

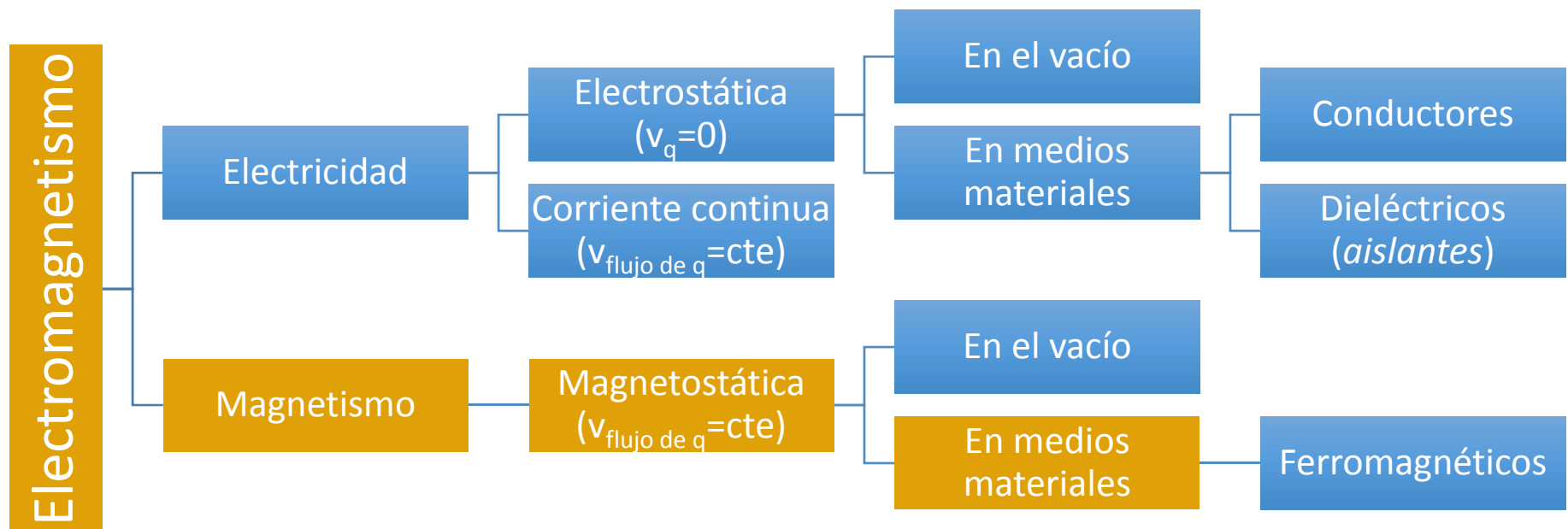
Física II (62.03 – 82.02)

Magnetostática en medios materiales

Josefina M. Silveyra

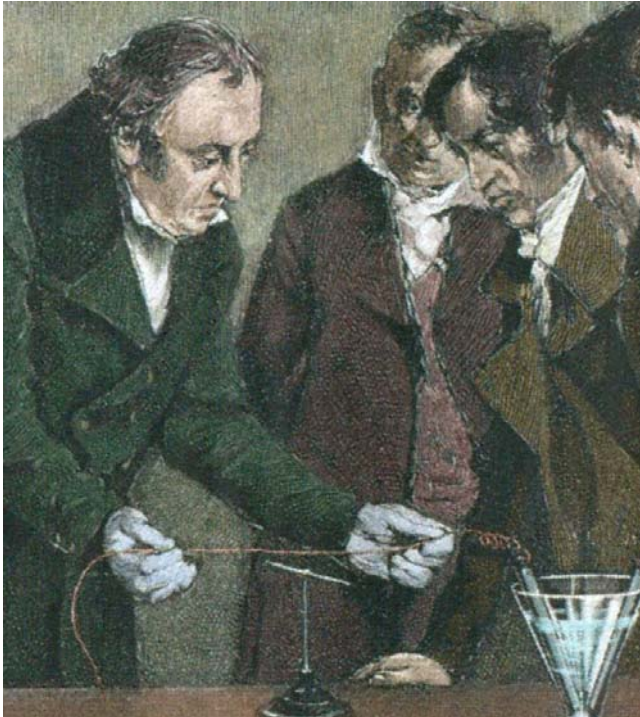
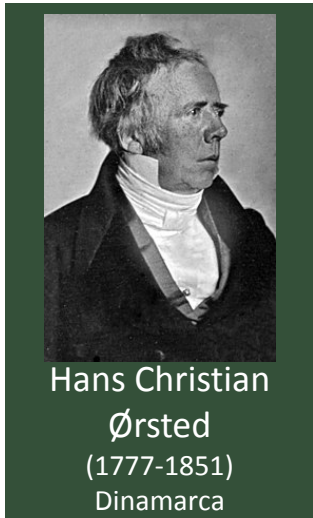
Repaso

- Fuerza entre conductores con corriente (*“Ampère’s force law”*)
- Teorema de Ampère (*“Ampère’s circuital law”*)
- Ejemplo: Campo magnético de un cilindro infinito con K axial uniforme
- Ejemplo: Campo magnético de un solenoide (cilindro infinito con K azimutal uniforme)
- Ejemplo: Campo magnético de un toroide



Fenómenos magnéticos con materiales

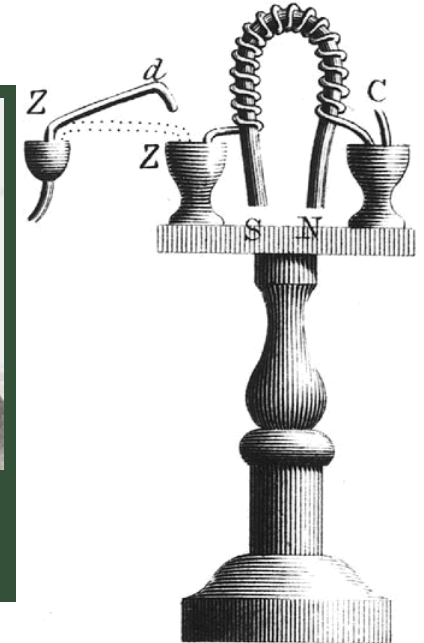
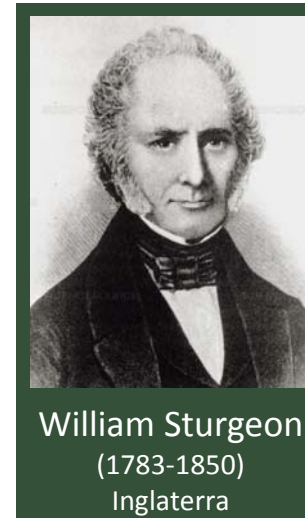
Relación entre electricidad y magnetismo (1820)



Un conductor con corriente actúa como un imán

La “piedra imán” atrae al hierro y atrae o repele a otras “piedras imanes” (antiguos griegos)

Primer electroimán (1824)



Un conductor con corriente arrollado sobre hierro actúa como un imán mucho más poderoso

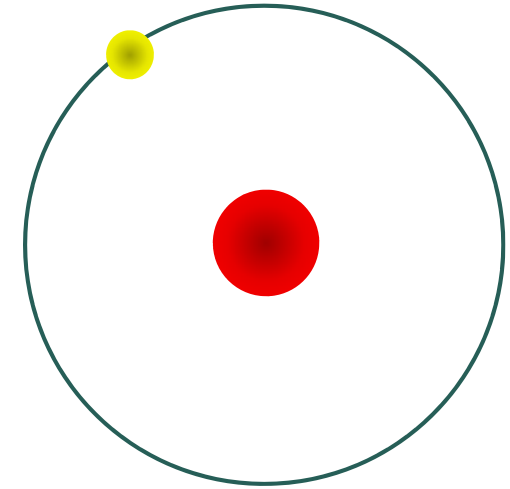
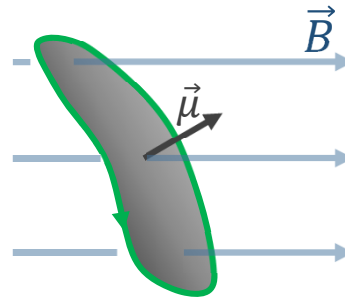


Medios materiales

- Momento magnético orbital de un electrón ($\vec{\mu}_L$)

Repaso: Momento dipolar magnético de una espira de corriente I de área A .

