

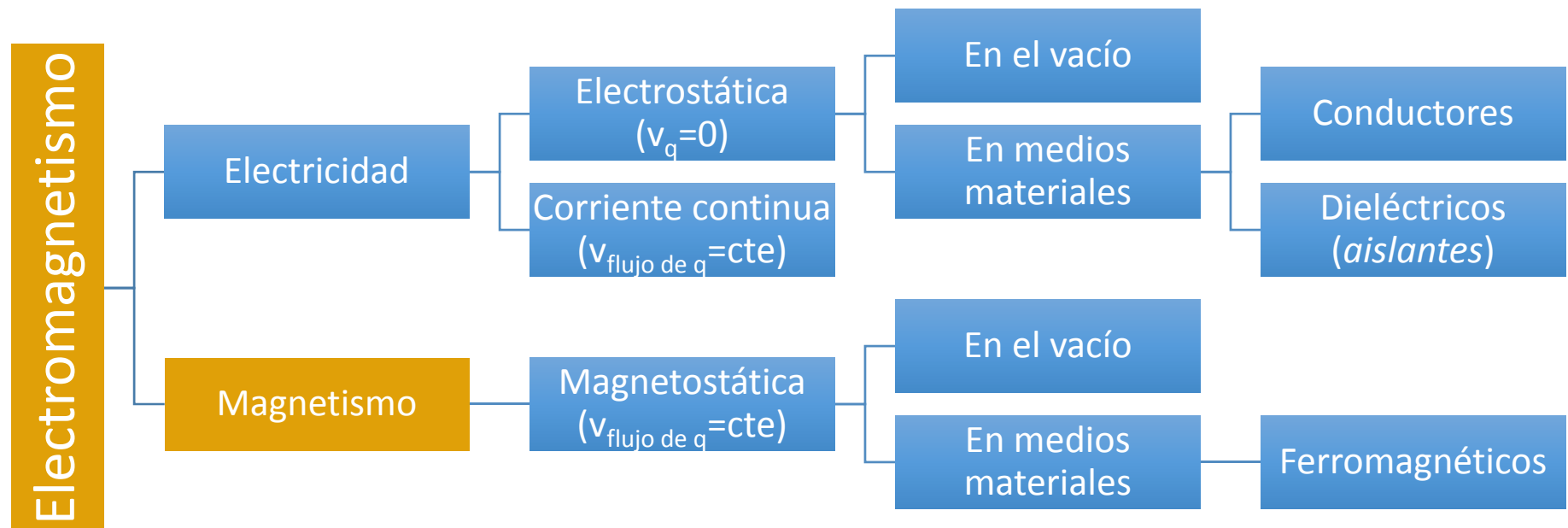
# Repaso

- El campo eléctrico en régimen estacionario es nulo en un conductor sin resistencia.
- Combinación de resistencias (en serie, en paralelo).
- Fuerza electromotriz
- Pila real, corriente de cortocircuito
- Potencia eléctrica. Ley de Joule y aplicaciones del Joule heating
- Balance de potencias
- Leyes (o reglas) de Kirchhoff: Ley de nodos y ley de mallas
- Ejemplo: Cálculo de corrientes en las ramas de un circuito eléctrico
- Aplicación online de circuitos eléctricos
- Instrumentos de medición: voltímetro, amperímetro, pinza amperimétrica
- Puente de Wheatstone

# Física II (62.03 – 82.02)

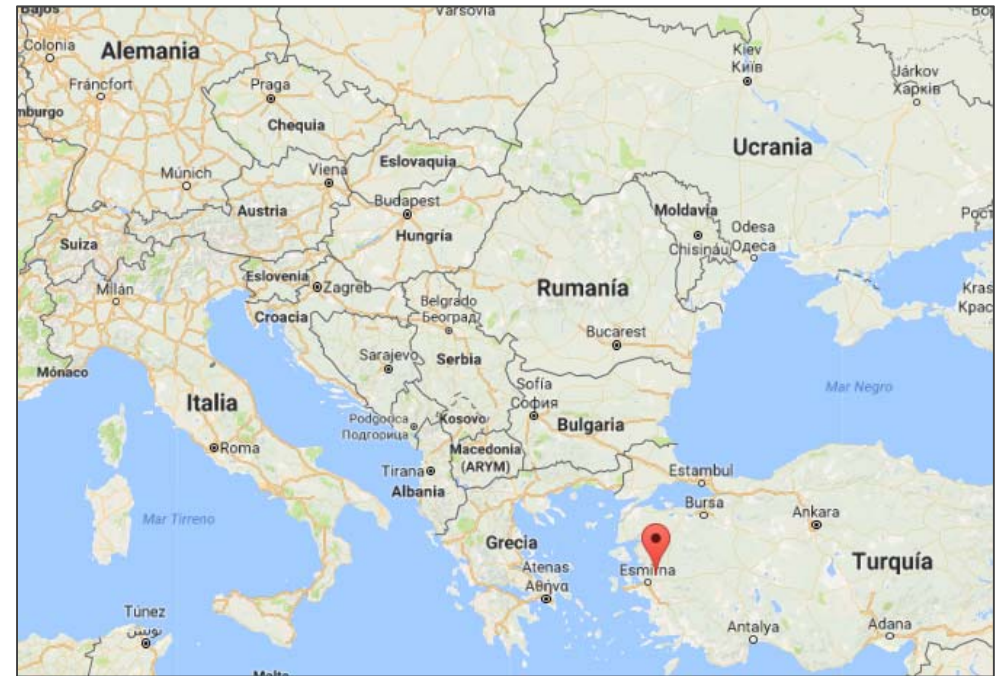
## Magnetismo

Josefina M. Silveyra



# Magnetismo

- Comúnmente asociado a los imanes que atraen cuerpos no magnetizados de hierro, y que atraen o repelen a otros imanes.
- Su naturaleza fundamental es la interacción de las cargas eléctricas en movimiento.
- En el siglo VII a.C. se conocían las propiedades magnéticas de la piedra imán o *lodestone* – mineral naturalmente magnetizado de magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) con inclusiones de maghemita ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$  cúbica).

