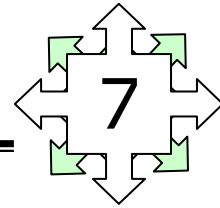


LOGIKA FUZZY



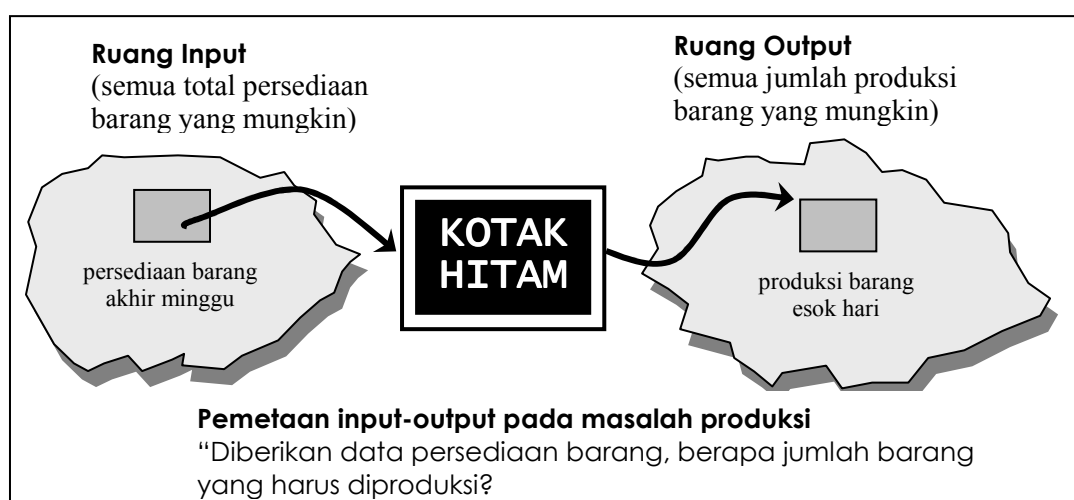
7.1 PENDAHULUAN

Orang yang belum pernah mengenal logika fuzzy pasti akan mengira bahwa logika fuzzy adalah sesuatu yang amat rumit dan tidak menyenangkan. Namun, sekali seseorang mulai mengenalnya, ia pasti akan sangat tertarik dan akan menjadi pendatang baru untuk ikut serta mempelajari logika fuzzy. Logika fuzzy dikatakan sebagai logika baru yang lama, sebab ilmu tentang logika fuzzy modern dan metadis baru ditemukan beberapa tahun yang lalu, padahal sebenarnya konsep tentang logika fuzzy itu sendiri sudah ada pada diri kita sejak lama.

Logika fuzzy adalah suatu cara yang tepat untuk memetakan suatu ruang input ke dalam suatu ruang output. Sebagai contoh:

1. Manajer pergudangan mengatakan pada manajer produksi seberapa banyak persediaan barang pada akhir minggu ini, kemudian manajer produksi akan menetapkan jumlah barang yang harus diproduksi esok hari.
2. Pelayan restoran memberikan pelayanan terhadap tamu, kemudian tamu akan memberikan tip yang sesuai atas baik tidaknya pelayan yang diberikan;
3. Anda mengatakan pada saya seberapa sejuk ruangan yang anda inginkan, saya akan mengatur putaran kipas yang ada pada ruangan ini.
4. Penumpang taksi berkata pada sopir taksi seberapa cepat laju kendaraan yang diinginkan, sopir taksi akan mengatur pijakan gas taksinya.

Salah satu contoh pemetaan suatu input-output dalam bentuk grafis seperti terlihat pada Gambar 7.1.



Gambar 7.1 Contoh pemetaan input-output.

Antara input dan output terdapat satu kotak hitam yang harus memetakan input ke output yang sesuai.

7.2 ALASAN DIGUNAKANNYA LOGIKA FUZZY

Ada beberapa alasan mengapa orang menggunakan logika fuzzy, antara lain:

1. Konsep logika fuzzy mudah dimengerti. Konsep matematis yang mendasari penalaran fuzzy sangat sederhana dan mudah dimengerti.
2. Logika fuzzy sangat fleksibel.
3. Logika fuzzy memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat.
4. Logika fuzzy mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinear yang sangat kompleks.
5. Logika fuzzy dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman-pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan.
6. Logika fuzzy dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional.
7. Logika fuzzy didasarkan pada bahasa alami.

7.3 APLIKASI

Beberapa aplikasi logika fuzzy, antara lain:

1. Pada tahun 1990 pertama kali dibuat mesin cuci dengan logika fuzzy di Jepang (Matsushita Electric Industrial Company). Sistem fuzzy digunakan untuk menentukan putaran yang tepat secara otomatis berdasarkan jenis dan banyaknya kotoran serta jumlah yang akan dicuci. Input yang digunakan adalah: seberapa kotor, jenis kotoran, dan banyaknya yang dicuci. Mesin ini menggunakan sensor optik, mengeluarkan cahaya ke air dan mengukur bagaimana cahaya tersebut sampai ke ujung lainnya. Makin kotor, maka sinar yang sampai makin redup. Disamping itu, sistem juga dapat menentukan jenis kotoran (daki atau minyak).
2. Transmisi otomatis pada mobil. Mobil Nissan telah menggunakan sistem fuzzy pada transmisi otomatis, dan mampu menghemat bensin 12 – 17%.
3. Kereta bawah tanah Sendai mengontrol pemberhentian otomatis pada area tertentu.
4. Ilmu kedokteran dan biologi, seperti sistem diagnosis yang didasarkan pada logika fuzzy, penelitian kanker, manipulasi peralatan prostetik yang didasarkan pada logika fuzzy, dll.
5. Manajemen dan pengambilan keputusan, seperti manajemen basisdata yang didasarkan pada logika fuzzy, tata letak pabrik yang didasarkan pada logika fuzzy, sistem pembuat keputusan di militer yang didasarkan pada logika fuzzy, pembuatan games yang didasarkan pada logika fuzzy, dll.
6. Ekonomi, seperti pemodelan fuzzy pada sistem pemasaran yang kompleks, dll.
7. Klasifikasi dan pencocokan pola.
8. Psikologi, seperti logika fuzzy untuk menganalisis kelakuan masyarakat, pencegahan dan investigasi kriminal, dll.
9. Ilmu-ilmu sosial, terutama untuk pemodelan informasi yang tidak pasti.
10. Ilmu lingkungan, seperti kendali kualitas air, prediksi cuaca, dll.

11. Teknik, seperti perancangan jaringan komputer, prediksi adanya gempa bumi, dll.
12. Riset operasi, seperti penjadwalan dan pemodelan, pengalokasian, dll.
13. Peningkatan kepercayaan, seperti kegagalan diagnosis, inspeksi dan monitoring produksi.

7.4 HIMPUNAN FUZZY

Pada himpunan tegas (*crisp*), nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A , yang sering ditulis dengan $\mu_A[x]$, memiliki 2 kemungkinan, yaitu:

- ✱ satu (1), yang berarti bahwa suatu item menjadi anggota dalam suatu himpunan, atau
- ✱ nol (0), yang berarti bahwa suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan.

Contoh 7.1:

Jika diketahui:

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ adalah semesta pembicaraan.

$A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{3, 4, 5\}$

bisa dikatakan bahwa:

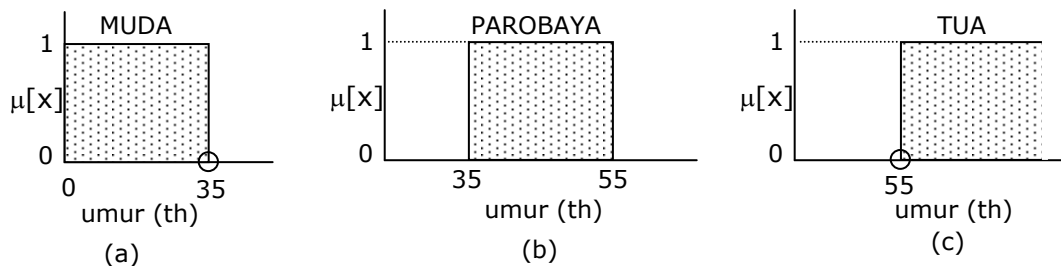
- ⊕ Nilai keanggotaan 2 pada himpunan A , $\mu_A[2]=1$, karena $2 \in A$.
- ⊕ Nilai keanggotaan 3 pada himpunan A , $\mu_A[3]=1$, karena $3 \in A$.
- ⊕ Nilai keanggotaan 4 pada himpunan A , $\mu_A[4]=0$, karena $4 \notin A$.
- ⊕ Nilai keanggotaan 2 pada himpunan B , $\mu_B[2]=0$, karena $2 \notin B$.
- ⊕ Nilai keanggotaan 3 pada himpunan B , $\mu_B[3]=1$, karena $3 \in B$.

Contoh 7.2:

Misalkan variabel umur dibagi menjadi 3 kategori, yaitu:

MUDA	umur < 35 tahun
PAROBAYA	$35 \leq \text{umur} \leq 55$ tahun
TUA	umur > 55 tahun

Nilai keanggotaan secara grafis, himpunan MUDA, PAROBAYA dan TUA ini dapat dilihat pada Gambar 7.2.



Gambar 7.2 Himpunan: MUDA, PAROBAYA, dan TUA.

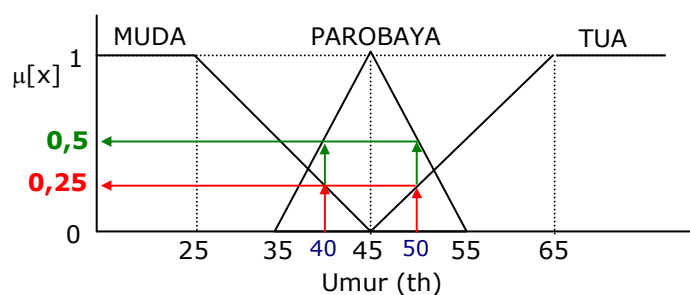
Pada Gambar 7.2, dapat dilihat bahwa:

- ❖ apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan MUDA ($\mu_{MUDA}[34]=1$);
- ❖ apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan TIDAK MUDA ($\mu_{MUDA}[35]=0$);

- ❖ apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 1 hari, maka ia dikatakan TIDAK MUDA ($\mu_{MUDA}[35 \text{ th} - 1\text{hr}] = 0$);
- ❖ apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan PAROBAYA ($\mu_{PAROBAYA}[35] = 1$);
- ❖ apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan TIDAK PAROBAYA ($\mu_{PAROBAYA}[34] = 0$);
- ❖ apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan PAROBAYA ($\mu_{PAROBAYA}[35] = 1$);
- ❖ apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 1 hari, maka ia dikatakan TIDAK PAROBAYA ($\mu_{PAROBAYA}[35 \text{ th} - 1 \text{ hr}] = 0$);

Dari sini bisa dikatakan bahwa pemakaian himpunan *crisp* untuk menyatakan umur sangat tidak adil, adanya perubahan kecil saja pada suatu nilai mengakibatkan perbedaan kategori yang cukup signifikan.

Himpunan fuzzy digunakan untuk mengantisipasi hal tersebut. Seseorang dapat masuk dalam 2 himpunan yang berbeda, MUDA dan PAROBAYA, PAROBAYA dan TUA, dsb. Seberapa besar eksistensinya dalam himpunan tersebut dapat dilihat pada nilai keanggotaannya. Gambar 7.3 menunjukkan himpunan fuzzy untuk variabel umur.



Gambar 7.3 Himpunan fuzzy untuk variabel Umur.

Pada Gambar 7.3, dapat dilihat bahwa:

- ❖ Seseorang yang berumur 40 tahun, termasuk dalam himpunan MUDA dengan $\mu_{MUDA}[40] = 0,25$; namun dia juga termasuk dalam himpunan PAROBAYA dengan $\mu_{PAROBAYA}[40] = 0,5$.
- ❖ Seseorang yang berumur 50 tahun, termasuk dalam himpunan MUDA dengan $\mu_{MUDA}[50] = 0,25$; namun dia juga termasuk dalam himpunan PAROBAYA dengan $\mu_{PAROBAYA}[50] = 0,5$.

Kalau pada himpunan *crisp*, nilai keanggotaan hanya ada 2 kemungkinan, yaitu 0 atau 1, pada himpunan fuzzy nilai keanggotaan terletak pada rentang 0 sampai 1. Apabila x memiliki nilai keanggotaan fuzzy $\mu_A[x] = 0$ berarti x tidak menjadi anggota himpunan A , demikian pula apabila x memiliki nilai keanggotaan fuzzy $\mu_A[x] = 1$ berarti x menjadi anggota penuh pada himpunan A .

Terkadang kemiripan antara keanggotaan fuzzy dengan probabilitas menimbulkan kerancuan. Keduanya memiliki nilai pada interval $[0,1]$, namun interpretasi nilainya sangat berbeda antara kedua kasus tersebut. Keanggotaan fuzzy memberikan suatu ukuran terhadap pendapat atau keputusan, sedangkan probabilitas mengindikasikan proporsi terhadap keseringan suatu hasil bernilai benar dalam jangka panjang. Misalnya, jika nilai keanggotaan suatu himpunan fuzzy MUDA adalah 0,9; maka tidak perlu dipermasalahkan berapa seringnya nilai itu diulang secara individual untuk mengharapkan suatu hasil yang hampir pasti

muda. Di lain pihak, nilai probabilitas 0,9 muda berarti 10% dari himpunan tersebut diharapkan tidak muda.