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$



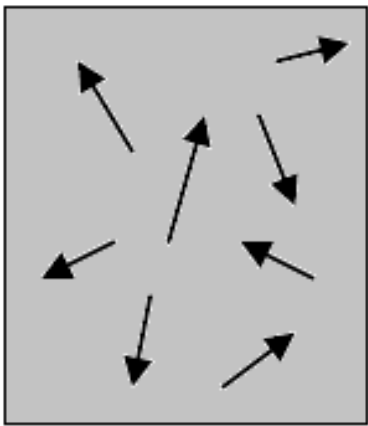
Obs.: En el Apunte se puede ver la relación entre el momento angular \vec{L} y el momento magnético orbital $\vec{\mu}_L$.

- Momento magnético de espín (*spin*: en inglés “girar”) del electrón ($\vec{\mu}_{s,electrón}$)
 - Es una propiedad intrínseca (como lo es la masa por ejemplo).
 - Es la mayor contribución al momento magnético del átomo (¡por 3 órdenes de magnitud!)
 - Momento magnético resultante del espín de un electrón “desapareado”: $9,273 \times 10^{-24} \text{ A/m}^2 = \text{Magnetón de Bohr } (\mu_B)$
- Momento magnético de espín del núcleo ($\vec{\mu}_{s,núcleo}$):
 - Resultante del espín de los protones y de los neutrones que lo componen.



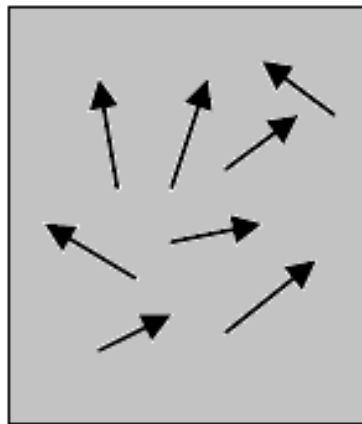
Interacción del momento dipolar magnético con el campo magnetostático

*Campo magnético
externo nulo*




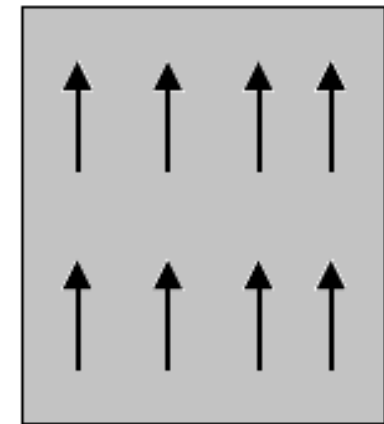
Material desmagnetizado:
momentos magnéticos
orientados al azar

 *Campo magnético
externo débil*



**Material magnetizado
parcialmente:**
alineación parcial de los
momentos magnéticos con el
campo magnético externo
débil

 *Campo magnético
externo fuerte*



**Material magnetizado
totalmente (saturado):**
alineación completa de los
momentos magnéticos con el
campo magnético externo
fuerte

Campos en magnetismo

- **Campo inducción magnética o densidad de flujo magnético:**

$$\vec{B}[T]$$

- La circulación de \vec{B} depende de las corrientes “totales” (reales + magnetización)
- **Campo vector de magnetización:** Momento magnético por unidad de volumen

$$\vec{M}[A/m] = \frac{\partial \vec{\mu}}{\partial Vol}$$

Repaso:

Campo vector de polarización:

$$\vec{P} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial Vol}$$

- \vec{M} es nulo en el vacío, pues allí no hay átomos con momento magnético
- La circulación de \vec{M} depende solo de las corrientes de magnetización (imaginarias) asociadas a los momentos magnéticos

- **Campo magnético:**

$$\vec{H}[A/m] = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

Obs.: En el Apunte lo llama “intensidad de campo magnético”

Obs.: Con frecuencia esta definición aparece de la siguiente forma:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$$

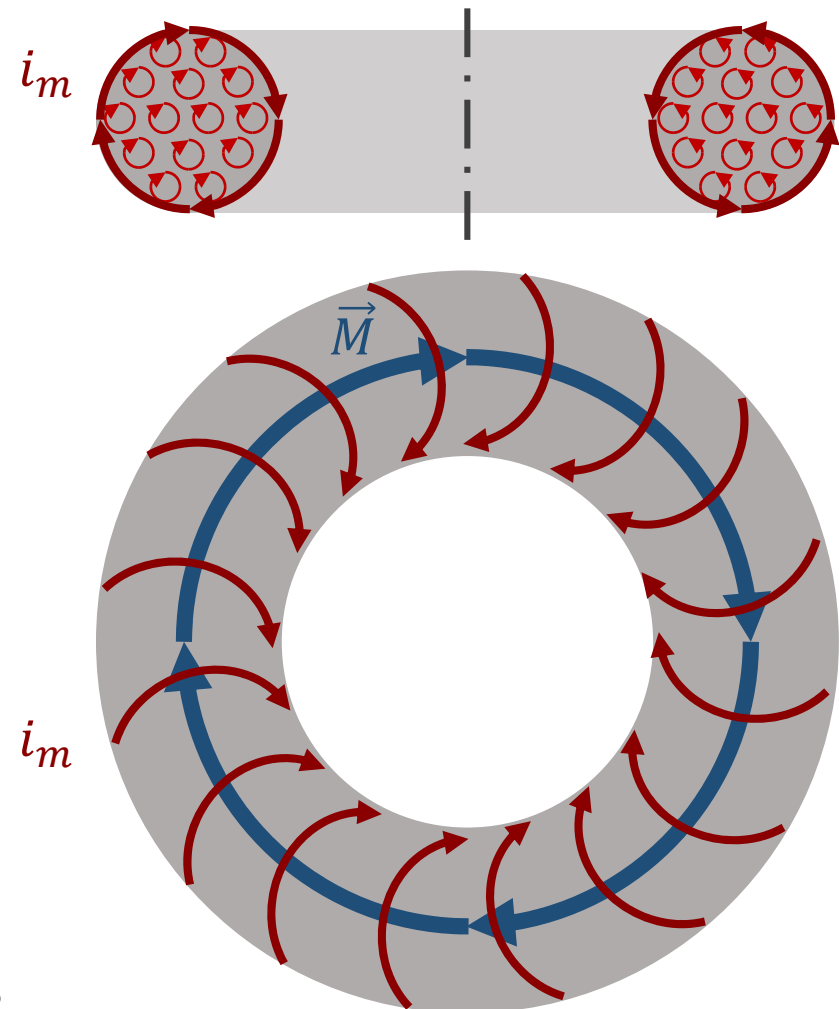
- La circulación de \vec{H} depende solo de las corrientes reales

Corriente real (i_r):

Es la corriente que circula por los conductores, la que conocíamos hasta ahora.

