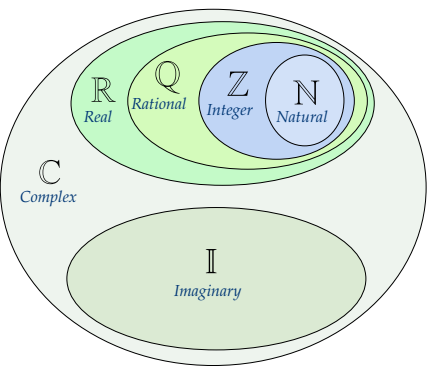


1. Números



1.1. Naturales (\mathbb{N})

MCM (mínimo común múltiplo): menor \mathbb{N}^o entero positivo que es divisible por cada uno de los números (sin resto).

MCD (máximo común divisor): mayor \mathbb{N}^o entero positivo que divide cada uno de los números (sin resto).

1.2. Enteros (\mathbb{Z})

$$\begin{aligned} a < b &\rightarrow -a > -b \\ a < 0 &\rightarrow -a > 0 \\ |x - y| &= |y - x| \\ a < \frac{b}{c} \wedge c < b &\rightarrow b + d > a + c \end{aligned}$$

1.3. Racionales (\mathbb{Q})

Proporcionalidad Directa: (lineal)

$$y = kx \leftrightarrow y \propto x \text{ con } k = \frac{y}{x}$$

Proporcionalidad Inversa: (hipérbola rectangular)

$$y = \frac{k}{x} \leftrightarrow k = xy$$

1.4. Decimales

$$\begin{aligned} 0, \overline{1} &= \frac{1}{9} \\ 0, \overline{36} &= \frac{36}{99} \\ 1, 23\overline{4} &= \frac{1234 - 123}{900} \end{aligned}$$

1.5. Imaginarios y Complejos (\mathbb{C})

$$\begin{aligned} z &= a + bi \text{ con } i = \sqrt{-1} \\ |z| &= \sqrt{a^2 + b^2} \end{aligned}$$

1.6. Potencias

$$\begin{aligned} (-a)^2 &= a^2; -a^2 = -(a^2) \\ b^{m+n} &= b^m \cdot b^n \\ (b^m)^n &= b^{m \cdot n} \\ (b \cdot c)^n &= b^n \cdot c^n \\ 0^0 &\notin \mathbb{R} \end{aligned}$$

No son conmutativas (e.j. $2^3 = 8 \neq 3^2 = 9$) ni asociativas (e.j. $(2^3)^4 = 8^4 \neq 2^{(3^4)} = 2^{81}$).

Sin paréntesis el orden de operación es de arriba hacia abajo (o dextro-asociativo):
 $b^{p^q} = b^{(p^q)} \neq (b^p)^q = b^{pq}$

1.7. Raíces

$$\begin{aligned} a^{\frac{p}{q}} &\equiv \sqrt[q]{a^p} \\ \sqrt[q]{a^q} &\equiv (\sqrt[q]{a})^q \\ \sqrt{x^2} &= |x| \\ \sqrt[q]{\sqrt[q]{a}} &= \sqrt[q]{q}{a} \\ \sqrt[q]{\sqrt[q]{a}} &\equiv \sqrt[q]{\frac{\sqrt[q]{a}}{\sqrt[q]{b}}} \end{aligned}$$

Sutilezas con radicandos negativos:
 $\sqrt{-1} \times \sqrt{-1} \neq \sqrt{-1 \times -1} = 1$, sino
 $\sqrt{-1} \times \sqrt{-1} = i \times i = i^2 = -1$.

