

# Llenado de un tanque

Trabajo Práctico Especial

# Introducción

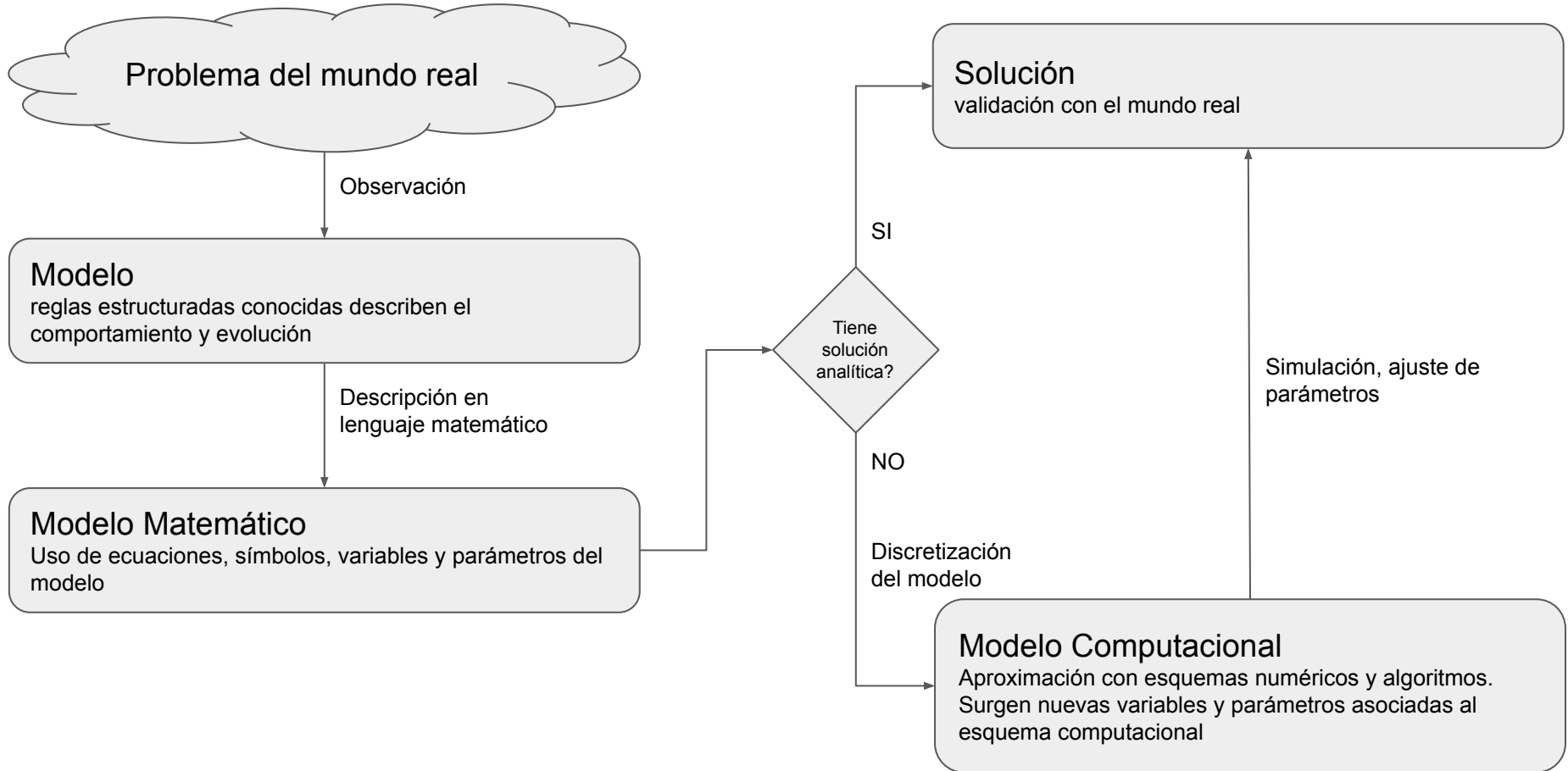
El **modelado computacional** consiste en el uso de computadoras para simular y estudiar el comportamiento de sistemas complejos mediante las matemáticas, la física y la informática. El **sistema** bajo estudio, en su definición más general se compone de un conjunto de **reglas estructuradas conocidas** que describen su comportamiento y evolución. Dichos principios son descritos en términos de **variables y parámetros** que representan cantidades de interés para el sistema. La descripción del sistema en el lenguaje de las matemáticas se denomina **modelo matemático**.

