# TP 1.2 - ESTUDIO ECONÓMICO-MATEMÁTICO DE APUESTAS EN LA RULETA

#### Lautaro Teta Musa

# Universidad Tecnológica Nacional lautarotetamusa@gmail.com

#### Ignacio Roca

# Universidad Tecnológica Nacional ignacioroca@gmail.com

# Agustín Luzzini

Universidad Tecnológica Nacional agusluzzini@gmail.com

#### Rodrigo Marí

Universidad Tecnológica Nacional rorro2001@gmail.com

#### Nazareno Necchi

Universidad Tecnológica Nacionala nazanecchi.cer@gmail.com

15 de mayo, 2024

# **ABSTRACT**

Este documento detalla una investigación destinada a profundizar en el comportamiento de la ruleta desde la perspectiva del apostador y sus estrategias. Se utilizan simulaciones para desmitificar estadísticamente la verdadera probabilidad de obtener ganancias en un entorno de ruleta simulada. Se exploran diversas estrategias de apuestas, incluyendo Martingala, D'Alembert, Fibonacci y Paroli.

Keywords Simulación · Trabajo práctico · Ruleta · Apuestas · Estrategias

#### 1 Introducción

La simulación de fenómenos aleatorios es una herramienta fundamental en el estudio y comprensión de diversos sistemas y procesos en el ámbito de la probabilidad y la estadística. En este trabajo de investigación, nos enfocaremos en la construcción de un programa en Python 3 que simule el funcionamiento del plato de una ruleta. Este proyecto implica la aplicación de varios conceptos y técnicas, incluyendo la generación de valores aleatorios, la visualización de datos a través de gráficas utilizando la librería Matplotlib, así como la posibilidad de ingresar parámetros por consola para personalizar la simulación.

La simulación de la ruleta no solo constituye un ejercicio práctico en programación, sino que también nos permite explorar y comprender mejor los principios subyacentes de la probabilidad y la aleatoriedad. A través de este proyecto, no solo construiremos un programa funcional, sino que también realizaremos un análisis exhaustivo de los resultados obtenidos, comparándolos con las expectativas teóricas y extrayendo conclusiones pertinentes sobre el comportamiento simulado y esperado del sistema.

# 2 Conceptos teóricos

# 2.1 Frecuencia relativa

La **frecuencia relativa** es la proporción de cada frecuencia absoluta, es decir, el número de veces que se produce ese resultado (frecuencia absoluta) dividido por el número total de datos observados.  $(f_i)$ , es el cociente entre la frecuencia absoluta y el tamaño de la muestra (N). Es decir:

$$f_i = \frac{n_i}{N} = \frac{n_i}{\sum_i n_i}$$

siendo el  $f_i$  para todo el conjunto i. Se presenta en una tabla o nube de puntos en una distribución de frecuencias. Si multiplicamos la frecuencia relativa por 100 obtendremos el porcentaje o tanto por ciento (pi).

#### 2.2 Estrategia Martingala

La estrategia Martingala es una de las más antiguas y simples en el ámbito de las apuestas. Consiste en duplicar la cantidad de la apuesta cada vez que se pierde una ronda. El objetivo es que la primera vez que se gana, se recuperen todas las pérdidas anteriores y se obtenga una ganancia igual a la apuesta original. Es una estrategia muy arriesgada porque las pérdidas pueden crecer exponencialmente.

#### 2.3 Estrategia D'Alembert

La estrategia D'Alembert es una estrategia de progresión negativa, pero menos agresiva que la Martingala. Se fija el valor de una ficha y se aumenta la apuesta en una ficha tras una pérdida y disminuirla en una ficha tras una ganancia. La idea detrás de esta estrategia es equilibrar el número de apuestas ganadoras y perdedoras a lo largo del tiempo. Es una estrategia que implica menos riesgo que la Martingala, ya que las apuestas no aumentan tan rápidamente, pero aún así no garantiza ganancias debido a la naturaleza aleatoria de los juegos de azar.

#### 2.4 Estrategia Fibonacci

La estrategia Fibonacci se basa en la secuencia de Fibonacci, una serie matemática donde cada número es la suma de los dos anteriores (1, 1, 2, 3, 5, 8, etc.). En esta estrategia, después de cada pérdida se avanza al siguiente número en la secuencia para determinar la cantidad de la próxima apuesta. Tras una victoria, se retrocede dos pasos en la secuencia. Esta estrategia también es una forma de progresión negativa, similar a la D'Alembert, pero sigue un patrón de aumento más específico y matemático.

