Análisis Matemático Formulas

Analisis Matematico (Universitat Oberta de Catalunya)

Análisis Matemático Formulas

COCIENTES

$\frac{0}{k} = 0$

$\frac{k}{0} = \infty$

$\frac{0}{\infty} = 0$

$\frac{\infty}{0} = \infty$

$\frac{\infty}{k} = \infty$

$\frac{k}{\infty} = 0$

POTENCIAS

$k^0 = 1$

$0^k = \begin{cases} 0 & si\ \ k > 0 \\ \infty & si\ \ k < 0 \end{cases}$

$k^\infty = \begin{cases} \infty & si\ \ k > 1 \\ 0 & si\ \ 0 < k < 1 \end{cases}$

$1^\infty = IND$

$\infty^\infty = \infty$

$e^\infty = \infty$

$e^0 = 1$

SUMA

$\infty \pm k = \infty$

$\infty + \infty = \infty$

$\infty - \infty = IND$

$log/ln\,(1) = 0$

$log/\mathbf{ln}\,(\mathbf{0}) = -\infty$

$log/\mathbf{ln}\,(\infty) = \infty$

PRODUCTO

$\infty \cdot (\pm k) = \pm\infty \qquad k \neq 0$

$\infty \cdot \infty = \infty$

INDETERMINACION

$\frac{0}{0} = IND$

$\frac{\infty}{\infty} = IND$

$0^0 = IND$

$\infty^0 = IND$

$1^\infty = IND$

$\infty - \infty = IND$

$0 \cdot \infty = IND$

Regla para calcular Ind. $\frac{\infty (N)}{\infty\ (D)}$

1. $g(N) > g(D) = \infty$ $\qquad \frac{x^3}{x^2} = \infty$
2. $g(N) < g(D) = 0$ $\qquad \frac{x^2}{x^3} = 0$
3. $g(N) = g(D) = \pm\,\mathrm{k}$ $\qquad \frac{4 \cdot x^2}{-1 \cdot x^2} = -\frac{4}{1} = -4$

DERIVADAS

$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$

$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

$\sqrt[k]{f(x)^1} = f(x)^{\frac{1}{k}} \rightarrow (f(x)^k)' = k \cdot\ f(x)^{k-1} \cdot f'(x)$

$x^n = n \cdot x^{n-1}$

$e^{x^2} = 2x \cdot e^{x^2}$

$e^{2x} = 2 \cdot e^{2x}$

$7^{2x} = 2 \cdot 7^{2x} \cdot \ln(7)$

$ln\,(x) = \frac{1}{x}$

$ln\,(1+x) = \frac{1}{1+x} \cdot 1$

$\frac{1}{x} = x^{-1} = -\frac{1}{x^2} \cdot 1$

$\frac{1}{x^2} = x^{-2} = -\frac{2}{x^3} \cdot 1$

$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

$sin\,(x) = cos\,(x) \cdot 1$

$e^x = e^x$

$cos(x) = -sin\,(x) \cdot 1$

$sin^{\,3}(x) = 3 \cdot sin^2(x) \cdot \cos(x) \cdot 1$

$sin(2x) = \cos(x) \cdot 2$

$tan\,(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} = sec^2(x)$

$= tan^2(x) + 1$

$tan^{-1}\,(x) = arctan\,(x) = \frac{1}{1+x^2}$

$arcsin(x) = sin^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

INTEGRALES

$\int x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

$\int 7^x = \frac{7^x}{ln\,(7)}$

$\int \frac{1}{(x-3)} = \ln(x-3)$

$\int \frac{1}{(x+4)^{\,2}} = (x+4)^{\,-2} = \frac{-1}{(x+4)}$

Ruffini

$\int \frac{x^2+15x-16}{x+4} = \int \left[(x+11) + \frac{-60}{(x+4)}\right]$

$\int \frac{1}{\sqrt{e^x}} = \int e^{-x\frac{1}{2}} = -2 \cdot e^{-\frac{x}{2}}$

$\int \frac{cos(x)}{\sqrt{1-sin(x)}} = \int cosx(1-sinx)^{-\frac{1}{2}} = -2 \cdot t^{\frac{1}{2}}$

