Practica 5 - Complejidad

Ejercicio 1

a) $(n^2 - 4n - 2 \in O(n^2)) \equiv \exists n_o, k > 0 \ tq \ n \geq n_0 \implies f(n) \leq k * g(n)$

$$n^2 - 4n - 2 \leq n^2 \tag{1}$$
$$-4n - 2 \leq 0 \tag{2}$$
$$-4n \leq 2 \tag{3}$$
$$n \geq -\frac{1}{2} \tag{4}$$
$$\tag{5}$$

Existen dichos n_o y k y una posibilidad es $n_0 = -\frac{1}{2}$ y $k = 1$

b) $f \in O(n^k) \implies f \leq m \cdot n^k \leq m \cdot n^{k+1} \implies \boxed{f \in O(n^{k+1})}$

c) Qvq $logn \in O(n)$. Veo por limite

$$\lim_{n\to\infty} \frac{log\ n}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{ln(10)n} = 0 \tag{1}$$

Por lo tanto como $f \in O(log\ n)$ y $log\ n \in O(n)$ entonces $f \in O(n)$

Ejercicio 2

a) $2^n \in O(1)$ no vale ya que $2^n \geq 1$ para todo n mayor a 0. Por ejemplo con n=1 esta afirmacion no vale.

b) $n \in O(n!)$. Veo por limite:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{n!} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{(n-1)!} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\infty} = 0 \tag{1}$$

Luego como el limite es 0 $n \in O(n!)$

c) $n! \in O(n^n)$ Si veo termino a termino, entonces tendre n-terminos tanto para $n!$ como para n^n. Luego al comparar dichos terminos, puedo decir que todos los de n! son $\leq n$. Luego como todos los de n^n son n, entonces puedo afirmar que $n! \in O(n^n)$

d) $2^n \in O(n!)$. Tomando la misma idea de antes, al comparar termino por termino, estaria enfrentando a 2 contra todos los valores de n!. Asi basta con tomar cualquier $k \geq 2$ para que valga la afirmacion.

e) $i \cdot n \in O(j \cdot n) \implies in \leq k \cdot jn \implies i \leq k \cdot j$. Si $i \leq j$ vale la afirmacion. Si si i¿j entonces basta con tomar algun $k \geq \frac{i}{j}$

f) Para todo $k \in \mathbb{N} 2^k \in O(1) \implies 2^k \leq m.1$. Esto vale pues ambas son constantes, por lo tanto siempre va a existir un k lo suficientemente grande como para que $2^k \leq m$

g) $log(n) \in O(n)$. Veo por limite:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{log\ n}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{ln(10)n} = 0 \tag{1}$$

Luego $log(n) \in O(n)$

h) No vale, es lo inverso a lo planteado en d)

i) $n^5 + b.n^3 \in \Theta(n^5) \Leftrightarrow b = 0$
$\Leftarrow) b = 0 \implies n^5 \in \Theta(n^5) \equiv True$
$\Rightarrow) n^5 + b.n^3 \in \Theta(n^5) \implies n^5 + b.n^3 \in O(n^5) \wedge n^5 + b.n^3 \in \Omega(n^5)$. Veo por limite.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^5 + b.n^3}{n^5} = \lim_{n\to\infty} 1 + b.\frac{1}{n^2} = 1 + 0 = 1 \tag{1}$$

De esta manera $n^5 + b.n^3 \in \Theta(n^5 + b.n^3) = \Theta(n^5)$ para todo valor de b. En consecuencia no vale $\Leftrightarrow$

j) $n^k.log(n) \in O(n^k + 1) \implies n^k.log(n) \leq m.n^{k+1} \implies log(n) \leq m.n \implies log(n) \in O(n)$
Luego esto vale (demostrado en g)

Ejercicio 3

Significa que ,dada una funcion h, todas las funciones f que acotan a h por arriba estan a su vez acotadas por arriba por g. Luego si estan contenidas mutuamente entonces van a tener el mismo crecimiento.

Ejercicio 4