## 2.5 Estrategia Paroli

La estrategia Paroli es una estrategia de progresión positiva que busca capitalizar las rachas ganadoras. En lugar de aumentar las apuestas después de una pérdida, se aumentan después de una victoria. Se duplica la apuesta tras una victoria hasta 3 veces, antes de regresar a la apuesta inicial. Esta estrategia limita las pérdidas porque la apuesta vuelve a su valor inicial después de un número fijo de apuestas ganadoras, reduciendo el riesgo comparado con estrategias de progresión negativa. Sin embargo, la eficacia de la estrategia depende de la existencia de rachas ganadoras.

# 3 Metodología

#### 3.1 Implementación

Se desarrolló un código en el lenguaje de programación Python que recibe por argumentos los parámetros necesarios para realizar la simulación. Se utiliza la librería matplotlib que nos permite realizar gráficos que nos bridan información sobre la simulación. Se genera un gráfico de cantidad de capital (cc) sobre número de tiradas (n) y otro de la frecuencia relativa de obtener una gananacia en la apuesta.

Para iniciar una simulación se ejecuta un comando de consola como se muestra a continuación. Los parámetros necesarios serán explicados en la sección Parametros

 $\$ \ python \ simulacion\_ruleta.py -c < num\_tiradas > -n < num\_corridas > -s < estrategia: m/d/f/o> -d < dinero\_inicial > -a < tipo\_capital: i/f> > -d < dinero\_inicial > -a < tipo\_capital: i/f> > -d < dinero\_inicial > -a < tipo\_capital: i/f> > -d < dinero\_inicial > -a < tipo\_capital: i/f> < dinero\_inicial > -a < tipo_capital: i/f> < dinero_inicial > -a < tipo_capita$ 

#### 3.2 Parametros

Los parámetros utilizados en la simulación son los siguientes:

- **Número de tiradas**: Cantidad de tiradas máximas que se realizan en cada corrida del experimento, identificado con el argumento -c.
- Número de corridas: Cantidad de corridas independientes de la simulación para obtener resultados estadísticamente significativos, identificado con el argumento -n.
- Estrategia utilizada: Indica cuál de las 4 estrategias posibles usaremos en el experimento, identificado con el argumento -s.
- Dinero inicial: Cantidad de dinero con el que se comienza en cada corrida, identificado con el argumento -d.
- **Tipo de capital**: Puede ser finito o infinito, si el tipo de capital es infinito significa que tenemos una cantidad ilimitada de dinero con el cual apostar, identificado con el argumento -a.

#### 3.3 Procedimiento

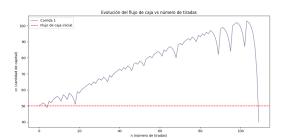
Se realizarán n corridas con c tiradas, con alguna de las estrategias s (Martingala, D'Alembert, Fibonacci, Paroli) y un tipo de capital a infinito o finito. En caso de ser finito, tambien una cantidad inicial de dinero d. Para cada tirada en cada corrida analizaremos la evolucion del flujo de caja fc y la frecuencia relativa de obtener un resultado favorable fr.

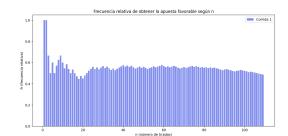
# 4 Experimentos

#### 4.1 Estrategia Martingala

Para esta estrategia el resultado esperado es obtener una pequeña ganancia, en relación al capital inicial, en la mayoría de las ocasiones, pero al cabo de un tiempo nos iremos a la banca rota.

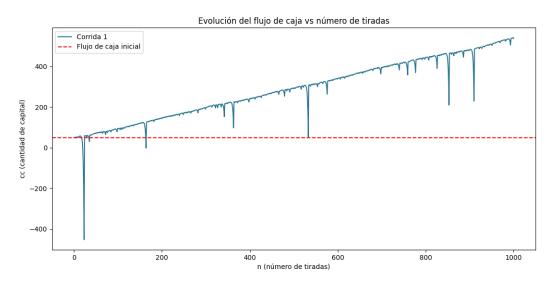
#### 4.1.1 Una corrida y capital finito





Observamos que la cantidad de capital asciende a un ritmo constante, por lo que podría parecer una buena estrategia, pero termina yendo a banca rota luego de 100 tiradas. Esto ocurre porque estamos duplicando la apuesta cada vez que perdemos, lo que hace que en un momento nos estemos apostando todo en cada jugada, e inevitablemente terminemos perdiendo. Viendo este gráfico nos preguntamos qué ocurre en un caso ideal, donde tenemos capital ilimitado.

