

Control cilindro pistón hidráulico para el accionamiento de montacargas.

Ignacio Agustin Costarelli
Legajo: 10966
agustin@costarellisa.com.ar

Control y Sistemas, Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional de Cuyo,
Mendoza, Argentina

Resumen

En el siguiente trabajo se desarrolla el modelado por espacio de estado de un sistema cilindro pistón hidráulico el cual se encarga de la elevación y descensos de cargas. Se implementa mediante MATLAB Simulink la planta, su observador de estados en tiempos discretos y control de la misma mediante controlador LQI. Los resultados obtenidos son comparados con los obtenidos por Ezequiel Zapata quien diseña en su trabajo un control por pole placement de la misma planta.

INDICE

Resumen	1
1.Introduccion.....	3
2.Modelado.....	3
2.1 Ecuaciones diferenciales	4
2.2 Modelo en espacio de estados.....	4
3. Diseño de controlador	5
3.1. Controlabilidad.....	6
3.2 Control optimo LQR.....	6
3.2 Implementación de acción integral, controlador LQI.....	7
4. Observador de estados.....	9
5. Discretización y procesamiento de señales.....	10
6.Simulación de control.....	11
7.Resultados y comparaciones.....	13
8.Conclusiones.....	15
Referencias	16

1.Introduccion

Una de las necesidades principales en todo trabajo o servicio aprovechar al máximo el tiempo para poder optimizar las ganancias. Dentro de distintas industrias se hacen uso de los auto elevadores para mover pesadas cargas, estos en la mayoría de los casos se realizan con un control manual realizado por un operario. En este trabajo se busca presentar un sistema optimo en el control de posición del pistón de un montacarga, de esta manera se quiere disminuir tiempos en las operaciones ahorrando recursos y maximizando las ganancias.

Para lograr la optimización de este proceso haciendo uso de MATLAB Simulink, primero se realiza un modelado en espacio de estados que describe el comportamiento del sistema, se implementa un observador y control LQI el cual funcionara sobre un microcontrolador PIC16F18425.

Finalmente se realizará una comparación del trabajo realizado por Ezequiel Zapata en su proyecto el cual utiliza la misma planta que la aquí trabajada, pero a la cual se le aplica un controlador de pole placement, esto con el fin de encontrar el mejor controlador para la planta.

2.Modelado

Primero se busca obtener el modelo matemático que describa el comportamiento del cilindro pistón hidráulico. El sistema simplificado se compone por el pistón que mueve un mástil el cual se encarga de elevar la carga.

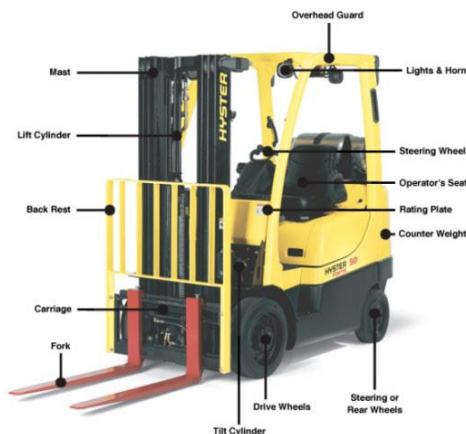


Figura 1: Esquema auto elevador

En esta figura se puede observar el modelo esquemático de la planta cuyas variables son las siguientes.

- **m**: Masa de la carga la cual varía entre 300Kg y 2000Kg.
- **k**: Constante elástica equivalente del conjunto mástil y pistón. Se toma la del acero, es decir 2×10^6 N/m.
- **c**: Coeficiente de amortiguamiento equivalente del conjunto mástil y pistón. Se toma un valor de 1×10^3 (3,5) N/(m/s).
- **y**: Altura desde la referencia al centro de masa de la carga.
- **ye**: Altura desde la referencia al embolo. Es decir, es la altura que se genera por el ingreso de aceite en el cilindro.
- **q**: Caudal de aceite del cilindro.
- **F**: Perturbación o fuerza externa que desequilibra al sistema.
- **A**: Área transversal del cilindro hidráulico. Se toma un área pistón de 0.0032 m².

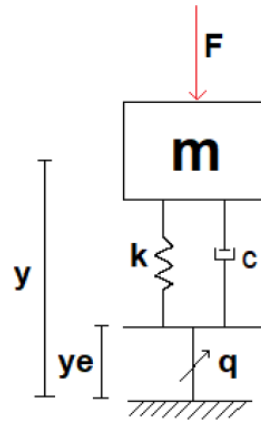


Figura 2: Esquema simplificado sistema cilindro pistón y carga

2.1 Ecuaciones diferenciales

Mediante la aplicación de la segunda Ley de Newton a la carga se obtiene la ec. 1. Luego mediante las ecuaciones constitutivas se obtiene ec. 2 la cual describe la velocidad del pistón en función del caudal de entrada y el área pistón del mismo

$$m \ddot{y}(t) + c * (\dot{y}(t) - \dot{y}_e(t)) + k * (y(t) - y_e(t)) = -F(t) \quad \text{Ec. 1}$$

$$\dot{y}_e(t) = \frac{q}{A} \quad \text{Ec. 2}$$

2.2 Modelo en espacio de estados

Es necesario definir adecuadamente las entradas y salidas, así como las variables de estado las cuales son el conjunto más pequeño de variables que definen el comportamiento del sistema en todo momento.