Himpunan fuzzy memiliki 2 atribut, yaitu:

- Linguistik, yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti: MUDA, PAROBAYA, TUA.
- Numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti: 40, 25, 50, dsb.

Ada beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem fuzzy, yaitu:

- Variabel fuzzy

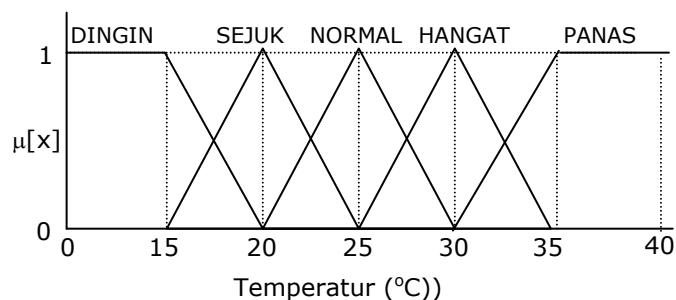
Variabel fuzzy merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem fuzzy. Contoh: umur, temperatur, permintaan, dsb.

- Himpunan fuzzy

Himpunan fuzzy merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel fuzzy.

Contoh:

- Variabel umur, terbagi menjadi 3 himpunan fuzzy, yaitu: MUDA, PAROBAYA, dan TUA. (Gambar 7.3)
- Variabel temperatur, terbagi menjadi 5 himpunan fuzzy, yaitu: DINGIN, SEJUK, NORMAL, HANGAT, dan PANAS. (Gambar 7.4)



Gambar 7.4 Himpunan fuzzy pada variabel temperatur.

- Semesta Pembicaraan

Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel fuzzy. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Adakalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya.

Contoh:

- Semesta pembicaraan untuk variabel umur: $[0 +\infty)$
- Semesta pembicaraan untuk variabel temperatur: $[0 40]$

d. Domain

Domain himpunan fuzzy adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan fuzzy. Seperti halnya semesta pembicaraan, domain merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif.

Contoh domain himpunan fuzzy:

- MUDA = [0 45]
- PABOBAYA = [35 55]
- TUA = [45 $+\infty$)
- DINGIN = [0 20]
- SEJUK = [15 25]
- NORMAL = [20 30]
- HANGAT = [25 35]
- PANAS = [30 40]

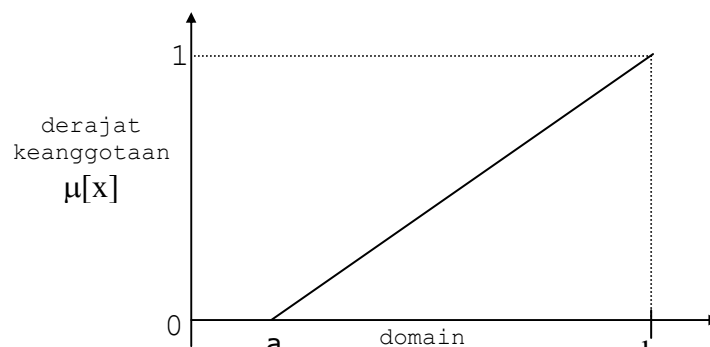
7.5 FUNGSI KEANGGOTAAN

Fungsi Keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan.

a. Representasi Linear

Pada representasi linear, pemetaan input ke derajat keanggotannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas.

Ada 2 keadaan himpunan fuzzy yang linear. Pertama, kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi (Gambar 7.5)



Gambar 7.5 Representasi Linear Naik.

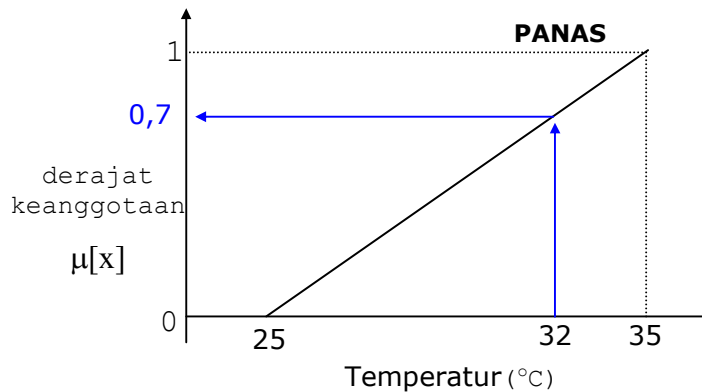
Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ (x - a) / (b - a); & a \leq x \leq b \\ 1; & x \geq b \end{cases} \quad (7.1)$$

Contoh 7.3:

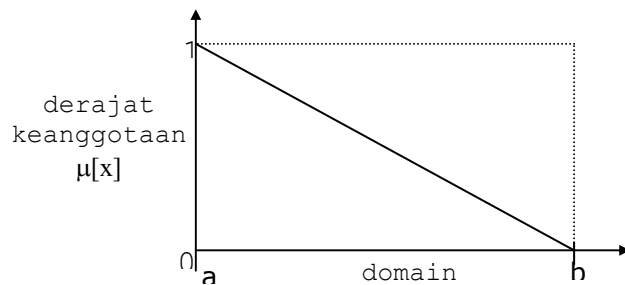
Fungsi keanggotaan untuk himpunan PANAS pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar 7.6.

$$\begin{aligned}\mu_{\text{PANAS}}[32] &= (32-25)/(35-25) \\ &= 7/10 = 0,7\end{aligned}$$



Gambar 7.6 Himpunan fuzzy: PANAS.

Kedua, merupakan kebalikan yang pertama. Garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah (Gambar 7.7).



Gambar 7.7 Representasi Linear Turun.

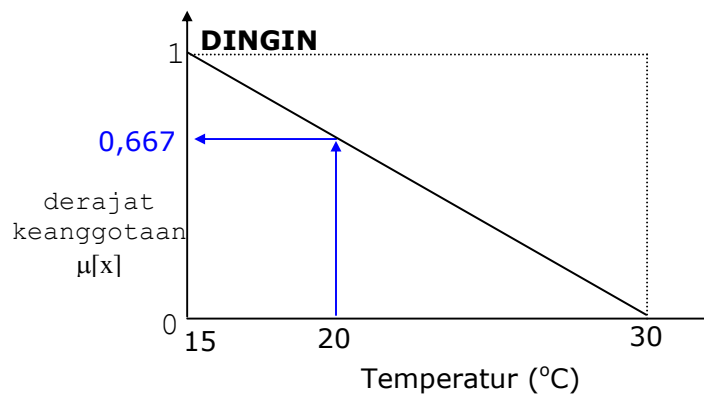
Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} (b-x)/(b-a); & a \leq x \leq b \\ 0; & x \geq b \end{cases} \quad (7.2)$$

Contoh 7.4:

Fungsi keanggotaan untuk himpunan DINGIN pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar 7.8.

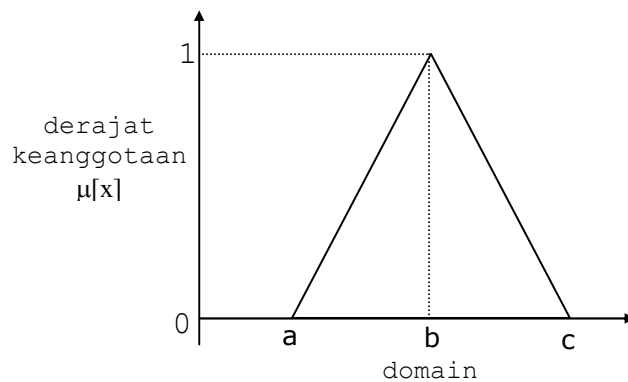
$$\begin{aligned}\mu_{\text{DINGIN}}[20] &= (30-20)/(30-15) \\ &= 10/15 = 0,667\end{aligned}$$



Gambar 7.8 Himpunan fuzzy: DINGIN.

b. Representasi Kurva Segitiga

Kurva Segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 garis (linear) seperti terlihat pada Gambar 7.9.



Gambar 7.9 Kurva Segitiga.

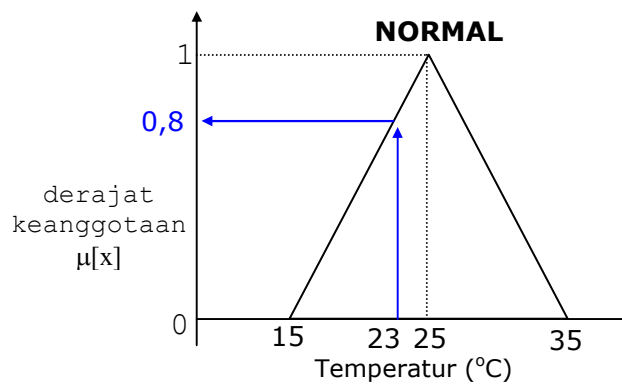
Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \text{ atau } x \geq c \\ (x - a)/(b - a); & a \leq x \leq b \\ (b - x)/(c - b); & b \leq x \leq c \end{cases} \quad (7.3)$$

Contoh 7.5:

Fungsi keanggotaan untuk himpunan NORMAL pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar 7.10.

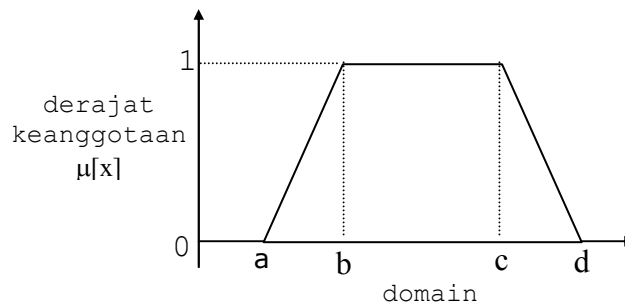
$$\begin{aligned} \mu_{\text{NORMAL}}[23] &= (23-15)/(25-15) \\ &= 8/10 = 0,8 \end{aligned}$$



Gambar 7.10 Himpunan fuzzy: NORMAL (kurva segitiga).

c. Representasi Kurva Trapesium

Kurva Segitiga pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1 (Gambar 2.26).



Gambar 7.11 Kurva Trapesium.

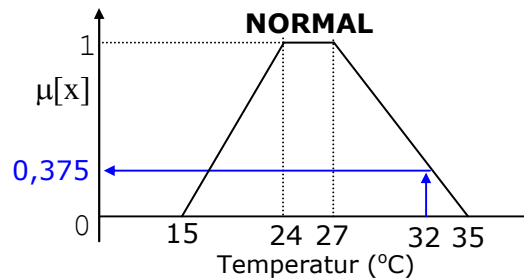
Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \text{ atau } x \geq d \\ (x - a)/(b - a); & a \leq x \leq b \\ 1; & b \leq x \leq c \\ (d - x)/(d - c); & x \geq d \end{cases} \quad (7.4)$$

Contoh 7.6:

Fungsi keanggotaan untuk himpunan NORMAL pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar 7.12.

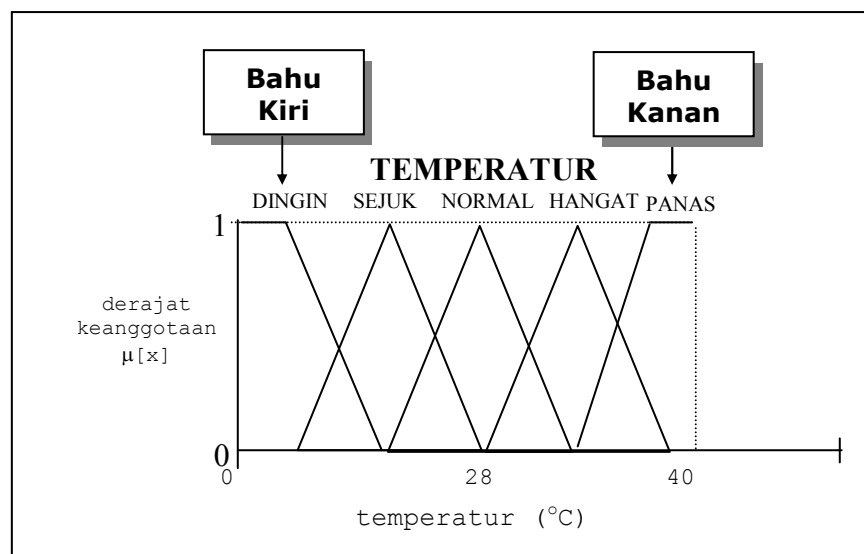
$$\begin{aligned} \mu_{\text{NORMAL}}[23] &= (35-23)/(35-25) \\ &= 12/10 = 1.2 \end{aligned}$$



Gambar 7.12 Himpunan fuzzy: NORMAL (kurva trapesium).

d. Representasi Kurva Bentuk Bahu

Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik dan turun (misalkan: DINGIN bergerak ke SEJUK bergerak ke HANGAT dan bergerak ke PANAS). Tetapi terkadang salah satu sisi dari variabel tersebut tidak mengalami perubahan. Sebagai contoh, apabila telah mencapai kondisi PANAS, kenaikan temperatur akan tetap berada pada kondisi PANAS. Himpunan fuzzy 'bahu', bukan segitiga, digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah fuzzy. Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah ke benar. Gambar 7.13 menunjukkan variabel TEMPERATUR dengan daerah bahunya.



