1) a) $cte_1 + \sum_{i=1}^{n-1}\left[\sum_{j=i+1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{j} cte_2\right]\right] =$

$= cte_1 + \sum_{i=1}^{n-1}\left[\sum_{j=i+1}^{n} j \cdot cte_2\right] =$ la saco afuera

$= cte_1 + \sum_{i=1}^{n-1}\left[cte_2 \cdot \sum_{j=i+1}^{n} j\right] =$

$= cte_1 + \sum_{i=1}^{n-1}\left[cte_2 \cdot \left(\sum_{j=1}^{n} j - \sum_{j=1}^{i} j\right)\right] =$

$= cte_1 + \sum_{i=1}^{n-1}\left[cte_2 \cdot \left(\frac{n(n+1)}{2} - \frac{i(i+1)}{2}\right)\right] =$

saco afuera y distribuyo sumatoria

$= cte_1 + \sum_{i=1}^{n-1} cte_2 \cdot \left(\frac{n(n+1)}{2} - i\left(\frac{i+1}{2}\right)\right) =$

$= \frac{i^2+i}{2}$

$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\sum_{i=1}^{n-1}\frac{n(n+1)}{2} - \sum_{i=1}^{n-1}\frac{i(i+1)}{2}\right) =$

$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\left((n-1)\cdot\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)\right) - \left(\sum_{i=1}^{n-1}\frac{i^2+i}{2}\right)\right) =$

distribuyo saco afuera

$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\left((n-1)\cdot\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)\right) - \left(\sum_{i=1}^{n-1}(i^2+i)\cdot\frac{1}{2}\right)\right) =$

$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\left((n-1)\cdot\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)\right) - \left(\frac{1}{2}\cdot\left(\sum_{i=1}^{n-1} i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} i\right)\right)\right) =$

$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\left((n-1)\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)\right) - \left(\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{(n-1)(n)\cdot(2n-2+1)}{6}\right.\right.\right.$

$$+ \left(\frac{(n-1) * n}{2}\right)\Bigg) =$$

$$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\left((n-1) \cdot \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)\right) - \left(\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{(n-1)n \cdot (2n-1)}{6} + \left(\frac{(n-1) * n}{2}\right)\right)\right)\right) =$$

$$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\left((n-1) \cdot \frac{n^2+n}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{(n^2-n) \cdot (2n-1)}{6} + \frac{n^2-n}{2}\right)\right)\right)$$

$$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\left((n-1) \cdot \frac{n^2+n}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\left(\frac{2n^3-3n^2+n}{6} + \frac{n^2-n}{2}\right)\right)\right) =$$

$$= cte_1 + cte_2 \left(\left(\frac{n^3-n}{2}\right) - \left(\frac{n^3-n}{6}\right)\right) =$$

$$= cte_1 + cte_2 \cdot \left(\frac{n^3-n}{3}\right)$$

$$= cte_1 + \left(cte_2 \cdot \frac{n^3}{3} - cte_2 \frac{n}{3}\right) =$$

$$= cte_1 + cte_2 \frac{n^3}{3} - cte_2 \frac{n}{3} =$$

$$\boxed{= cte_1 + n^3 \frac{cte_2}{3} - n \frac{cte_2}{3}} = T(n)$$

$O(n^3)$
- ⇒ regla suma
- ⇒ justificar punto b.
- ⇒ es un polinomio de orden 3.

b) $n^3 \frac{cte_2}{3} - n \frac{cte_2}{3} + cte_1$ como es polinomio de coeficiente principal de grado 3 considero que el $O(n^3)$

DEMOSTRACIÓN.

$$n^3 \frac{cte_2}{3} - n \frac{cte_2}{3} + cte_1 \leq c \cdot n^3 \quad \text{para todo } n \geq n_0$$

① analisis 1er termino

$n^3 \leq n^3$

Defino constante.

$c_1 = 3$

$n^3 . 3 \leq n^3 . 3$

$n_0 = 1$

$1^3 . 3 \leq 1^3 . 3$

$3 \leq 3$

se verifica desigualdad. primer termino se puede acotar con $c_1 = 3$ y $n_0 = 1$

② termino 2 $n \leq n^3$

$c_2 = 3$

$n . 3 \leq n^3 (3)$

$n_0 = 1$ $1 . (3) \leq 1^3 (3)$

$3 \leq 3$

se puede acotar con $c_2 = 3$ y $n_0 = 1$

③ Termino 3 $cte < n^3$

$c_3 = 3$

$3 \leq n^3 . 3$

$n_0 = 1$

$3 \leq 1 . 3$

$3 \leq 3$

se puede acotar con $c_3 = 3$ y $n_0 = 1$

④

$$T(n) \leq (c_1 + c_2 + c_3)\, n^3 =$$

$$= T(n) \leq 6\, n^3$$

$$T(n) \leq c\, n^3$$

$T(n) \leq O(n^3)$, con $c = 6$ para todo $n \geq n_0$ con $n_0 = 1$.

↑
plequntar