Universidad Nacional de General Sarmiento

Modelado y Optimización

2do semestre de 2020

TP1

Docente: Mydlarz, Marcelo

Alumnos: Cruz, Gustavo
Alexander, Agustín
Alderete, Romina
Fretes, Sebastian

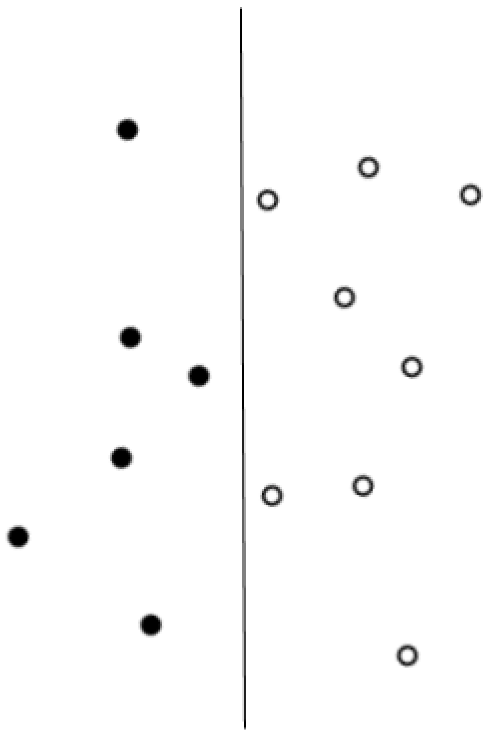
Índice

Link al repositorio: https://github.com/agusalex/TP1-SCIP-2.5

1. *Introducción*

El problema de separación de puntos plantea que, dados dos conjuntos distintos de puntos, B y N, necesitamos encontrar una línea que separe los elementos de ambos. Esta división debe generarse de tal forma de que todos los puntos de B se ubiquen de un lado la línea y todos los de N del otro.
Según como los elementos de estos conjuntos se encuentren distribuidos vamos a tener distintos casos:

Caso 1



Existe una línea vertical que divide a los puntos blancos de los negros
En este caso no usamos programación lineal. Simplemente desplazamos la línea hasta encontrar una que cumpla con la condición. De no ser posible podemos asumir que entramos dentro del caso 2 o 3.

Caso 2

Existe una función lineal que puede dividir a los puntos negros de los blancos.
Vamos a querer que por cada **p(i)** (puntos blancos) exista una función lineal tal que:

y(pi) > ax(pi) + b for i = 1, 2,...,m

Por ejemplo para **p_1 = (1,2)** qvq

2 > a*1 + b => 2 > a+b

A su vez voy a querer lo opuesto para los puntos negros **q(i) :**

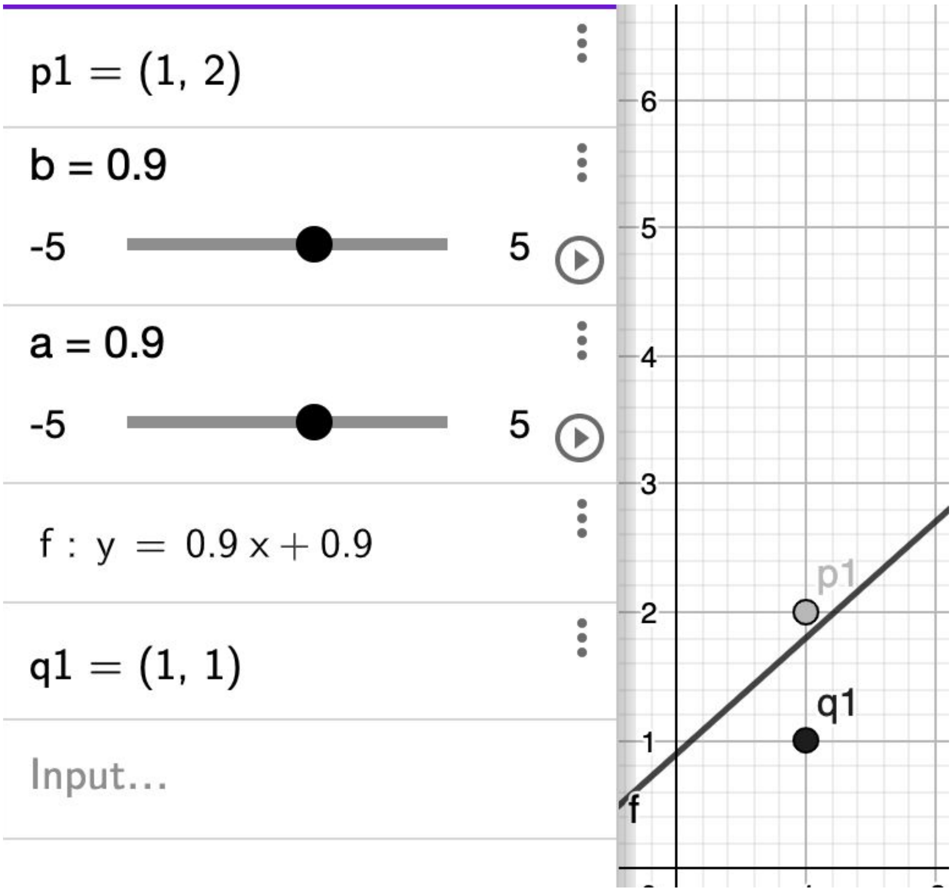
y(qi) < ax(qi) + b for **i = 1, 2,...,m**

Por ejemplo para **q_1 = (1,1)** qvq:

y(pi) < ax(pi) + b

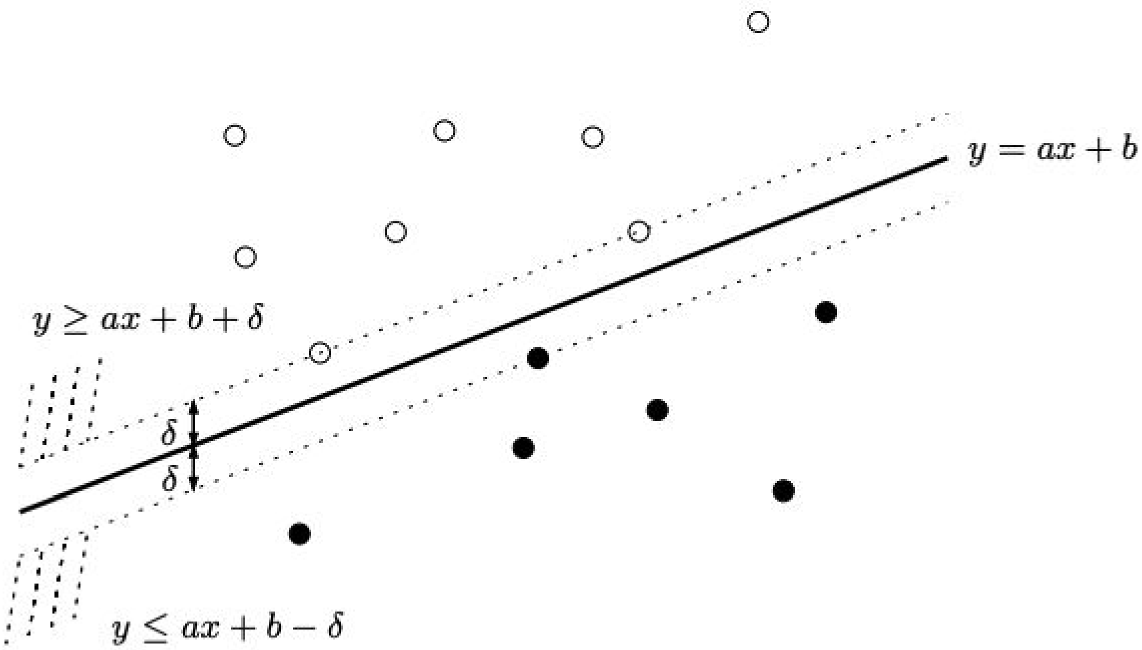
1 < a*1+ b

Una solución sería la recta **f(x) = 0.9x + 0.9** que cumple con ambas restricciones



Sin embargo, en Programación Lineal no podemos usar inecuaciones estrictas, es por eso que a ambas restricciones le sumamos y restamos un valor **δ** y las convertimos en restricciones no estrictas. De esta manera evitamos que las restricciones caigan exactamente arriba de un punto debido a que son >= **pi** y <=**qi** respectivamente.

