



Universidad de Buenos Aires  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Departamento de Computación  
Métodos Numéricos

---

# Trabajo Práctico Número 1: ”No creo que a él le gustara eso”

---

4 de Septiembre de 2014

Autores

Aldasoro, Agustina [agusaldasoro@gmail.com](mailto:agusaldasoro@gmail.com)

Bouzón, María Belén [belenbouzon@gmail.com](mailto:belenbouzon@gmail.com)

Cairo, Gustavo Juan [gjcairo@gmail.com](mailto:gjcairo@gmail.com)

Resumen

Meee dijeron que en el Reino del revés nada el pato y vuela el pez (8)

Palabras Clave

- Pa triangular la banda
- Rosa, Rosa, tan maravillosa
- Y si hay gente en el mundo a la que no le das bola porque para vos no está discretizada? APA. Para pensar.

## Contents

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 1   | Introducción Teórica . . . . .  | 1  |
| 2   | Desarrollo . . . . .  | 3  |
| 2.1 | Planteo del Sistema de Ecuaciones . . . . .   | 3  |
| 2.2 | Planteo acerca de las estructura internas de las matrices . . . . .   | 4  |
| 2.3 | Planteo en relación al empleo de nuestras estructuras en el problema<br>presentado . . . . .                    | 6  |
| 2.4 | Planteo en relación a la implementación del Algoritmo de Eliminación<br>Gaussiana y back substitution . . . . . | 7  |
| 3   | Resultados . . . . .  | 10 |
| 4   | Discusión . . . . .   | 11 |
| 5   | Conclusiones . . . . .  | 15 |
| 5.1 | First Subsection . . . . .  | 15 |
| 6   | Apéndices . . . . .   | 17 |
| 6.1 | Apéndice A . . . . .  | 17 |
| 6.2 | Apéndice B . . . . .  | 18 |
| 6.3 | Apéndices con numeros romanos . . . . .   | 18 |
|     | Bibliography . . . . .  | 18 |
| 7   | Referencias . . . . .   | 20 |

## Chapter 1: Introducción Teórica

Habiéndonos sido dados:

- la ecuación del calor que modela de forma genérica el comportamiento de la temperatura  $T$  en un punto  $(x,y) \in \mathbb{R}^2$  (Ponerlo en función) luego de haber consolidado un estado estacionario (figura 1.1)
- las medidas de un hipotético parabrisas bidimensional cuyos márgenes se sabe que mantendrán una temperatura constante de  $-100^\circ\text{C}$
- y ciertas posiciones del mismo que serán sometidas a una temperatura constante (también conocida) aplicada por una clase idílica y mutante de filo anélidos llamados hirudíneos (comúnmente conocidos como "sanguijuelas")

nuestros desafíos consisten en:

- Proveer un algoritmo que - a partir de la consideración de los datos recién citados - aproxime la temperatura esperada en condiciones de estabilidad en una cantidad finita de puntos del parabrisas.
- Optimizar dicho algoritmo aprovechando los beneficios potencialmente provistos por la estructura del sistema de ecuaciones planteado.

- Diseñar e Implementar una función algorítmica que garantice, a partir de la eliminación de la menor cantidad posible de sanguijuelas, la perdurabilidad del parabrisas (esto es, el resguardo de su punto crítico a una temperatura inferior a los 235C).

Como punto de partida y línea de desarrollo que nos permita conseguir estos objetivos, haremos uso e implementaremos en C++ el Algoritmo de Eliminación Gaussiana, poniendo en discusión posteriormente posibles modificaciones del mismo que permitan adecuarlo a diversos contextos y necesidades.

Dicho algoritmo transforma un sistema lineal  $Ax = b$ ,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , en uno equivalente  $Ux = y$  - donde  $U$  es una matriz triangular superior - permitiendo aplicar posteriormente el algoritmo de sustitución regresiva que culmina en la resolución total del sistema.

$$\frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial y^2} = 0. \quad (1.1)$$

Che, esto quiero ponerlo en recuadro y que diga "figura 1.1" queda re colgado si no... pero I couldn't figure out how =(

## Chapter 2: Desarrollo

### 2.1 Planteo del Sistema de Ecuaciones

Texto tentativo: Al comenzar a plantear un sistema de ecuaciones que pudiera resultar efectivo para la resolución de los problemas presentados, se puso en cuestión inicialmente el que se desarrolla a continuación:

Considerando la ecuación (la de la sumatoria y el promedio:  $t_{i,j}$  = blabla) pensamos que podríamos diseñar una matriz que tuviera para cada  $i,j$  una ecuación asociada en función de las otras posiciones y que estuviera extendida con cada valor de  $t_{i,j}$  en el vector independiente. Rápidamente descartamos esa posibilidad, ya que nos encontrábamos situando en el vector de términos independientes, varios que eran ciertamente dependientes.