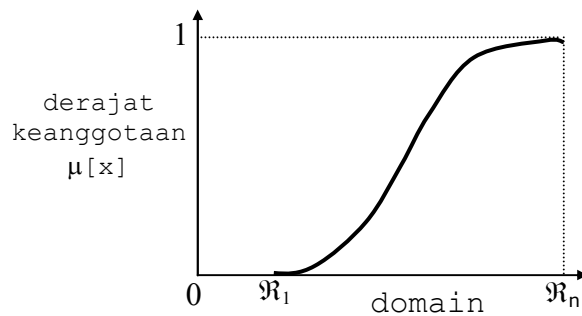
Gambar 7.13 Daerah 'bahu' pada variabel TEMPERATUR.

e. Representasi Kurva-S

Kurva PERTUMBUHAN dan PENYUSUTAN merupakan kurva-S atau *sigmoid* yang berhubungan dengan kenaikan dan penurunan permukaan secara tak linear.

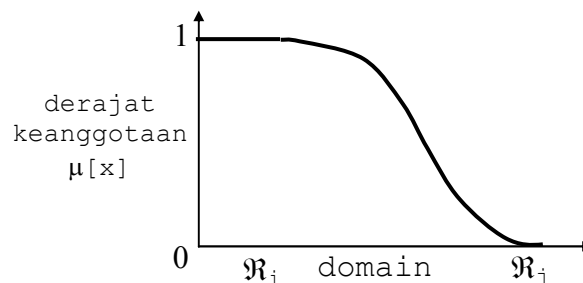
Kurva-S untuk PERTUMBUHAN akan bergerak dari sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) ke sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1). Fungsi

keanggotaannya akan tertumpu pada 50% nilai keanggotaannya yang sering disebut dengan titik infleksi (Gambar 7.14).



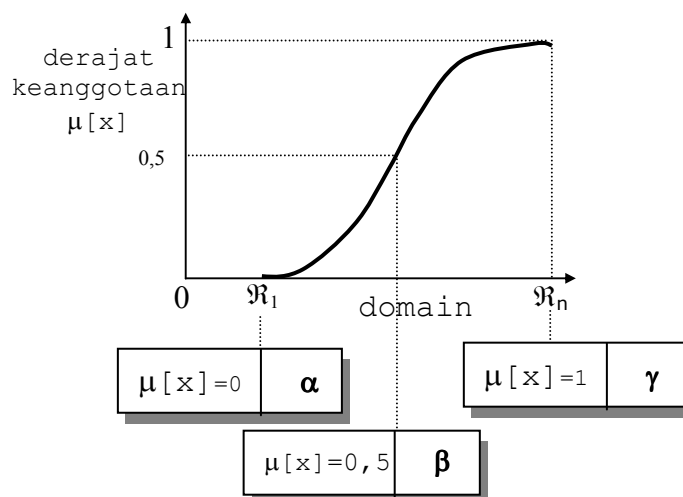
Gambar 7.14 Himpunan fuzzy dengan kurva-S: PERTUMBUHAN.

Kurva-S untuk PENYUSUTAN akan bergerak dari sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1) ke sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) seperti terlihat pada Gambar 7.15.



Gambar 7.15 Himpunan fuzzy dengan kurva-S: PENYUSUTAN.

Kurva-S didefinisikan dengan menggunakan 3 parameter, yaitu: nilai keanggotaan nol (α), nilai keanggotaan lengkap (γ), dan titik infleksi atau crossover (β) yaitu titik yang memiliki domain 50% benar. Gambar 7.16 menunjukkan karakteristik kurva-S dalam bentuk skema.



Gambar 7.16 Karakteristik fungsi kurva-S.

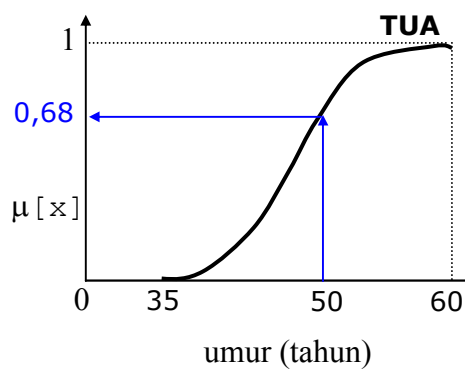
Fungsi keanggotaan pada kurva PERTUMBUHAN adalah:

$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq \alpha \\ 2((x - \alpha)/(\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 - 2((\gamma - x)/(\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \beta \leq x \leq \gamma \\ 1 & \rightarrow x \geq \gamma \end{cases} \quad (7.5)$$

Contoh 7.7:

Fungsi keanggotaan untuk himpunan TUA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar 7.17.

$$\begin{aligned} \mu_{TUA}[50] &= 1 - 2((60-50)/(60-35))^2 \\ &= 1 - 2(10/25)^2 \\ &= 0,68 \end{aligned}$$



Gambar 7.17 Himpunan Fuzzy: TUA.

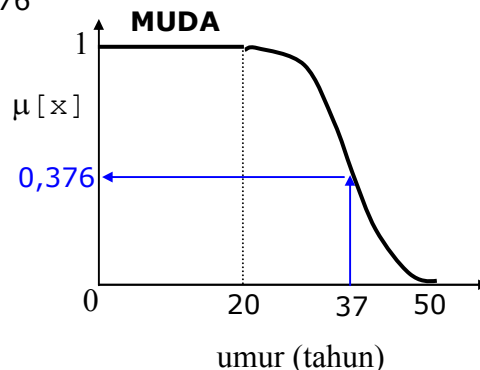
Sedangkan fungsi keanggotaan pada kurva PENYUSUTAN adalah:

$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 1 & \rightarrow x \leq \alpha \\ 1 - 2((x - \alpha)/(\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \\ 2((\gamma - x)/(\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \beta \leq x \leq \gamma \\ 0 & \rightarrow x \geq \gamma \end{cases} \quad (7.6)$$

Contoh 7.8:

Fungsi keanggotaan untuk himpunan MUDA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar 7.18.

$$\begin{aligned} \mu_{MUDA}[50] &= 2((50-37)/(50-20))^2 \\ &= 2(13/30)^2 \\ &= 0,376 \end{aligned}$$



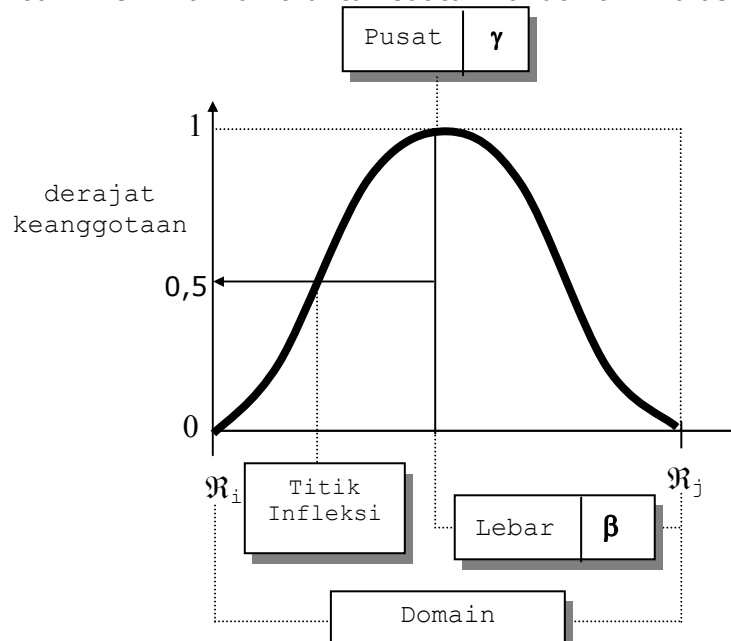
Gambar 7.18 Himpunan Fuzzy: MUDA.

f. Representasi Kurva Bentuk Lonceng (*Bell Curve*)

Untuk merepresentasikan bilangan fuzzy, biasanya digunakan kurva berbentuk lonceng. Kurva berbentuk lonceng ini terbagi atas 3 kelas, yaitu: himpunan fuzzy PI, beta, dan Gauss. Perbedaan ketiga kurva ini terletak pada gradiennya.

(i) Kurva PI

Kurva PI berbentuk lonceng dengan derajat keanggotaan 1 terletak pada pusat dengan domain (γ), dan lebar kurva (β) seperti terlihat pada Gambar 7.19. Nilai kurva untuk suatu nilai domain x diberikan sebagai:



Gambar 7.19 Karakteristik fungsional kurva PI.

Fungsi Keanggotaan:

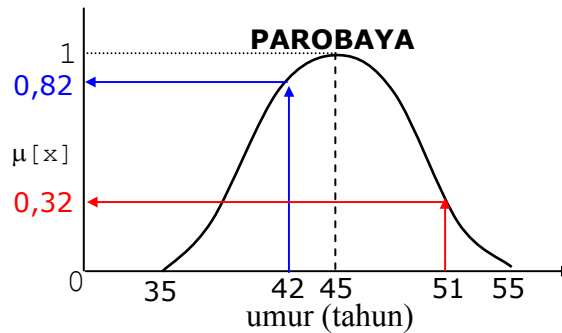
$$\Pi(x, \beta, \gamma) = \begin{cases} S\left(x; \gamma - \beta, \gamma - \frac{\beta}{2}, \gamma\right) & \rightarrow x \leq \gamma \\ 1 - S\left(x; \gamma, \gamma + \frac{\beta}{2}, \gamma + \beta\right) & \rightarrow x > \gamma \end{cases} \quad (7.7)$$

Contoh 7.9:

Fungsi keanggotaan untuk himpunan PAROBAYA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar 7.20.

$$\begin{aligned} \mu_{1/2BAYA}[42] &= 1 - 2((45-42)/(45-35))^2 \\ &= 1 - 2(3/10)^2 \\ &= 0,82 \end{aligned}$$

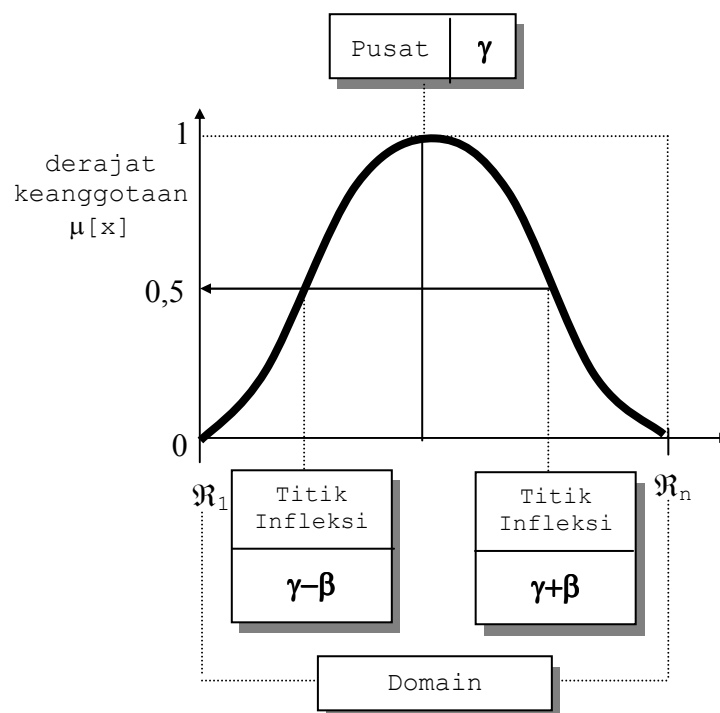
$$\begin{aligned} \mu_{1/2BAYA}[51] &= 2((55-51)/(55-45))^2 \\ &= 2(4/10)^2 \\ &= 0,32 \end{aligned}$$



Gambar 7.20 Himpunan Fuzzy: PAROBAYA dengan kurva phi.

(ii) Kurva BETA

Seperti halnya kurva PI, kurva BETA juga berbentuk lonceng namun lebih rapat. Kurva ini juga didefinisikan dengan 2 parameter, yaitu nilai pada domain yang menunjukkan pusat kurva (γ), dan setengah lebar kurva (β) seperti terlihat pada Gambar 7.21. Nilai kurva untuk suatu nilai domain x diberikan sebagai:



Gambar 7.21 Karakteristik fungsional kurva BETA.

Fungsi Keanggotaan:

$$B(x; \gamma, \beta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - \gamma}{\beta} \right)^2} \quad (7.8)$$

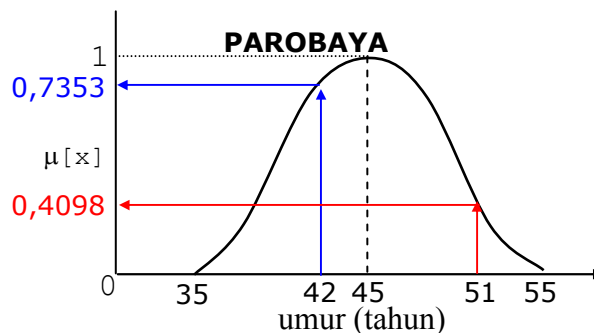
Salah satu perbedaan mencolok kurva BETA dari kurva PI adalah, fungsi keanggotaannya akan mendekati nol hanya jika nilai (β) sangat besar.

