

**Ejercicio 1.** Especificar y derivar un programa funcional que, dada una secuencia de números, devuelva la longitud de la secuencia inicial ordenada más larga.

$f.xs \rightarrow [num] \rightarrow num$

$f.xs = \langle E \text{ as} : xs = as ++ bs \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#as : as.i \leq as.(i+1) \rangle : \#as \rangle$

Caso base  $xs=[]$

$f.[]$

$=\{def\ f\}$

$\langle E \text{ as} : [] = as ++ bs \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#as : as.i \leq as.(i+1) \rangle : \#as \rangle$

$=\{def\ \text{lista vacía}\}$

$\langle E \text{ as} : [] = [] ++ [] \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#[[]] : [].i \leq [].(i+1) \rangle : \#[[]] \rangle$

$=\{def\ \#\}$

0

Caso inductivo  $(x:xs)$

$f.(x:xs)$

$=\{def\ f\}$

$\langle E \text{ as} : xs = as ++ bs \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#as : as.i \leq as.(i+1) \rangle : \#as \rangle$

**Ejercicio 2.** Calcular el wp del siguiente programa:

$\text{if } a \geq b \rightarrow a := a - b;$

$[] \text{ } b \geq a \rightarrow b := b - a;$

$\{a > 0 \wedge b > 0\}$

$wp.\text{if}.Q = [(Bo \vee B1 \vee \dots \vee Bn) \wedge (Bo \rightarrow wp.S0.Q) \wedge \dots \wedge (Bn \rightarrow wp.Sn.Q)]$

$[(a \geq b \vee b \geq a) \wedge (a \geq b \rightarrow wp.(a := a - b).(a > 0 \wedge b > 0)) \wedge$

$(b \geq a \rightarrow wp.(b := b - a).(a > 0 \wedge b > 0))]$

**Ejercicio 5** Encontrar predicados P tal que se cumpla

$\diamond \{P\} x, y := y * x, x * y \{x + y > 0\}$   
 $=\{\text{aplico wp}\}$   
 $\text{Wp.}(x, y := y * x, x * y).(x + y > 0)$   
 $=\{\text{def wp}\}$   
 $(y * x) + (x * y) > 0$   
 $=\{\text{aritmética}\}$   
 $y^2 + x^2 + 2xy > 0$   
 $P: y^2 + x^2 + 2xy > 0$

$\diamond \{P\} a:=a \equiv b \{a\}$   
 $\text{Wp.}(a:=a \equiv b).(a)$   
 $=\{\text{def wp}\}$   
 $a \equiv b$   
 $P: a \equiv b$

Demostrar que skip;skip es equivalente a skip  
 $\text{Skip;skip} = \text{skip}$   
 $=\{\text{aplico wp}\}$   
 $\text{Wp.skip.}(\text{wp.skip})=\text{wp.skip}$   
 $=\{\text{def wp}\}$   
 $\text{Wp.skip} = \text{wp.skip}$   
 $=\{\text{reflexión}\}$   
 True

**Ejercicio 6.** Determine el wp del siguiente programa:

$\{\}$ 
$$x := x+1;$$

```
if x>0 -> x:= x-1;
```

$$[] \ x < 0 \rightarrow x := x + 2;$$

```
[ ] x=1 -> skip;
```

fi

 $\{x \geq 1\}$ 
$$\text{wp.if.Q} = [(\text{Bo} \vee \text{B1} \vee \dots \vee \text{Bn}) \wedge (\text{Bo} \rightarrow \text{wp.S0.Q}) \wedge \dots \wedge (\text{Bn} \rightarrow \text{wp.Sn.Q})]$$
$$[(x > 0 \vee x < 0 \vee x = 1) \wedge (x > 0 \rightarrow \text{wp}.(x := x - 1).(x \geq 1))] \wedge$$
$$(x < 0 \rightarrow \text{wp.}(x := x + 2).(x \geq 1)) \wedge$$

```
(x=1 -> wp.(skip).(x>=1))]
```

$$[x > 0 \wedge P \rightarrow \text{wp.}(x := x - 1).(x \geq 1)]$$
$$=\{\text{def wp}\}$$
$$x > 0 \wedge P \rightarrow x > 1$$
$$[x < 0 \wedge P \rightarrow \text{wp.}(x := x + 2).(x \geq 1)]$$
$$[x=1 \wedge P \rightarrow wp.(skip).(x \geq 1)]$$