$\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} = \int \frac{1}{t^{\,2}+1} = tan^{-1}t$

$= arctan\ e^x$

$\int tan\,(x) = \frac{sin\,(x)}{cos(x)} = -ln|\cos(x)|$

POR PARTES: $u \cdot v - \int v \cdot du$

$\int x \cdot e^x = x \cdot e^x - \int 1e^x = x \cdot e^x - e^x$

$\int lnx \cdot dx = lnx \cdot x - \int x \cdot \frac{1}{x} = x \cdot lnx - x$

$\int \frac{lnx}{x^2} \cdot dx = lnx \cdot \frac{-1}{x} - \int \frac{-1}{x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{-lnx}{x} - \frac{1}{x}$

$$\int \mathbf{arctanx} \cdot dx = arctanx \cdot x - \int x \cdot \frac{1}{1+x^2} = x \cdot arctanx - \frac{1}{2}\ln\left|1+x^2\right|$$

$$\int \boldsymbol{x} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1}+\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}} = \int \frac{x}{u} \cdot \frac{du}{2x} = \frac{1}{2}\int \frac{1}{u} = \frac{1}{2}\ln|u| = \frac{1}{2}\ln\left|1+x^2\right|$$

CONTINUIDAD y DERIVABILIDAD:

Analizamos f(x) en los puntos donde la función está definida a TROZOS:

$\boxed{\mathbf{x \leq k}}$ → Al ser un Polinomio → f(x) es **CONTINUA** y **DERIVABLE** para todo $\mathbb{R}$.

$\boxed{\mathbf{x > k}}$ → Buscamos los puntos donde se anula el DENOMINADOR:

- Si cae fuera del intervalo → f(x) es **CONTINUA** y **DERIVABLE** para todo $\mathbb{R}$.
- Si no se anula el Denominador → f(x) es **CONTINUA** y **DERIVABLE** para todo $\mathbb{R}$.

$\boxed{\mathbf{x = k}}$ → Calcular **LIMITE LATERAL** de f(x):

- **COINCIDE** el resultado → f(x) es **CONTINUA** en $x = k$
- **NO COINCIDE** el resultado → f(x) **NO** es **CONTINUA** → **NO** es **DERIVABLE**

→ Calcular **DERIVADA** f'(x) de cada Trozo.

→ Calcular **LIMITE LATERAL** de **f'(x)**:

- **COINCIDE** el resultado → f(x) es **DERIVABLE** en $x = k$
- **NO COINCIDE** el resultado → f(x) **NO** es **DERIVABLE** en $x = k$

RECTA TANGENTE: a la función en x_0

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m} \cdot (\boldsymbol{x} - x_0) + \boldsymbol{n}}$$

- $\boldsymbol{m} = \boldsymbol{f}'(\boldsymbol{x_0})$
- $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_0})$

AREA:

- delimitada por la f(x) y las rectas verticales [1;3]

$$\boxed{\int_1^3 f(x)} = \int_1^2 \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})_{\boldsymbol{Trozo\_1}} + \int_2^3 \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})_{\boldsymbol{Trozo\_2}}$$

- delimitada por Recta Tangente a f(x) en $x_0 = 0$ y rectas verticales [0;10]

$$\boxed{\int_0^{10} [f(x) - y]} = \int_0^{10} [\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) - (\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{n})]$$

ASINTOTAS:

A. VERTICAL: → Tiene A.V. donde se anula el DENOMINADOR de f(x) (en x=k)
→ No tiene A.V. si no se anula el DENOMINADOR de f(x)

$\boxed{\lim_{x \to k} f(x) = \infty}$ → Tiene A. V. en $x = k$ → Calcular LIMITE LATERAL de k^- y k^+

A. HORIZONTAL: → Al tener una **A.H.** → **No** puede tener una **A. Oblicua**

$\boxed{\lim_{x \to \infty} f(x) = k}$ → Tiene A. H. en $y = k$

A. OBLICUA: $\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{n}}$ → Ecuación

$$\begin{cases} \boldsymbol{m} = \lim_{x \to \infty} [f(x) : x] = \boldsymbol{k} & \to \boldsymbol{m}(\text{PENDIENTE}) \neq 0, \pm\infty \to \text{Tiene A. O.} \\ \boldsymbol{n} = \lim_{x \to \infty} [f(x) - \boldsymbol{m} \cdot x] = \boldsymbol{k} & \to \boldsymbol{n}(\text{DESPLAZAMIENTO}). \end{cases}$$

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO. EXTREMOS RELATIVOS.