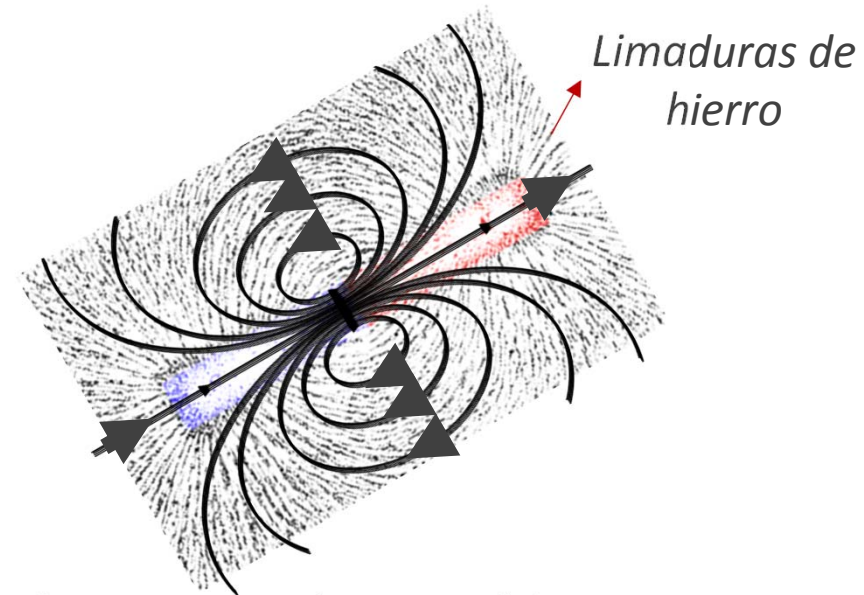
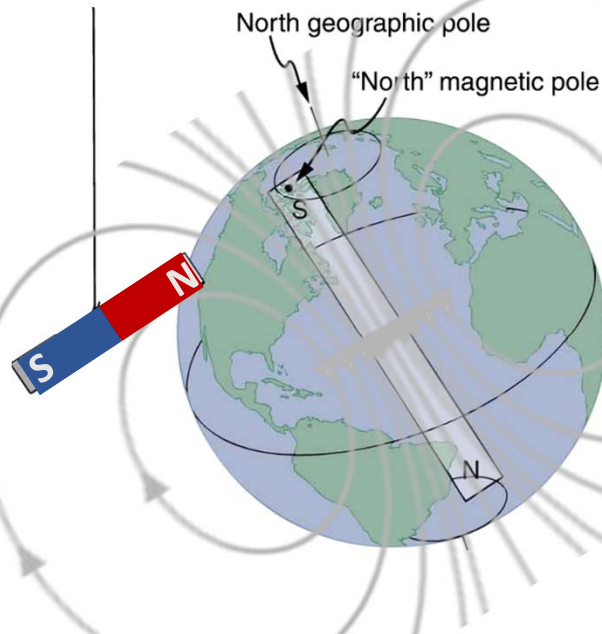


- Si una varilla de hierro se pone en contacto con un imán, el hierro se imanta.
- Montada libremente la varilla imantada, uno de sus extremos apunta hacia el Norte.

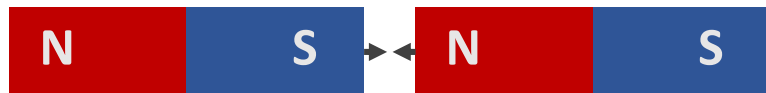
*Primera brújula (s. XI)*



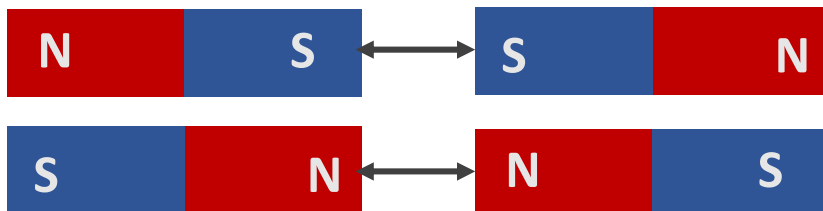
*Brújula casera*



- Los polos opuestos se atraen



- Los polos iguales se repelen



- No existen monopolos magnéticos





# Ley de Gauss para campo magnético, otra de las ecuaciones de Maxwell

Repaso: Ley de Gauss para campo eléctrico

**Forma integral**

$$\Phi_{E(S)} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{enc(S)}}{\epsilon_0}$$

**Forma diferencial (local)**

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

- La ley de Gauss para campo magnético expresa la inexistencia de cargas magnéticas (monopolos magnéticos)

**Forma integral**

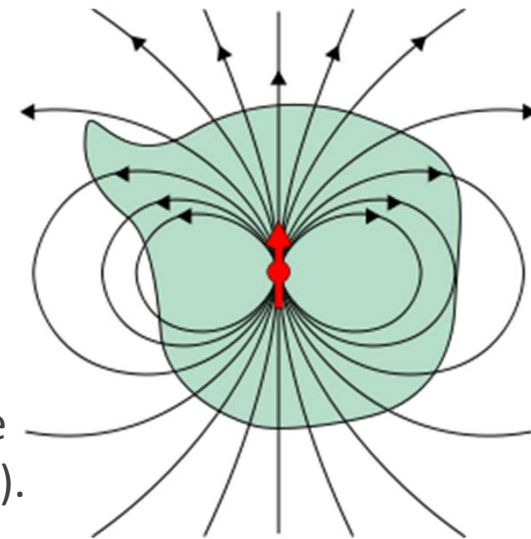
$$\Phi_{B(S)} = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

**Forma diferencial (local)**

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Obs.: Un campo cuya divergencia es nula en todo el espacio se llama “**solenoidal**”

$\vec{B}$  : **Campo magnético** [N.s/(C.m)=N/(A.m)=T=Tesla] (por ahora, más adelante lo llamaremos “campo inducción magnética” o “densidad de flujo magnético”).



Obs.: En el hipotético caso de que se descubriera experimentalmente la existencia de monopolos, esta ley debería ser modificada para acomodar las correspondientes densidades de carga.

[Magnetic Monopoles, report from Particle data group, updated August 2015 by D. Milstead and E.J. Weinberg.  
"To date there have been no confirmed observations of exotic particles possessing magnetic charge."]

# Valores de referencia de magnitudes de campo magnético B

Lugar	B [T]
Superficie de estrella de neutrones	$10^8$
Límite para la vida humana	$10^5$
Cerca de imán superconductor	$<20$
Altavoz de bobina móvil	1,5
Grúa electromagnética	1
Instrumento de resonancia magnética (medicina)	0,35
Dentro de una TV color	$2 \cdot 10^{-2}$
Superficie terrestre en el Ecuador	$3,2 \cdot 10^{-5}$
Ambiente magnéticamente blindado	$10^{-14}$



"Funny, isn't it? The human was impervious to our most powerful magnetic fields, yet in the end he succumbed to a harmless sharpened stick."