# 4.1.2 Una corrida y capital infinito



En este caso observamos que el capital sube a un ritmo constante. También vemos varios "picos" o cambios bruscos en la curva del flujo de caja que indican los momentos en los que se perdería todo el capital en caso de ser limitado, pero como estamos trabajando con un caso ideal, nunca se pierde todo. Esto produce que haya una ganancia constante.

#### 4.1.3 Múltiples corridas

Ahora analizaremos lo que ocurre para una gran cantidad de corridas, con el fin de estudiar el comportamiento general de este tipo de estrategia.

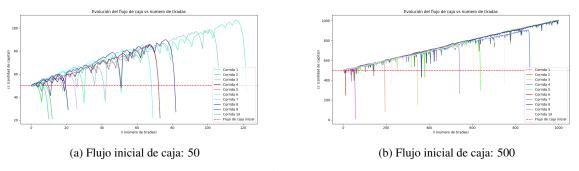


Figure 1:

En la figura (a) el flujo inicial de caja es 50, observamos que al cabo de 120 tiradas todas las corridas fueron a banca rota. Esto sigue el comportamiento esperado, donde todas las corridas pierden todo su capital. Para la figura (b) se empezó con una cantidad de capital de 500, lo que produce que se necesiten más tiradas para que todas las corridas lleguen a banca rota, pero igualmente termina sucediendo, luego de 900 tiradas. Esto demuestra que no importa la cantidad de capital inicial, siempre se acabará perdiendo todo al cabo de n tiradas.

### 4.2 Experimentos estrategia D'Alembert

El objetivo de esta apuesta es que a largo plazo, las victorias y las pérdidas tiendan a equilibrarse aumentando en 1 la apuesta cuando perdes y disminuyendo en uno cuando ganas.

#### 4.2.1 Una corrida y capital finito

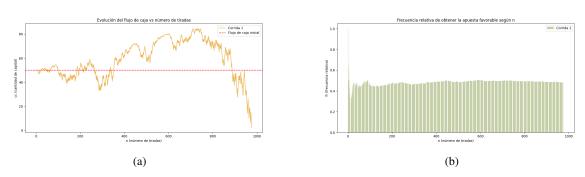
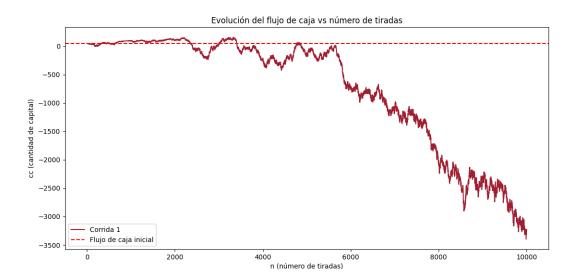


Figure 2:

Con el flujo inicial de 50 fichas y haciendo 1000 tiradas en la primer grafica podemos ver como en las primeras 400 tiradas el capital se mantiene cercano al inicial, en las siguientes 400 se mantiene muy constante con una ganancia buena y en los ultimos 80 se va a bancarrota abruptamente. En terminos generales los picos son "tranquilos" y en el momento en el que te estas por quedar sin fichas se hace un pico muy arriscado. En la segunda grafica de frecuencia relativa se muestra como la frecuencia arranca variable pero al poco tiempo se queda constante.

# 4.2.2 Una corrida y capital infinito



Ante la imposibilidad de quedar en bancarrota la estrategia D'Alembert hace que el saldo de fichas que tengas sea cada vez mas negativo. En el grafico se puede ver como en 10000 tiradas con una apuesta inicial de 50 te queda un saldo de -3500 en un pico continuo largo practicamente imposibilitando revertirse.

### 4.2.3 5 corridas y capital finito

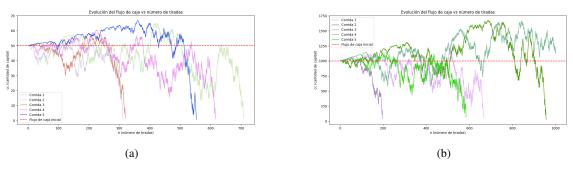


Figure 3:

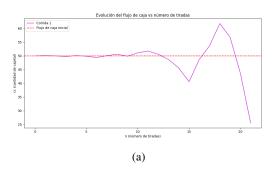
Con el flujo inicial de 50 fichas y haciendo 1000 tiradas podemos ver como en las primeras 250 tiradas el capital se mantiene cercano al inicial, en las siguientes 400 tiradas, las distintas corridas van cayendo a la banca rota una por una pero distanciadas una de otra hasta que una sola logra superar a duras penas las 700 tiradas. Los picos son muy arriscados desde el comienzo. Con el flujo inicial de 1000 fichas y haciendo 1000 tiradas podemos ver una tendencia similar a la gráfica anterior, picos muy arriscados desde el comienzo, en las primeras 150 tiradas el capital se mantiene cercano al inicial y luego van tendiendo a caer a la banca rota y solo una de las 5 logra llegar a las mil tiradas con una pequeña ganancia.