Las entradas, salidas y perturbación se definen a continuación en ec. 3

$$Y(t) = y(t)$$

$$U(t) = q(t) \quad \text{Ec.3}$$

$$D(t) = F(t)$$

Las variables de estado que definen el sistema son las siguientes.

$$X_1(t) = y(t)$$

$$X_2(t) = \dot{y}(t) \quad \text{Ec.4}$$

$$X_3(t) = y_e(t)$$

Trabajando sobre las ecuaciones 1 y 2 y haciendo uso de las ecuaciones 3 y 4 se llega al modelo en espacio de estados de la ec. 5.

$$\dot{X}_1(t) = X_2(t)$$

$$\dot{X}_2(t) = -\frac{k}{m} X_1(t) + \frac{k}{m} X_3(t) - \frac{c}{m} X_2(t) + \frac{c}{m} \frac{U(t)}{A} - D(t) \quad \text{Ec.5}$$

$$\dot{X}_3(t) = \frac{U(t)}{A}$$

La representación matricial de las ecuaciones anteriores queda de la siguiente forma.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) \\ \dot{X}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} & \frac{k}{m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c}{a*m} \\ \frac{1}{a} \end{bmatrix} U(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} D(t) \quad \text{Ec.6}$$

$$Y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \end{bmatrix}$$

Con la representación general en espacio de estados de la ec. 6 quedan definidas las matrices A, B y C las cuales son de gran importancia.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} & \frac{k}{m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c}{a*m} \\ \frac{1}{a} \end{bmatrix}$$

Ec.7

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

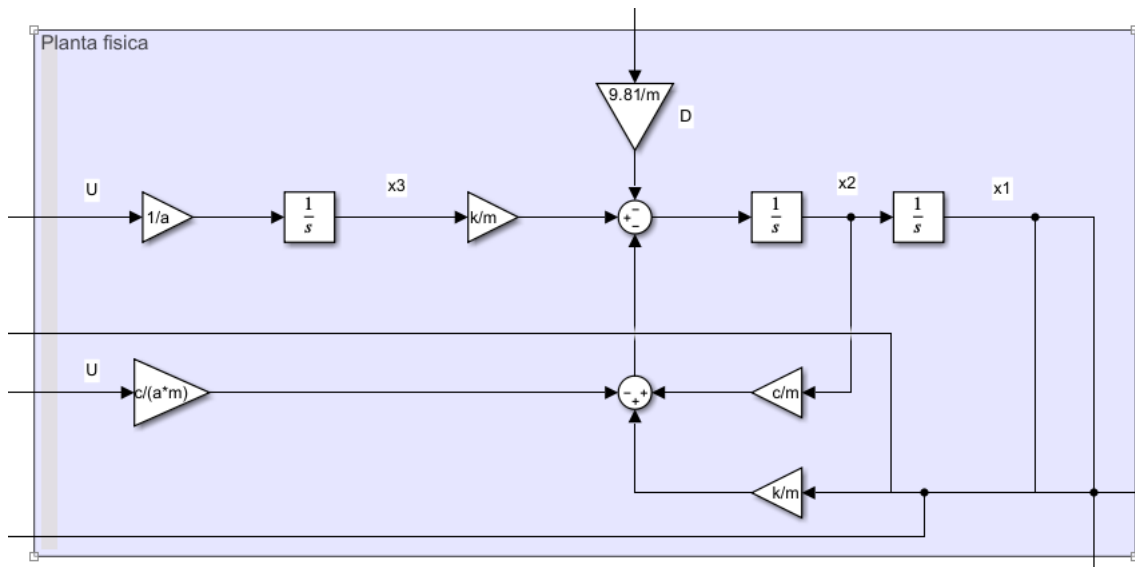


Figura 3: Modelo de bloques planta física.

3. Diseño de controlador

Se propone para el control de la planta un controlador LQR, para el diseño del mismo no hace falta conocer los polos de la planta y para realizar los ajustes del mismo se requiere conocer el proceso de la planta.

3.1. Controlabilidad.

En primer lugar, se verifica que al modelo de espacio de estado se le pueda implementar un controlador discreto por lo cual se aplica el teorema de controlabilidad ec. 8.

$$W_r = [B \ AB \ \dots \ A^{(n-1)}B] \quad \text{Ec.8}$$

$$\det(W_r) \neq 0 \rightarrow \text{Controlable}$$

$$W_r = 1 * 10^5 \begin{bmatrix} 0 & 0.0049 & 3.1172 \\ 0.0049 & 3.1172 & -9.8698 \\ 0.0031 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ec.9}$$

$$\det(W_r) = -3.0518 * 10^{13} \rightarrow \text{Controlable}$$

3.2 Control optimo LQR

El control LQR (Linear Quadratic Regulator), es un método de control óptimo con el cual se asegura la estabilidad de un sistema en lazo cerrado a través de ganancias de realimentación. En la figura 4 se observa el esquema de la planta con realimentación de la ganancia K.

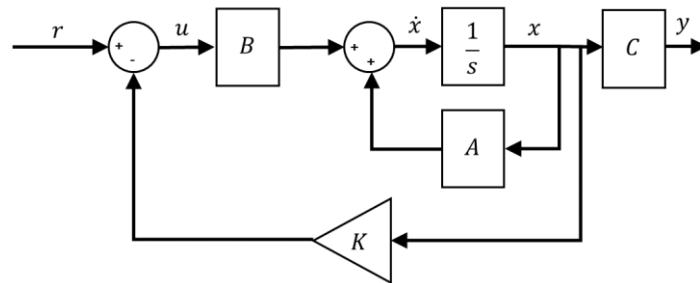


Figura 4: Modelo general planta con implementación de controlador.

Este método busca minimizar la función de costo J, la cual, se puede definir como la sumatoria de desviaciones de los valores reales medidos respecto a los deseados, lo que se pretende es encontrar aquellas ganancias del controlador que minimizan las desviaciones no deseadas

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q_x x + u^T Q_u u) dt$$

Los términos de esta función pueden ser interpretados de la siguiente manera.

$x^T Q_x x$ es una medida de la desviación de los estados respecto al estado deseado.

$u^T Q_u u$ es una medida del esfuerzo de control.

La matriz Q_x es definida simétrica semi definida positiva y Q_u es simétricas y definidas positiva.

La solución para el problema LQR está dada por las ec 10 y ec

$$u = -Kx \quad \text{Ec.10}$$

$$K = Q_u^{-1} B^T S \quad \text{Ec. 11}$$

Donde S es una matriz simétrica definida positiva dada por la ecuación de Riccati, ec12.

$$A^T S + S A - S B Q_u^{-1} B^T S + Q_x = 0 \quad \text{Ec. 12}$$

La idea de este controlador es seleccionar las matrices Q_x y Q_u para obtener las ganancias K del controlador. Los valores de Q_x están relacionados con la penalidad que se le quiere dar a las variables de entrada mientras que a Q_u se le asigna valor de penalidad a la acción de control. Esto hace que el ajuste del controlador sea intuitivo, pero siempre que conozcamos bien nuestras variables de estado y la acción de control.

