Contents

El Problema de la Division

Dada una funcion generalizada $f(t)$ y una funcion analitica $g(t)$ hallar una funcion generalizada $x(t)$ tal que $g(t)x(t) = f(t)$

Planteo $g(t)x(t) = 0$ y veo que puede haber diferentes casos

1. g tiene un unico cero de orden n en t_0

$$\Rightarrow x(t) = \sum_{k=0}^{n-1} C_k \delta^{(n)}(t - t_0)$$

2. g tiene ceros t_k de orden n_k y $\nexists \lim_{k\to\pm\infty} t_k$

$$x(t) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} x_k(t)$$

$$x_k(t) = C_k \delta^{(n_k-1)}(t - t_0)$$

esta parte esta dudosa, seria mejor leer los archivos de Rafa

Ejemplo

Resolver el problema de la division para $(t^2 - 4)x(t) = 4\delta''(t - 3)$

1. Solucion general de la homogenea

$$(t^2 - 4)x_k(t) = 0$$

Los ceros son $t_1 = 2$; $n_1 = 1$ y $t_2 = -2$; $n_2 = 1$. Entonces

$$x_k(t) = A\delta(t - 2) + B\delta(t + 2)$$

Para resolver la particular, propongo x_p como una combinacion lineal de derivadas de $\delta(t)$

Nota: $h(t)\delta'(t - t_0) = h(t_0)\delta'(t - t_0) - h'(t_0)\delta(t - t_0)$

Generalizado,

$$< h(t)\delta^{(n)}(t - t_0), \phi(t) >=< \delta^{(n)}(t - t_0), h(t)\phi(t) >$$

$$< \delta^{(n)}(t - t_0), h(t)\phi(t) >= (-1)^n < \delta(t - t_0), (h(t)\phi(t))^{(n)} >$$

$$(h(t)\phi(t))^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} nCk(-1)^{n-k}h^{n-k}(t)\delta^{(k)}(t-t_0)$$

Volviendo a la resolucion del ejemplo...

$$x_p = C\delta''(t-3) + D\delta(t-3) + E\delta'(t-3)$$

Ahora me queda calcular $h(t)$ por cada uno de esos terminos usando el resultado que anote arriba para calcular el producto de $h(t)$ por las sucesivas derivadas de δ. No lo escribo porque es muy cuentoso.