# 4.3 Experimentos estrategia Fibonacci

Esta estrategia sigue la idea de la estrategia D'Alemebert, es decir se busca equilibrar el número de apuestas ganadoras y perdedoras a lo largo del tiempo.

#### 4.3.1 Una corrida y capital finito

Observamos en la figura (a) que al cabo de solamente 25 tiradas ya no se puede continuar apostando. Esto ocurre porque el valor de la apuesta sigue la secuencia Fibonacci, el cual aumenta muy rápidamente. Analizando la fre-



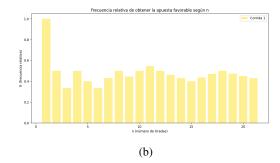
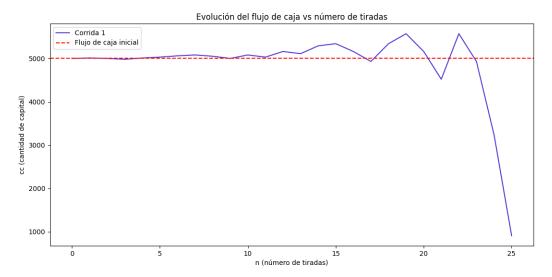


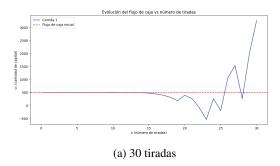
Figure 4:

cuencia relativa (b) se puede ver que la cantidad de veces ganadoras desciende abruptamente y luego se mantiene siempre por debajo de 0.5, es decir que es mayor la cantidad de veces que ganamos que las que perdemos. Podríamos pensar que si empezamos con más capital tenderemos a ganar más o alcanzar mayor número de tiradas por eso analizamos el gráfico con los mismos parámetros que el anterior pero comenzando con un capital de 5000:



Como podemos ver, la cantidad de tiradas que realizamos antes de no poder seguir aspotando se mantiene, 25 tiradas. Esto se debe a la naturaleza de la sucesión de fibonacci, la cual se incrementa muy rápidamente, y por lo tanto produzca que la cantidad apostada sea muy alta a las pocas tiradas. Por ejemplo, el número 25 en la sucesión de Fibonacci es 75025.

# 4.3.2 Capital infinito



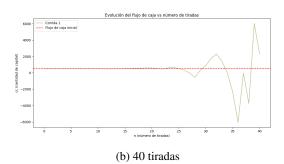
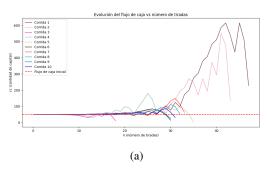


Figure 5: E

n este experimento realizamos la estrategia Fibonacci para un capital infinito. Observamos que es una estrategia altamente volátil, en solamente 30 tiradas tenemos una variación de la caja entre -3000 y 3000. Ya a las 40 tiradas varía entre -6000 y 6000 y esto incrementa exponencialmente. Obviamente como en este experimento contamos con capital ilimitado siempre podremos seguir apostando y las ganancias serán cada vez más grandes, asi como las pérdidas. Este comportamiento es el que lleva, en un escenario real, a que perdamos en muy pocas tiradas.

#### 4.3.3 10 corridas y capital finito

Realizamos una simulación con una mayor cantidad de corridas con el fin de obtener un resultado más general sobre el comportamiento de la simulación. Utilizamos 10 corridas que es un número que representa una variedad de resultados pero no realentiza la generación de la simulación. Mantenemos las 1000 tiradas por corrida.



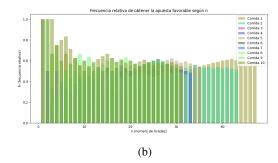


Figure 6: 100 tiradas, 10 corridas

Observamos en la figura (a) que se repite el comportamiento observado en una sola tirada. En ninguna corrida se puede seguir apostando luego de las 50 tiradas, y en la mayoría no se puede seguir apostando luego de las 30 tiradas. También vemos que tampoco se tiene un aumento significativo, aunque sea momentaneo, de la cantidad de capital. Es decir que es una estrategia donde se pierde rápido, y aún cuando se gana, no se gana una cifra significativa.