3.2 Implementación de acción integral, controlador LQI.

Debido al error de estado estacionario se incorpora una acción integral transformando el control LQR en uno LQI. Lo cual requiere que se introduzca un estado adicional el cual es el error entre la salida de la planta y el valor de referencia. A continuación, se representa el nuevo sistema en forma matricial.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) \\ \dot{X}_3(t) \\ \dot{X}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \\ X_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} U(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} r(t) \quad \text{Ec. 13}$$

$$Y(t) = [C \quad 0] \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \\ X_4(t) \end{bmatrix}$$

Ahora la planta con la implementación del controlador con acción integral tendría la siguiente forma.

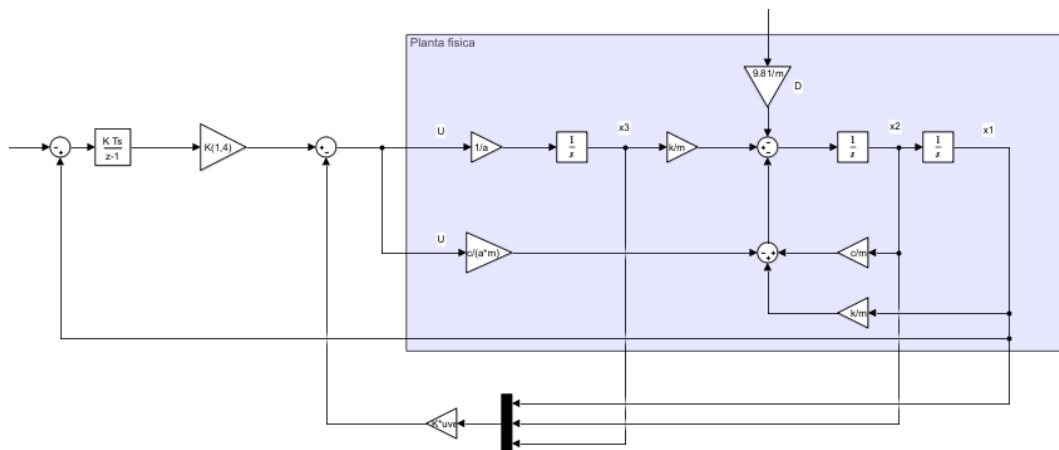


Figura 4: Modelo planta física con controlador LQR con acción integral

Para la implementación de este controlador se obtienen las ganancias K. Es importante en primer lugar entender que representan los valores de la matriz que será sintonizada para encontrar la mejor acción de control.

$$Q_x = \begin{bmatrix} Q_{x1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{x3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{x4} \end{bmatrix}$$

Como se ve la matriz Q_x es diagonal, en donde cada elemento de la diagonal corresponde a cada uno de las variables de estado, es decir que el valor asignado a Q_{x1} estará penalizando la variable $X_1(t)$

$$Q_u = \rho I$$

Para el caso de la matriz Q_u se regula el valor de ρ para penalizar en mayor o menor medida la acción de control.

Por esto es importante conocer como se comportan las variables de estado para saber cuales son las que uno quiere penalizar y en que medida, de esta forma se hace mas intuitivo el ajuste del controlador en comparación con el de pole placement.

A continuación, se verán las gráficas que muestran como salida de la planta el valor de la posición del extremo del cilindro pistón que eleva la carga comparada con la posición consigna que se le introduce, se muestran los resultados para distintos valores de Q_x y Q_u .

Caso 1, se utilizan la matriz identidad para Q_x y $\rho = 1$. Se observa que el sistema diverge.

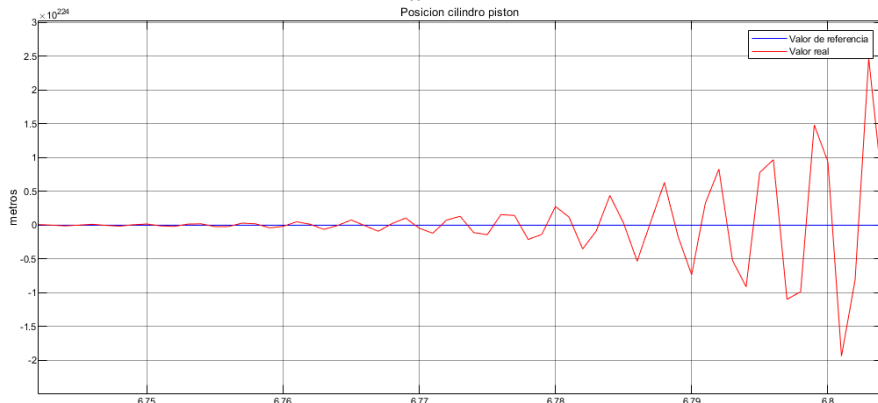


Figura 5: Caso 1 planta divergente

$$K = [0.437 \quad 0.9989 \quad 1.5641 \quad -1]$$

Caso 2, se hace un primer ajuste a los valores de Q_x y ρ , dando como resultado un sistema que ya no diverge, pero el control es muy lento.

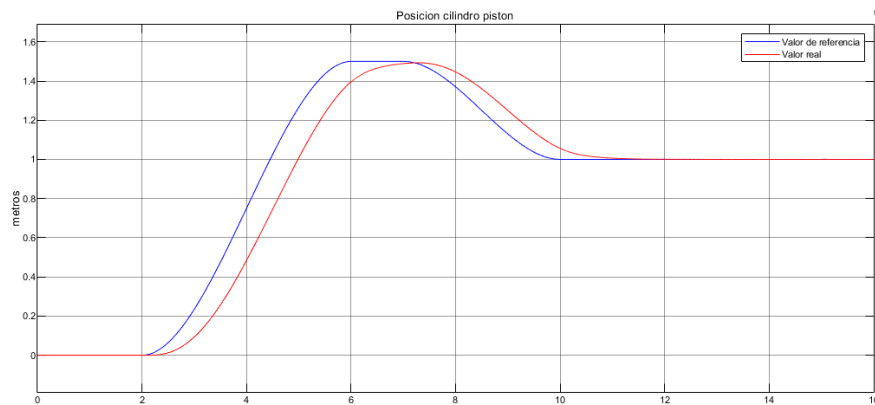


Figura 6: Caso 2 planta responde con lentitud

$$K = [0.0135 \quad 0.0334 \quad 0.5091 \quad -1]$$

Caso 3, haciendo un ajuste mas fino de los valores se logró un control que sigue satisfactoriamente la consigna.

