Práctica 4

Ejercicio 1.

Expresar en un lenguaje de predicados de primer orden las siguientes afirmaciones:

i. Algunas aves no vuelan

ii. No todas las aves vuelan

Analizar la relación entre ambas. Mostrar cómo se puede transformar una expresión en la otra.

$P_1^1(x): x\ es\ un\ ave$

$P_2^1(x): x\ vuela$

i. <u>Algunas aves no vuelan</u>

$(\exists x)\left(P_1^1(x)\ \land \neg P_2^1(x)\right)$

ii. <u>No todas las aves vuelan</u>

$\neg(\forall x)\left(P_1^1(x) \to P_2^1(x)\right)$

Si transformamos el ii. de tal manera para sacar la implicación y que sea una disyunción queda:

$\neg(\forall x)\left(\neg P_1^1(x)\ \lor\ P_2^1(x)\right)$

Luego aplicando Ley de Morgan:

$\neg(\forall x)\neg\left(P_1^1(x)\ \land\ \neg P_2^1(x)\right)$

Y ahora queda similar al i. solo que en lugar de un $(\exists x)$ se tiene un $\neg(\forall x)\neg$. Entonces podemos reemplazar la expresión $\neg(\forall x)\left(P_1^1(x) \to P_2^1(x)\right)$ por $(\exists x)\left(P_1^1(x)\ \land\ \neg P_2^1(x)\right)$.

Ejercicio 2.

Escribir las siguientes proposiciones usando un lenguaje de predicados de primer orden:

i. El cero es el menor natural.

Sea el dominio de los naturales, los símbolos del alfabeto son los siguiente:

c_1 *representa el* 0
x *es una variable*
$P_1^2(x, y)$: *x es menor a y*
$P_2^2(x)$: *x es diferente a y*

$$(\forall x)\left(P_2^2(x, c_1) \rightarrow P_1^2(c_1, x)\right)$$

ii. El conjunto vacío está incluido en cualquier conjunto.

Sea el dominio de los conjuntos, los símbolos del alfabeto son los siguiente:

c_1 *representa el* $\emptyset$
x *es una variable*
$P_1^2(x, y)$: *x esta incluido en y*

$$(\forall x)\left(P_2^2(c_1, x)\right)$$

iii. Si se prueba una propiedad para el cero y luego se prueba que esa misma propiedad vale para el número n+1 si vale para n, entonces se ha probado que la propiedad vale para cualquier natural.

Sea el dominio de los naturales, los símbolos del alfabeto son los siguiente:

c_1 *representa el* 0
x, n *son variables*
P_1^1 *es una propiedad cualesquiera*
$f_1^1(x) = x + 1$

$$\left(P_1^1\,(c_1) \wedge (\forall n)\left(P_1^1(n) \rightarrow P_1^1\left(f_1^1(n)\right)\right)\right) \rightarrow (\forall x)P_1^1(x)$$

Debería consultarlo

iv. Si hay un número natural que cumple una cierta propiedad, entonces hay un mínimo natural que cumple esa propiedad

Sea el dominio de los naturales, los símbolos del alfabeto son los siguiente:

c_1 *representa el* 0
x, y, n *son variables*
P_1^1 *es una propiedad cualesquiera*
$P_1^2(x, y)$: *x es menor a y*

$$(\exists x)\left(P_1^1(x)\right) \rightarrow (\exists y)\left(P_1^1(y) \wedge \left((\forall n)\left(P_1^2(y, n)\right)\right)\right)$$

Ejercicio 3.

Expresar en un lenguaje de predicados de primer orden el conocimiento asociado a la siguiente situaciones:

i. Todos los alumnos de LeIA, cuyo documento es par y han aprobado el parcial con nota mayor a 7 están inscriptos en la mesa de finales de Agosto.

   Sea el dominio de los alumnos de LeIA, los símbolos del alfabeto son los siguiente:

   $x\ es\ una\ variable$
   $P_1^1(x): x\ tiene\ documento\ par$
   $P_2^1(x): x\ tiene\ nota\ mayor\ a\ 7$
   $P_3^1(x): x\ esta\ inscripto\ en\ la\ mesa\ de\ finales\ de\ Agosto$

   $$(\forall x)\left(\left(P_1^1(x) \wedge P_2^1(x)\right) \rightarrow P_3^1(x)\right)$$

ii. Algunos alumnos de informática, mayores de 18 años han sido vacunados con la vacuna Sputnik V.

