PUNTO 11.

$$T(n) = \begin{cases} cte_1 & n=1 \\ T(n-1) + cte_2 & n>1 \end{cases}$$

suponiendo que $n>1$

paso 1 $\quad T(n-1) + cte_2$

paso 2 $\quad [T(n-2) + cte_2] + cte_2$

$T(n-2) + 2\,cte_2$

paso 3 $\quad [T(n-3) + 2\,cte_2] + cte_2 =$

$= T(n-3) + 3\,cte_2$

paso i $\quad = T(n-i) + i \cdot cte_2$

caso base

$$n-i = 1$$

$$n = 1+i$$

$$\boxed{n-1 = i}$$

reemplazo i

$$T(n-(n-1)) + (n-1) \cdot cte_2 =$$

$$= T(1) + (n-1) \cdot cte_2 =$$

$$= \boxed{cte_1 + n\,cte_2 - cte_2} = T(n)$$

orden candidato $\rightarrow O(n)$

Primer termino

$$cte_1 <= c_1 n$$

orden crecimiento

$$1 \leq n$$

multiplico ambos por cte_1

$$cte_1 \leq cte_1 \cdot n$$

vale desigualdad con $c_1 = cte_1$, y esto vale para $n \geq 1$

Segundo termino

$$n\,cte_2 <= c_2 n$$

orden crecimiento

$$n <= n$$

multiplico ambos por cte_2

$$n\,cte_2 <= cte_2\, n$$

vale desigualdad con $c_2 = cte_2$, y esto vale para cualquier n.

Tercer termino

$$cte_2 <= c_3 n$$

orden crecimiento

$$1 <= n.$$

multiplico ambos lados por cte_2

$$cte_2 <= cte_2 \cdot n$$

vale desigualdad con $c_3 = cte_2$, y esto vale para $n \geq 1$.
$\downarrow$ n_0.

obtencion c y n_0 para todo el $T(n)$.

$$cte_1 + n\,cte_2 - cte_2 \leq c_1 n + c_2 n + c_3 n$$

$$cte_1 + n\,cte_2 - cte_2 \leq (c_1 + c_2 + c_3) n$$

$$cte_1 + n\,cte_2 - cte_2 \leq (cte_1 + cte_2 + cte_2) n$$

$c = cte_1 + cte_2 + cte_2$.

El n_0 mas restrictivo $n_0 = cte_1$

$T(n) \leq O(n)$, con $c = cte_1 + cte_2 + cte_2$ para todo $n \geq n_0$ con $n_0 = 1$.