Luego volvimos a la ecuación de la que habíamos partido, que nos indicaba la propiedad que inexorablemente cumplía el comportamiento de la temperatura en función de la posición consultada y de la distribución de las sanguijuelas. Le restamos a ambos lados  $t_{i,j}$  y obtuvimos una nueva expresión igualada a cero, que determinaría finalmente la estructura de nuestro sistema de ecuaciones, dado por:

Sum(blablabl) 4  $t_{i,j} = 0$  para todos aquellos puntos que no tienen una temperatura constante (es decir, no pertenecen al borde del parabrisas ni se encuentran ocupados por sanguijuelas)

$T_i J = -100$  para todos los puntos del borde

$T_{ij} = T_s$ , siendo  $T_s$  la temperatura aplicada por las sanguijuelas.

Frogs are weird...



Figure 2.1: Frog pic...

Here is a reference to the from pic: Figure 2.1.

## 2.2 Planteo acerca de las estructura internas de las matrices

Aca iria como armamos con arrays de arrays la matriz completa y como decidimos guardar la que es banda. Hay algo q ya escribi sobre esto, pero dado que considero que ustedes la tienen mucho mas clara con el codigo, me gustaria muchisimo q al-

guno lea lo escrito con mucha atencion y complete con lo que le parezca necesario recalcar en estas secciones.

Texto tentativo:

En cuanto al almacenamiento de nuestra matriz, al considerar su morfología nos pareció una idea plausible la de representarla almacenando únicamente los elementos de la diagonal, los de la banda y los términos independientes. Gráficamente:

[Dibujo de una matriz banda]

[Dibujo de lo q se guarda: sin los ceros intermedios]

Posteriormente nos dimos cuenta de que nuestra estructura podría traernos serios inconvenientes al momento de utilizarla como parámetro en el algoritmo de eliminación gaussiana e intentar hallar la solución al sistema, dado los ceros que se encuentran a la derecha de la diagonal y a la izquierda del fin de la banda son potencialmente modificables durante este procedimiento, y dichos cambios serían imperceptibles a pesar de ser determinantes a la hora de hallar la solución del sistema.

Ejemplo:

[Me gustaría poder poner una serie de pasos de triangulación en el q pase eso con un esquema de matriz propio del problema ]

Considerando este inconveniente, se resolvió que una opción que nos permitiría optimizar el algoritmo de eliminacion gaussiana aprovechando la estructura de las matrices banda era la de almacenar de para cada fila el elemento de la diagonal, los dos elementos distintos de cero que se encuentren a su izquierda y tantos de los



que se encuentren a su derecha como cantidad de columnas tenga la discretización. [está bien esto? Me gustaría q lo pongamos con subíndices en vez de explicarlo tan feamente...]

Todavía faltaría decir que así NO se guardó.. sino q volvimos a guardar los de la izq también

## 2.3 Planteo en relación al empleo de nuestras estructuras en el problema presentado

- Creo que deberíamos incluir lo que en el informe que les mande esta escrito como "Detalle sobre la ubicación de las constantes en la matriz de las temperaturas" (creo q ni siquiera esta bien ponerle ese título porque habla sobre la matriz de posiciones principalmente... de como ubicar las sanguijuelas. o no? Me maree jajaja). Txt a continuación:

Al momento de recibir por parámetro las posiciones de las sanguijuelas, nuestra matriz debía adaptar sus valores de acuerdo a la posición de cada una de ellas, que podrían alcanzar a ocupar un punto del parabrizas discretizado, varios o ninguno de acuerdo al radio, su centro y la medida de la discretización escogida.

Lo primero que dedujimos es que, llamando a  $h$  la discretización, no se vería obligado a modificarse ningún punto que se encontrara a mayor distancia del centro ( $c$ ) de la sanguijuela que el cuadrado determinado por los segmentos [escribir las formulas de los 4 segmentos del cuadrado]. De hecho, sólo lo

estarían dentro de aquella figura los que cumplieran  $(c_x - m_x)(c_y - m_y)^2 \leq r^2$

-Explicar que primero habíamos pensado la fórmula con sqrt pero nos pareció q por la aritmética finita aumentaba la probabilidad de error así que tomamos el cuadrado. Experimentar con eso y evaluarlo cuando nos toque hacerlo.

