<u>MÉTODOS NÚMERICOS</u>

Método de Bisección o intervalo medio

1º Parcial

Coach: Sergio Castillo

Andrés Gutiérrez Franco - 747425

Monterrey, Nuevo León

10 de Junio de 2025

Metodo bisección

Definición metodo: Algoritmo de búsqueda de raices que trabaja dividiendo repetidamente un intervalo a la mitad y seleccionando el subintervalo que afirma la raiz de de una Función continua.

Antecedentes: Este metodo se basa en el teorema del valor intermedio, establece que si una Función f es continua en (a, b) y $f(a)$ y $f(b)$ tiene signos opuestos

Relación con otros metodos:

- metodo de newton-raphson: más rapido (convergencia)
- metodo de la secante: similar a Newton pero sin derivadas
- Metodo de regular falsi: combina bisección con interpolación lineal

Formula del metodo

$C = \frac{a+b}{2}$, se evalua $f(c)$, si $f(a) \cdot f(c) < 0$

Raiz en $[a, c]$

si $f(c) \cdot f(b) < 0$

Raiz en $[c, b]$

Algoritmo para aplicar el metodo se considera 3 sucesiones $a_n \leq r_n \leq b_n$

$r_n = \frac{a_n + b_n}{2}$, $a_{n+1} = \begin{cases} a_n & \text{si } f(a_n) \cdot f(r_n) < 0 \\ r_n & \text{si } f(a_n) \cdot f(r_n) \geq 0 \end{cases}$

$b_{n+1} = \begin{cases} b_n & \text{si } f(b_n) \cdot f(r_n) < 0 \\ r_n & \text{si } f(b_n) \cdot f(r_n) \leq 0 \end{cases}$

¿Qué aplicaciones tiene en la vida cotidiana (ITC)?

Es util en ITC para optimizar parametros en redes neuronales, resolver ecuaciones en simulaciones numericas, encontrar puntos criticos en algoritmos.

Ejemplo visto en clase:

$f(x) = x^4 - 1$ $[0, 1.2]$ $a = 0$ $b = 1.2$ $\varepsilon = 4\%$

I1 $i = 1$ P_1 $c = \frac{b+a}{2} = \frac{1.2+0}{2} = 0.6$

$P_1 = f(a) = f(0) = (0)^4 - 1 = -1$

$f(b) = f(1.2) = (1.2)^4 - 1 = 1.0736$

$f(c) = f(0.6) = (0.6)^4 - 1 = 0.8704$

$P_2 = f(a)\,f(c) = (-1)(-0.8704) = 0.8704$

$(0.6, 1.2)$

$I_2\ (a, b) = (0.6, 1.2)$

$a = 0.6$ $\quad P_1\ c = \frac{b+a}{2} = \frac{1.2 + 0.6}{2} = 0.9$

$b = 1.2$

$P_2 = f(a) = f(0.6) = (0.6)^4 = -0.8704$

$f(b) = f(1.2) = (1.2)^4 = 1.0736$

$f(c) = f(0.9) = (0.9)^4 = -0.3434$

Paso 3. $f(a)\,f(c) = (-0.8704)(-0.3439)$

$= 0.2993$

$(0.9, 1.2)$

Paso 4 : Error $= \left| \frac{ca - cant}{ca} \right| * 100$

$\left| \frac{0.9 - 0.6}{0.9} \right| * 100 = 33.3\%$

$I_3\ (0.9, 1.2)$

$a = 0.9$ $\quad Ps_1 = c = \frac{b+a}{2} = \frac{0.9 + 1.2}{2} = 1.05$

$b = 1.2$

$Ps_2 \quad f(a) = f(0.9) = (0.9)^4 - 1 = -0.3439$

$f(b) = f(1.2) = (1.2)^4 - 1 = 1.0736$

$f(c) = f(1.05) = (1.05)^4 - 1 = 0.2155$

$Ps_3 = f(a)\,f(c) = (-0.3434)(0.2155) = 0.07911$

$[a_1, b_1] = [0.9, 1.05] = 14.29\%$

$I_4 = (0.9, 1.05)$

$a = 0.9$ $\quad P_2 = c = \frac{b+a}{2} = \frac{0.9 + 1.05}{2} = 0.975$

$b = 1.05$

$P_3\ f(a) = f(0.9)^4 - 1 = -0.3434$

$f(b) = f(1.05)^4 - 1 = 0.2155$

$f(c) = f(0.975)^4 - 1 = 0.0963$

$(a)(c) = (-0.3434)(-0.0963) = 0.03312$

$[0.975, 1.05] = \frac{0.975 - 0.9}{0.975} = 7.69$

I_3 (0.975, 1.05)

$a = (0.975)$
$b = 1.05$

$$c = \frac{b+a}{2} = \frac{0.975 + 1.05}{2} = 1.0125$$

$$f(a) = f(0.975)^4 - 1 = -0.09631$$
$$f(b) = f(1.05)^4 - 1 = 0.2151$$
$$f(c) = f(1.012)^4 - 1 = 0.03044$$

$$(a)(c) = (-0.09631)(0.03044) = -0.0049$$

0.975, 1.0125

$$\% = \frac{1.025 - 0.975}{1.0125} = 3.70\%$$