



Temario

- **Lógica de Enunciados.** El lenguaje de la Lógica. Representación Simbólica - Enunciados y conectivas. Funciones de verdad y tablas de verdad. Tautologías, contradicciones, equivalencias lógicas. Reglas de manipulación y sustitución.

Bibliografía

- **Hamilton.** Lógica para matemáticos. Capítulo 1.
- **Pons, Rosenfeld, Smith.** Lógica para Informática. Capítulo 1.

Ejercicios

1. Retome el Ejercicio 1 de la Práctica 1:
 - a) Seleccione un par de enunciados que sean lógicamente equivalentes (que tengan el mismo significado). Demuéstrelo mediante tablas de verdad.
 - b) Para cada ítem construya un enunciado que sea lógicamente equivalente.
2. Sean \mathcal{A} , \mathcal{B} *fbfs* que cumplen que $(\neg \mathcal{A} \vee \mathcal{B})$ es tautología. Sea \mathcal{C} una *fbf* cualquiera. Determinar, si es posible, cuáles de las siguientes *fbfs* son tautologías y cuáles contradicciones. Justificar las respuestas.
 - i- $((\neg(\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B})) \rightarrow \mathcal{C})$
 - ii- $(\mathcal{C} \rightarrow ((\neg \mathcal{A}) \vee \mathcal{B}))$
 - iii- $((\neg \mathcal{A}) \rightarrow \mathcal{B})$
3. ¿Es cierto que dadas \mathcal{A} y \mathcal{B} *fbfs* cualesquiera, siempre ocurre que si \mathcal{A} y $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ son tautologías entonces \mathcal{B} también lo es? Fundamentar. Ejemplificar con algunos ejemplos concretos escritos en lenguaje natural.
4. Sea \mathcal{A} una *fbf* donde aparecen sólo los conectivos \wedge, \vee, \neg . Sea \mathcal{A}' la *fbf* que se obtiene a partir de \mathcal{A} reemplazando cada \wedge por \vee y cada \vee por \wedge . ¿Si \mathcal{A} es una tautología, \mathcal{A}' también lo es? Justificar. Ejemplificar con algunos ejemplos escritos en lenguaje natural.
5. Demostrar que cualquier tautología proposicional que esté escrita usando los conectivos $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow$ contiene alguna ocurrencia ya sea del símbolo " \neg " o del símbolo " \rightarrow ".

Idea: Demostrar que cualquier fórmula que contenga sólo la conjunción y disyunción puede tomar el valor F.
6. ¿Es cierto que en el Cálculo de Enunciados pueden escribirse dos *fbfs* que tengan diferentes letras de proposición y aún así ambas *fbfs* sean lógicamente equivalentes?. Fundar.



7. Para las tablas dadas a continuación, encontrar al menos dos *fbf* del Cálculo de Enunciados que las tenga por tablas de verdad.

Ayuda: alcanza con usar p, q, \neg, \wedge, \vee .

p	q	f?
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

p	q	f?
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	F

p	q	f?
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	F

8. Determinar cuáles de las siguientes *fbfs* son lógicamente implicadas por la *fbf* $(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B})$. Fundamentar. *Def. de implicación lógica, ver def. 1.7 del Hamilton.*

i- \mathcal{A}

ii- \mathcal{B}

iii- $\mathcal{A} \vee \mathcal{B}$

iv- $\neg \mathcal{A} \vee \mathcal{B}$

v- $\neg \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{A}$

vi- $\mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B}$

vii- $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$

viii- $\neg \mathcal{B} \rightarrow \neg \mathcal{A}$

ix- $\mathcal{B} \rightarrow \neg \mathcal{A}$

9. Sea la relación \leq tal que dadas *fbfs* \mathcal{A}, \mathcal{B} se cumple que $\mathcal{A} \leq \mathcal{B}$ sii $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ es una tautología. Dadas las *fbfs*: $p, p \rightarrow q, \neg p, p \wedge \neg p, r \vee \neg r$, organizarlas bajo la relación \leq . Representar gráficamente.
10. Sea \mathcal{A} una *fbf* donde aparecen sólo los conectivos \wedge, \neg . Sea \mathcal{A}' la *fbf* que se obtiene a partir de \mathcal{A} reemplazando cada \wedge por \vee y cada letra de proposición por su negación (o sea, cada p por $\neg p$, cada q por $\neg q$, etc.). ¿Es cierto que \mathcal{A}' es lógicamente equivalente a $\neg \mathcal{A}$? Fundamentar. Ejemplificar con algunos ejemplos concretos escritos en lenguaje natural.
11. Sea $\#$ el operador binario definido como $p \# q =_{def} (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$. *Def. de implicación lógica, ver def. 1.7 del Hamilton.*
- i- Probar que $\#$ es asociativo, es decir, $x \# (y \# z)$ es lógicamente equivalente a $(x \# y) \# z$.
 - ii- Probar que $\#$ es conmutativo, es decir, $y \# z$ es lógicamente equivalente a $z \# y$.
12. Demostrar que las siguientes fórmulas son lógicamente equivalentes.
- i- $(p \rightarrow q)$ es lógicamente equivalente a $(\neg p \vee q)$
 - ii- $(p \leftrightarrow q)$ es lógicamente equivalente a $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$
 - iii- $(\neg(p \wedge q))$ es lógicamente equivalente a $(\neg p \vee \neg q)$
 - iv- $(\neg(p \vee q))$ es lógicamente equivalente a $(\neg p \wedge \neg q)$