❖ **DERIVAR f(x) e IGUALAR A CERO:**

$\boxed{f'(x) = 0}$ → Obtenemos los Posibles **CANDIDATOS** a **EXTREMOS** ($x_0 = k$)

	$-\infty$ 0	$k = 1$	2 ∞
$f'(x)$	$-$		$+$
	↘ DECRECE		↗ CRECE

Se escogen 2 puntos próximos a K, por la IZQ ($k - 1$) y por la DCHA ($k + 1$) para estudiar el signo de $f'(x)$: (por ejemplo para k=1)

$f'(k-1) = f'((1-1) = f'(0) = -$

$f'(k+1) = f'(1+1) = f'(2) = +$

$f'(x) > 0$ →**CRECIENTE**$(1, \infty)$
$f'(x) < 0$ →**DECRECIENTE**$(-\infty, 1)$

→ Hay un **MINIMO RELATIVO** en x=1

❖ → Existen **2 maneras** para averiguar si son **MIN** o **MAX**:

I.

Si $f'(x_0) = 0$ y $f''(x_0) > 0$ →**MINIMO RELATIVO**
Si $f'(x_0) = 0$ y $f''(x_0) < 0$ →**MAXIMO RELATIVO**

II. Para saber si es máximo o mínimo relativo, también se puede dividir la recta real en intervalos (representando en ella las soluciones de la ecuación $f'(x_0) = 0$) y estudiar el signo de la derivada:

- Si la función cambia de **creciente** a **decreciente** es un **Máximo relativo**
- Si la función cambia de **decreciente** a **creciente** es un **Mínimo relativo**

❖ **Estudiar el punto crítico** (donde el denominador de f(x) se anula)

$\boxed{x = 0}$→ Calcular **LIMITE LATERAL** de **f(x)**

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$

➢ Si el resultado es un número (k):
- ❖ **COINCIDE** el resultado → f(x) es **CONTINUA** en $x = 0$
- ❖ **NO COINCIDE** el resultado → f(x) **NO** es **CONTINUA** → **NO** es **DERIVABLE**

➢ Si el resultado es $\pm\infty$:
- ❖ **No hay Extremos** en x=0 pero si hay una A. Vertical

METODO PA SACÁR LOS MÁXIMOS Y LOS MÍNIMORS:

1.- HACES LA **PRIMERA DERIVADA**
2.- LA **IGUALAS A CERO** Y SACAS LAS RAICES...
3.- HACES LA **SEGUNDA DERIVADA** Y PRUEBAS LOS VALORES DE LAS RAICES ANTERIORES Y:

--> Si sale **Positivo** → MINIMO
--> Si sale **Negativo** → MAXIMO
--> Si sale **0** → PUNTO DE INFLEXION

Tabla 1. Descomposición en fracciones simples

Factor en el denominador	**Términos de la descomposición en fracciones simples**
$ax + b$ (raíz real)	$\dfrac{A}{ax+b}$
$(ax + b)^k$ (raíz real múltiple)	$\dfrac{A_1}{ax+b} + \dfrac{A_2}{(ax+b)^2} + \cdots + \dfrac{A_k}{(ax+b)^k}$
$ax^2 + bx + c$ (raíces complejas)	$\dfrac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$
$(ax^2 + bx + c)^k$ (raíces complejas múltiples)	$\dfrac{A_1x+B_1}{ax^2+bx+c} + \dfrac{A_2x+B_2}{\left(ax^2+bx+c\right)^2} + \cdots + \dfrac{A_kx+B_k}{\left(ax^2+bx+c\right)^k}$