Ponemos que otra idea fue que si el radio que te pasan es mas chico que la discretizacion que te pasan, exigirle al usuario otra discretizacion

- Discusión (?) sobre cómo calcular la temperatura en el punto crítico cuando el mismo no se mapea a ningún punto de la discretización: se usa la temperatura del más proximo? El promedio de los cuatro q lo rodean? (acordarse q existe el caso en q los puntos mas cercanos no tienen nada pero tomando una grilla mayor es posible que la temperatura aumente considerablemente)
- Problema si la sanguijuela no cae en ningun punto de la discretizacion pero esta muy cerca del critico: no se cuenta? Insert Grafico del puntito rodeado. Culpamos a la discretizacion? Hacemos promedio? Calculamos una discretización mínima aceptable relacionada al radio y la temp de las sanguijuelas? (no olvidarse q si esta cerca del bordepero tiene 8000 grados,elcentro esta al muertisimo igual.

## 2.4 Planteo en relación a la implementación del Algoritmo de Eliminación Gaussiana y back substitution

- A la hora de pensar maneras de optimizar el cómputo de los cálculos vinculados a la matriz, tomamos en cuenta la posibilidad de considerar posibles particiones de la misma que reflejen patrones que pudieran repetirse, de modo que los mismos pudieran ser resueltos algorítmicamente una única vez para luego replicar su resultado en más de una oportunidad. Concluimos, finalmente, que este mecanismo resultaría aplicable sólo en casos muy específicos para los cuales no existe ningún indicio de que su probabilidad de ocurrencia pudiera ser significativa
- Explicar cómo podríamos haber cambiado el algoritmo de e.g. con pivoteo total (buscando el máximo cada vez) para minimizar el error. Detallar cómo lo logramos sin eso, calcular cuál sería la complejidad de haberlo hecho. (para justificarnos, ja) Habría que poner que no lo usamos porque en este caso no nos cambia nada.
- Demostrar LI de la discretización para justificar la implementación anterior del algoritmo (en la q diagonalizábamos) probar que jamás podía pasar q se hiciera cero.
- Antes dividíamos toda la fila por el coeficiente principal, para ya diagonalizar al principio. Esto acarrea error porque hacía menos exacta la cuenta ya que no solo, se dividía al vector resultado sino que también a los demás coeficientes.

Por lo tanto decidimos ir triangulando superiormente, y cuando quedaba la fila diagonalizada, dividirla por el coeficiente y así va quedando la identidad

igualada a su resultado. De este modo, se puede despejar las filas superiores con el resultado obtenido debajo.

Hacer una referencia a la seccion de experimentaciones y hacer ahí alguna comparando el algoritmo viejo y el nuevo y como queda menos exacto el calculo, al hacer mas divisiones innecesarias.

- Problema con laresolucion de la matriz una vez triangulada: para despejar trabajo muchas mas veces sobre cada linea si triangulo normalmente que si despejo. Cómo quedó al final? Estuve pensando, y creo que se trabaja lo mismo. Y da lo mismo, pero no se. Habria que charlarlo

## Chapter 3: Resultados

Cito:

Deben incluir los resultados de los experimentos, utilizando el formato mas adecuado para su presentacion. Deberan especificar claramente a que experiencia corresponde cada resultado. No se incluyan aqu corridas de maquina

No es aceptable incluir tablas de resultados numericos siempre que sea posible su graficacion. Esto no significa que se deban mostrar los resultados exclusivamente en forma de graficos. Se debe buscar la manera de mostrar la informacion importante en la mejor forma de visualizacion. Este hecho sera tenido en cuenta para la evaluacion de la presentacion de los informes. Es conveniente que el proceso de experimentacion no se realice en forma independiente de la presentacion de los resultados, de manera que los resultados parciales obtenidos en los primeros experimentos vayan orientando la experimentacion posterior.

Table 3.1: Types of stuff you put in a table

| Header 1 | Header 2       |
|----------|----------------|
| Item 1   | something      |
| Item 2   | something else |
| Item 3   | more things    |
| Item 4   | and more       |
| Item 5   | last thing     |

## Chapter 4: Discusi3n

Cito:

Se incluire aqui un analisis de los resultados obtenidos en la seccion anterior (se analizara su validez, coherencia, etc.). Deben analizarse como mnimo los items pedidos en el enunciado. No es aceptable decir que los resultados fueron los esperados, sin hacer clara referencia a la teora a la cual se ajustan. Ademias, se deben mencionar los resultados interesantes y los casos "patologicos" encontrados.