#### 4.4 Experimentos estrategia Paroli

#### 4.4.1 Una corrida y capital finito

Estudiaremos el comportamiento de la estrategia con dos capitales iniciales distintos, con 50 y con 500. Con el fin de analizar la cantidad de capital en estos dos escenarios.



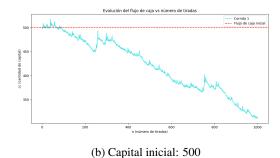
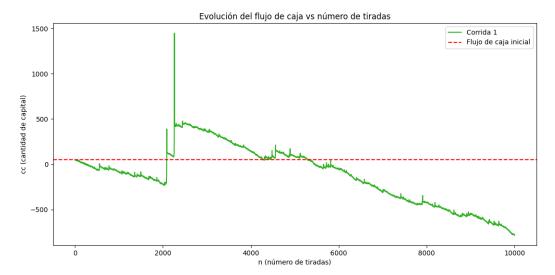


Figure 7

En ambas gráficas se observa que la tendecia general del flujo de capital es a la baja. En la figura (a) vemos que al llegar a las 400 tiradas nuestro capital es 0 y por lo tanto estamos en bancarota. Si empezamos con un capital mayor como en la figura (b) tardaremos más tiradas en perder todo, pero al cabo de las suficientes tiradas n ocurrirá igualmente. También se observa en ambas figuras ciertos "picos" donde recuperamos o incluso superamos el capital inicial, pero al cabo de unas pocas tiradas volvemos a estar por debajo.

#### 4.4.2 Una corrida y capital infinito



Estudiamos el comportamiento para un caso ideal donde la cantidad de capital es infinito, vemos que como en el caso de una sola corrida, la tendencia general es hacia abajo. Debido a que esta estrategia es de progresión positiva es que vemos esos "picos" en el flujo de capital, que representan la capitalización de las rachas ganadoras buscadas por el método Paroli. Como en este experimento el capital es infinito podemos capitalizar mucho mejor esas rachas ganadoras lo que hace que tengamos esos picos más abruptos.

#### 4.4.3 10 corridas y capital finito

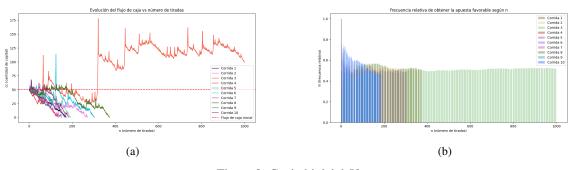


Figure 8: Capital inicial 50

Decidimos realizar un experimento realizando 10 corridas independientes para un capital inicial de 50 y 1000 tiradas. Este número de tiradas nos sirve para representar variedad de casos y además no realentizar el experimento. Observamos que la mayoría de corridas llega a la banca rota antes de las 400 tiradas, sin embargo este experimento sirve para ilustrar cómo estas "rachas ganadoras" pueden lograr ganancias bastante por encima del capital inicial y hasta las 1000 tiradas. En la corrida nro 4 podemos ver justamente esto, donde el capital aumenta repentinamente hasta casi 4 veces el monto inicial. Obviamente debido a la naturaleza aleatoria de los juegos de azar, y como ya vimos en el experimento con capital infinito, en algún punto se terminaría perdiendolo todo.

#### 5 Conclusiones

En ninguna de las estrategias que analizamos se observa un beneficio, en casos reales, de realizar dichas estrategias a lo largo del tiempo con muchas tiradas. Sin bien en ciertos experimentos aparece un incremento del capital, esto siempre es momentaneo y producto totalmente del azar, no como resultado de una estrategia ganadora. Siempre se llega a la banca rota, como en el experimento Una corrida y capital finito o se alcanza un punto donde ya no se puede continuar apostando siguiendo esa estrategia. En otras ocasiones si se puede ver un crecimiento constante del capital, pero

tratándose de casos con capital infinito, que nunca podríamos alcanzar en el mundo real, por ejemplo en el experimento Una corrida y capital infinito. De todo esto concluimos que no existe una estrategia ganadora en el mundo real que permita sacar provecho de los juegos como la ruleta, debido a la naturaleza aleatoria de los mismos y sobretodo al hecho de que la probabilidad de ganar nunca está a tu favor.

# References

[1] Frecuencia Relativa