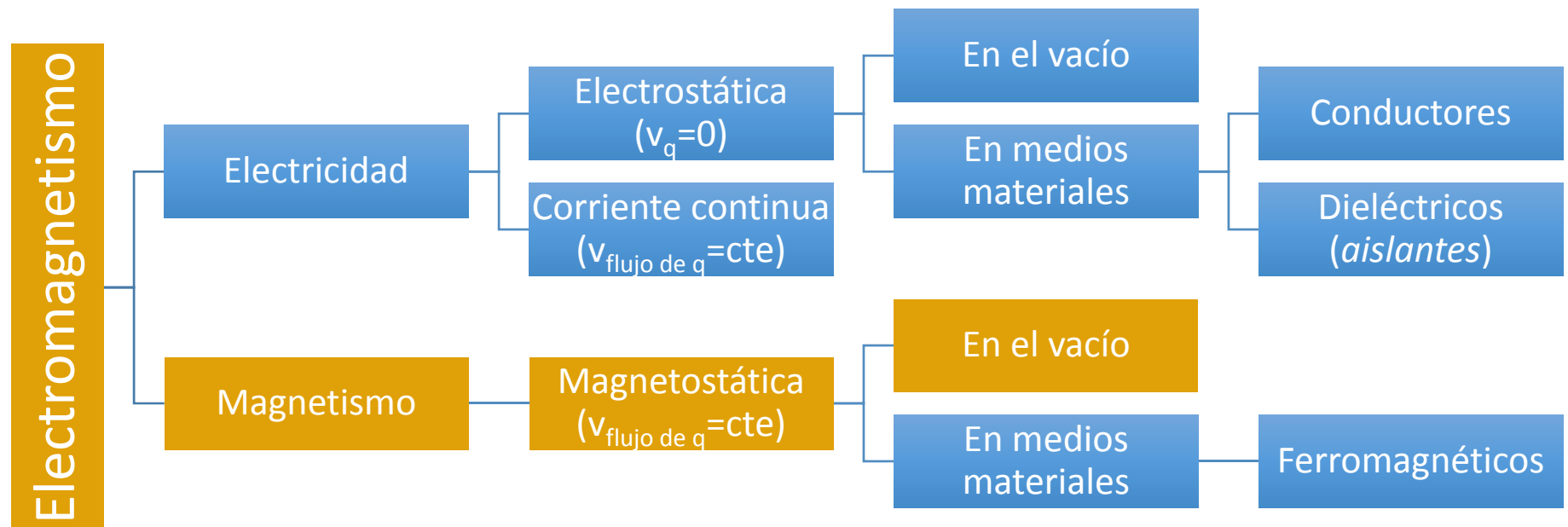
<https://gravityandlevity.wordpress.com/2015/01/12/how-strong-would-a-magnetic-field-have-to-be-to-kill-you/>

# Física II (62.03 – 82.02)

## Magnetostática en el vacío Fuerza de Lorentz

Josefina M. Silveyra





# Fuerza de Lorentz

- Repaso: Fuerza que experimenta una carga  $q$  en presencia de  $\vec{E}$

$$\vec{F}_{el\acute{e}ctrica} = q\vec{E}$$

- Fuerza que experimenta una partícula con carga  $q$ , velocidad  $\vec{v}$  y en presencia de  $\vec{B}$

$$\vec{F}_{magn\acute{e}tica} = q\vec{v} \times \vec{B} = q \frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B}$$

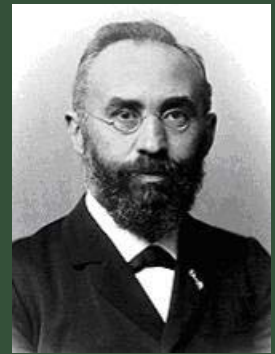
$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Obs.: La “Fuerza de Lorentz” es válida también para campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  no estacionarios

- $\vec{B}$  **nunca realiza trabajo** sobre la partícula.
  - Notar que  $\vec{F}_m \perp \vec{v}$  y  $\vec{v} \parallel d\vec{l}$
  - La fuerza magnética puede modificar la dirección de la velocidad de la partícula pero nunca su intensidad.
- $\vec{F}_m$  no depende del camino en el caso particular de  $\vec{B}$  uniforme



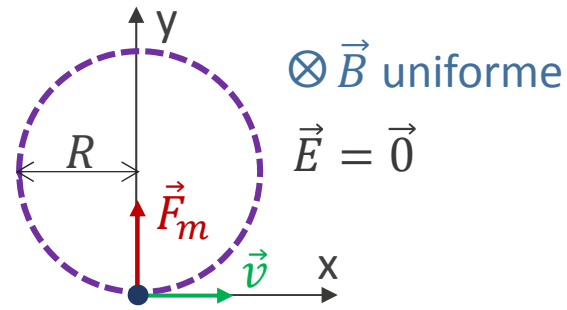
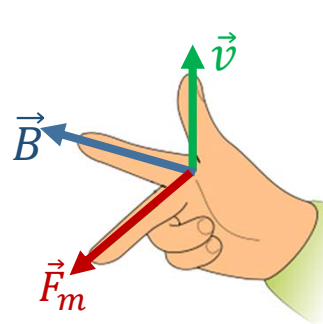
**Sin embargo,  
la fuerza  
magnética,  
es NO conservativa**



Hendrik Antoon  
Lorentz  
(1853-1928)  
Países Bajos

## Ejemplo: Movimiento de carga libre con $\vec{v} \perp \vec{B}$

Regla de la mano derecha



Movimiento circular uniforme

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = q(\vec{0} + v\hat{i} \times B(-\hat{k})) = m\left(\frac{dv}{dt}\hat{t} + \frac{v^2}{R}\hat{n}\right)$$

$\frac{dv}{dt} = 0$ , pues  $v$  es constante (la fuerza magnética no hace trabajo)

$$\vec{F}_m = qvB\hat{j} = m\frac{v^2}{R}\hat{n}$$

$$R = \frac{mv}{|q|B}$$

$$\omega = \frac{v}{R} \Rightarrow \omega = \frac{|q|B}{m}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

Repaso: Componentes intrínsecas de la aceleración:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v\hat{t})}{dt} = \frac{dv}{dt}\hat{t} + v\frac{d\hat{t}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\hat{t} + v\omega\hat{n} = a_t\hat{t} + a_n\hat{n}$$