Corriente de magnetización (i_m):

Es la corriente imaginaria asociada a los momentos magnéticos del material.



Ley de Ampère para magnetostática en materiales

- Recordando que: $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$

Forma integral

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{\text{conc}(S(C))}^{\text{total}}$$

$$i_{\text{conc}(S(C))}^{\text{total}} = i_{\text{conc}(S(C))}^{\text{real}} + i_{\text{conc}(S(C))}^{\text{mag}}$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_{\text{conc}(S(C))}^{\text{real}}$$

$$\oint_C \vec{M} \cdot d\vec{l} = i_{\text{conc}(S(C))}^{\text{mag}}$$

Forma diferencial

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_{\text{total}}$$

$$\vec{J}_{\text{total}} = \vec{J}_{\text{real}} + \vec{J}_{\text{mag}}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_{\text{real}}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{M} = \vec{J}_{\text{mag}}$$

Observación: En el Apunte se puede ver la deducción de la Ley de Ampere con el campo M y las corrientes de magnetización para el caso particular del material toroidal magnetizado.

Relaciones constitutivas

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

donde, $\mu_r = \chi_m + 1$

Obs.: Ambos parámetros son propiedades del material que se hallan experimentalmente.

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

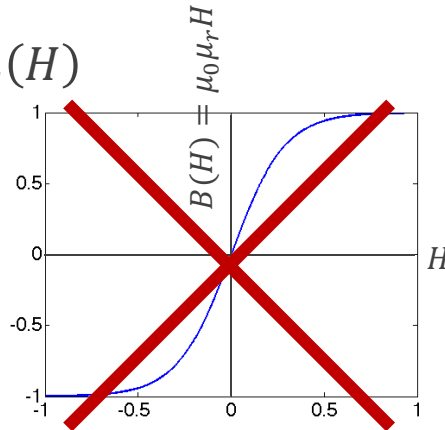
$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \chi_m \vec{H})$$

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

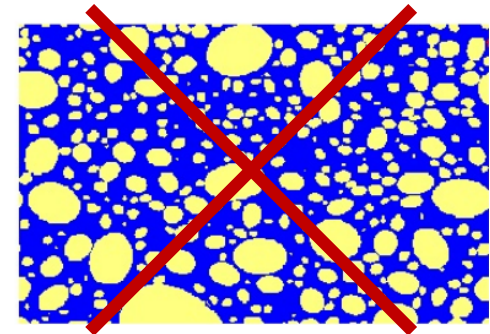
$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

- En medios LIH, la **permeabilidad magnética relativa** (μ_r) y la **susceptibilidad magnética** (χ_m) son parámetros escalares y constantes

Lineales: $\mu_r \neq \mu_r(H)$



Homogéneos: $\mu_r \neq \mu_r(\vec{r})$

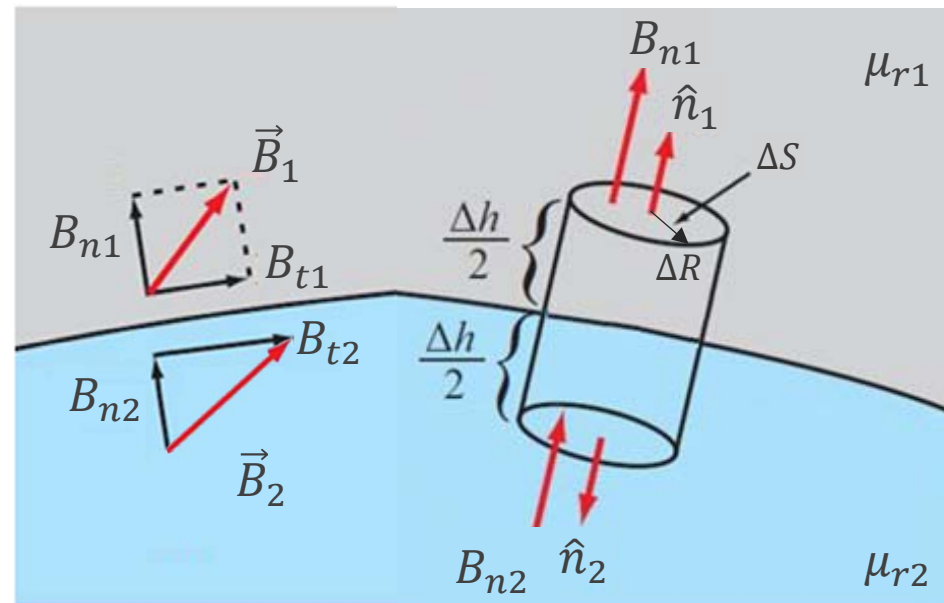


Isótropos: $\mu_r \neq \mu_r(\vec{H})$

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix}$$

Obs.: En Física II trataremos siempre con medios IH, pero a veces serán lineales y a veces no. Si no lo son, deberemos usar la relación entre B y H dada gráficamente o por tabla (en lugar de $\vec{B} = \mu \vec{H}$)

Condiciones de frontera, de borde o de contorno



$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\iint_{S_{lateral}} \vec{B} \cdot d\vec{s} + \iint_{S_{tapa\ 1}} \vec{B}_1 \cdot d\vec{s} + \iint_{S_{tapa\ 2}} \vec{B}_2 \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\text{Si } \Delta h \ll \Delta R \Rightarrow \iint_{S_{lateral}} \vec{B} \cdot d\vec{s} \ll \iint_{S_{tapa\ 1}} \vec{B}_1 \cdot ds \hat{n} + \iint_{S_{tapa\ 2}} \vec{B}_2 \cdot ds \hat{n}$$

$$\iint_{S_{tapa\ 1}} \vec{B}_1 \cdot ds \hat{n} + \iint_{S_{tapa\ 2}} \vec{B}_2 \cdot ds \hat{n} = \iint_{S_{tapa\ 1}} B_{n1} ds + \iint_{S_{tapa\ 2}} -B_{n2} ds = 0$$

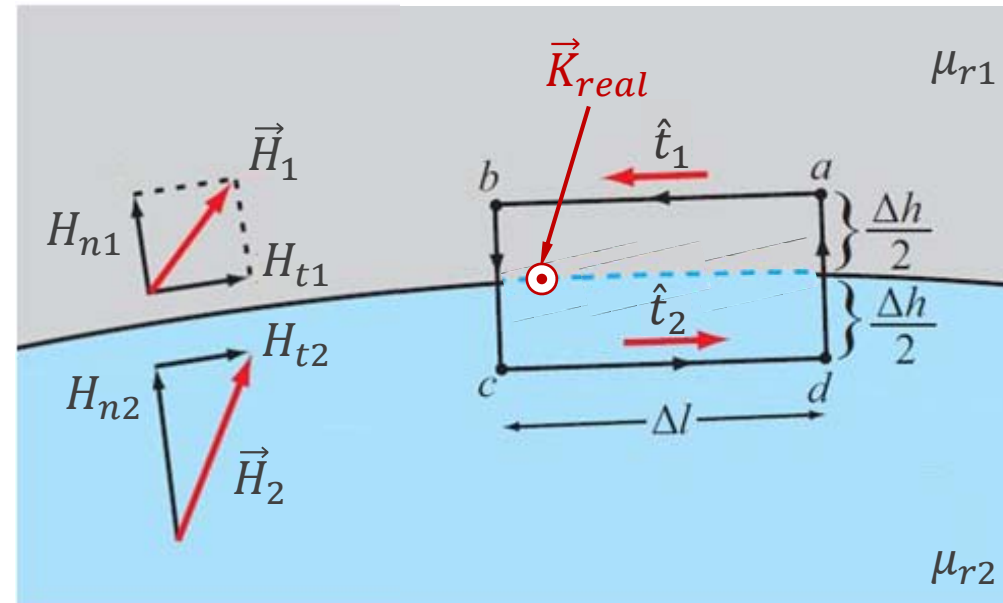
$$B_{n1} - B_{n2} = 0$$

- La componente normal del campo de inducción magnética es continua.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_{\text{conc}(S(C))}^{\text{real}}$$

$$\int_{C_1} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{C_2} \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} = \int_{\Delta l} \vec{K}_{\text{real}} \cdot d\vec{l}$$