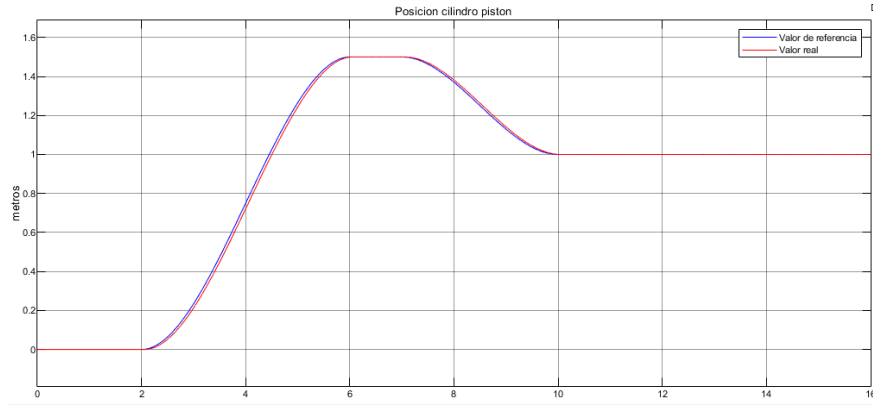


Figura 7: Caso 3 planta con respuesta deseada

$$K = [4.3802 \quad 0.1280 \quad 0.7445 \quad -100]$$

4. Observador de estados

Debido a que en la realidad no se puede tener acceso a todos los valores de la planta para realizar el control. Solamente se mide una variable y mediante un observador se pueden estimar las restantes variables de estado.

Para saber si es posible diseñar un observador es necesario corroborar el teorema de observabilidad.

$$W_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{(n-1)} \end{bmatrix} \quad \text{Ec.14}$$

$$\det(W_o) \neq 0 \rightarrow \text{Observable}$$

$$W_o = 1 * 10^3 \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.001 & 0 \\ -1 & -0.0016 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 15}$$

$$\det(W_o) = 1000 \rightarrow \text{Observable}$$

Comprobado que el sistema es observable se define la ecuación del observador (ec. 16) donde \hat{x} son las variables de estado estimadas, \hat{y} es la diferencia entre las variables de salida real medida y $(y - \hat{y})$ es el error entre la variable real medida y el valor estimado, L representa las ganancias del estimador de estados.

$$\dot{\hat{x}} = A \hat{x} + B u + L (y - \hat{y}) \quad \text{Ec. 16}$$

$$\hat{y} = C \hat{x}$$

Para obtener las ganancias L se aplica un filtro de Kalman al sistema el cual estimara las ganancias del observador. Para aplicar Kalman es necesario definir el valor Q de covarianza del proceso el cual representa la confianza que se le tenga al modelo y el valor de R el cual representa el ruido de sensores.

Para este sistema se define un $Q = 30\,000$ dado que se considera que el sistema esta simplificado y $R = 0.01$ considerando que los sensores no aportan ruido considerable. Como resultado se obtienen las ganancias $L = 1 * 10^6 [0.0015 \quad 1.6372 \quad 0.5413]$

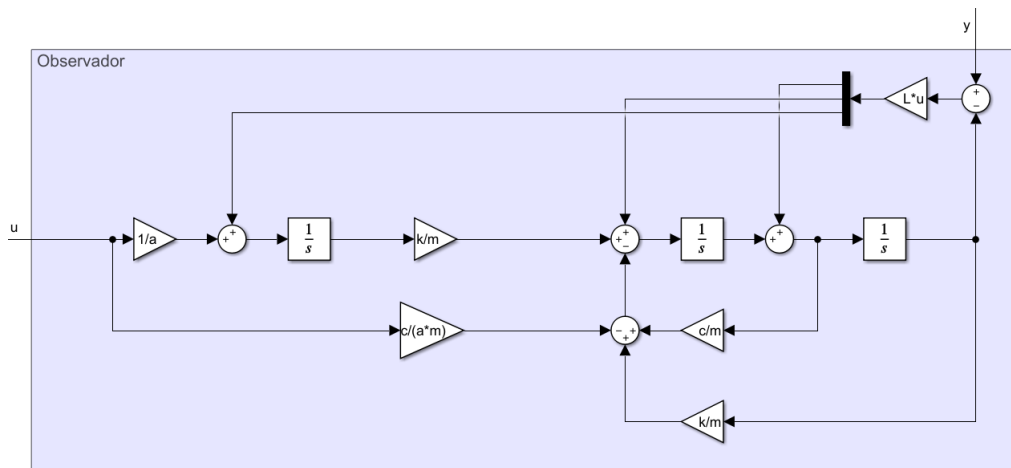


Figura 8: Observador de estados en tiempo continuo

5. Discretización y procesamiento de señales.

Dado que el controlador es implementado en tiempo discreto se hace uso en Simulink del bloque Discrete Time Integrator. Dado que la planta se encuentra en tiempo continuo con un comportamiento analógico es necesario la implementación de un conversor analógico digital para que los sensores puedan tomar lecturas.

