

Matemática 4- 2024

TP 5 (Continuación) - Aritmética Modular

1. Hallar los resultados de las siguientes operaciones realizadas entre enteros módulo 4 y 5 : $\bar{3} + \bar{1}$; $\bar{5} + \bar{9}$; $40.\bar{3}$; $(\bar{3} + \bar{2}).(\bar{6}.\bar{8})$
2. Construir las tablas de sumar y multiplicar de los enteros módulo 2 y 5
3. Analizar si las siguientes son estructuras de grupo:
 - (a) $(Z_4, +)$ enteros módulo 4 con la suma modular
 - (b) (Z_4, \cdot) enteros módulo 4 con el producto modular
 - (c) (Z_3, \cdot) enteros módulo 3 con el producto modular
4. Sean $A_1 = \{\bar{0}, \bar{5}\}$ y $A_2 = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}\}$ subconjuntos de Z_{10} .
 - Probar que A_1 y A_2 son subgrupos de Z_{10}
 - Mostrar que todo elemento de Z_{10} puede escribirse como suma de elementos de A_1 y A_2 (es decir, para todo x de Z_{10} , $x = x_1 + x_2$ con $x_1 \in A_1$ y $x_2 \in A_2$)
5. Mostrar que $\bar{3}$ es un generador del grupo cíclico $(Z_8, +)$. Cuál es el orden del subgrupo cíclico generado por $\bar{2}$?
6. Encontrar los generadores del grupo cíclico $(Z_6, +)$.
7. Si reparto en partes iguales m caramelos entre 3 personas, me sobran 2, mientras que si los reparto entre 7, me sobran 4. Sabiendo que m está entre 30 y 70.
¿ Cuántos caramelos tengo para repartir? (Usar aritmética modular)
8. Averiguar qué día de la semana cayó 05/11/1968, fecha del natalicio de Ricardo Fort.
9. Mostrar que Z_m para m natural y las operaciones de suma y producto tiene estructura de anillo
10. Dar todos los elementos invertibles de Z_6
11. Sea m un entero impar, probar que $m^2 \equiv_4 1$

12. Dar todos los elementos invertibles de Z_6
13. Si \bar{a} es invertible entonces no es *divisor de cero*
14. Probar que $(t, m) = 1$ si y sólo si t es invertible módulo m
15. Si p es primo entonces Z_p es un cuerpo

Ejercicios Adicionales

1. Dado su número de alumno, Leg: $abcde/f$ y sean $m = abcde$ y $k = f + 10$.
 - (a) Calcular, si existe el *inverso modular* de k en:
 - Z_8 si su f es **impar**,
 - Z_9 si su f es **par**.
 - (b) Como debe ser q para que los últimos 3 dígitos de $qx91xm$ coincidan con los últimos 3 dígitos de su número de alumno.
2. Calcular el resto de dividir 7 elevado a la 11 por 12
3. Un grupo de chicos de primer año (aprox 900 alumnos) está armando equipos para jugar al fútbol. Si arman equipos para fútbol 5 me quedan 3 sin equipo, pero si van a usar canchita de 11 ahora me quedan 7 amigos sin equipo ¿puede decir cuantos chicos son? la respuesta es única? (usar aritmética modular)