Obs.: En caso de haber corriente real en la interfaz, habría que analizar correctamente su sentido. Aquí se asumió normal y saliente al plano de la figura.



$$\int_{0a} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{ab} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{b0} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{0c} \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} + \int_{do} \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} = +K_{\text{real}}\Delta l$$

$$\text{Si } \Delta h \ll \Delta l \Rightarrow \int_{0a} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{b0} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{0c} \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} + \int_{do} \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} \ll \int_{ab} \vec{H}_1 \cdot dl \hat{t} + \int_{cd} \vec{H}_2 \cdot dl \hat{t}$$

$$\int_{ab} \vec{H}_1 \cdot dl \hat{t} + \int_{cd} \vec{H}_2 \cdot dl \hat{t} = K_{\text{real}}\Delta l$$

$$-H_{t1}\Delta l + H_{t2}\Delta l = K_{\text{real}}\Delta l$$

$$H_{t2} - H_{t1} = K_{\text{real}}$$

- Si no hay corriente real en la interfaz, la componente tangencial del campo magnético es continua en situación magnetostática.

Energía del campo magnético

- Repaso:

Densidad de energía del campo eléctrico:

$$u_e \left[\frac{J}{m^3} \right] = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$$

Para medios LIH ($\vec{D} = \epsilon \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon}$):

$$u_e = \frac{1}{2} \epsilon |\vec{E}|^2 \quad u_e = \frac{1}{2} \frac{|\vec{D}|^2}{\epsilon}$$

Energía del campo eléctrico:

$$U = \iiint_{\text{todo el espacio}} u_e dv$$

- Tal como el campo eléctrico, el campo magnético almacena energía:

Densidad de energía del campo magnético:

$$u_m \left[\frac{J}{m^3} \right] = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

Para medios LIH ($\vec{B} = \mu \vec{H} \Rightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$):

$$u_m = \frac{1}{2} \mu |\vec{H}|^2 \quad u_m = \frac{1}{2} \frac{|\vec{B}|^2}{\mu}$$

Energía del campo magnético:

$$U = \iiint_{\text{todo el espacio}} u_m dv$$

- Así como una de las aplicaciones de los capacitores es almacenar energía eléctrica, una de las aplicaciones de los bobinados (o inductores) es almacenar energía magnética.

Clasificación de materiales

Diamagnéticos

$$\chi_m < 0$$

Paramagnéticos

$$\chi_m > 0$$

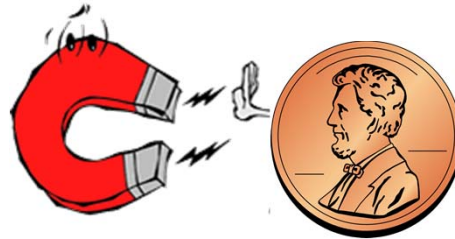
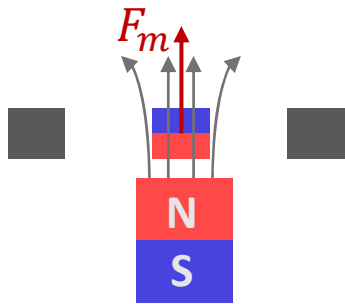
Ferromagnéticos

$$\chi_m \gg 0$$

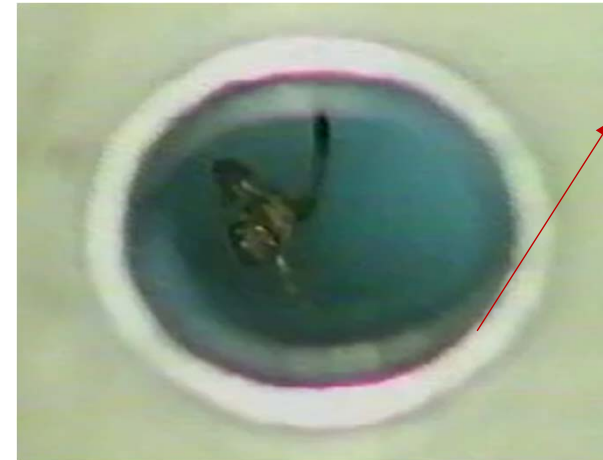
$$\chi_m < 0$$

$$\chi_m \sim -10^{-5}$$

• Diamagnéticos



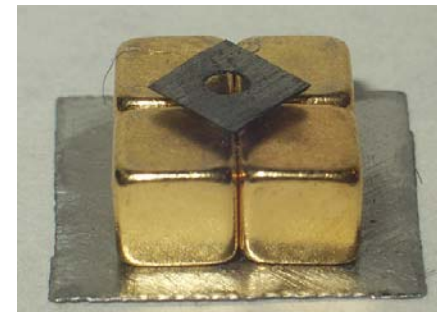
- Son (muy levemente) repelidos por campos magnéticos.
- Alineación, en sentido opuesto, de los momentos magnéticos con el campo magnético externo.
- Al quitar H, M desaparece.
- Efecto presente en todos los materiales, pero es tan débil que solo es observable cuando no hay otro tipo de interacciones magnéticas.
- Efecto lineal con el campo externo.
- Ejemplos: cobre, helio, agua, superconductores.
- Los superconductores son diamagnéticos perfectos ($\chi_m = -1$): cancelan el campo dentro del material (efecto Meissner).



Levitación de una rana (2010)

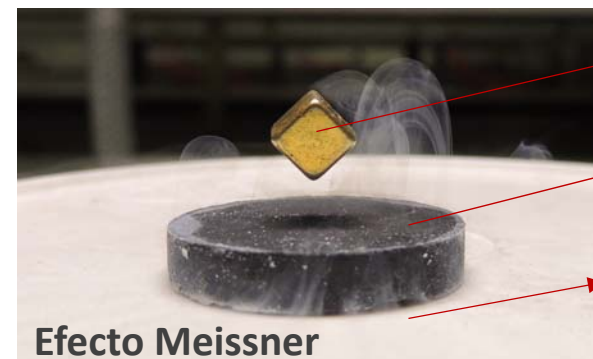
Bobinado que genera un campo magnético muy intenso

Obs.: Las ranas tienen gran cantidad de agua, sustancia que es diamagnética.



