UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FISICO MATEMATICAS

Alumno

Cristian Ernesto Antonio Santiago – 1973715

Docente

Luis Ángel Gutiérrez Rodríguez

Unidad de Aprendizaje

Inteligencia Artificial

Trabajo

Actividad 6. Determinantes de Matrices

A 16 de febrero de 2025

Observaciones sobre la demostración

Durante la demostración del método de expansión de Laplace y la regla de Sarrus, se destacó cómo se pueden calcular los determinantes de matrices de 3×3 utilizando diferentes enfoques. En el caso de la expansión de Laplace, se descompone la matriz en términos de menores y cofactores, lo que permite calcular el determinante de manera sistemática.

Por otro lado, la regla de Sarrus es un método visual, donde se copian las dos primeras columnas junto a la matriz original y se suman los productos de las diagonales principales, restando luego los productos de las diagonales secundarias.

Comparación de los métodos

Ambos métodos son equivalentes para una matriz de 3×3, ya que producen el mismo resultado. Sin embargo, presentan diferencias en su aplicación y utilidad:

- La regla de Sarrus es un método más rápido y visual, ya que permite calcular el determinante de forma mecánica sin necesidad de desarrollar menores o cofactores. Esto la hace ideal cuando se busca rapidez en cálculos manuales.
- Mientras que la regla de Sarrus solo funciona con matrices de 3×3, la expansión de Laplace es un método general que puede usarse para cualquier tamaño de matriz

Exploración de la regla de Sarrus en matrices de 4×4

Supongamos que tenemos una matriz 4x4:

$$A = \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{vmatrix}$$

Comprobaremos si es posible obtener el determinante de esta matriz utilizando la regla de Sarrus. Para ello, nos apoyaremos en el método de expansión de Laplace.

$$Det(A) = a \begin{matrix} f & g & h \\ j & k & l \\ n & o & p \end{matrix} - b \begin{matrix} e & g & h \\ i & k & l \\ m & o & p \end{matrix} + c \begin{matrix} e & f & h \\ i & j & l \\ m & n & p \end{matrix} - d \begin{matrix} e & f & g \\ i & j & k \\ m & n & o \end{matrix}$$

Resolviendo cada submatriz mediante la regla de Sarrus, obtenemos:

$$a \begin{matrix} f & g & h \\ j & k & l \\ n & o & p \end{matrix} = afkp + agln + ahjo - ahkn - agjp - aflo$$

$$b\begin{matrix} e & g & h \\ i & k & l \\ m & o & p \end{matrix} = bekp + bglm + bhio - bhkm - belo - bgip$$

$$c\begin{matrix} e & f & h \\ i & j & l \\ m & n & p \end{matrix} = cejp + cflm + chin - chjm - celn - cfip$$

$$d\begin{matrix} e & f & g \\ i & j & k \\ m & n & o \end{matrix} = dejo + dfkm + dgin - dgjm - dekn - dfio$$

De este modo, determinamos que el determinante de la matriz es:

Det(A) = *afkp + agln + ahjo + bekp + bglm + bhio + cejp + cflm + chin + dejo + dfkm + dgin – ahkn – agjp – aflo – bhkm – belo – bgip – chjm – celn – cfip– dgjm – dekn – dfio*

Ahora, para intentar demostrar que la regla de Sarrus también se puede aplicar a una matriz de 4x4, utilizaremos esta regla directamente en la matriz y verificaremos si el determinante obtenido coincide con el que se calculó mediante el método de expansión de Laplace.

$$A' = \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{vmatrix}$$

Para aplicar este método, expandimos la matriz copiando las tres primeras columnas al lado derecho de la misma, lo cual nos permite realizar la expansión.

$$\left|\begin{array}{cccc|ccc} a & b & c & d & a & b & c \\ e & f & g & h & e & f & g \\ i & j & k & l & i & j & k \\ m & n & o & p & m & n & o \end{array}\right|$$

Det(A') = *afkp + bglm + chin + dejo – dgjm – ahkn – belo – cfip*

$$\therefore Det(A) \neq Det(A')$$

Como podemos observar, la regla de Sarrus solo puede ser utilizada en matrices de dimensión 3x3. Si necesitáramos encontrar el determinante de una matriz de dimensión superior a 3x3, tendríamos que recurrir al método de Laplace o a otros métodos modernos. La regla de Sarrus es explícitamente aplicable únicamente a matrices de 3x3.

Método alternativo recomendado

Dado que la regla de Sarrus no es aplicable a matrices de 4×4, se recomienda el uso de la expansión de Laplace o la transformación de la matriz a forma triangular superior.

Aunque la aplicación del método de expansión de Laplace a matrices grandes puede volverse tediosa debido a la cantidad de cálculos requeridos, sigue siendo un método fundamental que proporciona una comprensión más profunda de la estructura de los determinantes. Es especialmente útil cuando se trabaja con matrices que contienen muchas ceros, ya que se pueden seleccionar filas o columnas que simplifiquen el cálculo.

Otra alternativa eficiente es transformar la matriz en una matriz triangular superior mediante operaciones elementales de fila. En este caso, el determinante de la matriz original se obtiene como el producto de los elementos de la diagonal principal de la matriz triangular. Este método es mucho más rápido y eficiente, ya que evita el cálculo directo de menores y cofactores, reduciendo significativamente el número de operaciones requeridas.

A 16 de febrero de 2025