Contoh 7.10:

Fungsi keanggotaan untuk himpunan SETENGAH BAYA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar 7.22.

$$\begin{aligned}\mu_{1/2\text{BAYA}}[42] &= 1/(1+((42-45)/5)^2) \\ &= 0,7353\end{aligned}$$

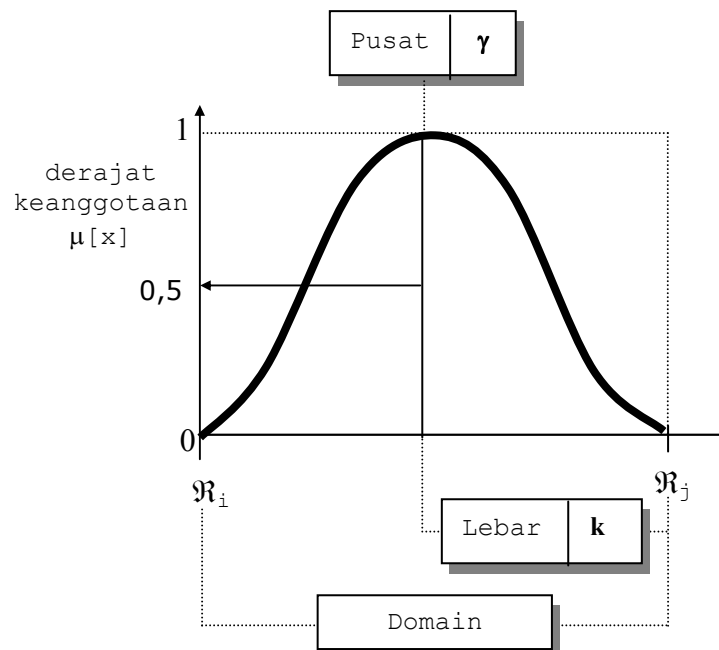
$$\begin{aligned}\mu_{1/2\text{BAYA}}[51] &= 1/(1+((51-45)/5)^2) \\ &= 0,4098\end{aligned}$$



Gambar 7.23 Himpunan Fuzzy: SETENGAH BAYA dengan kurva Beta.

(iii) Kurva GAUSS

Jika kurva PI dan kurva BETA menggunakan 2 parameter yaitu (γ) dan (β), kurva GAUSS juga menggunakan (γ) untuk menunjukkan nilai domain pada pusat kurva, dan (k) yang menunjukkan lebar kurva (Gambar 7.25). Nilai kurva untuk suatu nilai domain x diberikan sebagai:



Gambar 7.25 Karakteristik fungsional kurva GAUSS.

Fungsi Keanggotaan:

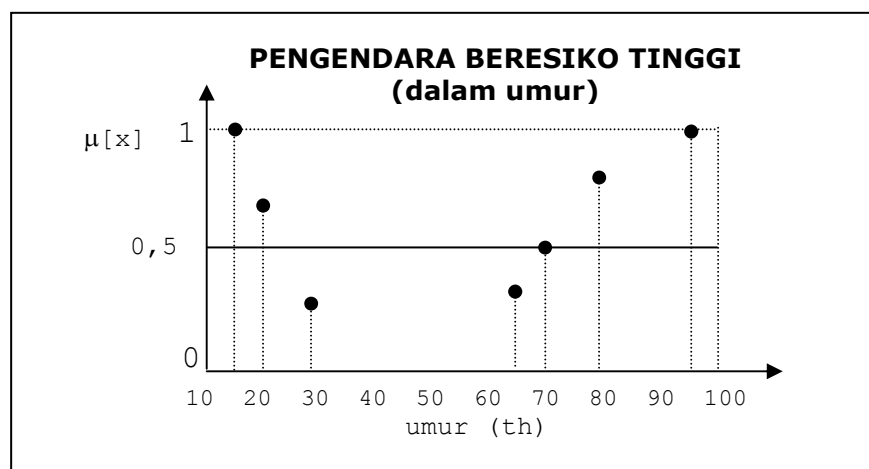
$$G(x; k, \gamma) = e^{-k(\gamma-x)^2} \quad (7.9)$$

g. Koordinat Keanggotaan

Himpunan fuzzy berisi urutan pasangan berurutan yang berisi nilai domain dan kebenaran nilai keanggotaannya dalam bentuk:

Skalar(i) / Derajat(i)

'Skalar' adalah suatu nilai yang digambar dari domain himpunan fuzzy, sedangkan 'Derajat' skalar merupakan derajat keanggotaan himpunan fuzzynya.

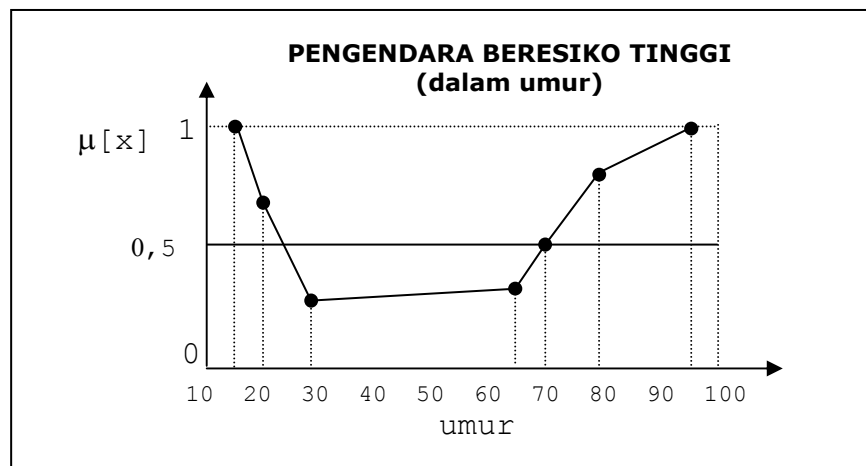


Gambar 7.26 Titik-titik koordinat yang menunjukkan PENGENDARA BERESIKO TINGGI

Gambar 7.26 merupakan contoh himpunan fuzzy yang diterapkan pada sistem asuransi yang akan menanggung resiko seorang pengendara kendaraan bermotor berdasarkan usianya, akan berbentuk 'U'. Koordinatnya dapat digambarkan dengan 7 pasangan berurutan sebagai berikut:

16/1 21/.6 28/.3 68/.3 76/.5 80/.7 96/1

Gambar 2.43 memperlihatkan koordinat yang menspesifikasikan titik-titik sepanjang domain himpunan fuzzy. Semua titik harus ada di domain, dan paling sedikit harus ada satu titik yang memiliki nilai kebenaran sama dengan 1. Apabila titik-titik tersebut telah digambarkan, maka digunakan interpolasi linear untuk mendapatkan permukaan fuzzy-nya seperti terlihat pada Gambar 7.27.



Gambar 7.27 Kurva yang berhubungan dengan PENGENDARA BERESIKO TINGGI

7.6 OPERATOR DASAR ZADEH UNTUK OPERASI HIMPUNAN FUZZY

Seperti halnya himpunan konvensional, ada beberapa operasi yang didefinisikan secara khusus untuk mengkombinasi dan memodifikasi himpunan fuzzy. Nilai keanggotaan sebagai hasil dari operasi 2 himpunan sering dikenal dengan nama *fire strength* atau α -predikat. Ada 3 operator dasar yang diciptakan oleh Zadeh, yaitu:

7.6.1 Operator AND

Operator ini berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan. α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator AND diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

Contoh 7.11:

Misalkan nilai keanggotaan 27 tahun pada himpunan MUDA adalah 0,6 ($\mu_{MUDA}[27]=0,6$); dan nilai keanggotaan Rp 2.000.000,- pada himpunan penghasilan TINGGI adalah 0,8 ($\mu_{GAJITINGGI}[2 \times 10^6]=0,8$); maka α -predikat untuk usia MUDA dan berpenghasilan TINGGI adalah:

$$\begin{aligned} \mu_{MUDA \cap GAJITINGGI} &= \min(\mu_{MUDA}[27], \mu_{GAJITINGGI}[2 \times 10^6]) \\ &= \min(0,6; 0,8) \\ &= 0,6 \end{aligned}$$

7.6.2 Operator OR

Operator ini berhubungan dengan operasi union pada himpunan. α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator OR diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terbesar antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

Contoh 7.12:

Pada contoh 7.11, dapat dihitung nilai α -predikat untuk usia MUDA atau berpenghasilan TINGGI adalah:

$$\begin{aligned}\mu_{MUDA \cup GAJITINGGI} &= \max(\mu_{MUDA}[27], \mu_{GAJITINGGI}[2 \times 10^6]) \\ &= \max(0,6; 0,8) \\ &= 0,8\end{aligned}$$

7.6.3 Operator NOT

Operator ini berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan. α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator NOT diperoleh dengan mengurangi nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1.

$$\mu_{A'} = 1 - \mu_A[x]$$

Contoh 7.13:

Pada contoh 7.11, dapat dihitung nilai α -predikat untuk usia TIDAK MUDA adalah:

$$\begin{aligned}\mu_{MUDA'}[27] &= 1 - \mu_{MUDA}[27] \\ &= 1 - 0,6 \\ &= 0,4\end{aligned}$$

7.7 PENALARAN MONOTON

Metode penalaran secara monoton digunakan sebagai dasar untuk teknik implikasi fuzzy. Meskipun penalaran ini sudah jarang sekali digunakan, namun terkadang masih digunakan untuk penskalaan fuzzy. Jika 2 daerah fuzzy direlasikan dengan implikasi sederhana sebagai berikut:

IF x is A THEN y is B

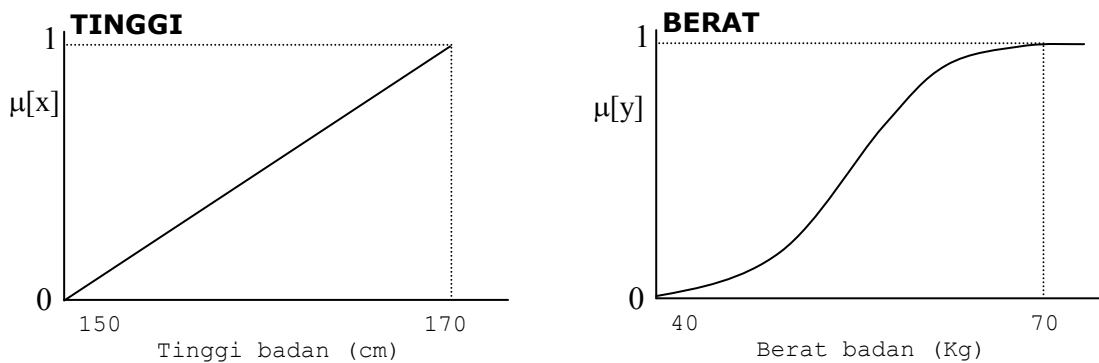
transfer fungsi:

$$y = f((x, A), B)$$

maka sistem fuzzy dapat berjalan tanpa harus melalui komposisi dan dekomposisi fuzzy. Nilai output dapat diestimasi secara langsung dari nilai keanggotaan yang berhubungan dengan antesedennya.

Contoh 7.14:

Misalkan ada 2 himpunan fuzzy: TINGGI (menunjukkan tinggi badan orang Indonesia) dan BERAT (menunjukkan berat badan orang Indonesia) seperti terlihat pada Gambar 7.28.



Gambar 7.28 Himpunan fuzzy: TINGGI dan BERAT.

Relasi antara kedua himpunan diekspresikan dengan aturan tunggal sebagai berikut:

IF TinggiBadan is TINGGI THEN BeratBadan is BERAT

Implikasi secara monoton akan menyeleksi daerah fuzzy A dan B dengan algoritma sebagai berikut:

- Untuk suatu elemen x pada domain A, tentukan nilai keanggotannya dalam daerah fuzzy A, yaitu: $\mu_A[x]$;
- Pada daerah fuzzy B, nilai keanggotaan yang berhubungan dengan tentukan permukaan fuzzy-nya. Tarik garis lurus ke arah domain. Nilai pada sumbu domain, y , merupakan solusi dari fungsi implikasi tersebut. Dapat dituliskan:

$$y_B = f(\mu_A[x], D_B)$$

Gambar 7.29 menunjukkan kerja algoritma tersebut. Seseorang yang memiliki tinggi badan 165 cm, memiliki derajat keanggotaan 0,75 pada daerah fuzzy TINGGI; diperoleh dari:

$$\begin{aligned}\mu_{\text{TINGGI}}[165] &= (165 - 150)/(170 - 150) \\ &= 15/20 \\ &= 0,75\end{aligned}$$

Nilai ini dipetakan ke daerah fuzzy BERAT yang akan memberikan solusi berat badan orang tersebut yaitu 59,4 kg; diperoleh dari:

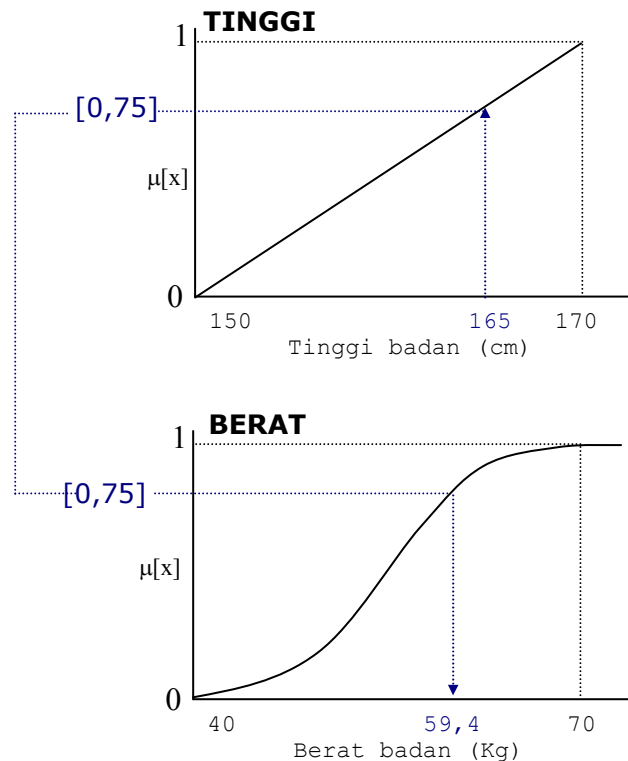
$$\mu_{\text{BERAT}}[y] = S(y; 40,55,70) = 0,75$$

Karena $0,75 > 0,5$ maka letak y adalah antara 52,5 sampai 70, sehingga:

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow 1-2[(70-y)/(70-40)]^2 &= 0,75 \\ \Leftrightarrow 1-2(70-y)^2/900 &= 0,75 \\ \Leftrightarrow 2(70-y)^2/900 &= 0,25 \\ \Leftrightarrow (70-y)^2 &= 112,5 \\ \Leftrightarrow (70-y) &= \pm\sqrt{(112,5)}\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow y = 70 \pm 10,6 \quad \text{---> ambil (-) nya, karena nilainya harus } < 70$$

$$\Leftrightarrow y = 59,4$$



Gambar 7.29 Implikasi monoton: TINGGI ke BERAT.

