

TP6 – Espacios Vectoriales – Transformaciones

Lineales

Agustina Sol Rojas

Ejercicio 1.

Demostrar que los siguientes conjuntos son espacios vectoriales con las operaciones de suma y producto por escalar usuales correspondientes a cada espacio:

- a) \mathbb{R}^3 .
- b) Las matrices reales de 2×2 .
- c) Los polinomios de grado menor o igual a 3 (P_3). ¿El conjunto de los polinomios de grado 3, también es un espacio vectorial?

Ejercicio 2.

Sea V un Espacio Vectorial, demostrar que si $\alpha \cdot v = 0_V$ entonces $\alpha = 0$ o $v = 0_V$ (o ambos son nulos).

Ejercicio 3.

Decidir si los siguientes conjuntos son subespacios (justificar):

- a) $S = \{(x, 0) : x \in \mathbb{R}\}$
- b) $S = \{(1, y) : y \in \mathbb{R}\}$
- c) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 0\}$
- d) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 1\}$
- e) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x - y\}$
- f) $S = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : x + y + w = 1\}$
- g) $S = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : x + y - w = 0, z + 3y = 0\}$

h) $S = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ a & c \end{pmatrix} : a, b, c \in R \right\}$

Ejercicio 4.

Decidir si los siguientes subconjuntos son generadores de R^3 :

a) $S = \{(1, 0, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1); (1, 2, 3)\}$

b) $S = \{(1, 0, 1); (1, 1, 1); (0, 0, 1)\}$

c) $S = \{(1, 0, 1); (0, 1, 0)\}$

Ejercicio 5.

Analizar si el siguiente conjunto puede generar el subespacio de las matrices simétricas

de 2×2 $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Ejercicio 6.

Dar el subespacio generado por los vectores $\{(1, 0, 1); (1, 1, 0)\}$

Ejercicio 7.

Dar el subespacio generado por los vectores $\{(1, 1, 1); (1, -1, 0)\}$

Ejercicio 8.

Ejercicio 9.

Ejercicio 10.

Ejercicio 11.

Ejercicio 12.

Ejercicio 13.

Ejercicio 14.

Ejercicio 15.

Ejercicio 16.

Ejercicio 17.

Ejercicio 18.

Ejercicio 19.

Ejercicio 20.

Ejercicio 21.

Ejercicio 22.