Cálculo Diferencial Integral

Limites

Refere-se ao domínio da função (conjunto de todos os valores possíveis).

Seja $f(x)$ uma função com $x \in D(f)$ e um número a, dizemos que o limite de $f(x)$ quando x se aproxima de a tem como resultado L.

Denotamos por:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

Onde x tende a a

Se para todo $\varepsilon > 0$ existe um $\delta > 0$ tal que:

$$0 < |x-a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

ε é um zoom em um ponto da função

ε é um número qualquer $\mathbb{R}$

δ é um número qualquer $\mathbb{R}$ e sempre relacionado à ε

L é equivalente à imagem de $f(x)$

Então, podemos definir Limite como sendo o comportamento de $f(x)$ quando $x \to a$

Se $\lim_{x \to 3} 3x + 2 = 11$

Sabemos que: $|f(x) - L| < \varepsilon$

$|3x + 2 - 11| < \varepsilon$

$3x+2-11 \iff 3x-9$

$|3x-9|<\varepsilon$

$|3(x-3)|<\varepsilon$ → PONDO EM EVIDENCIA

$|3||x-3|<\varepsilon$ → PROPRIEDADE DO MÓDULO NOS PERMITE FAZER ESSA SEPARAÇÃO

$|3|=3$

$3|x-3|<\varepsilon$

QUEREMOS TRANSFORMAR $|f(x)-L|<\varepsilon$ EM $|x-a|<\delta$

PARA ISSO É NECESSÁRIO ISOLAR ε

$|x-3|<\frac{\varepsilon}{3}$ → $|x-3|<\frac{\varepsilon}{3} \iff |x-a|<\delta$ → $\frac{\varepsilon}{3}=\delta$

Com isso podemos dizer que:

Seja um $\varepsilon>0$, tomando $\delta=\frac{\varepsilon}{3}$

$|x-3|<\delta$ → DESSA FORMA É POSSÍVEL VOLTARMOS PARA $|f(x)-L|<3$

$|x-3|<\delta=\frac{\varepsilon}{3}$

$|3||x-3|<\varepsilon$ → $(\times 3)$

$|3(x-3)|<\varepsilon$

$|3x-9|<\varepsilon$ — $-9=2-11$

$|3x+2-11|<\varepsilon$

Isto é prova que:

$0<|x-a|<\delta \Rightarrow |f(x)-L|<3$

Em outras palavras, o limite de f em $x=3$ é o valor do qual f se aproxima conforme nos aproximamos cada vez mais de $x=3$.

Made with Goodnotes