7.8 FUNGSI IMPLIKASI

Tiap-tiap aturan (proposisi) pada basis pengetahuan fuzzy akan berhubungan dengan suatu relasi fuzzy. Bentuk umum dari aturan yang digunakan dalam fungsi implikasi adalah:

$$\text{IF } x \text{ is } A \text{ THEN } y \text{ is } B$$

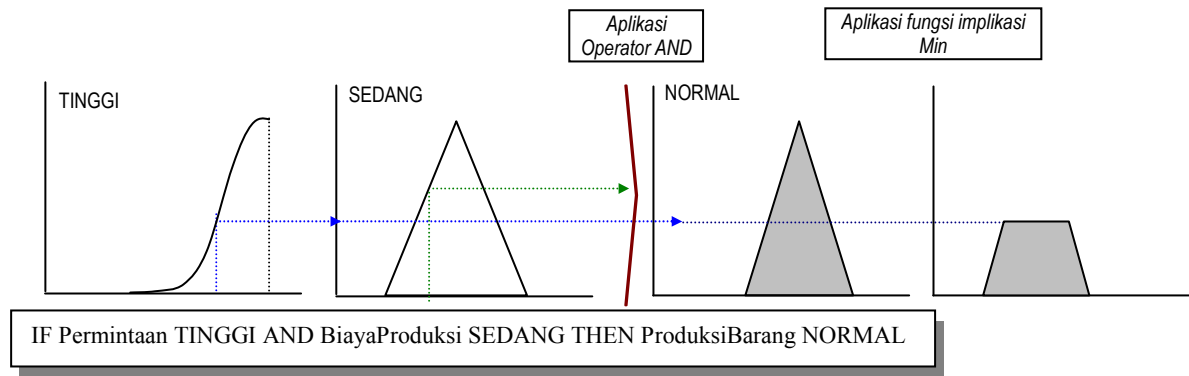
dengan x dan y adalah skalar, dan A dan B adalah himpunan fuzzy. Proposisi yang mengikuti IF disebut sebagai anteseden, sedangkan proposisi yang mengikuti THEN disebut sebagai konsekuen. Proposisi ini dapat diperluas dengan menggunakan operator fuzzy, seperti:

$$\text{IF } (x_1 \text{ is } A_1) \bullet (x_2 \text{ is } A_2) \bullet (x_3 \text{ is } A_3) \bullet \dots \bullet (x_N \text{ is } A_N) \text{ THEN } y \text{ is } B$$

dengan \bullet adalah operator (misal: OR atau AND).

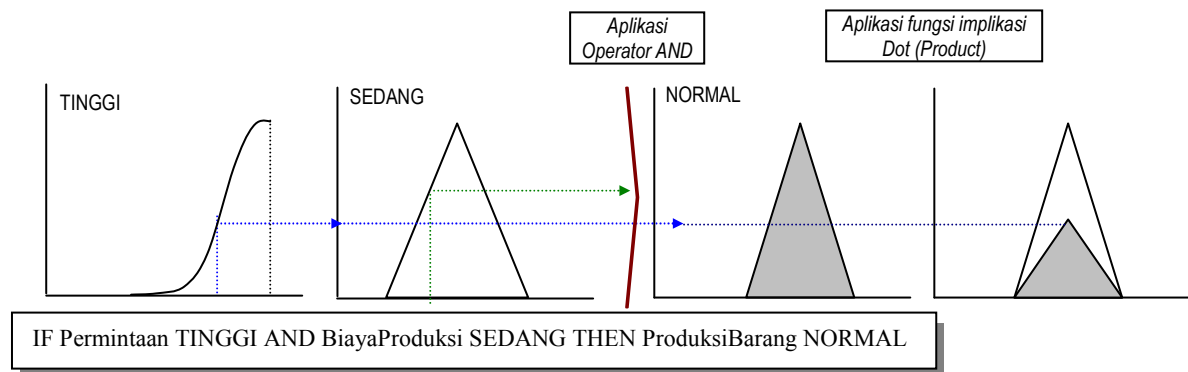
Secara umum, ada 2 fungsi implikasi yang dapat digunakan, yaitu:

- Min (*minimum*). Fungsi ini akan memotong output himpunan fuzzy. Gambar 7.30 menunjukkan salah satu contoh penggunaan fungsi min.



Gambar 7.30 Fungsi implikasi: MIN.

- b. Dot (*product*). Fungsi ini akan menskala output himpunan fuzzy. Gambar 7.31 menunjukkan salah satu contoh penggunaan fungsi dot.

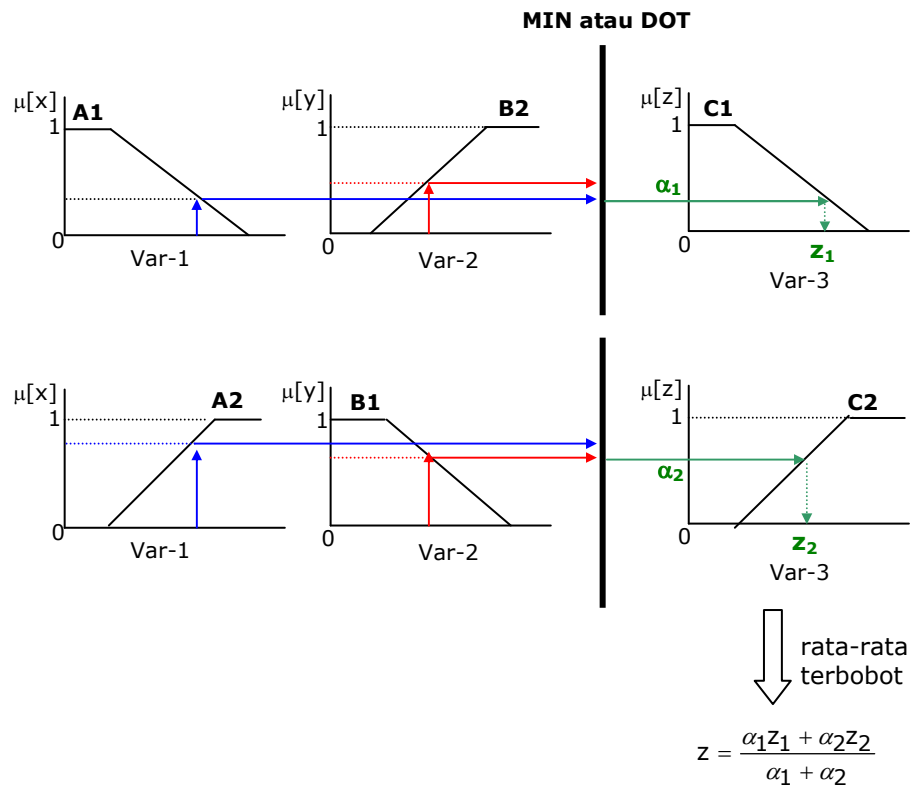


Gambar 7.31 Fungsi implikasi: DOT.

7.8 SISTEM INFERENSI FUZZY

7.8.1 Metode Tsukamoto

Pada Metode Tsukamoto, setiap konsekuen pada aturan yang berbentuk IF-Then harus direpresentasikan dengan suatu himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaan yang monoton (Gambar 7.32). Sebagai hasilnya, output hasil inferensi dari tiap-tiap aturan diberikan secara tegas (*crisp*) berdasarkan α -predikat (*fire strength*). Hasil akhirnya diperoleh dengan menggunakan rata-rata terbobot.



Gambar 7.32 Inferensi dengan menggunakan Metode Tsukamoto.

Contoh 7.15:

Suatu perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data 1 bulan terakhir, permintaan terbesar hingga mencapai 5000 kemasan/hari, dan permintaan terkecil sampai 1000 kemasan/hari. Persediaan barang digudang terbanyak sampai 600 kemasan/hari, dan terkecil pernah sampai 100 kemasan/hari. Dengan segala keterbatasannya, sampai saat ini, perusahaan baru mampu memproduksi barang maksimum 7000 kemasan/hari, serta demi efisiensi mesin dan SDM tiap hari diharapkan perusahaan memproduksi paling tidak 2000 kemasan. Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 4 aturan fuzzy sbb:

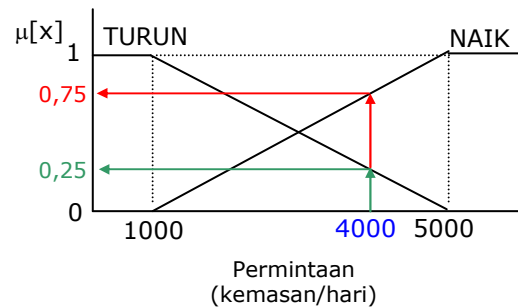
- [R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK
THEN Produksi Barang BERKURANG;
- [R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT
THEN Produksi Barang BERKURANG;
- [R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;
- [R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

Berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi, jika jumlah permintaan sebanyak 4000 kemasan, dan persediaan di gudang masih 300 kemasan?

Solusi:

Ada 3 variabel fuzzy yang akan dimodelkan, yaitu:

- Permintaan; terdiri-atas 2 himpunan fuzzy, yaitu: NAIK dan TURUN (Gambar 7.33).



Gambar 7.33 Fungsi keanggotaan variabel Permintaan pada Contoh 7.15.

$$\mu_{\text{PmtTURUN}}[x] = \begin{cases} 1, & x \leq 1000 \\ \frac{5000 - x}{4000}, & 1000 \leq x \leq 5000 \\ 0, & x \geq 5000 \end{cases}$$

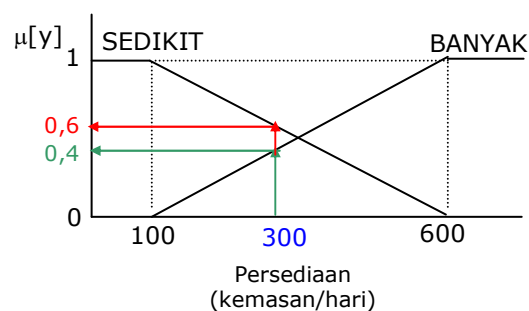
$$\mu_{\text{PmtNAIK}}[x] = \begin{cases} 0, & x \leq 1000 \\ \frac{x - 1000}{4000}, & 1000 \leq x \leq 5000 \\ 1, & x \geq 5000 \end{cases}$$

Kita bisa mencari nilai keanggotaan:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{PmtTURUN}}[4000] &= (5000 - 4000) / 4000 \\ &= 0,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_{\text{PmtNAIK}}[4000] &= (4000 - 1000) / 4000 \\ &= 0,75 \end{aligned}$$

- Persediaan; terdiri-atas 2 himpunan fuzzy, yaitu: SEDIKIT dan BANYAK (Gambar 7.34).



Gambar 7.34 Fungsi keanggotaan variabel Persediaan pada Contoh 7.15.

$$\mu_{\text{PsdSEDIKIT}}[y] = \begin{cases} 1, & y \leq 100 \\ \frac{600-y}{500}, & 100 \leq y \leq 600 \\ 0, & y \geq 600 \end{cases}$$

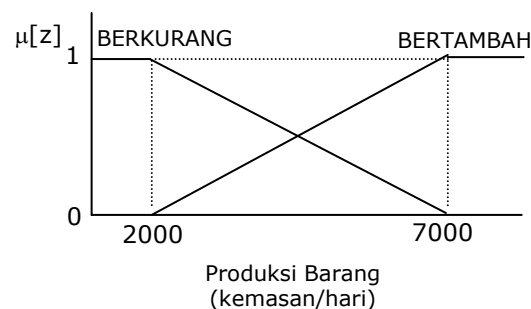
$$\mu_{\text{PsdBANYAK}}[y] = \begin{cases} 0, & y \leq 100 \\ \frac{y-100}{500}, & 100 \leq y \leq 600 \\ 1, & y \geq 600 \end{cases}$$

Kita bisa mencari nilai keanggotaan:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{PsdSEDIKIT}}[300] &= (600-300)/500 \\ &= 0,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_{\text{PsdBANYAK}}[300] &= (300-100)/500 \\ &= 0,4 \end{aligned}$$

- Produksi barang; terdiri-atas 2 himpunan fuzzy, yaitu: BERKURANG dan BERTAMBAH (Gambar 7.35).