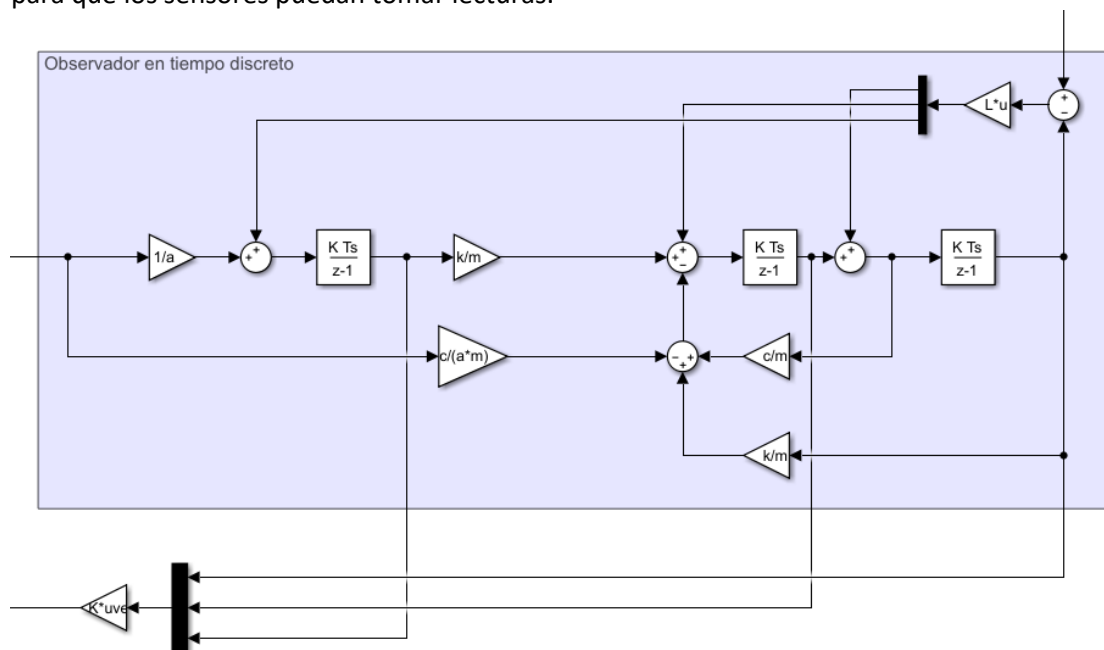


Figura 9: Observador de estados en tiempo discreto

Se observa en la figura 10 la implementación del conversor analógico digital donde también se introduce ruido a la señal y su posterior filtrado mediante un filtro leaky integrator.

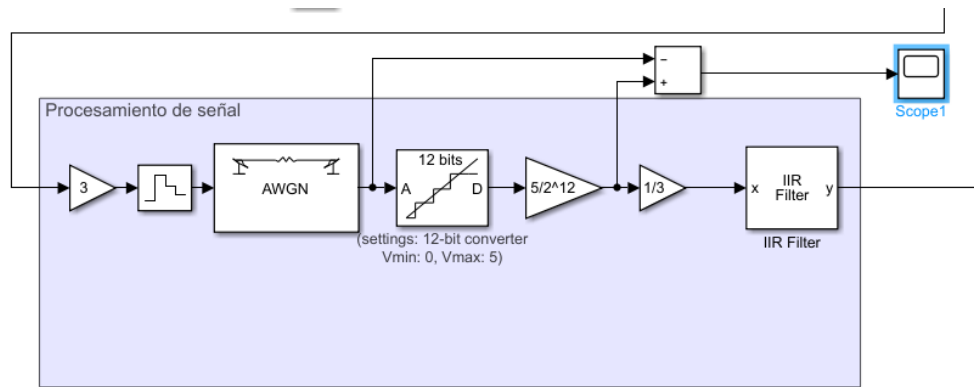


Figura 10: Bloque procesamiento de señal.

Con el procesamiento adoptado se introduce a la señal ruido de cuantización debido al conversor analógico digital y ruido gaussiano simulando el error del sensor real. Con la aparición de estos ruidos se hace uso del filtro IIR.

Uniendo todos los bloques antes mencionados se puede observar el modelo completo de simulink en la siguiente figura

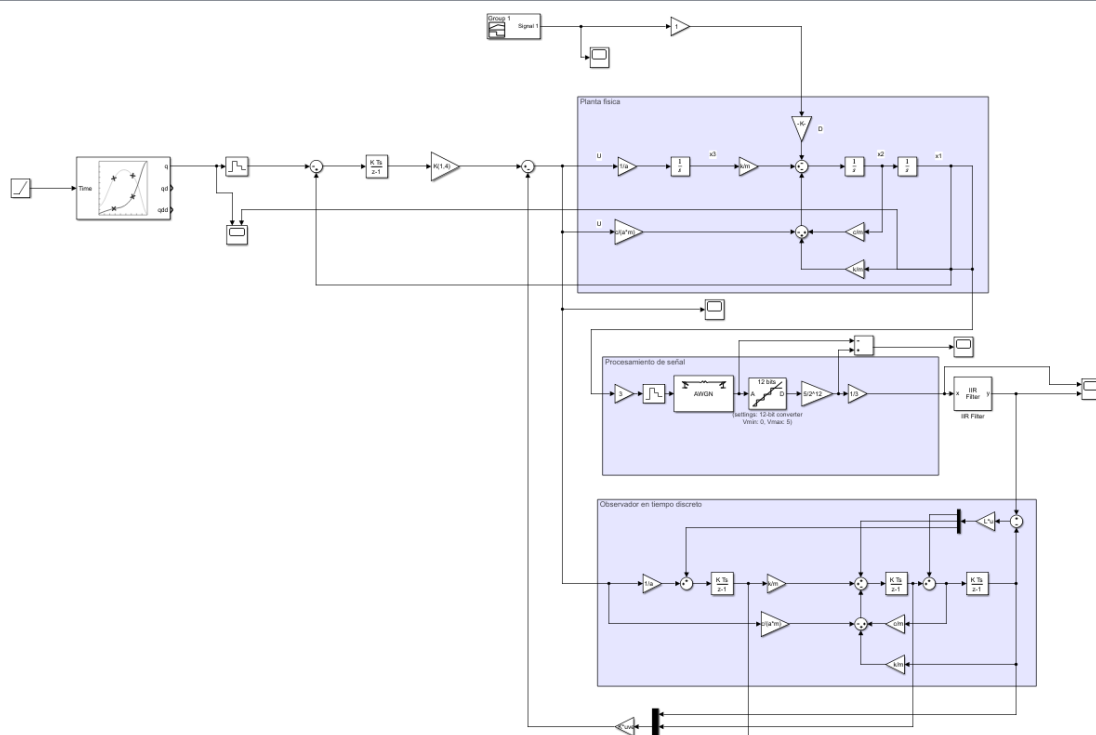


Figura 11: Modelo completo de simulink.

