MÉTODOS NÚMERICOS

Método de Gaus y Gaus-Jordan

1º Parcial

Coach: Sergio Castillo

Andrés Gutiérrez Franco - 747425

Monterrey, Nuevo León

08 de Junio de 2025

Metodo de Gaus y Gaus Jordan

Este metodo es un algoritmo para resolver sistemas de ecuaciones lineales mediante eliminación hacia delante. El metodo de Gaus-Jordan que lleva la matriz a su forma escalonada reducida.

Fue desarrollo par Gaus y Jordan, fundamentales en algebra lineal numerica con Aplicaciones desde el siglo XIX

Relación con otros metodos.

Descomposición LU: Gaus es la base para obtener $A = LU$
Inversión de matrices: Gaus Jordan se usa para calcular A^{-1} completando $[A|I]$
mínimos cuadrados. preprocedimiento de matrices.

Formula y algoritmo.

1.- Eliminación hacia adelante. Normalización la fila: $k_i = \frac{fila_i}{a_{ii}}$
para cada fila $j > i$ restar $fila_i \times A_{ij}$ $A_{ij} = 0$

2.- Resolver desde la ultima fila: $x_n = b_n$ luego $x_{n-1} = b_{n-1}$ etc.

Aplicaciones en la vida cotidiana (ITC)

Se usa para resolver sistemas para transformaciones geometricas en los graficos de computadoras

- Uso de regresión lineal multiple en el area del machine learning

- Uso de las redes neuronales.

Ejemplo

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 5 \\ 4x + y + 2z = 6 \\ -2x + 5y + 2z = 7 \end{cases}$$

Paso 1

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 6 \\ -2 & 5 & 2 & 7 \end{array}\right]$$

Paso 2

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & 8 & 1 & 12 \end{array}\right]$$

$R_3 + R_1 \to R_3$

Paso 3

$2R_1 - R_2 \to R_2$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 5 & -4 & 4 \\ 0 & 8 & 1 & 12 \end{array}\right]$$

Paso 4

$5R_3 - 8R_2 \to R_3$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 5 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 37 & 28 \end{array}\right] \to$$

Paso 5

$4R_1 - R_2 \to R_1$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 8 & 7 & 0 & 16 \\ 0 & 5 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 37 & 28 \end{array}\right] \to$$

Paso 6 $\frac{R_3}{37}$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 8 & 7 & 0 & 16 \\ 0 & 5 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{28}{37} \end{array}\right]$$

Paso 7

$4R_3 + R_2 \to R_2$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 8 & 7 & 0 & 16 \\ 0 & 5 & 0 & \frac{260}{37} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{28}{37} \end{array}\right] \to$$

Paso 8

$7R_2 - 5R_1 \to R_1$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -40 & 0 & 0 & \frac{-1140}{37} \\ 0 & 5 & 0 & \frac{260}{37} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{28}{37} \end{array}\right] \to$$

Paso 9 $\frac{R_1}{-40}$ $\frac{R_2}{5}$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{57}{74} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{52}{37} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{28}{37} \end{array}\right]$$

$x = \frac{57}{74} = 0.77027$

$y = \frac{52}{37} = 1.0406$

$z = \frac{28}{37} = 0.75676$

1-

paso 4 $\frac{R_1}{-4}$ $\frac{R_2}{5}$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 57/74 \\ 0 & 1 & 0 & 52/37 \\ 0 & 0 & 1 & 28/37 \end{array}\right]$$

Tarea

$$\boxed{\begin{array}{l} 2x - y + z = 2 \\ 3x + y - 2z = 9 \\ -x + 2y + 5z = -5 \end{array}}$$

Paso 1

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 9 \\ -1 & 2 & 5 & -5 \end{array}\right]$$

$2R_3 + R_1 \to R_3$

Paso 2

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & 3 & 11 & -6 \end{array}\right]$$

$3R_1 - 2R_2 \to R_2$

Paso 3

$3R_2 + 5R_3 \to R_3$

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & 7 & -12 \\ 0 & 3 & 11 & -6 \end{array}\right]$$

Paso 4

$3R_1 + 2R_2 \to R_1$

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & 7 & -12 \\ 0 & 0 & 26 & -16 \end{array}\right]$$

Paso 5

$\frac{R_3}{-76}$

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 14 & 1 & 0 & 26 \\ 0 & -5 & 7 & -12 \\ 0 & 0 & 76 & -76 \end{array}\right]$$

Paso 6

$7R_3 - R_2 \to R_2$

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 14 & -2 & 0 & 26 \\ 0 & -5 & 7 & -12 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right]$$

Paso 7

$5R_1 + 2R_2 \to R_1$

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 14 & -2 & 0 & 26 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

Paso 8

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 70 & 0 & 0 & 140 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right]$$

Paso 9

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right]$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x = 2 \\ y = 1 \\ z = -1 \end{array}}$$

2-

Gauss:

Paso 4:

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & 7 & 12 \\ 0 & 0 & 76 & -76 \end{array}\right]$$

$$\frac{R_3}{76} = \underline{z = -1}$$

$$\frac{R_2}{-5} = y - \frac{7}{5}z = 145$$

$$= y = \frac{12}{5} + \frac{7}{5}(-1)$$

$$\underline{y = 1}$$

$$\frac{R_1}{2} = x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 1$$

$$x = 1 + \frac{1}{2}(1) - \frac{1}{2}(-1)$$

$$\underline{x = 2}$$

Ambos metodos se llega al mismo resultado