   Sea el dominio de los alumnos de Informática, los símbolos del alfabeto son los siguiente:

   $x\ es\ una\ variable$
   $P_1^1(x): x\ tiene\ 18\ años$
   $P_2^1(x): x\ ha\ sido\ vacunado\ con\ Sputnik\ V$

   $$(\exists x)\left(P_1^1(x) \wedge P_2^1(x)\right)$$

iii. Todos los jugadores de la selección Argentina que viven en Europa, excepto los de Inglaterra, participaran en el Mundial.

   Sea el dominio de los jugadores de la selección Argentina, los símbolos del alfabeto son los siguiente:

   $x\ es\ una\ variable$
   $P_1^1(x): x\ vive\ en\ Europa$
   $P_2^1(x): x\ vive\ en\ Inglaterra$
   $P_3^1(x): x\ participa\ en\ el\ Mundial$

   $$(\forall x)\left(\left(P_1^1(x) \wedge \neg P_2^1(x)\right) \rightarrow P_3^1(x)\right)$$

Ejercicio 4.

Expresar en un lenguaje de predicados de primer orden el conocimiento asociado a las siguientes situaciones:

i. Ningún dragón que viva en un zoológico es feliz. Cualquier animal que encuentre gente amable es feliz. Las personas que visitan los zoológicos son amables. Los animales que viven en zoológicos encuentran personas que visitan zoológicos.

(Estoy considerando que un dragón es un animal y que una persona también es un animal)

Sea el dominio de los animales, los símbolos del alfabeto son los siguiente:

$x, y\ son\ variables$
$P_1^1(x): x\ es\ un\ dragon$
$P_2^1(x): x\ vive\ en\ un\ zoologico$
$P_3^1(x): x\ es\ feliz$
$P_4^1(x): x\ es\ amable$
$P_5^1(x): x\ es\ persona$
$P_6^1(x): x\ visita\ un\ zoologico$
$P_1^2(x, y): x\ encuentra\ y$

- $(\forall x)\left(P_1^1(x) \wedge P_2^1(x) \rightarrow \neg P_3^1(x)\right)$
- $(\forall x)\left(\left(P_1^2(x, y) \wedge P_5^1(y) \wedge P_4^1(y)\right) \rightarrow P_3^1(x)\right)$
- $(\forall x)\left((P_5^1(x) \wedge P_6^1(x)\ ) \rightarrow P_4^1(x)\right)$
- $(\forall x)\left(P_2^1(x) \wedge P_1^2(x, y) \wedge P_5^1(y) \rightarrow P_6^1(x)\right)$

ii. Todo peluquero afeita a todo aquél que no se afeita a sí mismo. Ningún peluquero afeita a alguien que se afeite a sí mismo.

Sea el dominio de las personas, los símbolos del alfabeto son los siguiente:

$x, y\ son\ variables$
$P_1^2(x, y): x\ afeita\ a\ y$
$P_1^1(x): x\ es\ un\ peluquero$

- $(\forall x)(\forall y)\left(\left(P_1^1(x) \wedge \neg P_1^2(y, y)\right) \rightarrow P_1^2(x, y)\right)$
- $(\forall x)(\forall y)\left(\left(P_1^1(x) \wedge P_1^2(y, y)\right) \rightarrow \neg P_1^2(x, y)\right)$

iii. Si alguien hace algo bueno, ese alguien es bueno. Del mismo modo, si alguien hace algo malo, es malo. Sebastián ayuda a su madre y también miente algunas veces. Mentir es malo y ayudar es bueno.

Sea el dominio de los objetos, los símbolos del alfabeto son los siguiente:

c_1 *es Sebastian*
c_2 *es ayudar Madre*
c_3 *es ayudar*
c_4 *es mentir*
x, y *son variables*
$P_1^1(x)$: *x es persona*
$P_2^1(x)$: *x es una accion*
$P_3^1(x)$: *x es bueno*
$P_1^2(x, y)$: *x hace y*

- $(\forall x)\left(\left(P_1^1(x) \wedge P_2^1(y) \wedge P_3^1(y) \wedge P_1^2(x, y)\right) \rightarrow P_3^1(x)\right)$
- $(\forall x)\left(\left(P_1^1(x) \wedge P_2^1(y) \wedge \neg P_3^1(y) \wedge P_1^2(x, y)\right) \rightarrow \neg P_3^1(y)\right)$
- $P_1^2(c_1, c_2) \wedge P_1^2(c_1, c_4)$
- $\neg P_3^1(c_4) \wedge P_3^1(c_3)$