MÉTODOS NÚMERICOS

Método Runge Kutta

3°er parcial

Coach: Sergio Castillo

Andrés Gutiérrez Franco - 747425

Monterrey, Nuevo León

04 de agosto de 2025

Método Runge Kutta

es un algoritmo numérico utilizado para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones iniciales. Es de los más precisos y estables, ya que aproxima la solución mediante un promedio ponderado de cuatro estimaciones de pendiente de cada paso.

Antecedentes y relación con otros métodos.
Desarrollado por los matemáticos alemanes Carl Runge y Martin Kutta a principios del siglo XX. tiene relación con los métodos Euler y Euler modificado.

Formula.

$$\frac{dy}{dx} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4$$

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y)$$

$$k_1 = f(x_n, y_n)$$

$$k_2 = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1),$$

$$k_3 = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2),$$

$$k_4 = f(x_n + h, y_n + hk_3)$$

Algoritmo.
Entrada.
Función $f(x,y)$ (EDO)
condición inicial (x_0, y_0)
Paso h.
Número de iteraciones N.

Proceso.
Para cada paso n desde 0 hasta N-1.
Calcular k_1, k_2, k_3, k_4.
Actualizar y_{n+1} usando la formula RK4.
Avanzar $x_{n+1} = x_n + h$.

Salida.
Lista de puntos (x_n, y_n) que aproximan la solución.

Uso en la vida cotidiana (ITC)
· Modelado financiero. Simulación de mercados con ecuaciones diferenciales estocásticas.
· Machine Learning. Optimización de redes neuronales con descenso gradiente adaptativo.

Metodo de Runge-Kutta

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}\left[K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4\right]$$

$$K_1 = f(x_n, y_n)$$

$$K_2 = f\left(x_n + \frac{h}{2};\ y_n + \frac{h+1}{2}\right)$$

$$K_3 = f\left(x_n + \frac{h}{2};\ y_n + \frac{h+2}{2}\right)$$

$$K_4 = f\left(x_n + h,\ y_n + h+3\right)$$

Ejemplo:

$$\frac{dy}{dx} = 2xy^2$$

$x_0 = 0$

$y_0 = 1$

$x_a = 1$

$h = 0{,}1$

n	x_n	y_n	K_1	K_2	K_3	K_4	y_{n+1}
0	0	1	0	-0.1	0.099	-0.1962	0.99010
1	0.1	0.09901	-0.1960	-0.2882	-0.2855	0.3698	0.9615
2	0.2	0.9615					
3	0.3						
4	0.4						
5	0.5						
6	0.6						
7	0.7						
8	0.8						
9	0.9						
10	1						

$$K_1 = 2(0)(1)^2 = 0$$

$$K_2 = -2\left[0 + \frac{0.1}{2}\right]\left[1 + \frac{(0.1)(0)}{2}\right]^2 = -0.1$$

$$K_3 = -2\left[0 + \frac{0.1}{2}\right]\left[1 + \frac{0.1}{2}\right]\left[1 + \frac{(0.1)(0.1)}{2}\right]^2 = 0{,}099$$

$$K_4 = -2\left[0 + 0.1\right]\left[1 + (0.1)(0.099)\right]^2 = -0.1962$$

$$y_1 = 1 + \frac{0.1}{6}\left[0 + 2(-0.1) + 2(-0.099) + (-0.1962)\right] = 0.99010$$