6.Simulacion de control.

Mediante un generador de trayectoria se produce una señal de consiga la cual tiene que cumplir las condiciones de funcionamiento de la planta, es decir que posea un perfil suave, el valor máximo no supere la máxima extensión del pistón (1.5m) y la pendiente de la señal no puede ser muy empinada para no generar exceso de velocidad. Esto se cumple por la señal de la figura 11

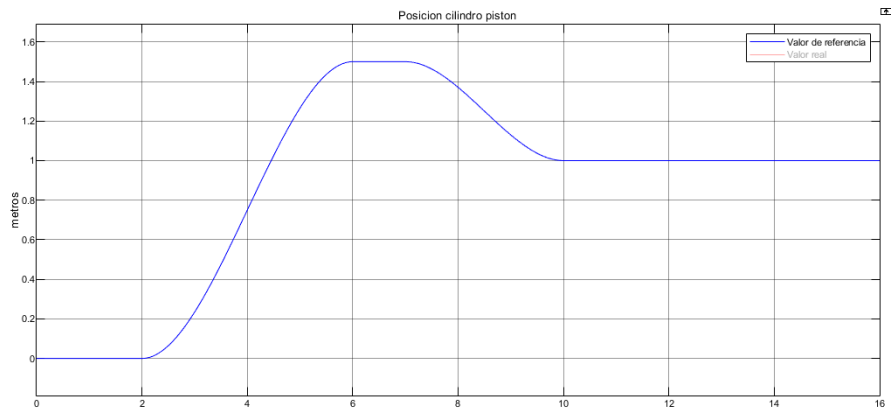


Figura 12: Consigna de posición.

También se incorpora en la simulación una señal de perturbación a los 12 segundos la cual es un pulso 6800N con una duración de 3 segundos. La señal que se incorpora es de 700Kg que al ser multiplicada por 9.81 m/s^2 da como resultado los 6800N.

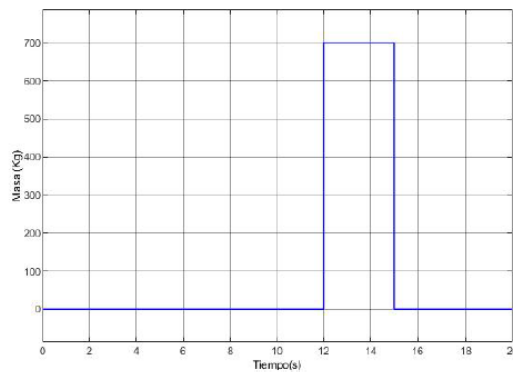


Figura 13: Señal de perturbación.

A continuación, se detallan otros parámetros de la configuración de la simulación:

- Masa de la carga: Se utiliza una carga de 2000kg para los cálculos de las ganancias de control, se eligió esta masa porque es la máxima que puede elevar el montacargas.
- Periodo de muestreo: Se selecciona un valor de 1000Hz el cual es utilizado normalmente por los microcontroladores
- Cantidad bits de cuantizador: Dado que se utiliza un PIC16F18425 este posee un conversor de señal A/D de 12 bits.
- SNR: 74 dB. La salida medida de la planta es mediante un sensor de posición lineal magnetostrictivo Yuttah PS20 el cual aporta este ruido a la señal.
- Coeficiente de filtro IIR: En función de prueba y error se adopta un valor de 0.28.



Figura 14: Sensor de posición lineal magnetostrictivo.

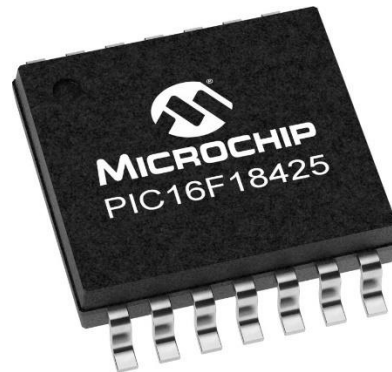


Figura 15: Microcontrolador PIC16F18425

7. Resultados y comparaciones.

A continuación, se comparan los resultados obtenidos con el controlador LQI y los obtenidos por el controlador diseñado por asignación de polos.

En primer lugar, se compara el performance de cada controlador en seguir la consigna y su respuesta ante la introducción de la perturbación.

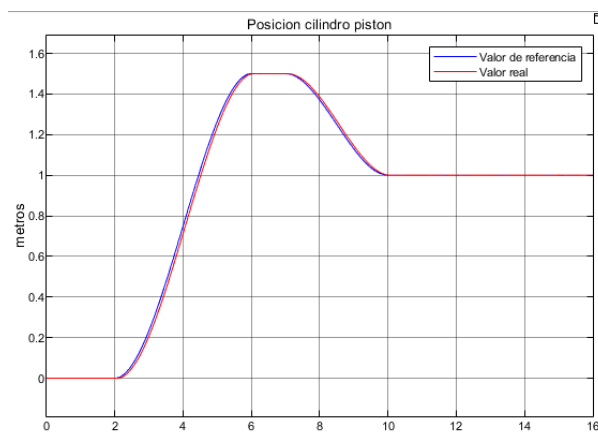


Figura 16: Planta con controlador LQI

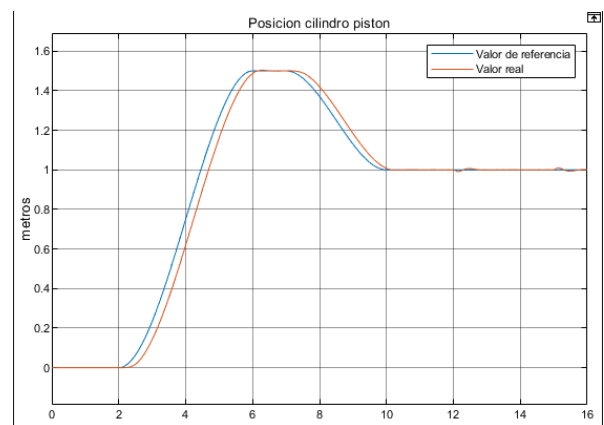


Figura 17: Planta con asignación de polos.