Gambar 7.35 Fungsi keanggotaan variabel Produksi Barang pada Contoh 7.15.

$$\mu_{\text{Pr BrgBERKURANG}}[z] = \begin{cases} 1, & z \leq 2000 \\ \frac{7000-z}{5000}, & 2000 \leq z \leq 7000 \\ 0, & z \geq 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{Pr BrgBERTAMBAH}}[z] = \begin{cases} 0, & z \leq 2000 \\ \frac{z-2000}{5000}, & 2000 \leq z \leq 7000 \\ 1, & z \geq 7000 \end{cases}$$

Sekarang kita cari nilai z untuk setiap aturan dengan menggunakan fungsi MIN pada aplikasi fungsi implikasinya:

[R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK
THEN Produksi Barang BERKURANG;

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{\text{PmtTURUN}} \cap \mu_{\text{PsdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{PmtTURUN}}[4000], \mu_{\text{PsdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0,25; 0,4) \\ &= 0,25\end{aligned}$$

Lihat himpunan Produksi Barang BERKURANG,

$$(7000-z)/5000 = 0,25 \quad \text{--->} \quad z_1 = 5750$$

[R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT
THEN Produksi Barang BERKURANG;

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{\text{PmtTURUN}} \cap \mu_{\text{PsdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{PmtTURUN}}[4000], \mu_{\text{PsdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0,25; 0,6) \\ &= 0,25\end{aligned}$$

Lihat himpunan Produksi Barang BERKURANG,

$$(7000-z)/5000 = 0,25 \quad \text{--->} \quad z_2 = 5750$$

[R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{\text{PmtNAIK}} \cap \mu_{\text{PsdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{PmtNAIK}}[4000], \mu_{\text{PsdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0,75; 0,4) \\ &= 0,4\end{aligned}$$

Lihat himpunan Produksi Barang BERTAMBAH,

$$(z-2000)/5000 = 0,4 \quad \text{--->} \quad z_3 = 4000$$

[R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{\text{PmtNAIK}} \cap \mu_{\text{PsdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{PmtNAIK}}[4000], \mu_{\text{PsdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0,75; 0,6) \\ &= 0,6\end{aligned}$$

Lihat himpunan Produksi Barang BERTAMBAH,

$$(z-2000)/5000 = 0,6 \quad \text{--->} \quad z_4 = 5000$$

Dari sini kita dapat mencari berapakah nilai z, yaitu:

$$z = \frac{\alpha\text{pred}_1 * z_1 + \alpha\text{pred}_2 * z_2 + \alpha\text{pred}_3 * z_3 + \alpha\text{pred}_4 * z_4}{\alpha\text{pred}_1 + \alpha\text{pred}_2 + \alpha\text{pred}_3 + \alpha\text{pred}_4}$$

$$z = \frac{0,25 * 5750 + 0,25 * 5750 + 0,4 * 4000 + 0,6 * 5000}{0,25 + 0,25 + 0,4 + 0,6} = \frac{7475}{1,5} = 4983$$

Jadi jumlah makanan kaleng jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **4983** kemasan.

7.8.2 Metode Mamdani

Metode Mamdani sering juga dikenal dengan nama Metode Max-Min. Metode ini diperkenalkan oleh Ebrahim Mamdani pada tahun 1975. Untuk mendapatkan output, diperlukan 4 tahapan:

1. Pembentukan himpunan fuzzy
2. Aplikasi fungsi implikasi (aturan)
3. Komposisi aturan
4. Penegasan (defuzzy)

1. Pembentukan himpunan fuzzy

Pada Metode Mamdani, baik variabel input maupun variabel output dibagi menjadi satu atau lebih himpunan fuzzy.

2. Aplikasi fungsi implikasi

Pada Metode Mamdani, fungsi implikasi yang digunakan adalah Min.

3. Komposisi Aturan

Tidak seperti penalaran monoton, apabila sistem terdiri-dari beberapa aturan, maka inferensi diperoleh dari kumpulan dan korelasi antar aturan. Ada 3 metode yang digunakan dalam melakukan inferensi sistem fuzzy, yaitu: max, additive dan probabilistik OR (probor).

a. Metode Max (Maximum)

Pada metode ini, solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara mengambil nilai maksimum aturan, kemudian menggunakannya untuk memodifikasi daerah fuzzy, dan mengaplikasikannya ke output dengan menggunakan operator OR (union). Jika semua proposisi telah dievaluasi, maka output akan berisi suatu himpunan fuzzy yang merefleksikan kontribusi dari tiap-tiap proposisi. Secara umum dapat dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \max(\mu_{sf}[x_i], \mu_{kf}[x_i])$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i;

$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i;

Misalkan ada 3 aturan (proposisi) sebagai berikut:

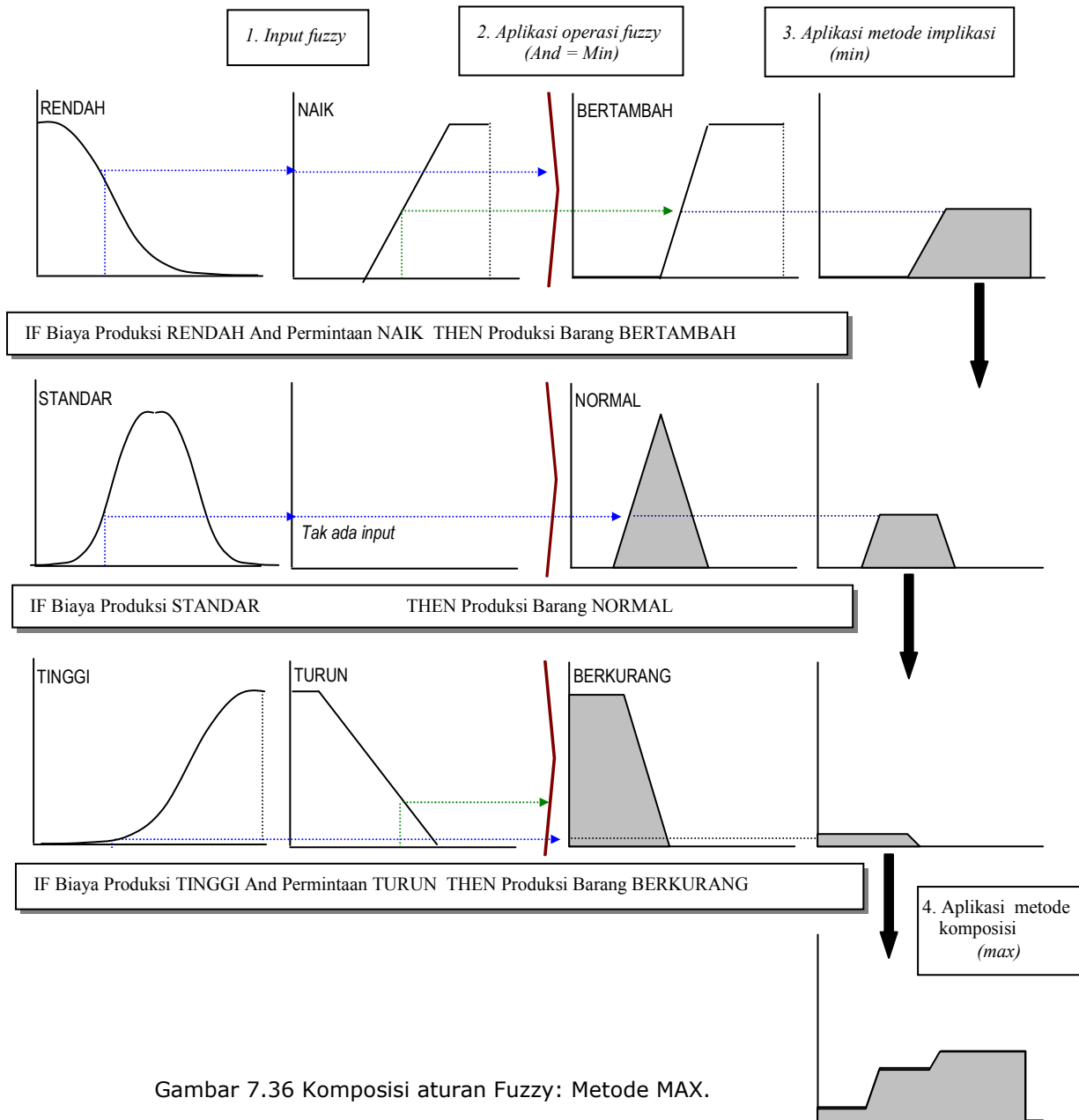
[R1] IF Biaya Produksi RENDAH And Permintaan NAIK
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

{R2} IF Biaya Produksi STANDAR
THEN Produksi Barang NORMAL;

[R3] IF Biaya Produksi TINGGI And Permintaan TURUN
THEN Produksi Barang BERKURANG;

Proses inferensi dengan menggunakan metode Max dalam melakukan komposisi aturan seperti terlihat pada Gambar 7.36.

Apabila digunakan fungsi implikasi MIN, maka metode komposisi ini sering disebut dengan nama MAX-MIN atau MIN-MAX atau MAMDANI.



Gambar 7.36 Komposisi aturan Fuzzy: Metode MAX.

b. Metode Additive (Sum)

Pada metode ini, solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara melakukan *bounded-sum* terhadap semua output daerah fuzzy. Secara umum dituliskan:

$$\mu_{sf}[X_i] \leftarrow \min(1, \mu_{sf}[X_i] + \mu_{kf}[X_i])$$

dengan:

$\mu_{sf}[X_i]$ = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i;

$\mu_{kf}[X_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i;

c. Metode Probabilistik OR (probor)

Pada metode ini, solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara melakukan *product* terhadap semua output daerah fuzzy. Secara umum dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow (\mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i]) - (\mu_{sf}[x_i] * \mu_{kf}[x_i])$$

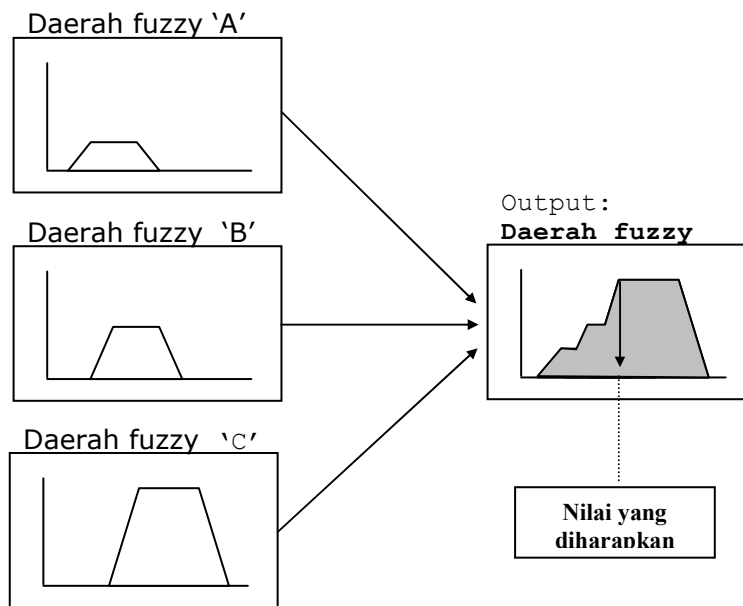
dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i;

$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i;

4. Penegasan (defuzzy)

Input dari proses defuzzifikasi adalah suatu himpunan fuzzy yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan fuzzy, sedangkan output yang dihasilkan merupakan suatu bilangan pada domain himpunan fuzzy tersebut. Sehingga jika diberikan suatu himpunan fuzzy dalam range tertentu, maka harus dapat diambil suatu nilai crisp tertentu sebagai output seperti terlihat pada Gambar 7.37.



Gambar 7.37 Proses defuzzifikasi.

Ada beberapa metode defuzzifikasi pada komposisi aturan MAMDANI, antara lain:

a. Metode Centroid (*Composite Moment*)

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil titik pusat (z^*) daerah fuzzy. Secara umum dirumuskan:

$$z^* = \frac{\int z \mu(z) dz}{\int \mu(z) dz}$$

$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^n z_j \mu(z_j)}{\sum_{j=1}^n \mu(z_j)}$$

b. Metode Bisektor

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil nilai pada domain fuzzy yang memiliki nilai keanggotaan separo dari jumlah total nilai keanggotaan pada daerah fuzzy. Secara umum dituliskan:

$$z_p \text{ sedemikian hingga } \int_{y_1}^p \mu(z) dz = \int_p^{y_n} \mu(z) dz$$

c. Metode *Mean of Maximum* (MOM)

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil nilai rata-rata domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

d. Metode *Largest of Maximum* (LOM)

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil nilai terbesar dari domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

e. Metode *Smallest of Maximum* (SOM)

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil nilai terkecil dari domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

Contoh 7.16:

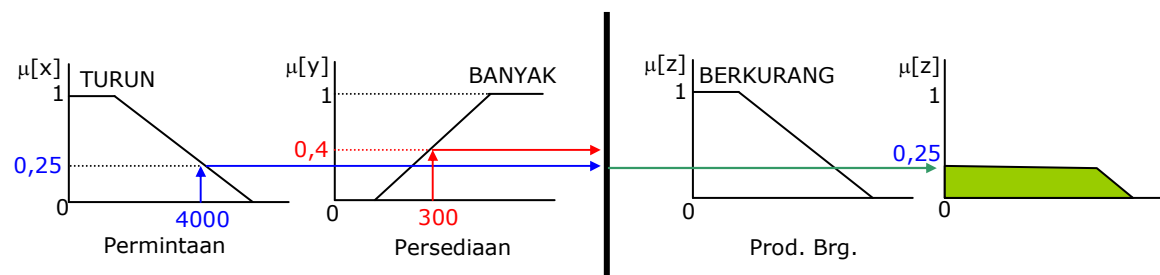
Kita kembali pada contoh yang sama seperti pada contoh 7.15. Himpunan fuzzy pada setiap variabel juga sama seperti penyelesaian pada contoh tersebut. Sekarang kita awali dengan mengaplikasikan fungsi implikasi untuk setiap aturan. Karena kita menggunakan Metode MAMDANI, maka fungsi implikasi yang kita gunakan adalah fungsi MIN.

