые для решения систем линейных уравнений.