$\omega = \frac{v}{R}$ : velocidad angular

$R$ : radio de curvatura de la trayectoria

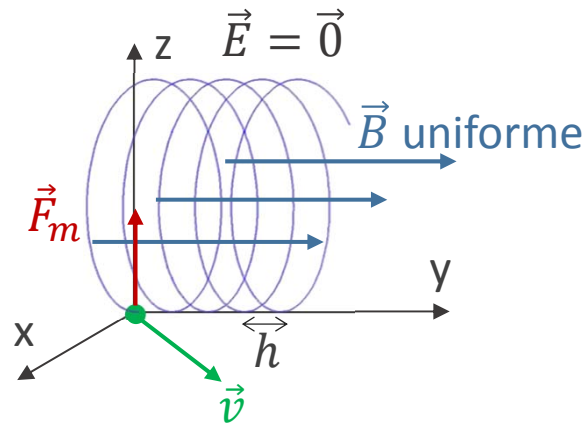
$a_t = \frac{dv}{dt}$ : aceleración tangencial

$\hat{t}$ : versor tangente a la trayectoria, misma dirección que la velocidad

$a_n = \frac{v^2}{R}$ : aceleración normal o centrípeta

$\hat{n}$ : versor normal a la trayectoria, hacia el centro de curvatura

## Ejemplo: Movimiento de carga libre con $\vec{v} \perp \vec{B} + \vec{v} \parallel \vec{B}$



*Movimiento helicoidal*

$$\vec{F} = q(\cancel{\vec{E}} + \vec{v} \times \vec{B}) = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = q(\vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel}) \times \vec{B} = m \left( \cancel{\frac{d\vec{v}}{dt}} \hat{t} + \frac{v_{\perp}^2}{R} \hat{n} \right)$$

$$\vec{F}_m = q(v_x \hat{i} + v_y \hat{j}) \times B \hat{j} = m \frac{v_x^2}{R} \hat{n}$$

$$\vec{F}_m = q v_x B \hat{k} = m \frac{v_x^2}{R} \hat{n}$$

$$R = \frac{mv_{\perp}}{|q|B}$$

Radio de curvatura

$$\omega = \frac{|q|B}{m}$$

Velocidad angular

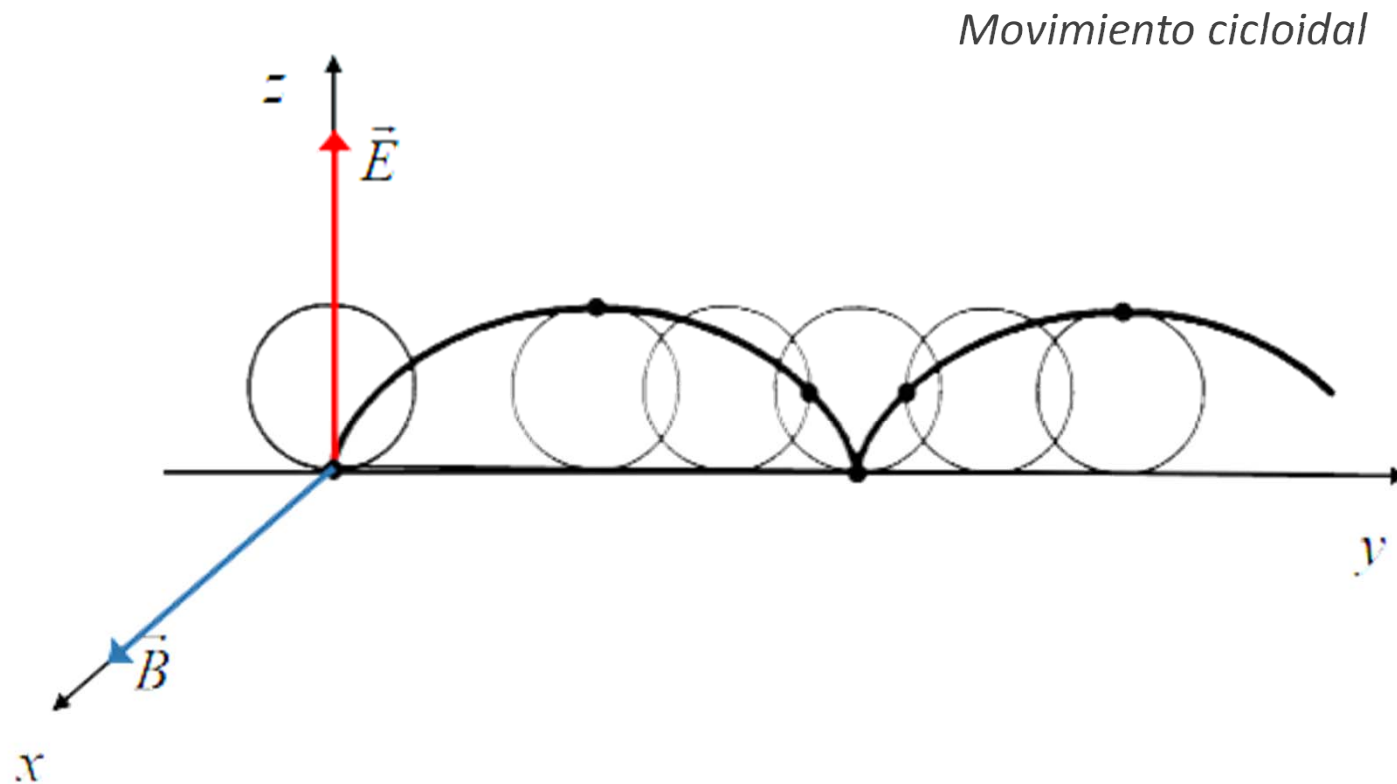
$$T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

Período

$$h = v_{\parallel} T = \frac{v_{\parallel} 2\pi m}{|q|B}$$

Paso

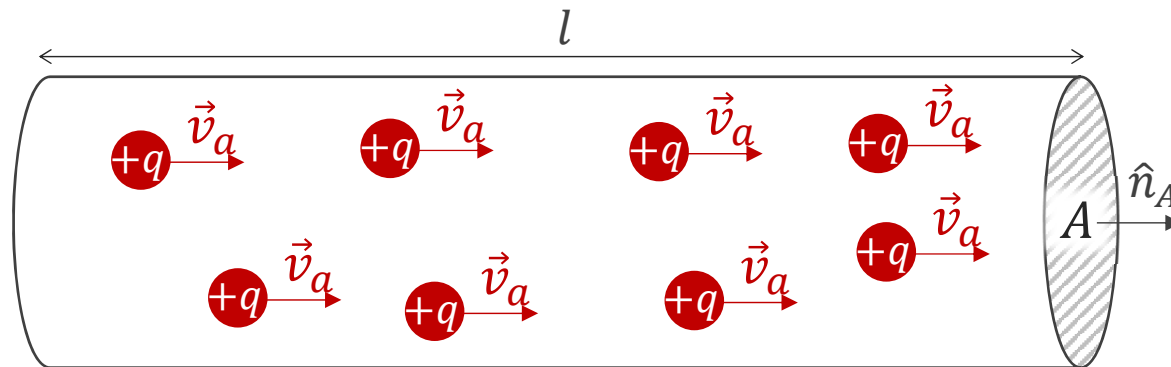
## Ejemplo: Movimiento de carga libre con $\vec{v} \perp \vec{B} + \vec{E}$



Observación: Se puede ver el desarrollo de este movimiento en página 6-11 del apunte. Fuera de programa.