La seccion de discusion debe estar relacionada indefectiblemente con el desarrollo y los resultados presentados en las secciones anteriores. No se aceptaran afirmaciones que no esten respaldadas por los datos presentados

$$MDC = \frac{3.29 * \sqrt{(Bkgcpm * C_t * (1 + \frac{C_t}{BkgC_t}))} + 3.0}{2.22 * E * C_t * V * decay * A * R * DF * I} \quad (4.1)$$

Where:

- $C_t$  = Sample count time
- $BkgC_t$  = Background count time
- $Bkgcpm$  = Background counts per minute (cpm)
- $E$  = Counting efficiency

- $V$  = Sample volume or weight
- $decay$  = isotopic decay (if applicable)
- $A$  = Isotopic abundance (if applicable)
- $R$  = Recovery (if applicable)
- $DF$  = Dilution factor for liquid scintillation (if applicable)
- $I$  = Additional decay or ingrowth factors (if applicable)

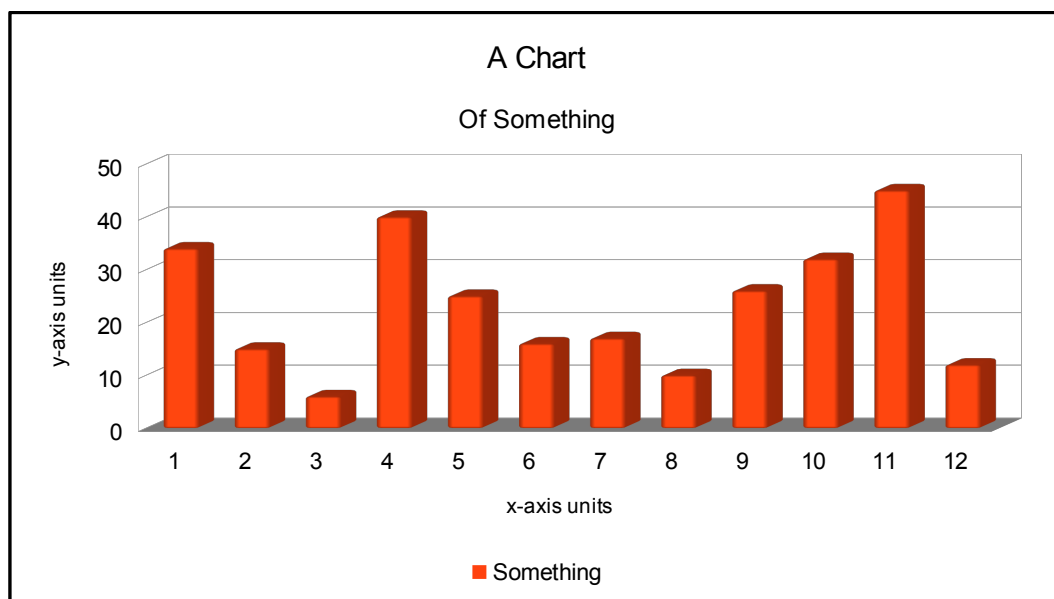


Figure 4.1: A Chart.