En sistemas complejos, donde el modelo matemático no puede ser resuelto de forma **analítica**, se procede a aproximarlos con **esquemas numéricos** y resolverlos utilizando algoritmos computacionales, lo que usualmente llamamos **modelo computacional**. La ejecución de dichos algoritmos en una computadora es el proceso de **simular** el comportamiento del sistema real en un ambiente computacional.

La simulación se realiza **ajustando** cada una de estos parámetros y observando cómo los cambios afectan los **resultados**. Los resultados de las simulaciones son usados para hacer predicciones acerca de qué pasará en el sistema real que se está estudiando en respuesta a condiciones cambiantes.

El modelado permite realizar miles de **experimentos computacionales**, lo que muchas veces es **costoso o incluso inviable** si se quisieran realizar los experimentos reales.

# Modelado Computacional



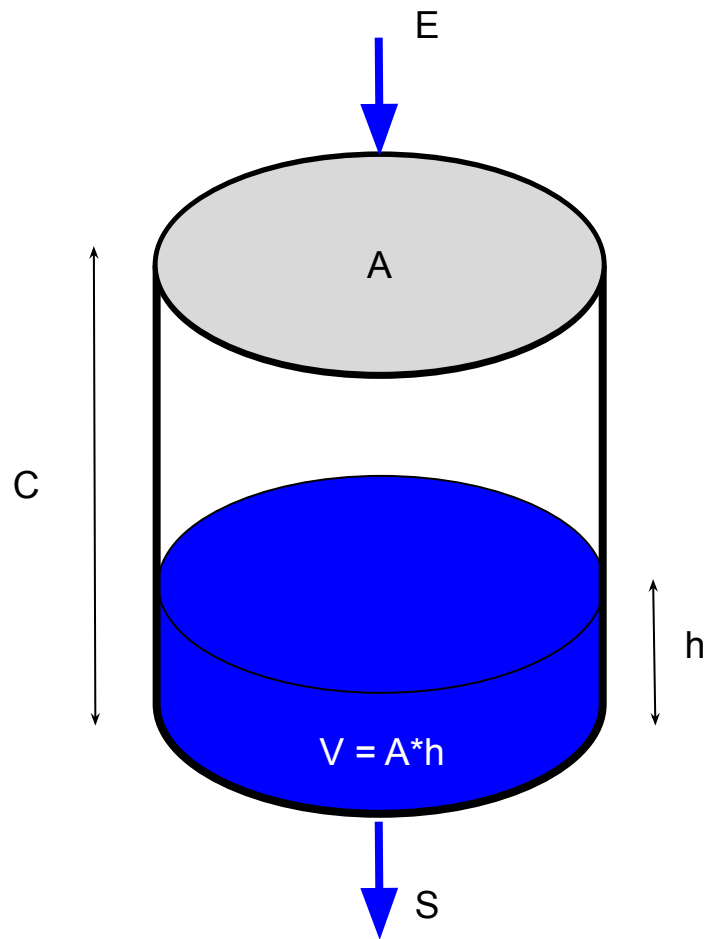
# Enunciado

Se desea modelar el **sistema físico** correspondiente al **llenado de un tanque** de agua.

- El tanque tiene forma cilíndrica, con área transversal  $A$  constante y una altura  $C$ , medidas en [m].
- El agua entra al tanque por la parte superior con un caudal constante  $E$ , y sale por la parte inferior del mismo con un caudal constante  $S$ , ambos medidos en [m<sup>3</sup> / s].
- La altura de la columna de agua dentro del tanque se denomina  $h$ , y es medida en [m].

En todo momento ( $t$ ), el volumen de agua dentro del tanque ( $V$ ) puede expresarse como

$$V(t) = A * h(t)$$



## Enunciado (cont.)

Por otro lado, la evolución temporal de la columna de agua para  $t_i = i * \Delta t$ , con  $i \in \mathbb{N}$  y  $\Delta t \in \mathbb{R}$ , donde  $\Delta t$  representa la discretización del tiempo, puede expresarse como

$$\Delta h / \Delta t = (h(t_i) - h(t_{i-1})) / \Delta t = (E(t_i) - S(t_i)) / A$$

Luego

$$\Delta h = h(t_i) - h(t_{i-1}) = (E(t_i) - S(t_i)) * \Delta t / A$$

Esto permite expresar a  $h$  como función de la diferencia de caudales y de  $h$  en el instante de tiempo anterior.