# Fuerza sobre conductor con corriente



- Fuerza magnética sobre una carga en movimiento:  $\vec{F}_m = q\vec{v}_a \times \vec{B}$
- Fuerza magnética sobre un conductor con corriente:

- Por principio de superposición:

$$\vec{F}_m = \sum_{i=1}^{N=n.vol} q_i \vec{v}_a \times \vec{B} = qnAl\vec{v}_a \times \vec{B}$$

- Recordando que:

$$i = \frac{dq}{dt} = qnA\hat{n}_A \cdot \vec{v}_a \Rightarrow i\hat{n}_A = qnA\vec{v}_a$$

- Obtenemos:

$$\vec{F}_m = il\hat{n}_A \times \vec{B} = i\vec{l} \times \vec{B}$$

- Extendemos para un conductor curvilíneo:

$$\vec{F}_m = \int d\vec{F}_m = \int_C id\vec{l} \times \vec{B}$$

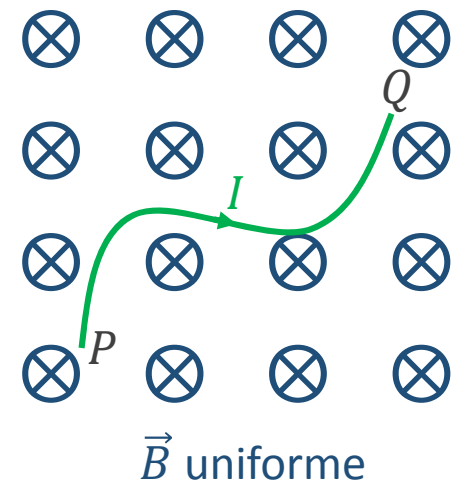
- Demostraremos que la fuerza sobre el alambre irregular es equivalente a la que obraría sobre un alambre recto entre los puntos  $P$  y  $Q$ .

- Partimos de:

$$\vec{F}_m = \int_P^Q i d\vec{l} \times \vec{B}$$

- Como  $i$  y  $\vec{B}$  son uniformes:

$$\vec{F}_m = i \left( \int_P^Q d\vec{l} \right) \times \vec{B} = i \overline{PQ} B \hat{n}$$



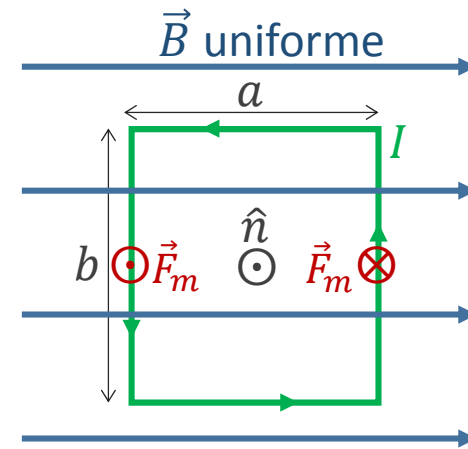
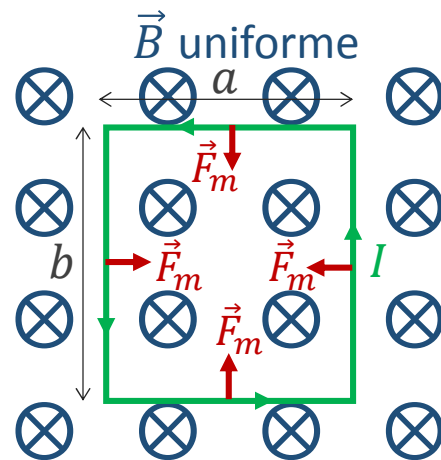
Obs.: ¡ $i$  siempre es uniforme en un hilo!

- $\vec{F}_m$  no depende del camino cuando  $\vec{B}$  es uniforme

$$\vec{F}_m = \oint d\vec{F}_m = \oint_C i d\vec{l} \times \vec{B} = 0$$

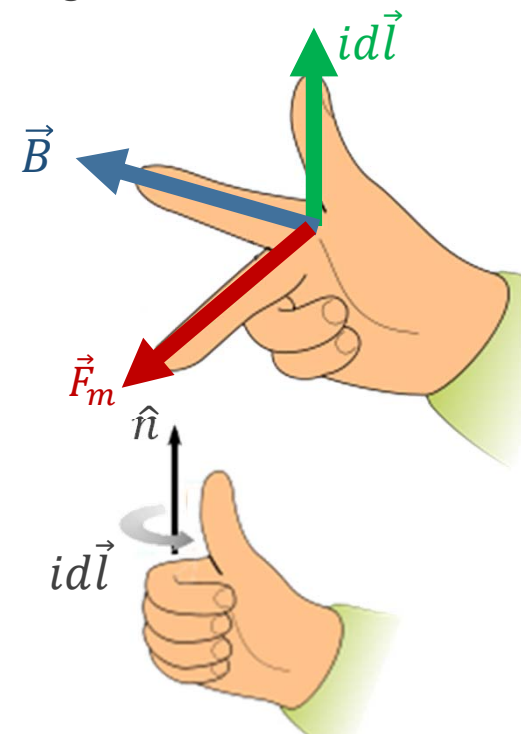
- $\vec{F}_m$  sobre una espira cerrada es nula cuando  $\vec{B}$  es uniforme