Carbón pirolítico

$$\chi_m = -4.10^{-4}$$



Efecto Meissner

Imán

Superconductor

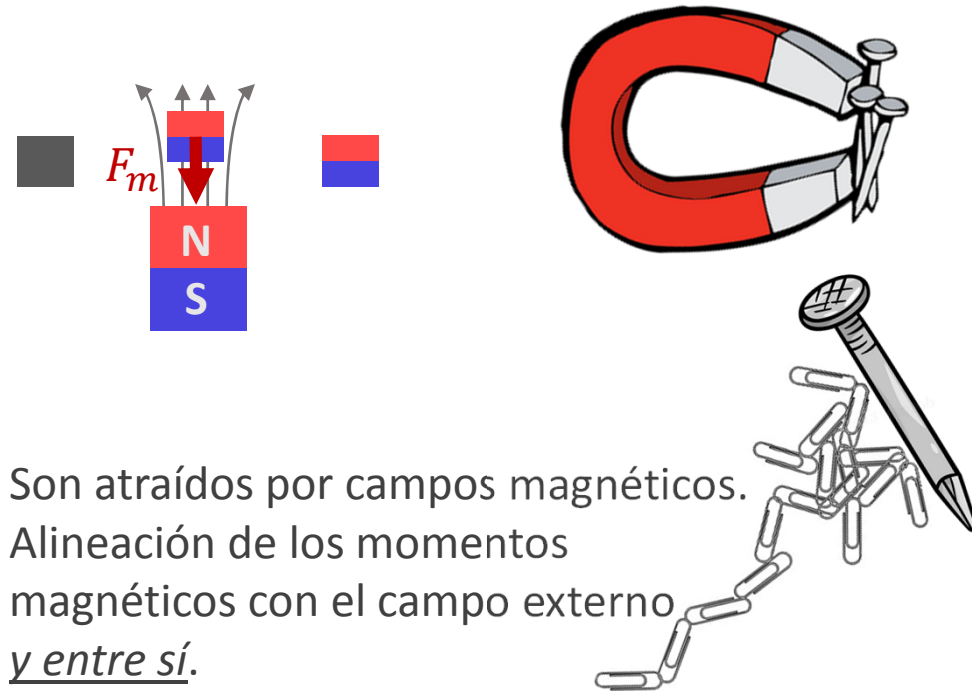
Nitrógeno líquido para lograr el superconductor

- **Paramagnéticos** $\chi_m > 0$
 $10^{-5} < \chi_m < 10^{-3}$

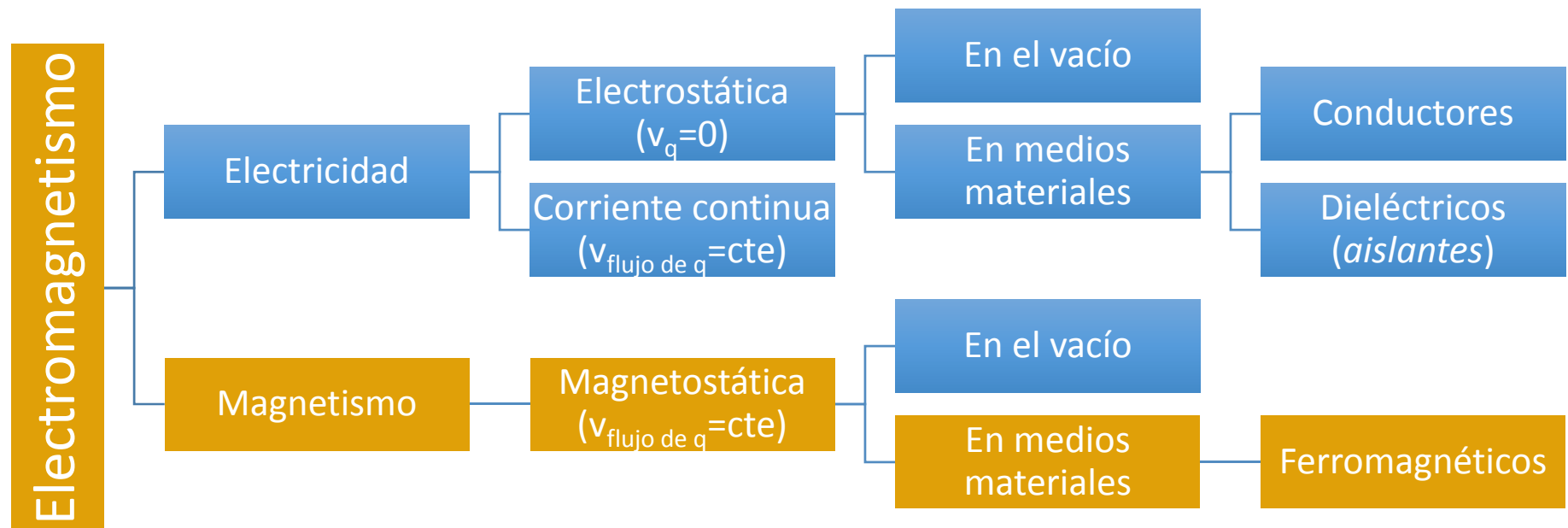


- Son (muy levemente) atraídos por campos magnéticos.
- Alineación de los momentos magnéticos con el campo externo.
- Al quitar H, M desaparece.
- Efecto presente en los materiales con electrones desapareados.
- Efecto no lineal con el campo externo.
- Ejemplos: aluminio, sodio, potasio.

- **Ferromagnéticos** $\chi_m > 0$
 $10^{-4} < \chi_m < 10^6$

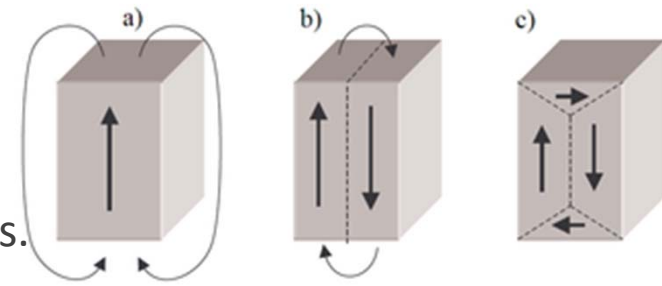


- Son atraídos por campos magnéticos.
- Alineación de los momentos magnéticos con el campo externo y entre sí.
- Al quitar H, queda M remanente.
- Efecto presente en algunos materiales con electrones desapareados.
- Efecto no lineal e histerético con el campo externo.
- Ejemplos: hierro, níquel, cobalto.

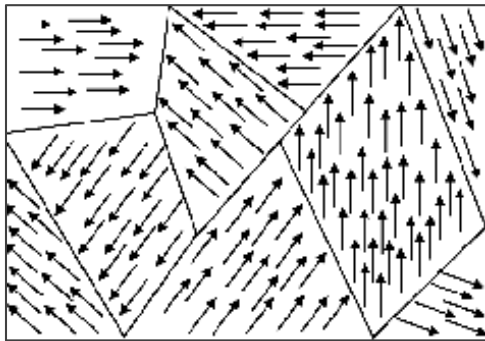


Dominios magnéticos en materiales ferromagnéticos

- Las interacciones entre los momentos magnéticos de los átomos son tan fuertes, que hacen que se alineen completamente entre sí en regiones llamadas “dominios magnéticos” (μm hasta mm).
- El origen de la formación de dominios es minimizar la energía magnetostática del sistema.
- Cuando el material se encuentra desmagnetizado, es nulo el promedio vectorial macroscópico de la magnetización de los dominios.

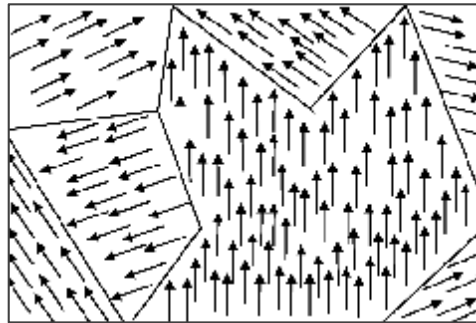


*H externo
nulo*



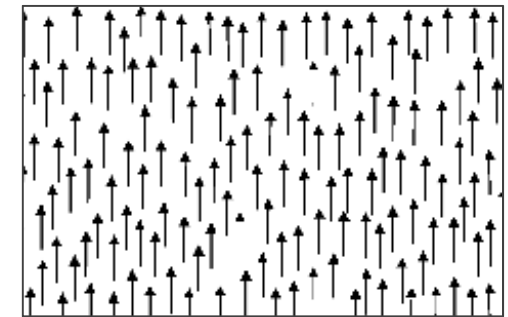
Material desmagnetizado
con la magnetización de los
dominios orientados al azar.