Finalmente nos quedarían 2 restricciones una para cada conjunto de puntos, y lo que queremos es maximizar **δ** para que la recta nos quede lo más al medio posible entre los dos conjuntos de puntos.



Maximizar δ
subject to:

y(pi) > ax(pi) + b for **i = 1, 2,...,m**
y(qi) < ax(qi) + b for **i = 1, 2,...,m**

Caso2.zpl

```
set Blanco := { read "input_B.txt" as "<1n,2n>" };
set Negro := { read "input_N.txt" as "<1n,2n>" };
var a real ;
var b real ;
var o real ;
maximize objetivo: o;
do forall <i,j> in Blanco do print i ;
subto restricB: forall <i,j> in Blanco: j >= a*i + b + o;
subto restricA: forall <x,y> in Negro: y <= a*x + b - o;
```

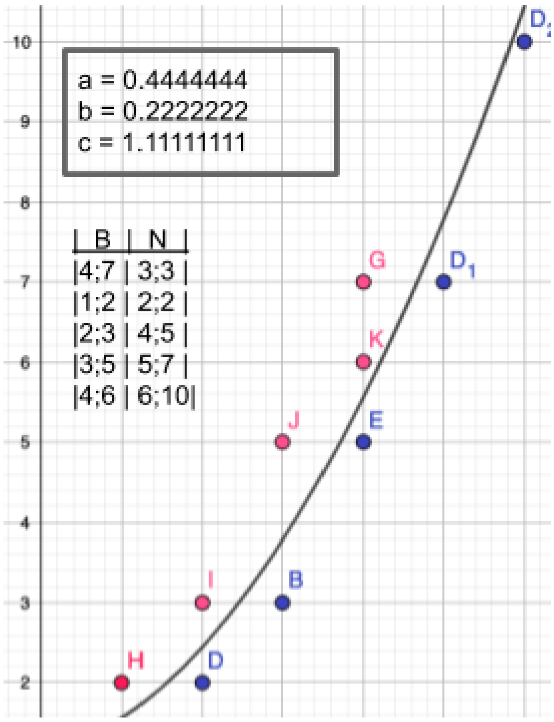
Caso 3

Plantea una situacion similar pero con los puntos blancos arriba y los negros abajo. Este problema utiliza el mismo modelo que el de caso 2, solo basta con invertir los conjuntos (negros por blancos y blancos por negros) y de esta manera el problema puede ser resuelto con el modelo original.

Extensión

Finalmente el enunciado plantea una situacion donde los puntos negros y blancos estan distribuidos de forma tal que no es posible encontrar una funcion lineal que los separe.
En ese caso podríamos buscar una parábola que si lo logre
Para eso definimos el modelo **extension.zpl**

```
set Blanco := { read "input_B.txt" as "<1n,2n>" };
set Negro := { read "input_N.txt" as "<1n,2n>" };
var a real ;
var b real ;
var c real ;
var o real ;
subto restricB: forall <i,j> in Blanco: j >= a*(i*i) + b*i + c  + o;
subto restricA: forall <i,j> in Negro: j <= a*(i*i) + b*i + c - o;
maximize objetivo: o;
```



Como podemos ver el modelo en este caso no existe una recta que pueda resolverlo, al aplicar el modelo llamado **extension.zpl** al problema este nos arroja el resultado en la figura.

