



# UNRaf

UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
RAFAELA

Bv. J.A. Roca 989 / CP: 2300  
**Rafaela** - Santa Fe - Argentina

T: +54 (03492) 501155

info@unraf.edu.ar  
[www.unraf.edu.ar](http://www.unraf.edu.ar)

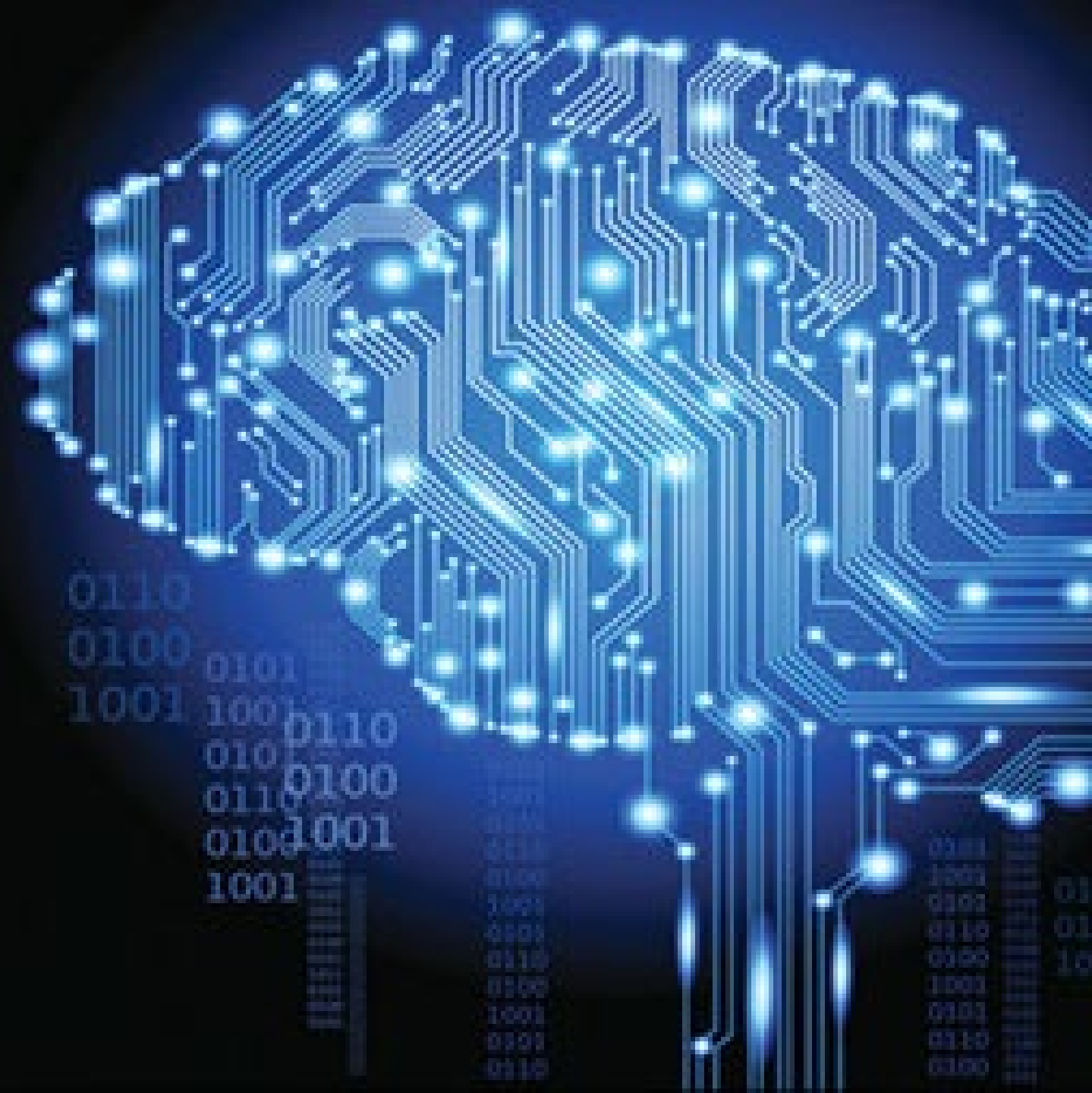


# #IC

# Ingeniería en Computación

**ALGORITMOS Y  
ESTRUCTURAS  
DE DATOS**

# ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS





UNRaf  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
RAFAELA

#IC

¿

# AGENDA

#IC

- Repaso
- Complejidad Computacional
  - ¿Qué es?
  - Complejidad Algorítmica
  - Tiempos
  - Costos
- Clases de Problemas
  - P
  - NP
  - NP Complejos
  - NP Duros
- Órdenes de Magnitud
- Ejemplos

# TEORÍA DE COMPLEJIDAD COMPUTACIONAL



Clasificar los  
problemas  
computacionales  
de acuerdo a su  
complejidad

# Características de un Algoritmo

**Precisión:** Un algoritmo debe expresarse sin ambigüedad.

**Determinista:** debe responder del mismo modo antes las mismas condiciones.

**Finito:** La descripción de un algoritmo debe ser finita.

# Complejidad Algorítmica

Representa la cantidad de **recursos** (temporales) que necesita un algoritmo para resolver un problema y por tanto permite determinar la **eficiencia** de dicho algoritmo.