# Torque sobre espira (camino cerrado de corriente)



$$\vec{F}_m = \int id\vec{l} \times \vec{B}$$

Regla de la mano derecha



$$\vec{\tau} = 2(\vec{r} \times \vec{F}_m)$$

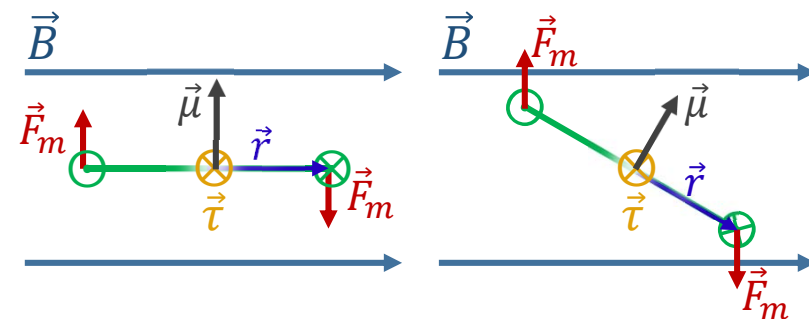
$$\tau = 2 \frac{a}{2} I b B = I A B$$

$$\vec{\tau} = I \vec{A} \times \vec{B}, \text{ donde } \vec{A} = A \hat{n}$$

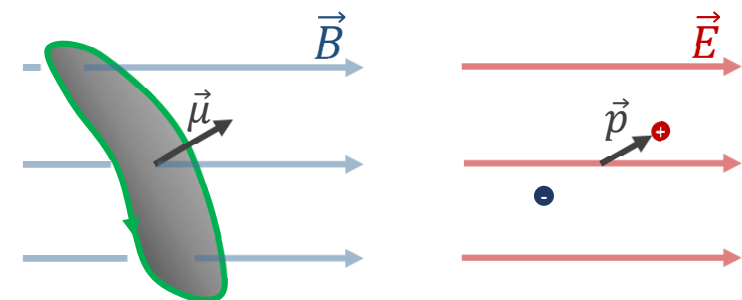
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Obs.: Válido para espira de cualquier forma.

$$\vec{\mu} = I \vec{A}: \text{Momento dipolar magnético}$$

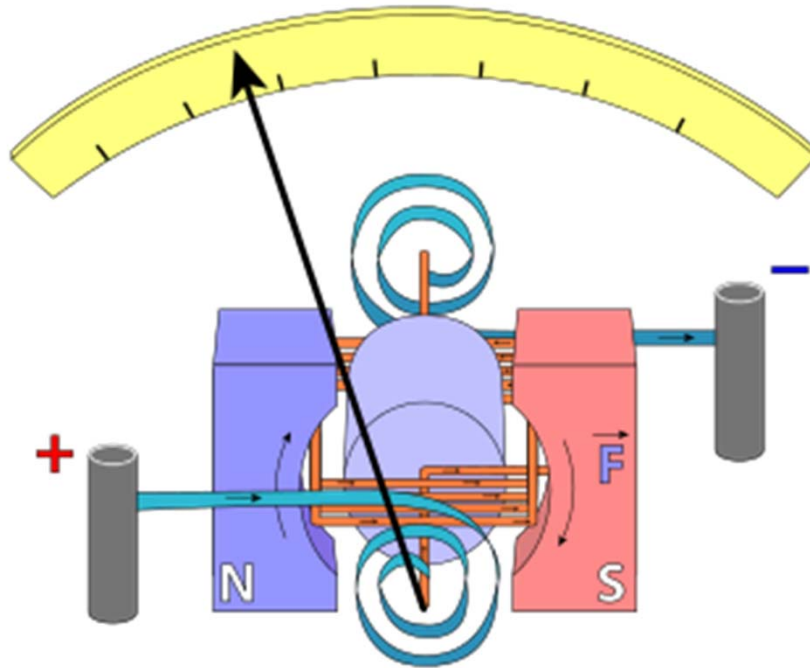
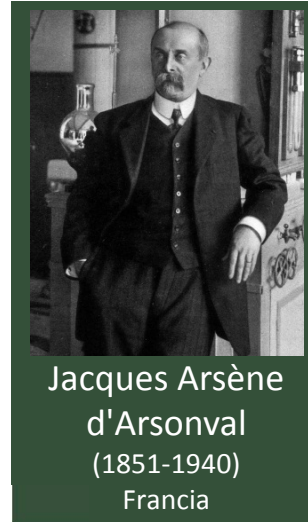


Obs.: El momento dipolar tiende a alinearse con el campo externo.



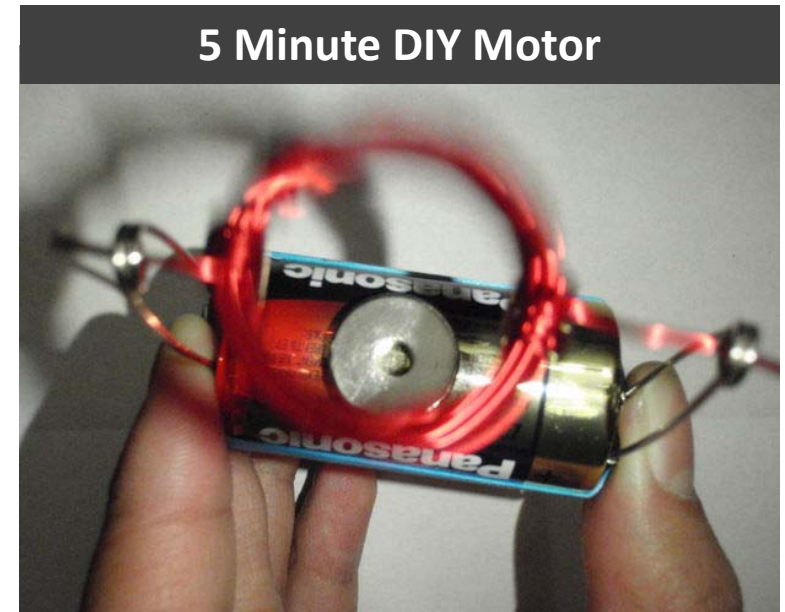
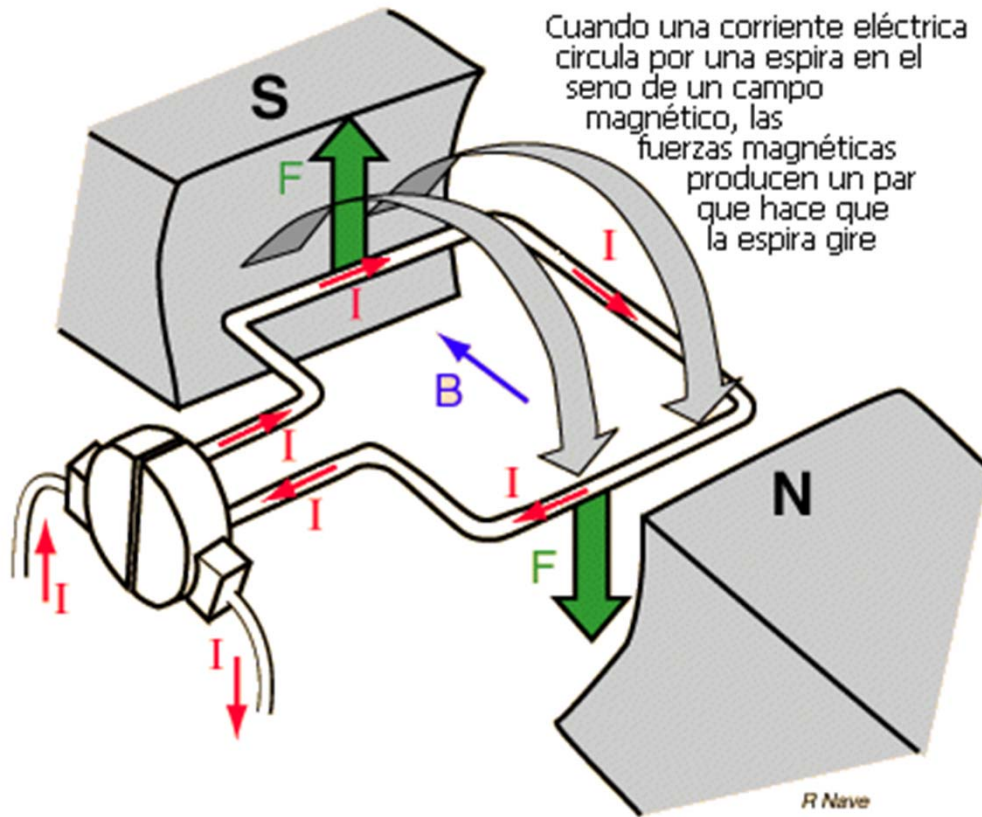
# Galvanómetro: Instrumento de d'Arsonval