✱ Aplikasi fungsi implikasi:

[R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK
THEN Produksi Barang BERKURANG;

Lihat Gambar 7.38:

$$\begin{aligned} \alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{\text{PmtTURUN}} \cap \mu_{\text{PsdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{PmtTURUN}}[4000], \mu_{\text{PsdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0,25; 0,4) \\ &= 0,25 \end{aligned}$$

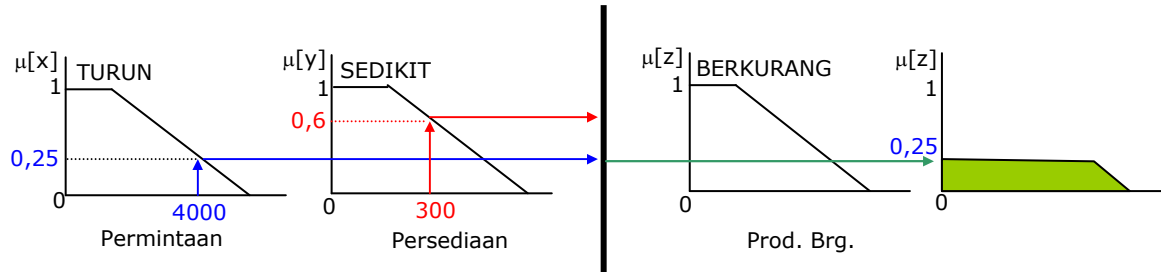


Gambar 7.38 Aplikasi fungsi implikasi untuk R1.

[R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT
THEN Produksi Barang BERKURANG;

Lihat Gambar 7.39:

$$\begin{aligned}
 \alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{\text{PmtTURUN}} \cap \mu_{\text{PsdSEDIKIT}} \\
 &= \min(\mu_{\text{PmtTURUN}}[4000], \mu_{\text{PsdSEDIKIT}}[300]) \\
 &= \min(0,25; 0,6) \\
 &= 0,25
 \end{aligned}$$

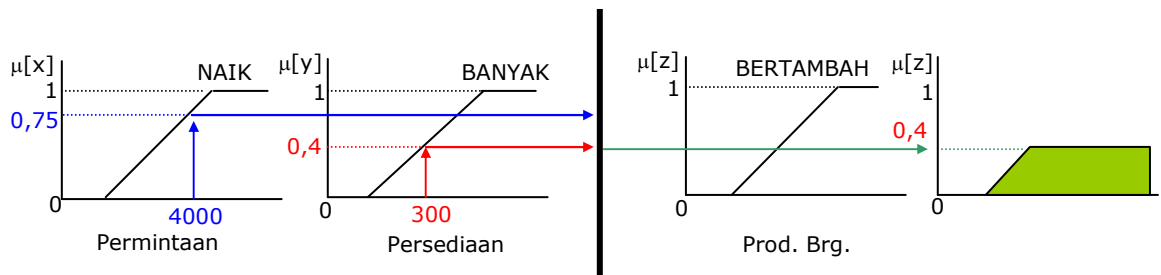


Gambar 7.39 Aplikasi fungsi implikasi untuk R2.

[R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

Lihat Gambar 7.40:

$$\begin{aligned}
 \alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{\text{PmtNAIK}} \cap \mu_{\text{PsdBANYAK}} \\
 &= \min(\mu_{\text{PmtNAIK}}[4000], \mu_{\text{PsdBANYAK}}[300]) \\
 &= \min(0,75; 0,4) \\
 &= 0,4
 \end{aligned}$$

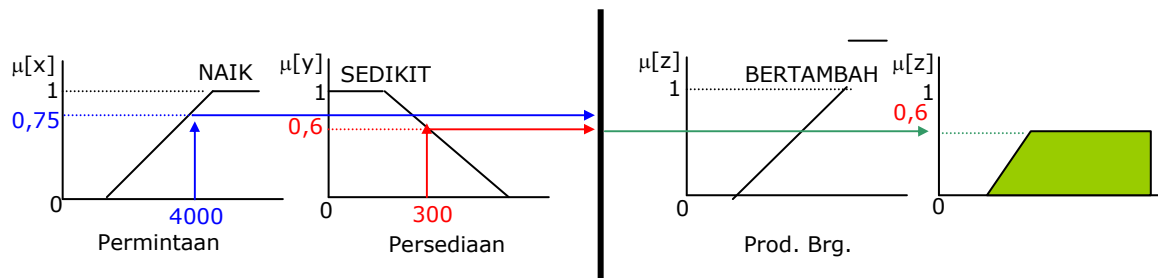


Gambar 7.40 Aplikasi fungsi implikasi untuk R3.

[R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

Lihat Gambar 7.41:

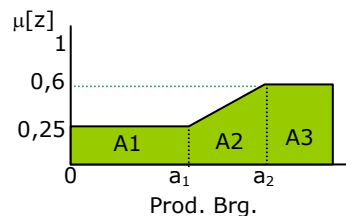
$$\begin{aligned}
 \alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{\text{PmtNAIK}} \cap \mu_{\text{PsdSEDIKIT}} \\
 &= \min(\mu_{\text{PmtNAIK}}[4000], \mu_{\text{PsdSEDIKIT}}[300]) \\
 &= \min(0,75; 0,6) \\
 &= 0,6
 \end{aligned}$$



Gambar 7.41 Aplikasi fungsi implikasi untuk R4.

✱ Komposisi antar aturan

Dari hasil aplikasi fungsi implikasi dari tiap aturan, digunakan metode MAX untuk melakukan komposisi antar semua aturan. Hasilnya seperti pada Gambar 7.42.



Gambar 7.42 Daerah hasil komposisi.

Pada Gambar 7.42 tersebut, daerah hasil kita bagi menjadi 3 bagian, yaitu A1, A2, dan A3. Sekarang kita cari nilai a_1 dan a_2 .

$$(a_1 - 2000)/5000 = 0,25 \rightarrow a_1 = 3250$$

$$(a_2 - 2000)/5000 = 0,60 \rightarrow a_2 = 5000$$

Dengan demikian, fungsi keanggotaan untuk hasil komposisi ini adalah:

$$\mu[z] = \begin{cases} 0,25; & z \leq 3250 \\ (z - 2000)/5000; & 3250 \leq z \leq 5000 \\ 0,6; & z \geq 5000 \end{cases}$$

✱ Penegasan (*defuzzy*)

Metode penegasan yang akan kita gunakan adalah metode centroid. Untuk itu, pertama-tama kita hitung dulu momen untuk setiap daerah.

$$M1 = \int_0^{3250} (0,25)z \, dz = 0,125z^2 \Big|_0^{3250} = 1320312,5$$

$$M2 = \int_{3250}^{5000} \frac{(z - 2000)}{5000} z \, dz = \int_{3250}^{5000} (0,0002z^2 - 0,4z) \, dz = 0,000067z^3 - 0,2z^2 \Big|_{3250}^{5000} = 3187515,625$$

$$M3 = \int_{5000}^{7000} (0,6)z \, dz = 0,3z^2 \Big|_{5000}^{7000} = 7200000$$

Kemudian kita hitung luas setiap daerah:

$$A1 = 3250 \cdot 0,25 = 812,5$$

$$A2 = (0,25 + 0,6) \cdot (5000 - 3250) / 2 = 743,75$$

$$A3 = (7000 - 5000) \cdot 0,6 = 1200$$

Titik pusat dapat diperoleh dari:

$$z = \frac{1320312,5 + 3187515,625 + 7200000}{812,5 + 743,75 + 1200} = 4247,74$$

Jadi jumlah makanan kaleng jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **4248** kemasan.

7.8.3 Metode Sugeno

Penalaran dengan metode SUGENO hampir sama dengan penalaran MAMDANI, hanya saja output (konsekuen) sistem tidak berupa himpunan fuzzy, melainkan berupa konstanta atau persamaan linear. Metode ini diperkenalkan oleh Takagi-Sugeno Kang pada tahun 1985.

a. Model Fuzzy Sugeno Orde-Nol

Secara umum bentuk model fuzzy SUGENO Orde-Nol adalah:

$$\text{IF } (x_1 \text{ is } A_1) \bullet (x_2 \text{ is } A_2) \bullet (x_3 \text{ is } A_3) \bullet \dots \bullet (x_N \text{ is } A_N) \text{ THEN } z = k$$

dengan A_i adalah himpunan fuzzy ke- i sebagai anteseden, dan k adalah suatu konstanta (tegas) sebagai konsekuen.

b. Model Fuzzy Sugeno Orde-Satu

Secara umum bentuk model fuzzy SUGENO Orde-Satu adalah:

$$\text{IF } (x_1 \text{ is } A_1) \bullet \dots \bullet (x_N \text{ is } A_N) \text{ THEN } z = p_1 \cdot x_1 + \dots + p_N \cdot x_N + q$$

dengan A_i adalah himpunan fuzzy ke- i sebagai anteseden, dan p_i adalah suatu konstanta (tegas) ke- i dan q juga merupakan konstanta dalam konsekuen.

Apabila komposisi aturan menggunakan metode SUGENO, maka defuzzifikasi dilakukan dengan cara mencari nilai rata-ratanya.

Contoh 7.17.

Kita kembali pada contoh yang sama seperti pada contoh 7.15. Himpunan fuzzy pada variabel permintaan dan persediaan juga sama seperti penyelesaian pada contoh tersebut. Hanya saja aturan yang digunakan sedikit dimodifikasi, sebagai

berikut (dengan asumsi bahwa jumlah permintaan selalu lebih tinggi dibanding dengan jumlah persediaan):

```
[R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK
      THEN Produksi Barang = Permintaan - Persediaan;

[R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT
      THEN Produksi Barang = Permintaan;

[R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK
      THEN Produksi Barang = Permintaan;

[R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT
      THEN Produksi Barang = 1,25*Permintaan - Persediaan;
```

Sekarang kita cari α -predikat dan nilai z untuk setiap aturan:

```
[R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK
      THEN Produksi Barang = Permintaan - Persediaan;
```

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{\text{PmtTURUN}} \cap \mu_{\text{PsdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{PmtTURUN}}[4000], \mu_{\text{PsdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0,25; 0,4) \\ &= 0,25\end{aligned}$$

$$\text{Nilai } z_1: z_1 = 4000 - 300 = 3700$$

```
[R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT
      THEN Produksi Barang = Permintaan;
```

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{\text{PmtTURUN}} \cap \mu_{\text{PsdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{PmtTURUN}}[4000], \mu_{\text{PsdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0,25; 0,6) \\ &= 0,25\end{aligned}$$

$$\text{Nilai } z_2: z_2 = 4000$$

```
[R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK
      THEN Produksi Barang = Permintaan;
```

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{\text{PmtNAIK}} \cap \mu_{\text{PsdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{PmtNAIK}}[4000], \mu_{\text{PsdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0,75; 0,4) \\ &= 0,4\end{aligned}$$

$$\text{Nilai } z_3: z_3 = 4000$$

```
[R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT
      THEN Produksi Barang = 1,25*Permintaan - Persediaan;
```

$$\alpha\text{-predikat}_4 = \mu_{\text{PmtNAIK}} \cap \mu_{\text{PsdBANYAK}}$$

$$\begin{aligned}
&= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000], \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\
&= \min(0,75; 0,6) \\
&= 0,6
\end{aligned}$$

$$\text{Nilai } z_4: z_4 = 1,25 * 4000 - 300 = 4700$$

Dari sini kita dapat mencari berapakah nilai z, yaitu:

$$z = \frac{\alpha_{\text{pred}_1} * z_1 + \alpha_{\text{pred}_2} * z_2 + \alpha_{\text{pred}_3} * z_3 + \alpha_{\text{pred}_4} * z_4}{\alpha_{\text{pred}_1} + \alpha_{\text{pred}_2} + \alpha_{\text{pred}_3} + \alpha_{\text{pred}_4}}$$

$$z = \frac{0,25 * 3700 + 0,25 * 4000 + 0,4 * 4000 + 0,6 * 4700}{0,25 + 0,25 + 0,4 + 0,6} = \frac{6345}{1,5} = 4230$$

Jadi jumlah makanan kaleng jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **4230** kemasan.

7.9 BASISDATA FUZZY

Sebagian besar basis data standar diklasifikasikan berdasarkan bagaimana data tersebut dipandang oleh user. Misalkan kita memiliki data karyawan yang tersimpan pada tabel DT_KARYAWAN dengan field NIP, nama, tgl lahir, th masuk, dan gaji per bulan seperti pada Tabel 7.1.

Tabel 7.1 Data mentah karyawan.

NIP	Nama	Tgl Lahir	Th. Masuk	Gaji/bl (Rp)
01	Lia	03-06-1972	1996	750.000
02	Iwan	23-09-1954	1985	1.500.000
03	Sari	12-12-1966	1988	1.255.000
04	Andi	06-03-1965	1998	1.040.000
05	Budi	04-12-1960	1990	950.000
06	Amir	18-11-1963	1989	1.600.000
07	Rian	28-05-1965	1997	1.250.000
08	Kiki	09-07-1971	2001	550.000
09	Alda	14-08-1967	1999	735.000
10	Yoga	17-09-1977	2000	860.000

Kemudian dari tabel DT_KARYAWAN, kita olah menjadi suatu tabel temporer untuk menghitung umur karyawan dan masa kerjanya. Tabel tersebut kita beri nama dengan tabel KARYAWAN (Tabel 7.2)

Tabel 7.2 Data karyawan setelah diolah.

