



MÉTODOS NÚMERICOS

Método de Euler

3°er parcial

Coach: Sergio Castillo

Andrés Gutiérrez Franco - 747425

Monterrey, Nuevo León

31 de Julio de 2025

Metodo de Euler

Es un procedimiento numerico de primer orden utilizado para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) de la forma

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0$$

Es un metodo iterativo que aproxima la solución paso a paso, utilizando información local para extrapolar el valor de la función al siguiente paso.

Antecedentes y relación con otros metodos

Desarrollado por Leonhard en el siglo XVIII, es el metodo más básico para resolver EDOs numericamente. Base para metodos más avanzados como el metodo de Euler modificado.

Formula:

Dado un paso de tamaño h , se calcula como:

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(x_n, y_n)$$

y_{n+1} : Valor aproximado en el siguiente punto.

y_n : valor actual

h : tamaño del paso

$f(x_n, y_n)$: derivada evaluada en el punto actual.

Algoritmo

Entrada:

función $f(x, y)$ (EDO)

condición actual (x_0, y_0)

Paso h y número de iteraciones N .

Proceso:

Para $i = 0$ hasta $N-1$:

calcular $y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_i, y_i)$

Actualizar $x_{i+1} = x_i + h$.

Salida:

Lista de puntos (x_i, y_i) que aproximan la solución.

Uso en la vida cotidiana (ITC)

Machine Learning: Versiones simplificadas de optimización.

Animaciones gráficas: Interpolación de movimientos suaves basados en ecuaciones diferenciales.

Modelado de sistemas dinámicos: En robótica, para predecir el estado de un sistema en tiempo real.

Método Euler y Euler modificado.

$$\frac{dy}{dx} = -2xy^2$$

$$P(0,1) \Rightarrow y(0) = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 1 \end{cases}$$

$$y(1) = ?$$

$$h = 0.1$$

$$P(x_0, y_0) = -2xy^2$$

$$n=0$$

$$F(x_0, y_0) = -2(0)(1)^2 = 0$$

$$y_{n+1} = y_n + hF(x_n, y_n)$$

$$y_1 = y_0 + (0.1)(-0.3841)$$

$$y_1 = 0.9415$$

n	x_n	y_n	$F(x_n, y_n)$	y_{n+1}
0	0	1	0	1
1	0.1	1	0.2	0.98
2	0.2	0.98	-0.3841	0.9415
3	0.3			
4	0.4			
5	0.5			
6	0.6			
7	0.7			
8	0.8			
9	0.9			
10	1			

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} [f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_{n+1})]$$

$$(y_{n+1})^* = y_n + h f(x_n, y_n)$$

n	x_n	y_n	$f(x_n, y_n)$	$(y_{n+1})^*$	x_{n+1}	y_{n+1}
0	0	0.9	0	0.9	0.1	0.99
1	0.1	0.99	-0.3960	0.9704	0.2	0.9614
2	0.2	0.9614	-0.3696	0.9243	0.3	0.9132
3	0.3	0.9132			0.4	
4	0.4				0.5	
5	0.5				0.6	
6	0.6				0.7	
7	0.7				0.8	
8	0.8				0.9	
9	0.9				1	
10	1				1.1	

$$n=1$$

$$f(x_1, y_1) = -2(0.1)(0.99)^2$$

$$= -0.3960$$

$$y_2^* = (0.99)(0.9614)$$

$$y_2^* = 0.9704$$

$$y_2 = (0.99) + \frac{(0.1)}{2} [-2(0.1)(0.99)^2 + -2(0.2)(0.9704)^2]$$

$$y = 0.9614$$