*H externo
débil*



Rotación de la
magnetización y aumento
del tamaño de los
dominios orientados como
el campo externo.

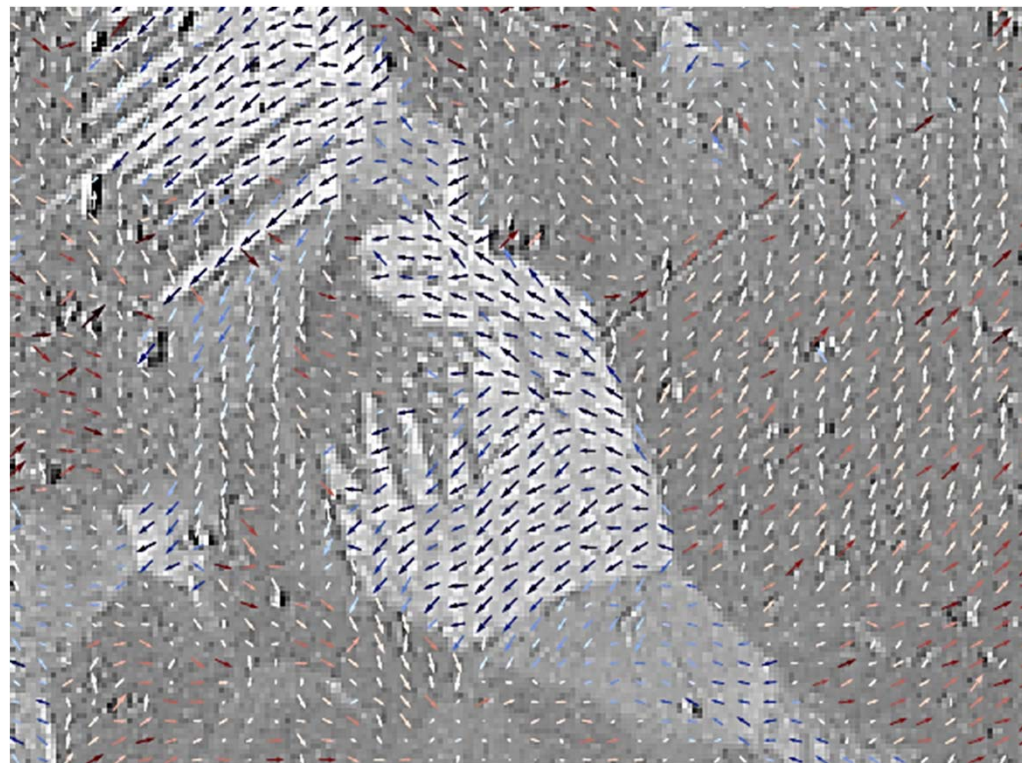
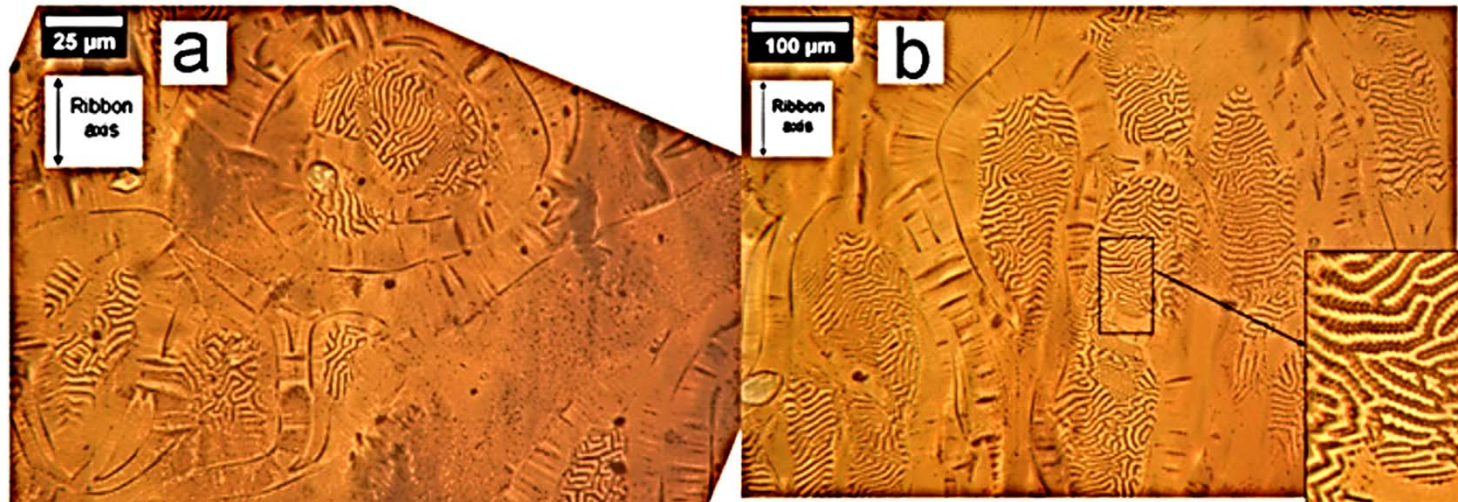
*H externo
fuerte*



Material magnetizado
por completo (saturado).

Ejemplos: Dominios magnéticos en materiales ferromagnéticos reales

Distribución de dominios magnéticos en cintas amorfas base Fe-Si
Imagen obtenida por la técnica de Bitter
(Silveyra et al., Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2010)



Domain distribution over crystallographic grains in non-oriented Fe Si 3%.

The composite image is given by an underlying photograph (acquired by longitudinal Kerr effect) and a vector field of the local magnetization obtained by the acquisition of the magnetooptical behaviour in both longitudinal and transverse Kerr modes (Alessandro Magni, INRIM, Italy)

Temperatura de Curie de materiales ferromagnéticos

- Temperatura por encima de la cual el material ferromagnético se vuelve paramagnético.
- Los efectos de desorden térmico hacen que los momentos magnéticos dejen de alinearse entre sí.

