10. $T(n) = \begin{cases} cte_1 & , n <= 1 \\ T(n-1) + cte_2 & , n > 1 \end{cases}$

Suponiendo que $n > 1$

paso 1 $\quad T(n-1) + cte_2$

paso 2 $\quad [T(n-2) + cte_2] + cte_2 =$

$= T(n-2) + 2cte_2$

paso 3 $\quad [T(n-3) + cte_2] + 2cte_2 =$

$= T(n-3) + 3cte_2$

paso i $\quad T(n-i) + i.cte_2$

$\boxed{\text{caso base}}$

$n-i <= 1$

$n <= 1 + i$

$n-1 <= i$

reemplazo i

Escaneado con CamScanner

$$T(n-(n-1)) + (n-1) \cdot cte2 =$$

$$= T(1) + (n-1) \cdot cte2 =$$

$$= \boxed{cte1 + n\, cte2 - cte2} = T(n)$$

ORDEN

ORDEN CANDIDATO → n

PRIMER TERMINO

$cte_1 <= n \cdot c_1$ para todo $n >= no_1$

con $c_1 = cte1$ y $no_1 = 1$ sigue valiendo desigualdad.

SEGUNDO TERMINO

$n \cdot cte2 <= n \cdot c_2$ para todo $n >= no_2$

con $c_2 = cte2$ y $no_2 = 0$ sigue valiendo desigualdad.

TERCER TERMINO

al ser negativo no se añade a la justificación puesto que se puede acotar con $c_3 = 0$ y $no_3 = 0$

JUNTAMOS

$$cte_1 + n\, cte2 - cte2 <= c1 \cdot n + c2 \cdot n$$

$$T(n) <= (c1 + c2) \cdot n$$

$c = c1 + c2 = cte1 + cte2$ $\qquad no = 1$ → mas restrictivo

ENTONCES

$T(n) <= O(n)$ con $c = cte1 + cte2$ para todo $n >= no$ con $no = 1$.

Escaneado con CamScanner

ii) $T(n) = \begin{cases} cte_1 & , n <= 1 \\ 2T(n-1) + cte_2 & , n > 1 \end{cases}$

suponiendo que $n > 1$

paso 1 $\quad 2T(n-1) + cte_2$

paso 2 $\quad 2[2T(n-2) + cte_2] + cte_2 =$

$= 4T(n-2) + 3cte_2$

paso 3 $\quad = 4[2T(n-3) + cte_2] + 3cte_2 =$

$= 8T(n-3) + 7cte_2$

paso i $\quad 2^i T(n-i) + (2^i - 1) \cdot cte_2$

$\boxed{\text{caso base}}$

$n - i <= 1$

$n <= 1 + i$

$\boxed{n - 1 <= i}$

reemplazo i $\quad 2^{n-1} \cdot T(n-(n-1)) + (2^{n-1} - 1) \cdot cte_2 =$

$= \frac{2^n}{2} \cdot T(1) + \left(\frac{2^n}{2} - 1\right) \cdot cte_2 =$

$= 2^n \cdot \frac{cte_1}{2} + \left(2^n \cdot \frac{1}{2} - 1\right) \cdot cte_2 =$

Escaneado con CamScanner

$$\boxed{2^n \cdot \frac{cte1}{2} + 2^n \cdot \frac{cte2}{2} - cte2}$$

orden $\boxed{2^n}$

junto los dos casos bases como 1 solo, ya que ambos son de T constante.

iii) $T(n) = \begin{cases} cte1 & , n <= 1 \\ 2T(n-2) + cte2 & , n > 1 \end{cases}$

suponiendo que $n > 1$

paso ① $2T(n-2) + cte2$

paso ② $2[T(n-4) + cte2] + cte2 =$

$= 2T(n-4) + 3cte2$

paso ③ $4[2T(n-6) + cte2] + 3cte2 =$

$= 8T(n-6) + 7cte2$

paso ⓘ $2^i T(n-2.i) + (2^i - 1) . cte2$

caso base

$n - 2.i <= 1$

$n <= 1 + 2i$

$n - 1 <= 2i$

$\frac{n-1}{2} <= i$

Escaneado con CamScanner

reemplazo i $\quad 2^{\frac{n-1}{2}}\, T\left(n-2.\left(\frac{n-1}{2}\right)\right) + \left(2^{\frac{n-1}{2}} - 1\right).cte2 =$

$$= \sqrt{2^{n-1}}.T(1) + \left(\sqrt{2^{n-1}} - 1\right).cte2 =$$

$$= \sqrt{\frac{2^n}{2}}.cte1 + \left(\sqrt{\frac{2^n}{2}} - 1\right).cte2 =$$

$$= \sqrt{2^n}.\sqrt{\frac{1}{2}}.cte1 + \left(\sqrt{2^n}.\sqrt{\frac{1}{2}} - 1\right).cte2 =$$

$$= \sqrt{2^n}.\sqrt{\frac{1}{2}}.cte1 + \sqrt{2^n}.\sqrt{\frac{1}{2}}.cte2 - cte2$$

orden $\rightarrow \sqrt{2^n}$

iv) $\quad T(n) = cte0+cte1 + \sum_{i=1}^{n-1} cte2 =$

$$= cte0+cte1 + (n-1).cte2 =$$

$$= \boxed{\cancel{cte0}+cte1 + n.cte2 - cte2}$$

v) $\quad T(n) = \begin{cases} cte1 & n <= 1 \\ T\left(\frac{n}{2}\right) + cte2 & n > 1 \end{cases}$

supo niendo que $n>1$

paso ① $\quad T\left(\frac{n}{2}\right) + cte2$

paso ② $\quad T\left(\frac{n}{4}\right) + 2cte2$

paso ③ $\quad T\left(\frac{n}{8}\right) + 3cte2$

Escaneado con CamScanner