$$\underline{h(t_i) = h(t_{i-1}) + (E(t_i) - S(t_i)) * \Delta t / A}$$

## Enunciado (cont.)

Dado un valor inicial para  $h(t=0)=H$ , y valores para todos los parámetros, podemos calcular la evolución temporal de la altura de la columna de agua y del volumen de agua de forma iterativa para cualquier instante de tiempo  $t_i$  de la siguiente manera:

$$\Delta t = 1 \text{ [s]}; H=0.25 \text{ [m]}; E(t) = 0.0005 \text{ [m}^3\text{/s]}; S(t) = 0.00001 \text{ [m}^3\text{/s]}; A = 0.5 \text{ [m}^2\text{]}; C = 2.0 \text{ [m]}$$

$i$	$t_i$	$E(t)$	$S(t)$	$h(t_i) = h(t_{i-1}) + (E(t_i) - S(t_i)) * \Delta t / A$	$V(t_i) = A * h(t_i)$
0	0	0.0005	0.00001	0.250	0.1250
1	1	0.0005	0.00001	0.251	0.1255
2	2	0.0005	0.00001	0.252	0.1260
3	3	0.0005	0.00001	0.253	0.1265

# Enunciado (cont.)

## Parte 1

Implemente un programa que simule la evolución temporal de la altura de la columna de agua  $h$  con  $E$  y  $S$  **constantes**. El mismo debe solicitar al usuario los parámetros

$$\Delta t [s]; H [m]; E [m^3/s]; S [m^3/s]; A [m^2]; C [m]$$

Luego debe simular desde  $t=0$  hasta  $t=T_L$ , el tiempo en el que el tanque se llena por completo. Después debe simular que se cierra la entrada pero mantiene la misma salida hasta el tiempo  $t=T_V$ , el tiempo en el que el tanque se vacía por completo.

Luego de entrar los parámetros, el programa debe calcular e imprimir por pantalla:

- I. Tiempo  $t_f$ , en el que el tanque se llena por completo.
- II. Tiempo  $t_v$ , en el que el tanque se vacía por completo.
- III. **Primer** tiempo  $t_c$ , en el que la columna de agua es igual o superior a  $C/2$ .



# Enunciado (cont.)

## Parte 2

Implemente el modelo computacional para simular el llenado de un tanque donde el caudal de salida ( $S$ ) **no es constante**, para cada uno de los siguientes casos

- A.  $S(t) = K * t$
- B.  $S(t) = W * t^2$
- C.  $S(t) = G/A * h(t)$

Donde  $K, W$  y  $G$  son parámetros numérico a ingresar por el usuario del programa.

El usuario debe ingresar

$\Delta t [s]; H [m]; E [m^3/s]; A [m^2]; C [m]; K [m^3/s^2]; W [m^3/s^3]; G [m^4/s]$

Luego de entrar los parámetros, el programa debe calcular e imprimir por pantalla:

- I. Tiempo  $t_f$ , en el que el tanque se llena por completo.
- II. Tiempo  $t_v$ , en el que el tanque se vacía por completo.
- III. **Primer** tiempo  $t_f$ , en el que la columna de agua es igual o superior a  $C/2$ .

# Enunciado (cont.)

## Observaciones

Tenga en cuenta que dependiendo de los valores de los parámetros, puede que la simulación nunca alcance a llenar el tanque por completo o hasta la mitad. En todos los casos, utilice un tiempo máximo de simulación igual a  $1.000.000 \Delta t$ .

Debe chequear que los resultados de la simulación sean físicamente válidos, es decir:

$$0 \leq h(t) \leq C$$

# Enunciado (cont.)

## Grupos

- El trabajo se puede realizar en grupos de cómo máximo 2 personas. Todos los integrantes tienen que enviar el código y el informe a través del moodle el día de la entrega y todos tienen que resolver las evaluaciones por moodle, porque las mismas son individuales.

## Entrega

- El día **9/06**. Entregar un .zip con el código fuente del programa implementado y un informe en el que se detalle la resolución del problema  
Recuperatorio día **23/06**
- **Evaluación 9/06 (Recuperatorio 23/06):** Se considera “**Aprobado**” si
  - Se entrega el código y el informe en tiempo y forma.
  - Se aprueba la evaluación por moodle, consistente en preguntas teóricas y ejercicios prácticos en los que se darán parámetros y el alumno tiene que correr su programa e ingresar las respuestas.
- Se evaluará como **Aprobado / Desaprobado** y es **necesaria su aprobación** para **aprobar la cursada**.