Ejemplo: Dependencia de la magnetización de saturación con la temperatura

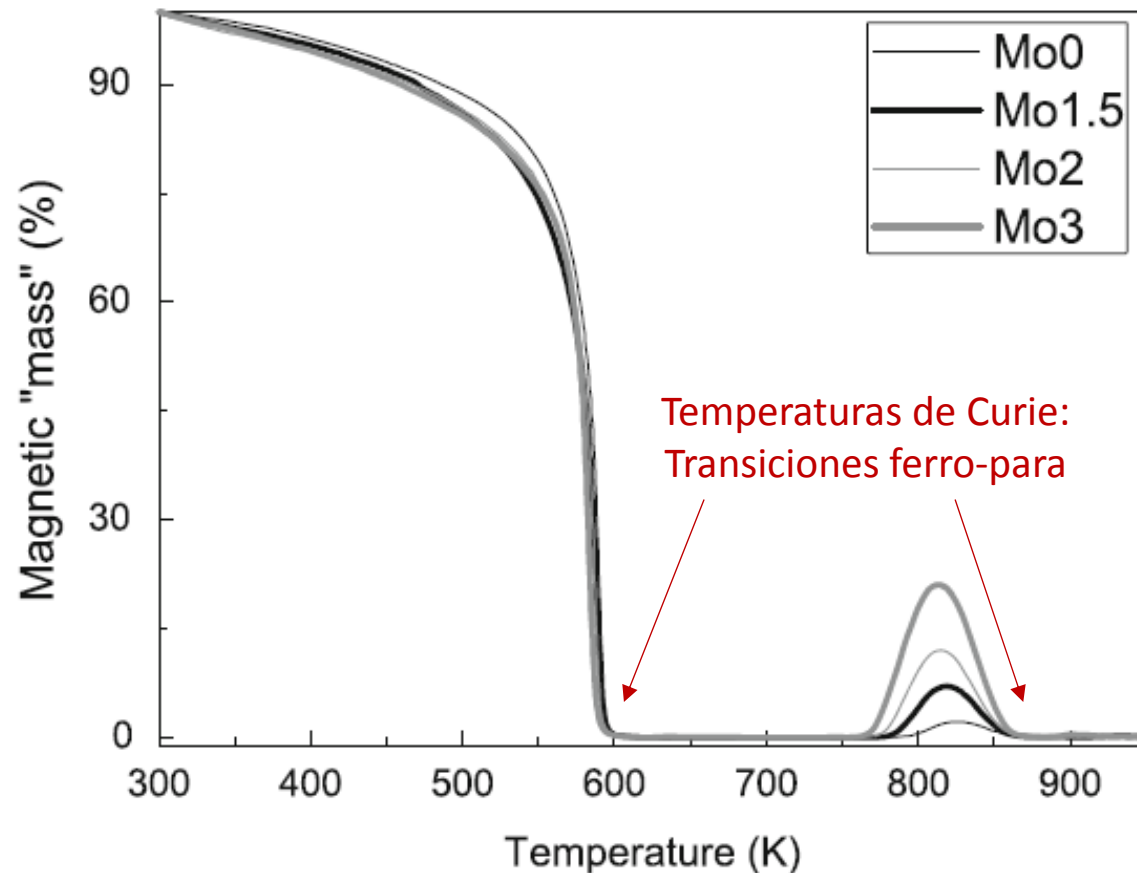


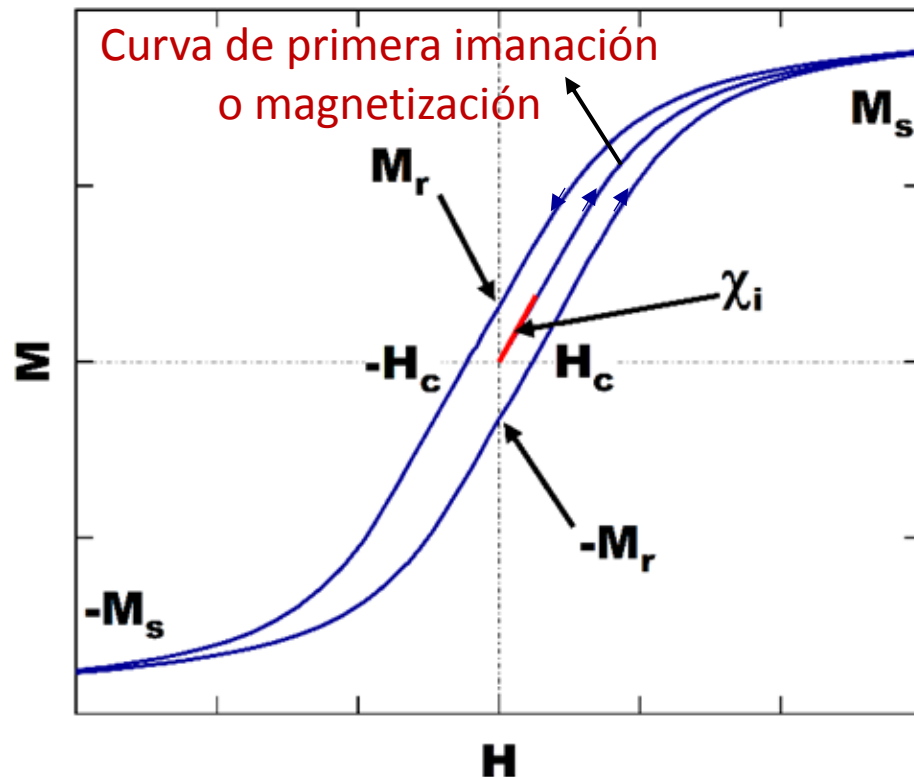
Fig. 3. TGA curves for Mo0, Mo1.5, Mo2 and Mo3 (10 K/min).

Materiales ferromagnéticos amorfos base Fe-Si-B (Silveyra et al., Physica B, 2010)

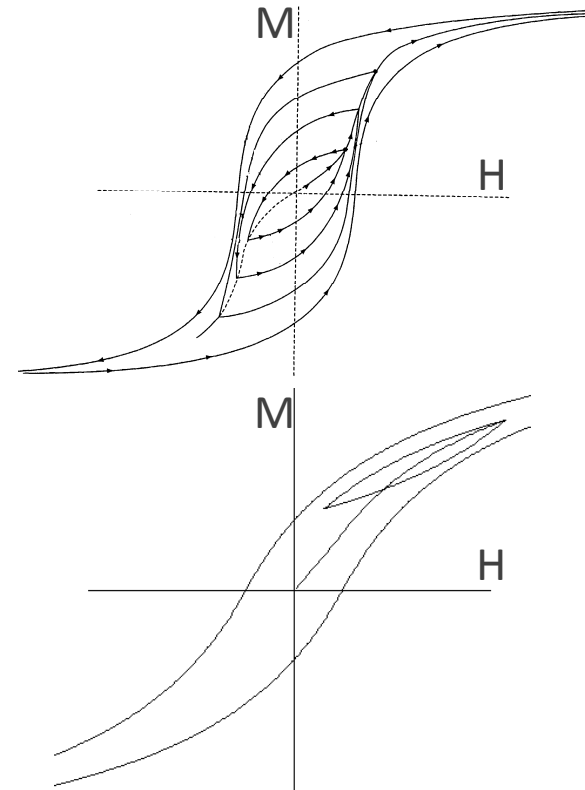
Curva de histéresis de materiales ferromagnéticos

- **Magnetización de saturación (M_s):** magnetización que alcanzaría el material al estar todos los momentos magnéticos alineados.
- **Magnetización remanente (M_r):** magnetización remanente en el material al retirar el campo magnético aplicado, luego de alcanzada la saturación.
- **Campo coercitivo (H_c):** campo magnético que anula la magnetización en el material, luego de alcanzada la saturación.

Curva o ciclo de histéresis mayor



Curvas o ciclos de histéresis menores



Observación: Con frecuencia se reportan las curvas o ciclos de histéresis como B vs H en lugar de M vs H (aunque en realidad B no sature, puesto que $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$)

Ejemplo: Desmagnetizando materiales magnetizados

IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 38, NO. 4, JULY 2002

1753

Comparison of Stepwise Demagnetization Techniques

T. M. Baynes, G. J. Russell, and A. Bailey

Abstract—To demagnetize small-scale objects (dimensions less than 1 m) fabricated from ferromagnetic materials, it is standard practice to expose the object to a continuous ac applied magnetic field with a steadily decaying amplitude. For objects of dimensions greater than 10 m, there are problems of scale, and a stepwise procedure is preferred. We have simulated two different stepwise demagnetization techniques with a scaled model of a magnetic treatment facility regularly used in the deperming of military vessels. We used a steel tube as the model of a ship that was to be demagnetized. For each demagnetization method, we calculated the standard deviation in the final magnetization of the tube. This standard deviation provides a measure of how reproducible the results of the respective techniques are. We find that the standard deviation in final magnetization is improved by a stepwise anhysteretic demagnetization method over the conventional Flash D deperm procedure.

