10. $T(n) = \begin{cases} cte_1 & , n <= 1 \\ T(n-1) + cte_2 & , n > 1 \end{cases}$

Suponiendo que $n > 1$

paso ① $T(n-1) + cte_2$

paso ② $[T(n-2) + cte_2] + cte_2 =$

$= T(n-2) + 2cte_2$

paso ③ $[T(n-3) + cte_2] + 2cte_2 =$

$= T(n-3) + 3cte_2$

paso ⓘ $T(n-i) + i.cte_2$

$\boxed{\text{caso base}}$

$n - i <= 1$

$n <= 1 + i$

$n-1 <= i$

reemplazo $i$

$$T(n-(n-1)) + (n-1) \cdot cte2 =$$

$$= T(1) + (n-1) \cdot cte2 =$$

$$= \boxed{cte1 + n\, cte2 - cte2} = T(n)$$

ORDEN

ORDEN CANDIDATO $\rightarrow n$

PRIMER TERMINO

$cte_1 <= n \cdot c_1$ para todo $n >= no_1$

con $c_1 = cte1$ y $no_1 = 1$ sigue valiendo desigualdad.

SEGUNDO TERMINO

$n \cdot cte2 <= n \cdot c_2$ para todo $n >= no_2$

con $c_2 = cte2$ y $no_2 = 0$ sigue valiendo desigualdad.

TERCER TERMINO

al ser negativo no se añade a la justificación puesto que se puede acotar con $c_3 = 0$ y $no_3 = 0$

JUNTAMOS

$$cte_1 + n\, cte2 - cte2 <= c1 \cdot n + c2 \cdot n$$

$$T(n) <= (c1 + c2) \cdot n$$

$c = c1 + c2 = cte_1 + cte2$ $\qquad$ $no = 1 \rightarrow$ mas restrictivo

ENTONCES

$T(n) <= O(n)$ con $c = cte1 + cte2$ para todo $n >= no$ con $no = 1$.

ii) $T(n) = \begin{cases} cte_1 & , n <= 1 \\ 2T(n-1) + cte_2 & , n > 1 \end{cases}$

suponiendo que $n > 1$

paso (1) $2T(n-1) + cte_2$

paso (2) $2[2T(n-2) + cte_2] + cte_2 =$

$= 4T(n-2) + 3cte_2$

paso (3) $= 4[2T(n-3) + cte_2] + 3cte_2 =$

$= 8T(n-3) + 7cte_2$

paso (i) $2^i T(n-i) + (2^i - 1) \cdot cte_2$

caso base

$n - i <= 1$

$n <= 1 + i$

$\boxed{n - 1 <= i}$

reemplazo i $2^{n-1} \cdot T(n-(n-1)) + (2^{n-1} - 1) \cdot cte_2 =$

$= \frac{2^n}{2} \cdot T(1) + \left(\frac{2^n}{2} - 1\right) \cdot cte_2 =$

$= 2^n \cdot \frac{cte_1}{2} + \left(2^n \cdot \frac{1}{2} - 1\right) \cdot cte_2 =$

$$\boxed{2^n \cdot \frac{cte1}{2} + 2^n \cdot \frac{cte2}{2} - cte2}$$

orden $\boxed{2^n}$

junto los dos casos bases como 1 solo, ya que ambos son de T constante.

iii) $T(n) = \begin{cases} cte1 & , n <= 1 \\ 2\,T(n-2) + cte2 & , n > 1 \end{cases}$

suponiendo que $n > 1$

paso ① $2\,T(n-2) + cte2$

paso ② $2\left[T(n-4) + cte2\right] + cte2 =$

$= 2T(n-4) + 3cte2$

paso ③ $4\left[2T(n-6) + cte2\right] + 3cte2 =$

$= 8T(n-6) + 7cte2$

paso ⓘ $2^i T(n - 2.i) + (2^i - 1) . cte2$

caso base

$n - 2.i <= 1$

$n <= 1 + 2i$

$n - 1 <= 2i$

$\frac{n-1}{2} <= i$

reemplazo $i$ $\quad 2^{\frac{n-1}{2}} \, T\left(n-2.\left(\frac{n-1}{2}\right)\right) + \left(2^{\frac{n-1}{2}} - 1\right) . cte2 =$

$= \sqrt{2^{n-1}} . T(1) + \left(\sqrt{2^{n-1}} - 1\right) . cte2 =$

$= \sqrt{\frac{2^n}{2}} . cte1 + \left(\sqrt{\frac{2^n}{2}} - 1\right) . cte2 =$

$= \sqrt{2^n} . \sqrt{\frac{1}{2}} . cte1 + \left(\sqrt{2^n} . \sqrt{\frac{1}{2}} - 1\right) . cte2 =$

$= \sqrt{2^n} . \sqrt{\frac{1}{2}} . cte1 + \sqrt{2^n} . \sqrt{\frac{1}{2}} . cte2 - cte2$

orden $\rightarrow \sqrt{2^n}$

iv) $\quad T(n) = cte0 + cte1 + \sum_{i=1}^{n-1} cte2 =$

$= cte0 + cte1 + (n-1) . cte2 =$

$= \boxed{\cancel{cte0} + cte1 + n . cte2 - cte2}$

v) $\quad T(n) = \begin{cases} cte1 & n <= 1 \\ T\left(\frac{n}{2}\right) + cte2 + cte3 & n > 1 \end{cases}$

supongamos que $n > 1$

paso 1 $\quad T\left(\frac{n}{2}\right) + cte2 + cte3$

paso 2 $\quad T\left(\frac{n}{4}\right) + 2cte2 + 2cte3$

paso 3 $\quad T\left(\frac{n}{8}\right) + 3cte2 + 3cte3$

paso $i$ $\quad T\left(\frac{n}{2^i}\right) + i \cdot cte2 + i \cdot cte3$

caso base $\quad \frac{n}{2^i} <= 1$

$n <= 2^i$

$\log_2(n) <= i$

reemplazo $i$

$T\left(\frac{n}{2^{\log_2(n)}}\right) + \log_2(n) \cdot cte2 + \log_2(n) \cdot cte3$

$= T(1) + \log_2(n) \cdot cte2 + \log_2(n) \cdot cte3$

$= \boxed{cte1 + \log_2(n) \cdot cte2 + \log_2(n) \cdot cte3 = T(n)}$

$\boxed{O(\log_2(n))}$

Escaneado con CamScanner