- Transductor electromecánico que se usa para detectar y medir pequeñas corrientes eléctricas.
- Produce una deformación de rotación en una aguja o puntero en respuesta a la corriente eléctrica que fluye a través de su bobina.



- Este tipo de instrumento “mecánico” ha sido reemplazado por otros electrónicos.

# Motor eléctrico



<http://www.instructables.com/id/5-Minute-DIY-Motor/>



# Otras aplicaciones de la fuerza magnética sobre cargas móviles

*ciclotrón*



*tubos de rayos catódicos*

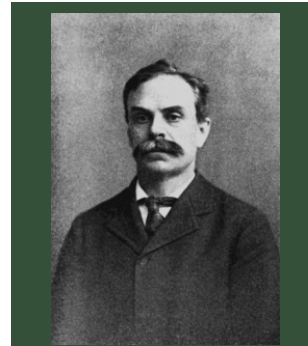


*espectrómetro de masas*

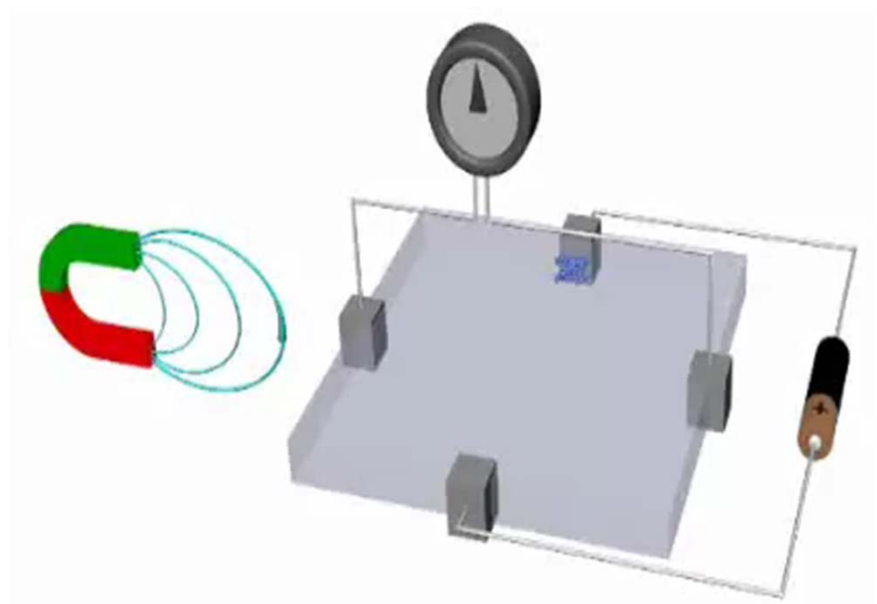


# Efecto Hall

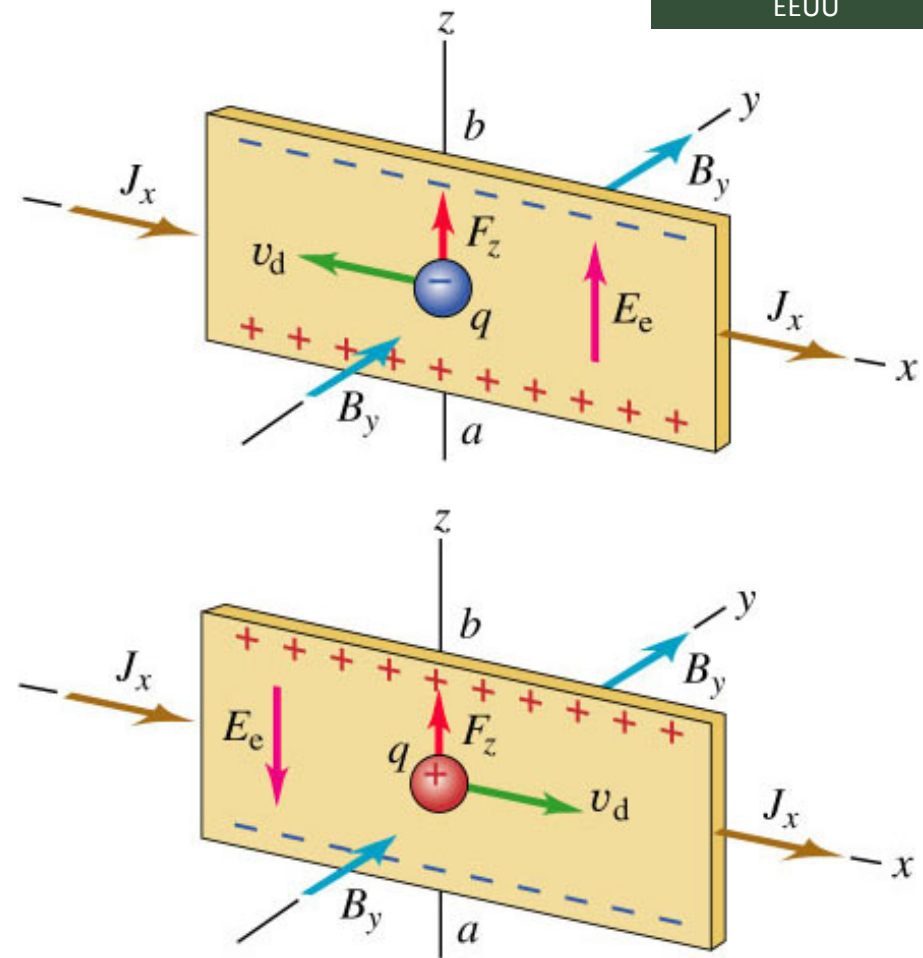
- Se conoce como **efecto Hall** a la aparición de un campo eléctrico por separación de cargas, en el interior de un conductor por el que circula una corriente en presencia de un campo magnético con componente perpendicular al movimiento de las cargas.



