



MÉTODOS NÚMERICOS

Método Punto Fijo

1º Parcial

Coach: Sergio Castillo

Andrés Gutiérrez Franco - 747425

Monterrey, Nuevo León

08 de Junio de 2025

Reporte Método de punto fijo

Es una técnica iterativa utilizada para resolver ecuaciones no lineales de la forma $F(x) = 0$. Consiste en transformar dicha ecuación en una forma equivalente $x = g(x)$ y luego generar una sucesión numérica definida:

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

El punto a que esta sucesión converge en un punto fijo, un valor x tal que $g(x) = x$, lo cual implica que $F(x) = 0$.

Antecedentes y métodos relacionados

Este método es uno de los más antiguos para encontrar raíces de funciones.

• **Método Newton Raphson** Puede interpretarse como un punto fijo con una función $g(x) = x - \frac{F(x)}{F'(x)}$

• **Método de la secante** También genera una sucesión iterativa, pero lo hace sin derivadas y con dos puntos.

• **Método de bisección** No requiere reformular la ecuación, pero es más lento.

Formula que lo define.

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

Se itera hasta que:

$$|x_{n+1} - x_n| < \epsilon$$

Algoritmo.

Entradas

Función $g(x)$

Aproximación inicial x_0

Tolerancia ϵ

Número máximo de iteraciones N .

Pasos

Inicializar $n = 0$

Mientras $n \leq N$:

• Calcular $x_{n+1} = g(x_n)$

Si $|x_{n+1} - x_n| < \epsilon$ detener y devolver x_{n+1}

Actualizar $x_n = x_{n+1}$

Incrementar n .

Si no se alcanza la tolerancia en N iteraciones, se considera que no converge.

Aplicaciones en la Vida Cotidiana.

Ingeniería estructural Para resolver ecuaciones de equilibrio en estructuras no lineales.

Economía En modelos de equilibrio, como los de oferta y demanda en mercados.

Física En modelos iterativos de sistemas de partículas o circuitos eléctricos no lineales.

Informática En algoritmos gráficos, computación científica y resolución de sistemas de ecuaciones.

Biología En modelos dinámicos de poblaciones o difusión de enfermedades.

Interacción 1 $n=0$
 Paso 1 $2e^{x^2} \cdot 5x = 0$

$$x = \frac{2e^{x^2}}{5}$$

$$x = \frac{0.4e^{0.16}}{5}$$

Paso 2 $n=0$

$$x_0 = 0.4$$

$$x_1 = g(x_0)$$

$$x_1 = 0.4e^{0.16}$$

$$x_1 = 0.4$$

Paso 3 error

$$\text{error} = \left| \frac{x_1 - x_0}{x_1} \right|$$

$$= 100\%$$

$$\left| \frac{0.4 - 0.4}{0.4} \right| = 0\%$$

Interacción 2 $n=1$

Paso 2 $x_2 = g(x_1)$

$$x_2 = 0.4e^{(0.4)^2}$$

$$x_2 = 0.4985$$

$$\text{Paso 3 error} = \left| \frac{x_1 - x_2}{x_1} \right| \cdot 100 = 14.78\%$$

Interacción 3 $n=2$

Paso 2 $x_3 = g(x_2)$

$$x_3 = 0.4e^{(0.4985)^2}$$

$$x_3 = 0.4985$$

$$\text{error} = \left| \frac{x_2 - x_3}{x_2} \right| \cdot 100$$

$$\left| \frac{0.4985 - 0.4985}{0.4985} \right| \cdot 100 = 5.85\%$$

Interacción 4 $n=3$

$$x_4 = 0.5128$$

$$\text{error} = 2.98\%$$

Interacción 5 $n=4$

$$x_5 = 0.5265$$

$$\text{error} = 0.419\%$$

Interacción 6 $n=5$

$$x_6 = 0.5205$$

$$\text{Error} = 1.44\%$$

$$x_6 = 0.5293$$

$$f(x) = 0 \quad \text{Con probabilidad } x_0 = 0.5243$$

$$g(x) = 2e^{(0.5243)^2} - 5(0.5243)$$

$$= 0.11$$

Con un error del 0.47%

Interacción 7 $n=6$

$$x_7 = 0.5273$$

$$\text{error} = 0.37\%$$

$$g(x) = 2e^{(0.5273)^2} - 5(0.5273) = 0.0063$$

$$x_5 = 0.5205$$

$$g(x_5) = 2e^{(0.5205)^2} - 5(0.5205)$$

$$= 0.02$$