2. *Modelo*

Dados:

B, el conjunto de n puntos $\mathbf{b}_i$ en el plano
N, el conjunto de m puntos $\mathbf{n}_j$ en el plano.

a, b y δ números reales desconocidos.

Cualquier punto de P debe encontrarse por encima de la recta **y = ax + b**, entonces

$\mathbf{y_i >= ax_i + b}$

Análogamente con los elementos de S, deben encontrarse por debajo

$\mathbf{y_j <= ax_j + b}$

δ representa el espacio entre los puntos de cada conjunto y la recta. Este es el valor que se buscará maximizar.

Caso 2

B : { p_1 .. p_n } / $p_i = (x_i ,y_i)$ $\forall$ i ε $[1..n]$
N : { s_1 .. s_m } / $s_j = (x_j,y_j)$ $\forall$ j ε $[1..m]$
a,b,δ ε Z

Maximizar δ

Subject to:

$y_i >= ax_i + b + \delta$ $\forall$ i ε $[1..n]$
$y_j <= ax_j + b - \delta$ $\forall$ j ε $[1..m]$

Extensión

Solo cambian las restricciones y agrega **c** ε **Z**

Subject to:

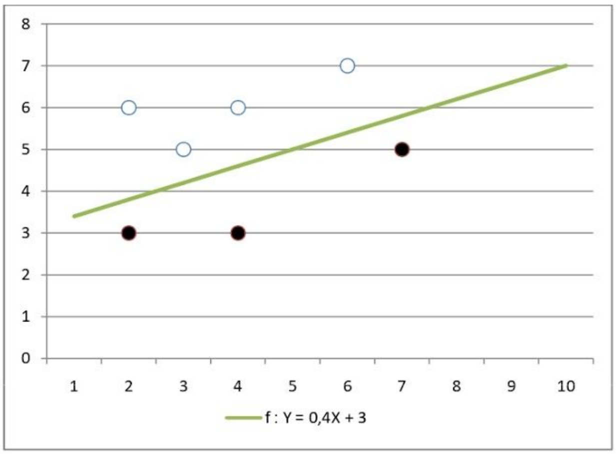
$y_i >= a(x_i)^{\wedge 2} + bx_i + c_i + \delta$ $\forall$ i ε $[1..n]$
$y_j <= a(x_j)^{\wedge 2} + bx_j + c_j - \delta$ $\forall$ j ε $[1..m]$

3. Test

Caso 2 - Test 1

n = 7, siendo **n** la cantidad de puntos (x;y) tomados para realizar el testeo
Del mismo surgieron los siguientes datos:
Solución: a: 0.4 b: 3.0 o: 0.8

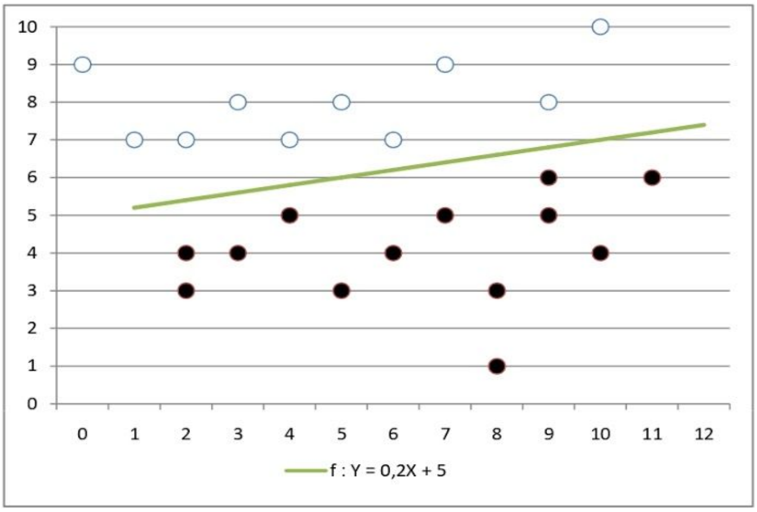
Puntos Blancos		Solucion	
x	y	x	Y
2	6	1	3,4
3	5	2	3,8
4	6	3	4,2
6	7	4	4,6
Puntos Negros		5	5
x	y	6	5,4
2	3	7	5,8
4	3	8	6,2
7	5	9	6,6
		10	7