Index Terms—Anhysteretic, demagnetize, deperm, steel.

I. INTRODUCTION

THE process of demagnetizing ferromagnetic objects is important for a range of applications involving widely different scales [1]–[3]. With small-scale (<1 m) objects, demagnetization may be achieved using an alternating applied magnetic field whose amplitude is slowly reduced to zero. This may be practically attained, for example, by placing the object inside a long solenoid driven by an ac current source. As the current amplitude is reduced to zero over time, the magnetization of an object inside the solenoid is described by a path along ever-decreasing hysteresis loops (see Fig. 1).

For larger scale objects ($\gg 1$ m), there are the logistical problems of constructing a solenoid or any device large enough to contain the object and to supply enough ac current to generate the necessary field strengths (in practice, currents of up to 6000 A may be required). There is the additional effect of eddy currents that could produce unacceptably high voltages across a large ferromagnetic object. Consequently, a dc technique is favored. This often uses a ramped step function with successive steps having opposite polarity (See Fig. 2).

Of particular interest to the authors are the methods used to demagnetize or “deperm” naval vessels. These methods frequently involve the additional complication of having a bias field present during the deperm process so that a particular permanent magnetization remains. The intention is to obtain a permanent VM in the vessel due to the earth’s background field

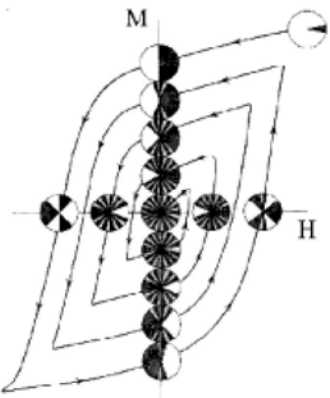


Fig. 1. Hysteresis trajectory for a ferromagnetic material in the (M, H) plane during demagnetization. The circular insets describe the distribution of domain orientations within the material. From Chikazumi [4].

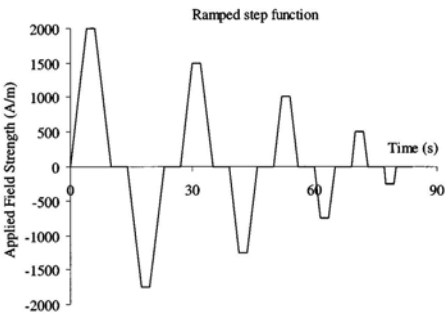
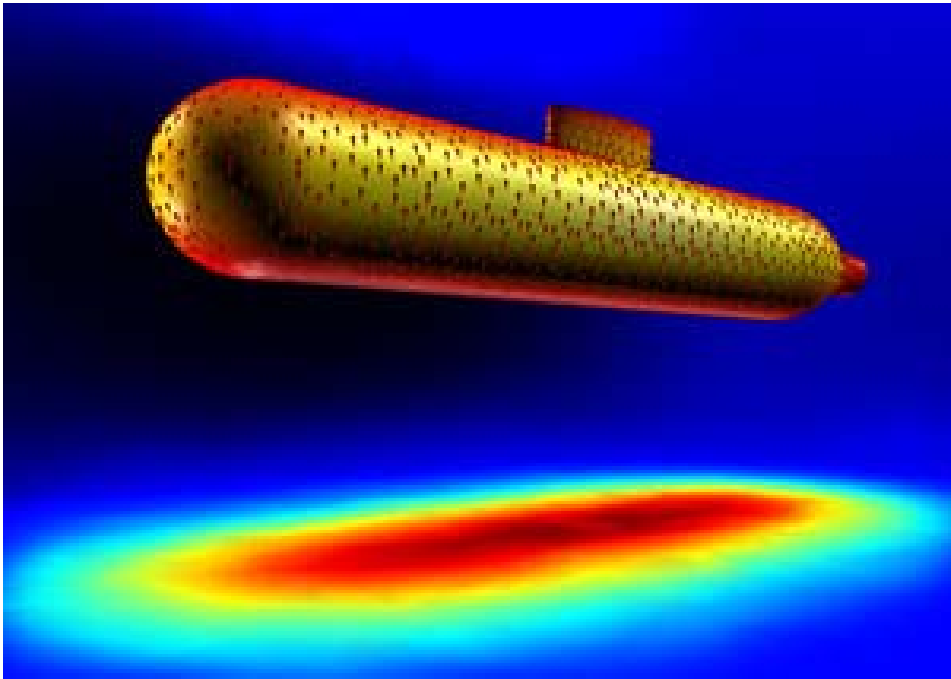


Fig. 2. Ramped dc step function used for demagnetization on the large scale ($\gg 1$ m). Note the steps are evenly spaced because the field strength in successive steps decreases linearly with time. The ramp gradient is constant for maximum control over eddy current generation.

(EBF) for a specific magnetic zone of operation. We define a “bias field” as any persisting magnetic field that causes the net field, in the region of the depermed object, to deviate from zero during the deperm. This does not include alternating dc fields.

The conventional procedure [5] used by the Royal Australian Navy to deperm ships and submarines in the Southern Hemisphere is called “Flash D.” The Flash D deperm involves three stages.

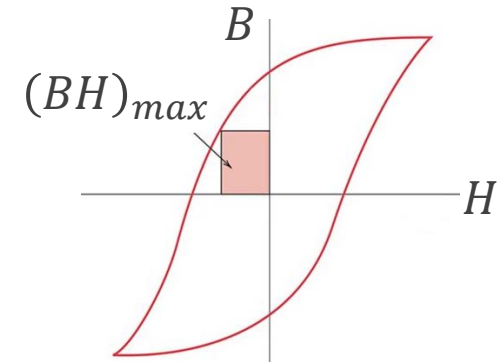


Manuscript received April 17, 2001; revised December 7, 2001.
T. M. Baynes and G. J. Russell are with the School of Physics, University of New South Wales, Sydney NSW 2052, Australia (e-mail: tmb@phys.unsw.edu.au).
A. Bailey is with Maritime Operations Division, Defense Science Technology Organization, Pyrmont NSW 2009, Australia.
Publisher Item Identifier S 0018-9464(02)06382-3.

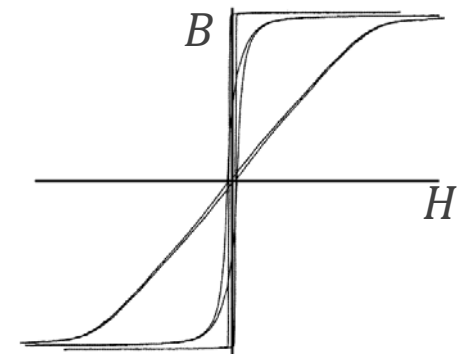
Clasificación de materiales ferromagnéticos



- **Materiales magnéticos duros:**
 - Es difícil magnetizarlos y desmagnetizarlos.
 - La energía que almacenan está determinada por el área del rectángulo BH más grande que se pueda definir dentro del segundo cuadrante de la curva de histéresis (J/m^3).
 - Aplicaciones: fuentes de campo magnético sin corriente eléctrica (imanes permanentes).



- **Materiales magnéticos blandos:**
 - Es fácil magnetizarlos y desmagnetizarlos.
 - Pierden energía equivalente al área del ciclo B vs H cada vez que lo recorren (J/m^3).
 - Aplicaciones: núcleos de transformadores y motores eléctricos, sensores, blindaje magnético, etc.



Ejemplo: Materiales magnéticos duros y blandos en motores eléctricos

