1) a) $cte_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \left[\sum_{j=i+1}^{n} \left[\sum_{k=1}^{j} cte_2 \right] \right] =$

$= cte_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \left[\sum_{j=i+1}^{n} j \cdot cte_2 \right] =$ → la saco afuera

$= cte_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \left[cte_2 \cdot \sum_{j=i+1}^{n} j \right] =$

$= cte_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \left[cte_2 \cdot \left(\sum_{j=1}^{n} j - \sum_{j=1}^{i} j \right) \right] =$

$= cte_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \left[cte_2 \cdot \left(\frac{n(n+1)}{2} - \frac{i(i+1)}{2} \right) \right] =$

→ saco afuera y distribuyo sumatoria

$= cte_1 + \sum_{i=1}^{n-1} cte_2 \cdot \left(\frac{n(n+1)}{2} - \frac{i(i+1)}{2} \right) =$ → $= \frac{i^2 + i}{2}$

$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\sum_{i=1}^{n-1} \frac{n(n+1)}{2} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{i(i+1)}{2} \right) =$

$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\left((n-1) \cdot \left(\frac{n(n+1)}{2} \right) \right) - \left(\sum_{i=1}^{n-1} \frac{i^2 + i}{2} \right) \right) =$

→ distribuyo → saco afuera

$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\left((n-1) \cdot \left(\frac{n(n+1)}{2} \right) \right) - \left(\sum_{i=1}^{n-1} (i^2 + i) \cdot \frac{1}{2} \right) \right) =$

$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\left((n-1) \cdot \left(\frac{n(n+1)}{2} \right) \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n-1} i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} i \right) \right) \right) =$

$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\left((n-1) \left(\frac{n(n+1)}{2} \right) \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{(n-1)(n) \cdot (2n-2+1)}{6} \right) \right) \right)$

$$+ \left(\frac{(n-1)*n}{2}\right) =$$

$$= ce_1 + ce_2 \cdot \left(\left(\frac{(n-1)\cdot\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)}{}\right) - \left(\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{(n-1)n\cdot(2n-1)}{6} + \frac{(n-1)*n}{2}\right)\right)\right) =$$

$$= ce_1 + ce_2 \cdot \left(\left(\frac{(n-1)\cdot n^2+n}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{(n^2-n)\cdot(2n-1)}{6} + \frac{n^2-n}{2}\right)\right)\right)$$

$$= ce_1 + ce_2 \cdot \left(\left(\frac{(n-1)\cdot n^2+n}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\left(\frac{2n^3-3n^2+n}{6} + \frac{n^2-n}{2}\right)\right)\right) =$$

$$= ce_1 + ce_2 \left(\left(\frac{n^3-n}{2}\right) - \left(\frac{n^3-n}{6}\right)\right) =$$

$$= ce_1 + ce_2 \cdot \left(\frac{n^3-n}{3}\right)$$

$$= ce_1 + \left(ce_2 \cdot \frac{n^3}{3} - ce_2\frac{n}{3}\right) =$$

$$= ce_1 + ce_2\,\frac{n^3}{3} - ce_2\,\frac{n}{3} =$$

$$\boxed{= ce_1 + n^3\,\frac{ce_2}{3} - n\,\frac{ce_2}{3}} = T(n)$$

$O(n^3)$
- regla suma
- justificar punto b.
- es un polinomio de orden 3.

b) $n^3\,\frac{ce_2}{3} - n\,\frac{ce_2}{3} + ce_1$ como es polinomio de coeficiente principal de grado 3 considero que el $O(n^3)$

DEMOSTRACIÓN.

$$n^3\,\frac{ce_2}{3} - n\,\frac{ce_2}{3} + ce_1 \leq c \cdot n^3 \quad \text{para todo } n \geq n_0$$

① análisis 1er término

$$n^3 \leq n^3$$

Definir constante

$c_1 = 3$

$$n^3 \cdot 3 \leq n^3 \cdot 3$$

$n_0 = 1$

$$1^3 \cdot 3 \leq 1^3 \cdot 3$$

$$3 \leq 3$$

Se verifica desigualdad, primer termino se puede acotar con $c_1 = 3$ y $n_0 = 1$

① termino 2 $\quad n \leq n^3$

$c_2 = 3$

$$n \cdot 3 \leq n^3 (-3)$$

$n_0 = 1$

$$1 (3) \leq 1^3 (-3)$$

$$-3 \leq -3$$

se puede acotar con $c_2 = 3$ y $n_0 = 1$

③ termino 3 $\quad cte < n^3$

$c_3 = 3$

$$3 \leq n^3 \cdot 3$$

$n_0 = 1$

$$3 \leq 1 \cdot 3$$

$$3 \leq 3$$

se puede acotar con $c_3 = 3$ y $n_0 = 1$

④

$$T(n) \leq (c_1 + c_2 + c_3)\, n^3 =$$

$$= T(n) \leq 6\, n^3$$
$$T(n) \leq c\, n^3$$

$T(n) \leq O(n^3)$, com $c = 6$ para todo $n \geq n_0$ com

$n_0 = 1$.

↑
pequisar