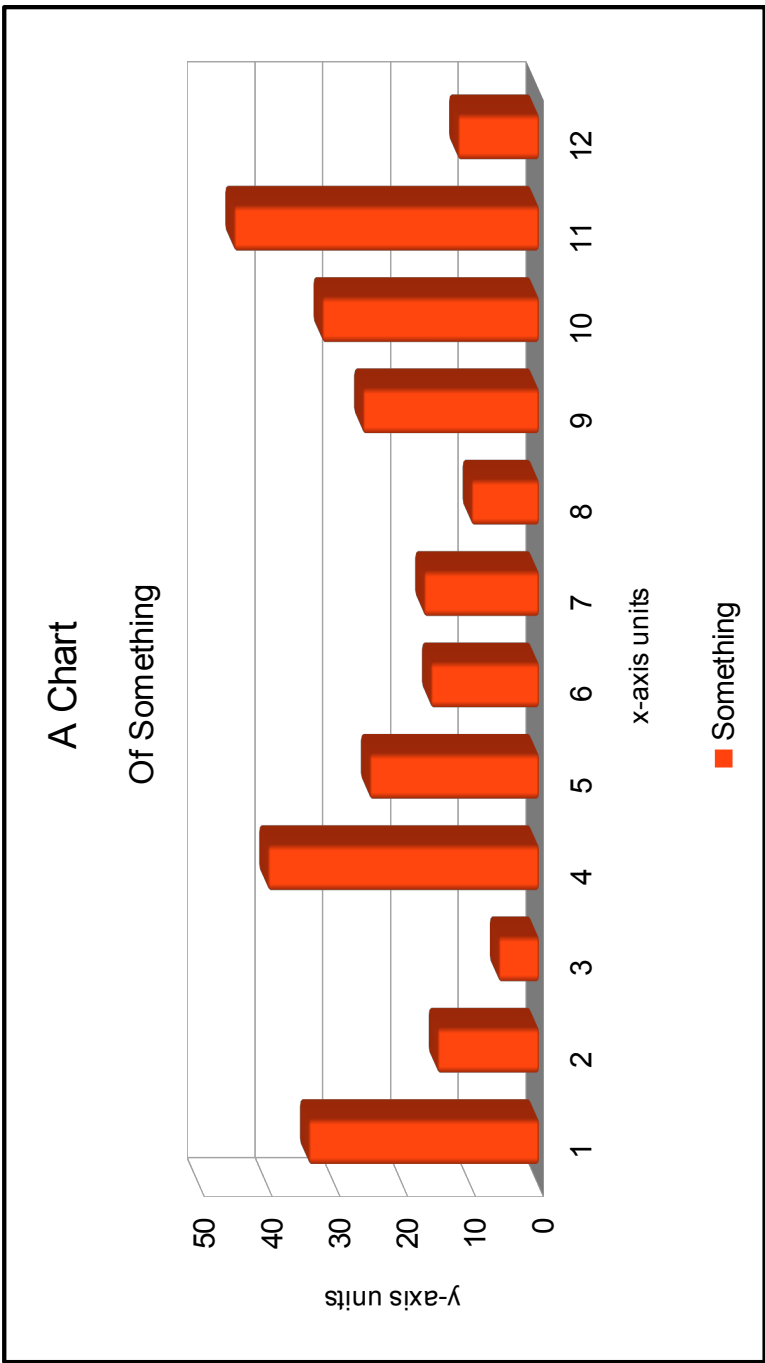


Figure 4.2: Same chart, but using sidewaysfigure.

## Chapter 5: Conclusiones

Cito:

Esta seccion debe contener las conclusiones generales del trabajo. Se deben mencionar las relaciones de la discusion sobre las que se tiene certeza, junto con comentarios y observaciones generales aplicables a todo el proceso. Mencionar tambien posibles extensiones a los metodos, experimentos que hayan quedado pendientes

Se pide certeza y rigor logico de la discusion, el analisis y las conclusiones. Se pondra especial enfasis en que las conclusiones se desprendan de las experiencias realizadas.

### 5.1 First Subsection

FRUTA

$$A(t) = A_o e^{(-\lambda t)} \quad (5.1)$$

Then Equation 5.1 is integrated to become:

$$\tilde{C} = \int_0^t A(t) dt = \frac{A_o}{\lambda} (1 - e^{(-\lambda t)}) \quad (5.2)$$

Where:

- $A(t)$  = original exponential function
- $A_o$  = the peak activity at day 0 (Bq per mass or volume)
- $\tilde{C}$  = Integrated Activity Concentration (Bq-days per mass or volume)
- $t$  = 28 days
- $\lambda$  = removal constant ( $\text{day}^{-1}$ )

Finally, a table with a footnote...

| Table 5.1: Some table values |                    |           |             |           |                  |
|------------------------------|--------------------|-----------|-------------|-----------|------------------|
| Sample                       | $A_o$ <sup>1</sup> | $\lambda$ | $\tilde{C}$ | Something | Total<br>(units) |
| Item 1                       | 1                  | .55       | 3           | 125       | 70               |
| Item 2                       | 1                  | .55       | 3           | 125       | 70               |
| Item 3                       | 1                  | .55       | 3           | 125       | 70               |
| Item 4                       | 1                  | .55       | 3           | 125       | 70               |
| <b>Total</b>                 |                    |           |             |           | <b>280</b>       |

---

<sup>1</sup>some kind of footnote from a table, which doesn't work without the tablefootnote package

## Chapter 6: Apéndices

### 6.1 Apéndice A

Acá va el enunciado del TP, pero no pude copiarlo y pegarlo directamente xq incluye cosas locas.

## 6.2 Apéndice B

Acá van codigos fuente de funciones relevantes desde el punto de vista numerico  
(?)

## 6.3 Apéndices con numeros romanos

resultados que valga la pena mencionar pero que sean demasiado especificos como para aparecer en el cuerpo principal. X ej una demo de una propiedad que aplicamos para optimizar el algoritmo

## Bibliography

- [1] John Smith and Jimmy-Jack Jones. Some kind of title. *Health Physics*, 1:1000–1010, 1973.

## Chapter 7: Referencias