1.8. Logaritmos ($b > 0$)

$$\begin{aligned} \log_b(x) = y &\leftrightarrow b^y = x. \\ \log_b(xy) &= \log_b x + \log_b y \\ \log_b \frac{x}{y} &= \log_b x - \log_b y \\ \log_b(x^p) &= p \log_b x \\ \log_b \sqrt[p]{x} &= \frac{\log_b x}{p} \\ \log_b x &= \frac{\log_k x}{\log_k b} \\ \log_b \frac{1}{x} &= -\log_b x \end{aligned}$$

1.9. Interés Simple y Compuesto

Interés Simple: $C_f = C_i(1 + n \cdot i \%)$
Interés Compuesto: $C_f = C_i(1 + i \%)^n$

Con C_i capital inicial, C_f capital final, $i \%$ tasa de interés y n el número de periodos.

Advertencia: Es clave convertir los periodos de tiempo si es necesario (e.j. 1 año = 12 meses)

2. Álgebra y Funciones

2.1. Factorización

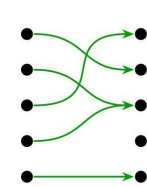
$$\begin{aligned} (a \pm b \pm c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 \pm 2ab \pm 2ac \pm 2bc \\ (a \pm b)^3 &= a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \\ a^3 \pm b^3 &= (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) \\ (x + p)(x + q) &= x^2 + x(p + q) + pq \\ a(a + b + 1) &= a^2 + ab + a \end{aligned}$$

2.2. Inyectividad y Epiyectividad

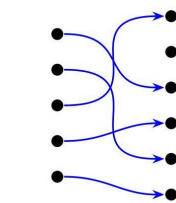
Una función $f(x)$ es *inyectiva* cuando, $\forall a, b \in X$, $f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$, es decir cuando nunca mapea elementos distintos de su Dominio a un mismo elemento del Codominio.

Análogamente, se dice que una función $f(x)$ es *sobreyectiva*, o epiyectiva cuando, $\forall y \in Y$, $\exists x \in X$, $f(x) = y$, es decir, que para cada elemento y en el codominio Y ,

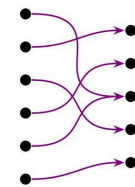
hay al menos un elemento x en el dominio X de forma que $f(x) = y$.



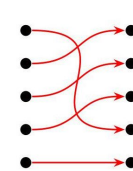
A function not injective not surjective



An injective function not surjective



A surjective function not injective



A bijective function injective + surjective

2.3. Función Afín

Una función afín tiene una **forma principal** de $y = mx + n$, donde se denomina lineal si $n = 0$, y una **forma general** de $ax + by = 0$.

Para la forma general, $m = -\frac{a}{b}$ y $n = -\frac{c}{b}$.

Punto pendiente: $y - y_1 = m(x - x_1)$

Dos Puntos: $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Distancia punto-recta: $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

Nota: $m = \tan \alpha$

2.4. Función Cuadrática

Formatos:

$f(x) = ax^2 + bx + c$ llamada **forma estándar**

$f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$, llamada **forma**

factorizada, con r_1 y r_2 raíces.

$f(x) = a(x - h)^2 + k$, llamada **forma de vértice**, con un vértice (h, k) .

Vértice: $(-\frac{b}{2a}), -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 &= \frac{c}{a} \end{aligned}$$

2.5. Función Exponencial

Una función exponencial usualmente está descrita en la forma $(x) = ab^x$ con b un número real positivo y x exponente. De forma simplificada $f(x) = b^x$, donde si $b > 1$ la función es creciente (hacia la derecha) y cuando $0 < b < 1$ la función es decreciente.

2.6. Función Potencia

Clase de la que pertenece la función cuadrática, está definida en forma general por $f(x) = ax^n$ con $n \in \mathbb{N} - \{1\}$ y $a \in \mathbb{R}$.

Cuando n es **par**, entonces la función toma la forma de una parábola, y cuando es **impar**, toma una forma similar a la cúbica.

2.7. Función Logarítmica

Siguen la forma general $f(x) = \log_b x$, y son inversas de las funciones exponenciales, siendo simétricas con respecto a $y = x$.