Caso 2 - Test 2

n = 23, siendo **n** la cantidad de puntos (x;y) tomados para realizar el testeo
Del mismo surgieron los siguientes datos:
Solución: a: 0.2 b: 5.0 o: 0.8

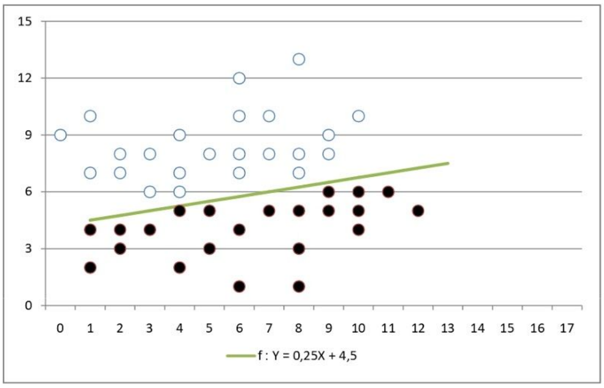
Puntos Blancos		Solucion	
x	y	x	Y
2	7	1	5,2
3	8	2	5,4
5	8	3	5,6
7	9	4	5,8
9	8	5	6
6	7	6	6,2
10	10	7	6,4
0	9	8	6,6
4	7	9	6,8
1	7	10	7
Puntos Negros		11	7,2
2	3	12	7,4
4	5		
5	3		
7	5		
11	6		
8	3		
2	4		
9	6		
3	4		
6	4		
8	1		
9	5		
10	4		



Caso 2 - Test 3

n = 45, siendo **n** la cantidad de puntos (x;y) tomados para realizar el testeo
Del mismo surgieron los siguientes datos:
Solución: a: 0.25 b: 4.5 o: 0.5

Puntos Blancos		Puntos Negros		Solucion	
x	y	x	y	x	Y
2	7	2	3	0	4,5
3	8	4	5	1	4,75
5	8	5	3	2	5
7	10	7	5	3	5,25
9	8	11	6	4	5,5
6	7	8	3	5	5,75
10	10	2	4	6	6
0	9	9	6	7	6,25
4	7	3	4	8	6,5
1	7	6	4	9	6,75
3	6	8	1	10	7
2	8	9	5	11	7,25
4	9	10	4	12	7,5
1	10	4	2		
6	8	6	1		
8	7	8	5		
9	9	5	5		
6	12	10	5		
8	13	1	4		
6	10	1	2		
4	6	12	5		
7	8	10	6		
8	8				



En todos los casos de test con los datos obtenidos realizamos el gráfico que muestra que el resultado era lo esperado. Los puntos blancos quedaron sobre la recta y debajo quedaron los puntos negros.

4. Conclusiones

Durante el desarrollo del TP se presentaron distintos obstáculos, los cuales fueron abordados exitosamente por el equipo. Desde la instalaciòn de las herramientas necesarias para desarrollar, hasta la generación de los test.

En primer lugar, la lectura del problema principal y su análisis para plantear un modelo. Estos llevaron a varios debates por los casos base planteados y aquellos establecidos como extensiones del problema. Aquí llegamos a tener una visión unificada que nos ayudò a plantear los programas. El problema base planteado no presentó mayores inconvenientes en su entendimiento y resulta en una herramienta útil para la resolución de problemas.

En segundo lugar, la configuración del ambiente con las herramientas necesarias y su utilización. Esto supuso un reto, ya que ningún integrante del equipo trabajó con estas herramientas previamente.

Por último, para poner a prueba los programas desarrollados, fue necesario primero plantear valores de prueba correctos, que generen conjuntos válidos para el modelo, y luego comparar los resultados obtenidos mediante graficadores como Geogebra y Excel.