MÉTODOS NÚMERICOS

Método de Diferencias Divididas

3°er parcial

Coach: Sergio Castillo

Andrés Gutiérrez Franco - 747425

Monterrey, Nuevo León

06 de Julio de 2025

Metodo de diferencias divididas

Es una técnica utilizada en el cálculo númerico para construir un polinomio de interpolación a partir de un conjunto de puntos discretos. Este metodo es útil para aproximar funciones cuando no se conoce su expresión analítica.

Antecedentes y relación con otros metodos

Es una variable de la interpolación de Newton. Se relaciona con Interpolación de Lagrange porque ambos metodos buscan encontrar un polinomio que pase por un conjunto de puntos, pero el metodo de Newton es más eficiente.

Formula

$$(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), \ldots, (x_n, f(x_n))$$

$$P_n(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \ldots + f[x_0, \ldots, x_n]$$

Algoritmo

Entrada: Un conjunto de puntos $(x_i, f(x_i))$ para $i = 0, 1, \ldots n$

2: Construir la tabla de diferencias divididas
- Primera columna $f[x_i] = f(x_i)$
- Sig. columnas: calcular diferencias de orden superior usando formula recursiva.

3: Construir el polinomio.
- Tomar los coeficientes de la diagonal principal de la tabla
- Multiplicar cada término por $(x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_{n-1})$

Salida

Polinomio $P_n(x)$ que interpola los puntos.

Aplicaciones en la vida cotidiana (I+C)

- Graficos por Computadora y Animación.
- Procesamiento de señales y datos.
- Optimización y Machine Learning.

Ejemplo visto en clase

X	P(x)
0	150
40	155
80	160

n = 3

Polinomio de Newton

$Pn(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) \ldots a_n(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)$

Diferencias divididas

$$f(x_i, x_{i+n}) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$$

$i = 0, 1, 2, \ldots, n-1$

$$f(x_i, x_{i+1}, x_{i+2}) = \frac{f(x_{i+1}, x_{i+2}) - f(x_i, x_{i+1})}{x_{i+2} - x_i}$$

$i =$

$x_0 = 0$ $f(x_0) = 150$ $a_0 =$

$x_1 = 40$ $f(x_1) = 155$ $a_1 =$

$x_2 = 150$ $f(x_2) = 160$ $a_2 =$

X	P(x)
0	150
40	155
100	160
70	158
50	156

i	x_i	$f(x_i)$		
0	0	150 ($\to a_0$)	—	—
1	40	155	0.125 $\to a_1$	—
2	100	160	0.08333	-0.000417 $\to a_2$

$$f(x_0, x_1) = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \frac{155 - 150}{40 - 0} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8} = 0.125$$

$$f(x_1, x_2) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{160 - 155}{100 - 40} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12} = 0.08333$$

$$f(x_0, x_1, x_2) = \frac{f(x_1, x_2) - f(x_0, x_1)}{x_2 - x_0} = \frac{0.0833 - 0.125}{100 - 0} = -0.000417$$

Construimos $P(x)$

$P(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1)$

$P(x) = 150 + (0.125)(x - 0) + (0.000417)(x - 0)(x - 40)$

$P(x) = 150 + 0.125x - 0.000417(x^2 - 40x)$

$P(x) = 150 - 0.000417x^2 + 0.14168x$

$P(x) = -0.000417x^2 + 0.14168x + 150$