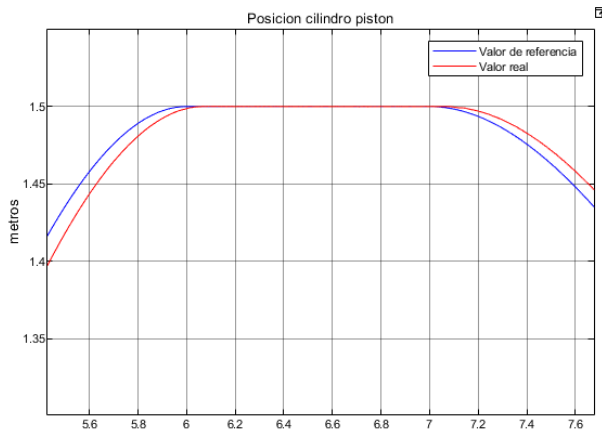


Figura 18: Planta controlador LQI

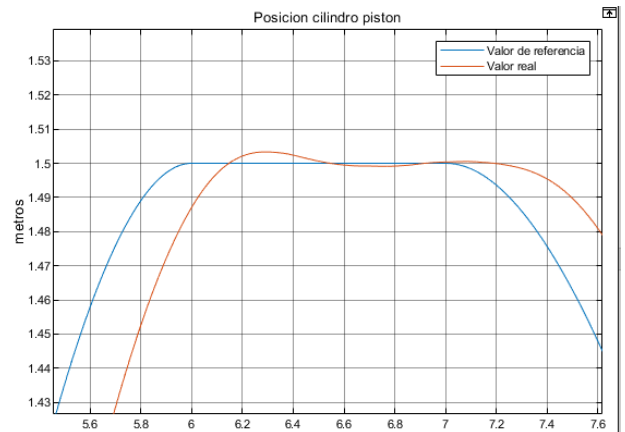


Figura 19: Planta con asignación de polos

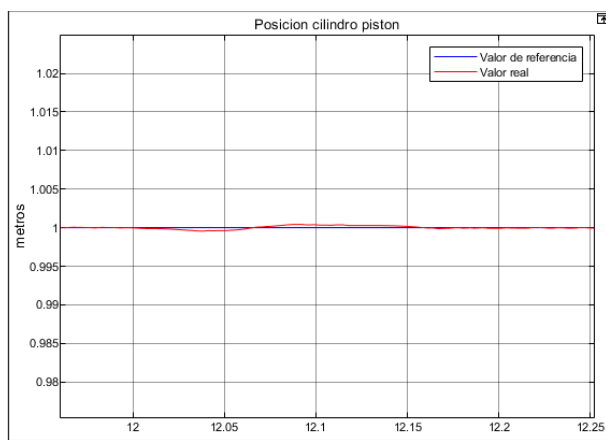


Figura 20: Planta controlador LQI

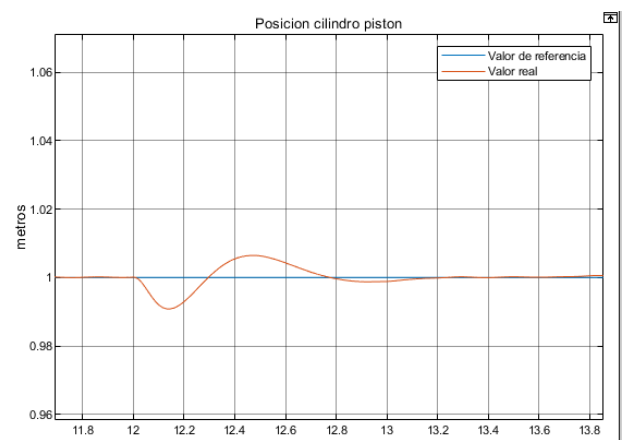


Figura 21: Planta con asignación de polos

Como primer análisis se puede observar que el controlador LQI tiene una mejor performance para llegar en menor tiempo a la posición deseada, así como seguirla sin problemas. En cuanto a la perturbación se puede ver que afecta en menor medida a la planta con controlador LQI lo cual lo vuelve un sistema más robusto.

En segundo lugar, se compara la entrada de control necesaria para lograr esto.

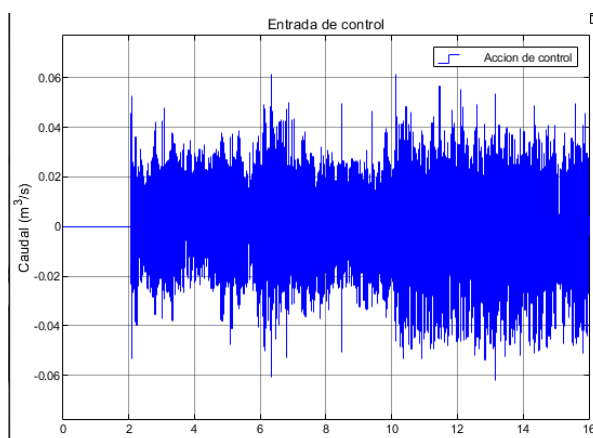


Figura 22: Planta controlador LQI

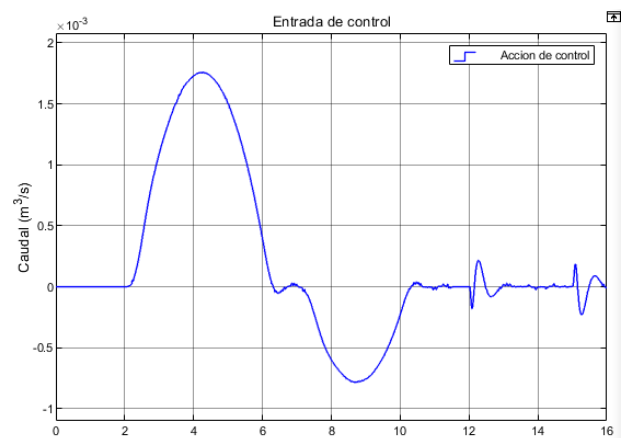


Figura 23: Planta con asignación de polos

Comparando gráficos podemos ver que si bien la acción de control LQI tiene valores aceptables presenta un carácter fuertemente oscilatorio lo cual produce cambios muy bruscos, aunque de pequeña dimensión, puede ocasionar un estrés en el equipamiento y acortar su vida útil. Por lo tanto, lo que se desea es una señal de control más parecida a la obtenida en la planta con asignación de polos.