Edwin Herbert Hall  
(1855-1938)  
EEUU



- Fenómeno utilizado para determinar el signo de los portadores de carga.

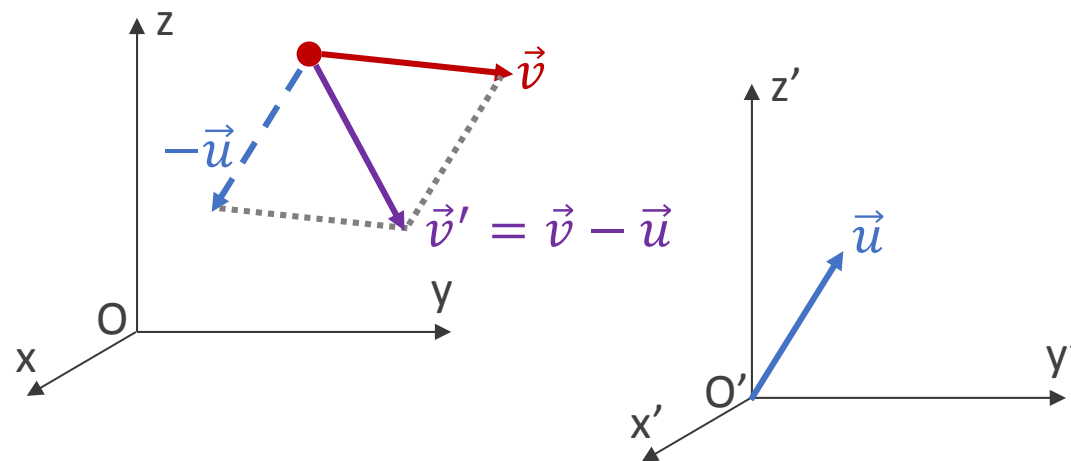


# Relación entre campos eléctricos y magnéticos desde marcos de referencia en movimiento

- Invariancia galileana:** Las leyes de movimiento de Newton se mantienen en los sistemas vinculados entre sí por la transformación de Galileo. Estos sistemas se llaman sistemas inerciales y se cumple:

$$\vec{F}_{real} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \text{ donde } \vec{p} = m\vec{v} \text{ sin necesidad de agregar fuerzas ficticias.}$$

- Se mantienen el tiempo y las longitudes.
- La transformación de Galileo es equivalente a la transformación de Lorentz para  $v \ll c$ .



El sistema de referencia  $O'$  se mueve a una velocidad  $\vec{u}$  con respecto al sistema de referencia  $O$ .

$$\vec{F} = \vec{F}'$$

$$q[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}] = q[\vec{E}' + \vec{v}' \times \vec{B}']$$

$$q[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}] = q[\vec{E}' + (\vec{v} - \vec{u}) \times \vec{B}']$$

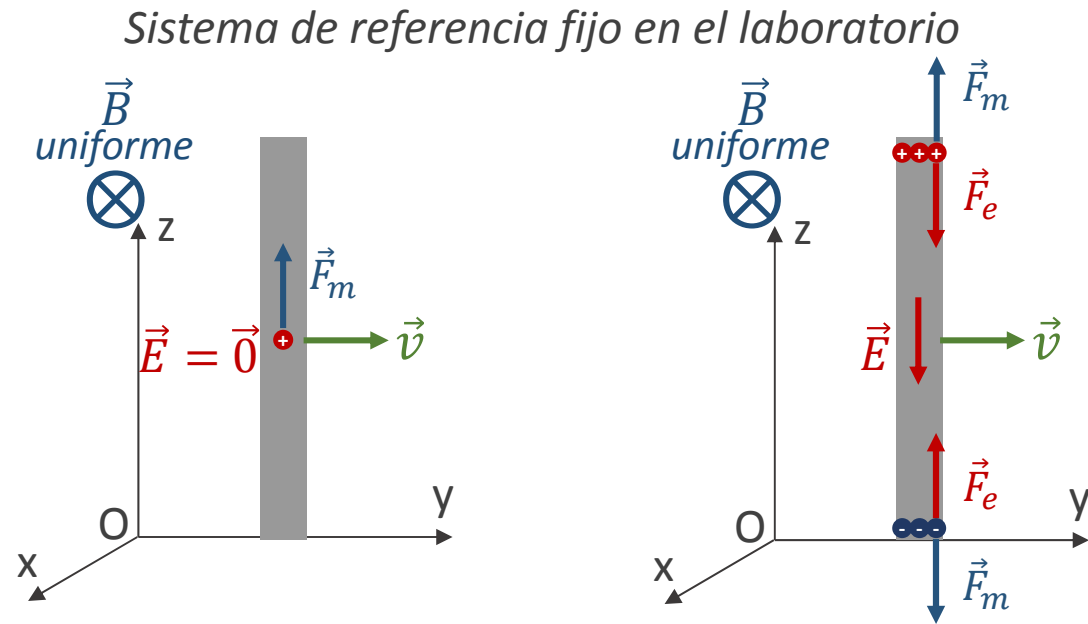
$$q[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}] = q[(\vec{E}' - \vec{u} \times \vec{B}') + \vec{v} \times \vec{B}']$$

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}' - \vec{u} \times \vec{B}' \\ \vec{v} \times \vec{B} = \vec{v} \times \vec{B}' \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} \vec{E}' = \vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}' \\ \vec{B}' = \vec{B} \end{matrix}}$$

Obs.: ¡Los campos vistos por O son distintos que los vistos por O'!

# Ejemplo: Fuerzas en una barra conductora en movimiento

$$\vec{F} = q[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}]$$



$$\vec{F}' = q[\vec{E}' + \vec{v}' \times \vec{B}']$$

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$$

$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}'$$

$$\vec{B}' = \vec{B}$$

*Sistema de referencia fijo en la barra*