NIP	Nama	Umur (th)	Masa Kerja (th)*	Gaji/bl
01	Lia	30	6	750.000
02	Iwan	48	17	1.500.000
03	Sari	36	14	1.255.000
04	Andi	37	4	1.040.000
05	Budi	42	12	950.000
06	Amir	39	13	1.600.000

07	Rian	37	5	1.250.000
08	Kiki	32	1	550.000
09	Alda	35	3	735.000
10	Yoga	25	2	860.000

*Misal sekarang tahun 2002

Dengan menggunakan basisdata standar, kita dapat mencari data-data karyawan dengan spesifikasi tertentu dengan menggunakan query. Misal kita ingin mendapatkan informasi tentang nama-nama karyawan yang usianya kurang dari 35 tahun, maka kita bisa ciptakan suatu query:

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur < 35)
```

sehingga muncul nama-nama Lia, Kiki, dan Yoga. Apabila kita ingin mendapatkan informasi tentang nama-nama karyawan yang gajinya lebih dari 1 juta rupiah, maka kita bisa ciptakan suatu query:

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Gaji > 1000000)
```

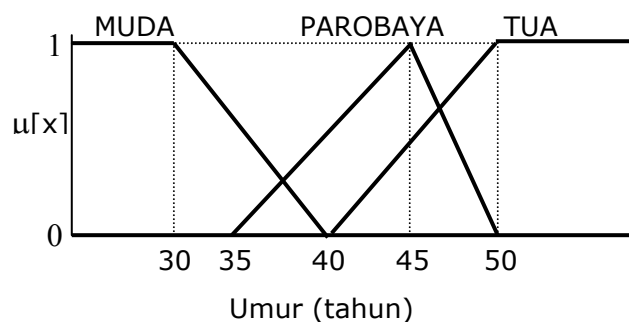
sehingga muncul nama-nama Iwan, Sari, Andi, Amir, dan Rian. Apabila kita ingin mendapatkan informasi tentang nama-nama karyawan yang masa kerjanya kurang dari atau sama dengan 5 tahun tetapi gajinya sudah lebih dari 1 juta rupiah, maka kita bisa ciptakan suatu query:

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (MasaKerja <= 5) and (Gaji > 1000000)
```

sehingga muncul nama-nama Andi dan Rian.

Pada kenyataannya, seseorang kadang membutuhkan informasi dari data-data yang bersifat ambiguous. Apabila hal ini terjadi, maka kita menggunakan basisdata fuzzy. Selama ini, sudah ada beberapa penelitian tentang basisdata fuzzy. Salah satu diantaranya adalah model Tahani. Basisdata fuzzy model Tahani masih tetap menggunakan relasi standar, hanya saja model ini menggunakan teori himpunan fuzzy untuk mendapatkan informasi pada query-nya.

Misalkan kita mengkategorikan usia karyawan diatas ke dalam himpunan: MUDA, PAROBAYA, dan TUA (Gambar 7.43)



Gambar 7.43 Fungsi keanggotaan untuk variabel Usia.

Fungsi keanggotaan:

$$\mu_{MUDA}[x] = \begin{cases} 1; & x \leq 30 \\ \frac{40-x}{10}; & 30 \leq x \leq 40 \\ 0; & x \geq 40 \end{cases}$$

$$\mu_{PAROBAYA}[x] = \begin{cases} 0; & x \leq 35 \text{ atau } x \geq 50 \\ \frac{x-35}{10}; & 35 \leq x \leq 45 \\ \frac{50-x}{5}; & 45 \leq x \leq 50 \end{cases}$$

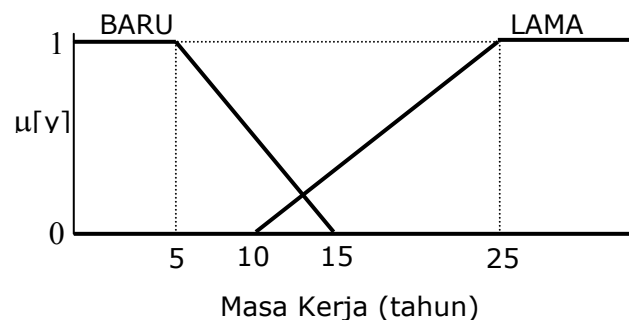
$$\mu_{TUA}[x] = \begin{cases} 0; & x \leq 40 \\ \frac{x-40}{10}; & 40 \leq x \leq 50 \\ 1; & x \geq 50 \end{cases}$$

Tabel 7.3 menunjukkan tabel karyawan berdasarkan umur dengan derajat keanggotannya pada setiap himpunan.

Tabel 7.3 KARYAWAN berdasarkan umur:

NIP	Nama	Umur	Derajat Keanggotaan ($\mu[x]$)		
			MUDA	PAROBAYA	TUA
01	Lia	30	1	0	0
02	Iwan	48	0	0,4	0,8
03	Sari	36	0,4	0,1	0
04	Andi	37	0,3	0,2	0
05	Budi	42	0	0,7	0,2
06	Amir	39	0,1	0,4	0
07	Rian	37	0,3	0,2	0
08	Kiki	32	0,8	0	0
09	Alda	35	0,5	0	0
10	Yoga	25	1	0	0

Variabel Masa Kerja bisa dikategorikan dalam himpunan: BARU dan LAMA (Gambar 7.44)



Gambar 7.44 Fungsi keanggotaan untuk variabel Masa Kerja.

Fungsi keanggotaan:

$$\mu_{BARU}[y] = \begin{cases} 1; & y \leq 5 \\ \frac{15-y}{10}; & 5 \leq y \leq 15 \\ 0; & y \geq 15 \end{cases}$$

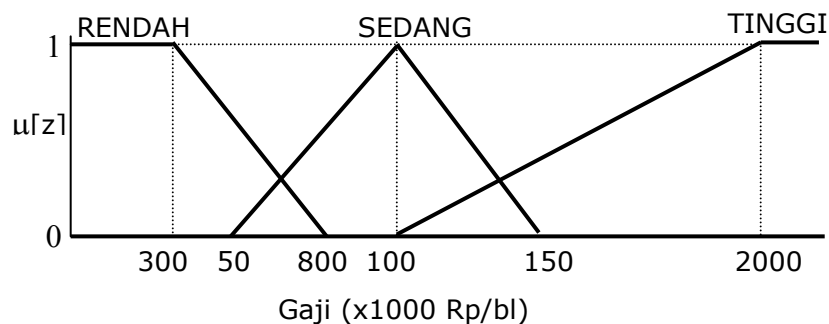
$$\mu_{LAMA}[y] = \begin{cases} 0; & y \leq 10 \\ \frac{y-10}{15}; & 10 \leq y \leq 25 \\ 1; & y \geq 25 \end{cases}$$

Tabel 7.4 menunjukkan tabel karyawan berdasarkan umur dengan derajat keanggotannya pada setiap himpunan.

Tabel 7.4 KARYAWAN berdasarkan Masa Kerja.

NIP	Nama	Masa Kerja	Derajat Keanggotaan ($\mu[y]$)	
			BARU	LAMA
01	Lia	6	0,9	0
02	Iwan	17	0	0,467
03	Sari	14	0,1	0,267
04	Andi	4	1	0
05	Budi	12	0,3	0,133
06	Amir	13	0,2	0,200
07	Rian	5	1	0
08	Kiki	1	1	0
09	Alda	3	1	0
10	Yoga	2	1	0

Variabel Gaji bisa dikategorikan dalam himpunan: RENDAH, SEDANG, dan TINGGI (Gambar 7.45).



Gambar 7.45 Fungsi keanggotaan untuk variabel Gaji.

Fungsi keanggotaan:

$$\mu_{RENDAH}[z] = \begin{cases} 1; & z \leq 300 \\ \frac{800-z}{500}; & 300 \leq z \leq 800 \\ 0; & z \geq 800 \end{cases}$$

$$\mu_{SEDANG}[z] = \begin{cases} 0; & z \leq 500 \text{ atau } z \geq 1500 \\ \frac{z-500}{500}; & 500 \leq z \leq 1000 \\ \frac{1500-z}{500}; & 1000 \leq z \leq 1500 \end{cases}$$

$$\mu_{TINGGI}[z] = \begin{cases} 0; & z \leq 1000 \\ \frac{z-1000}{1000}; & 1000 \leq z \leq 2000 \\ 1; & z \geq 2000 \end{cases}$$

Tabel 7.5 menunjukkan tabel karyawan berdasarkan umur dengan derajat keanggotannya pada setiap himpunan.

Tabel 7.5 Karyawan berdasar gaji.

NIP	Nama	Gaji / bl	Derajat Keanggotaan ($\mu[z]$)		
			RENDAH	SEDANG	TINGGI
01	Lia	750.000	0,1	0,50	0
02	Iwan	1.255.000	0	0,49	0,255
03	Sari	1.500.000	0	0	0,500
04	Andi	1.040.000	0	0,92	0,040
05	Budi	950.000	0	0,90	0
06	Amir	1.600.000	0	0	0,600
07	Rian	1.250.000	0	0,50	0,250
08	Kiki	550.000	0,5	0	0
09	Alda	735.000	0,13	0	0
10	Yoga	860.000	0	0	0

Ada beberapa query yang bisa diberikan, misalkan:

Query1:

Siapa saja-kah karyawan yang masih muda tapi memiliki gaji tinggi?

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur = "MUDA") and (Gaji = "TINGGI")
```

Tabel 7.6 menunjukkan hasil query1, yaitu nama-nama karyawan yang masih muda tapi memiliki gaji yang tinggi.

Tabel 7.6 Hasil query1.

NIP	NAMA	UMUR	GAJI	Derajat Keanggotaan		
				MUDA	TINGGI	MUDA & TINGGI
03	Sari	36	1.500.000	0,4	0,5	0,4
07	Rian	37	1.250.000	0,3	0,25	0,25
06	Amir	39	1.600.000	0,1	0,6	0,1
04	Andi	37	1.040.000	0,3	0,04	0,04
01	Lia	30	750.000	1	0	0

02	Iwan	48	1.255.000	0	0,255	0
05	Budi	42	950.000	0	0	0
08	Kiki	32	550.000	0,8	0	0
09	Alda	35	735.000	0,5	0	0
10	Yoga	25	860.000	1	0	0

Query2:

Siapa saja-kah karyawan yang masih muda atau karyawan yang memiliki gaji tinggi?

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur = "MUDA") or (Gaji = "TINGGI")
```

Tabel 7.7 menunjukkan hasil query2, yaitu nama-nama karyawan yang masih muda atau yang memiliki gaji yang tinggi.

Tabel 7.7 Hasil query2.

NIP	NAMA	UMUR	GAJI	Derajat Keanggotaan		
				MUDA	TINGGI	MUDA atau TINGGI
01	Lia	30	750.000	1	0	1
10	Yoga	25	860.000	1	0	1
08	Kiki	32	550.000	0,8	0	0,8
06	Amir	39	1.600.000	0,1	0,6	0,6
03	Sari	36	1.500.000	0,4	0,5	0,5
09	Alda	35	735.000	0,5	0	0,5
04	Andi	37	1.040.000	0,3	0,04	0,3
07	Rian	37	1.250.000	0,3	0,25	0,3
02	Iwan	48	1.255.000	0	0,255	0,255
05	Budi	42	950.000	0	0	0

Query3:

Siapa saja-kah karyawan yang masih muda tapi masa kerjanya sudah lama?

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur = "MUDA") and (MasaKerja = "LAMA")
```

Tabel 7.8 menunjukkan hasil query3, yaitu nama-nama karyawan yang masih muda tapi masakerjanya sudah lama.

Tabel 7.8 Hasil query3.

NIP	NAMA	UMUR	Masa Kerja	Derajat Keanggotaan		
				MUDA	LAMA	MUDA & LAMA
03	Sari	36	14	0,4	0,267	0,267
06	Amir	39	13	0,1	0,2	0,1
01	Lia	30	6	1	0	0
02	Iwan	48	17	0	0,467	0

04	Andi	37	4	0,3	0	0
05	Budi	42	12	0	0,133	0
07	Rian	37	5	0,3	0	0
08	Kiki	32	1	0,8	0	0
09	Alda	35	3	0,5	0	0
10	Yoga	25	2	1	0	0

Query4:

Siapa saja-kah karyawan yang parobaya dan gajinya sedang, atau karyawan yang parobaya tapi masa kerjanya sudah lama?

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur = "PAROBAYA") and
      [(Gaji = "SEDANG") atau (MasaKerja = "LAMA")]
```

Tabel 7.9 menunjukkan hasil query4, yaitu nama-nama karyawan yang parobaya dan gajinya sedang, atau karyawan yang parobaya tapi masakerjanya sudah lama.

Tabel 7.9 Hasil query4.

NIP	NAMA	Derajat Keanggotaan				
		SEDANG	LAMA	SEDANG atau LAMA	PAROBAYA	PAROBAYA & (SEDANG atau LAMA)
05	Budi	0,9	0,133	0,9	0,7	0,7
02	Iwan	0,49	0,467	0,49	0,4	0,4
04	Andi	0,92	0	0,92	0,2	0,2
06	Amir	0	0,2	0,2	0,4	0,2
07	Rian	0,5	0	0,5	0,2	0,2
03	Sari	0	0,267	0,267	0,1	0,1
01	Lia	0,5	0	0,5	0	0
08	Kiki	0	0	0	0	0
09	Alda	0	0	0	0	0
10	Yoga	0	0	0	0	0