Como ultima comparación se observan los errores de cuantización de ambos sistemas.

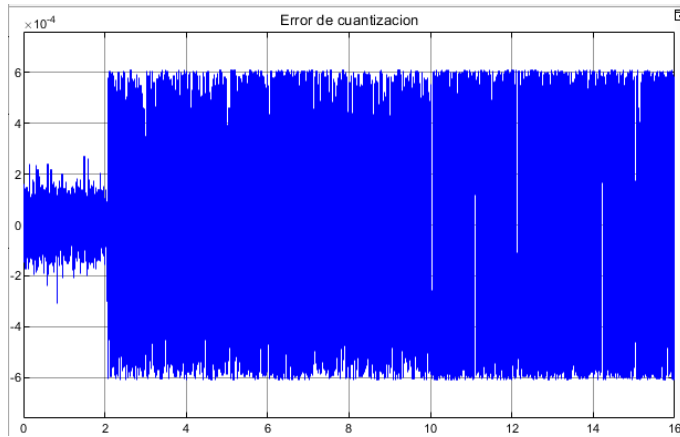


Figura 24: Planta controlador LQI

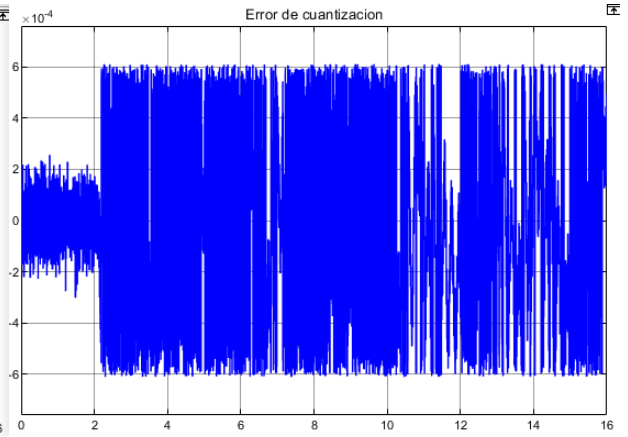


Figura 25: Planta con asignación de polos

En ambos casos se puede observar que el error de cuantización tiene el mismo orden siendo muy bueno en ambos casos.

Por último, se ve la mejora sobre la señal de la planta LQI al aplicar el filtro IIR.

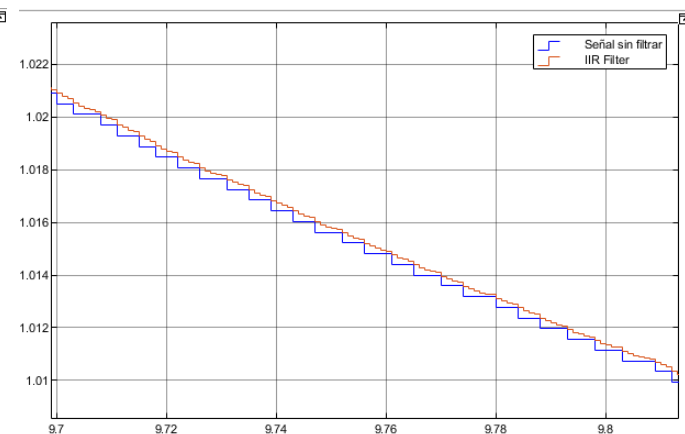
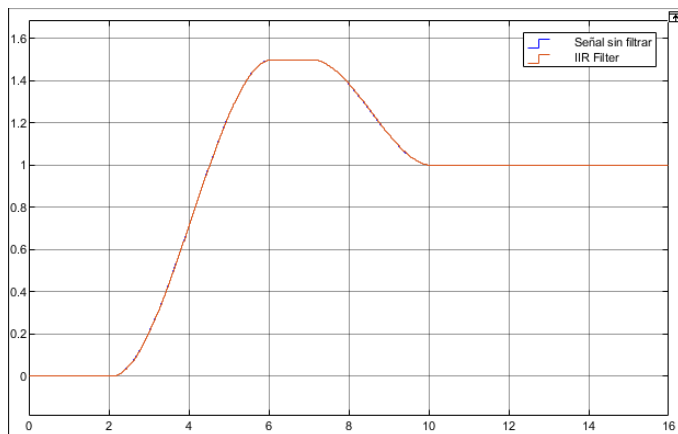


Figura 26: Señales con y sin filtro de planta LQI.

8. Conclusiones.

El desarrollo del control LQI fue implementado satisfactoriamente sobre la planta simplificada. Lo cual muestra una optimización del movimiento de cargas logrando el objetivo planteado. El controlador LQI mostro mejoras con respecto a los resultados obtenidos con el control por ubicación de polos. También se comprueba que el ajuste del LQI se vuelve intuitivo y requiere un poco de prueba y error para lograr buenos resultados sin la necesidad de conocer la ubicación de los polos de la planta. En futuras mejoras es necesario corregir el

comportamiento de la acción de control para lograr un comportamiento mas suave de la misma.

Referencias

- [1] Material Catedra Control y Sistemas facultad de ingeniería, UNCuyo
- [2] Katsuhiko Ogata. Ingeniería de control moderna, Quinta edición Pearson.
- [3] Ezequiel Zapata "Control de Cilindro Hidráulico Destinado a Ejercer Movimiento Vertical de Peso en Montacargas"
- [4] Christopher Lum "Introduction to Linear Quadratic Regulator (LQR) Control"