# Medida del tiempo independiente

De la máquina

Del lenguaje de programación

De cualquier otro elemento de hardware o software que influya.

# Costo de la Complejidad Algorítmica

Depende del tamaño de los datos

Costo esperado o promedio

Mejor costo

Peor costo

$$T(n) \quad T_{\max}(n) \quad T_{\min}(n) \quad T_{\text{med}}(n)$$

# Complejidad Temporal

mientras  $b > 0$  hacer

$a = a + 1$

$b = b - 1$

$T = T(b)$

# Complejidad Costo

Búsqueda de un elemento en un vector de  $n$  posiciones

**Mejor costo:** el elemento este en la primera posición.

**Peor costo:** recorrer todo el vector.

**Costo promedio:**  $n/2$

# Complejidad Computacional

**Clase P**

**Clase NP**

**Clase NP-completos**

**Clase NP-duros**

# Complejidad Computacional

**Clase P:** complejidad polinómica son tratables en el sentido que son abordables en la práctica.

# Complejidad Computacional

**Clase NP:** problemas intratables pueden caracterizarse por aplicarse un algoritmo polinómico para comprobar si una posible solución es válida o no. Método de resolución no determinista consistente en aplicar heurísticas para obtener soluciones hipotéticas que se van desestimando (o aceptando) a ritmos polinómicos.

# Complejidad Computacional

**Clase NP-completos:** se destacan por la extrema complejidad. Se hallan en la frontera externa de la clase NP. Son problemas NP y son los peores problemas posibles de clase NP.



# Complejidad Computacional

**Clase NP-duros:** puede ser transformado a un problema NPC y tendrá la propiedad que no podrá ser resuelto en tiempo polinomial a menos que  $P = NP$ . Es tan difícil como un NP Completo.

# Ejemplo

$n \backslash T(n)$	$\log n$	$n$	$n \log n$	$n^2$	$n^3$	$2^n$	$n!$
10	$3.3 \cdot 10^{-6}$	$10^{-5}$	$3.3 \cdot 10^{-5}$	$10^{-4}$	0.001	0.001	3.63
50	$5.6 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$2.8 \cdot 10^{-4}$	0.0025	0.125	intratable	intratable
100	$6.6 \cdot 10^{-6}$	$10^{-4}$	$6.6 \cdot 10^{-4}$	0.01	1	intratable	intratable
$10^3$	$10^{-5}$	0.001	0.01	1	1000	intratable	intratable
$10^4$	$1.3 \cdot 10^{-5}$	0.01	0.13	100	$10^6$	intratable	intratable
$10^5$	$1.6 \cdot 10^{-5}$	0.1	1.6	$10^4$	intratable	intratable	intratable
$10^6$	$2 \cdot 10^{-5}$	1	19.9	$10^6$	intratable	intratable	intratable

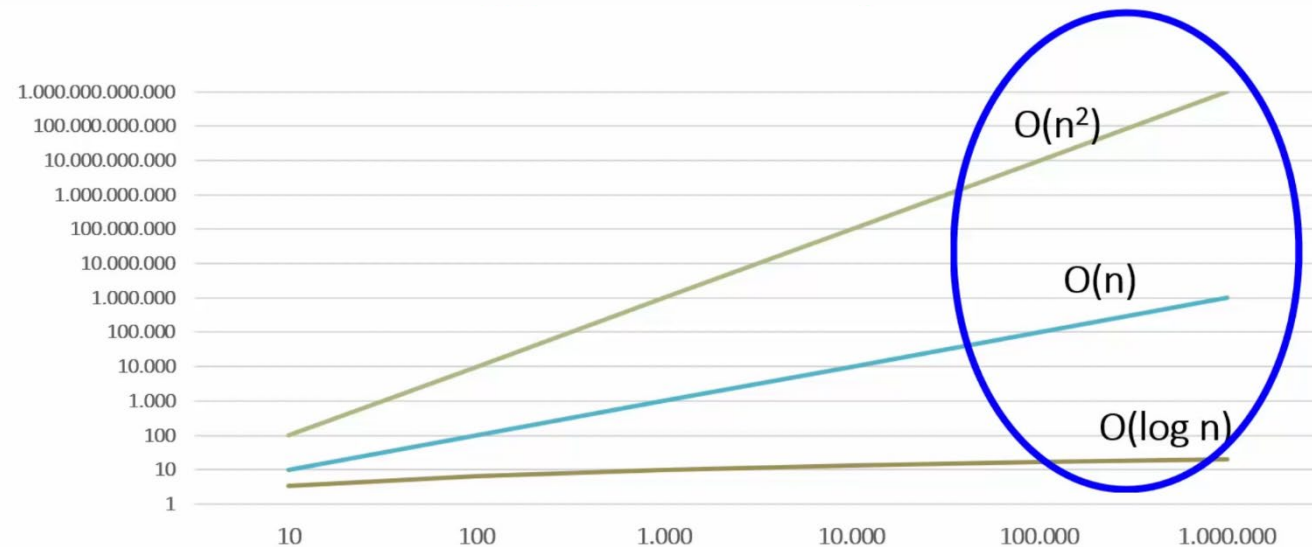
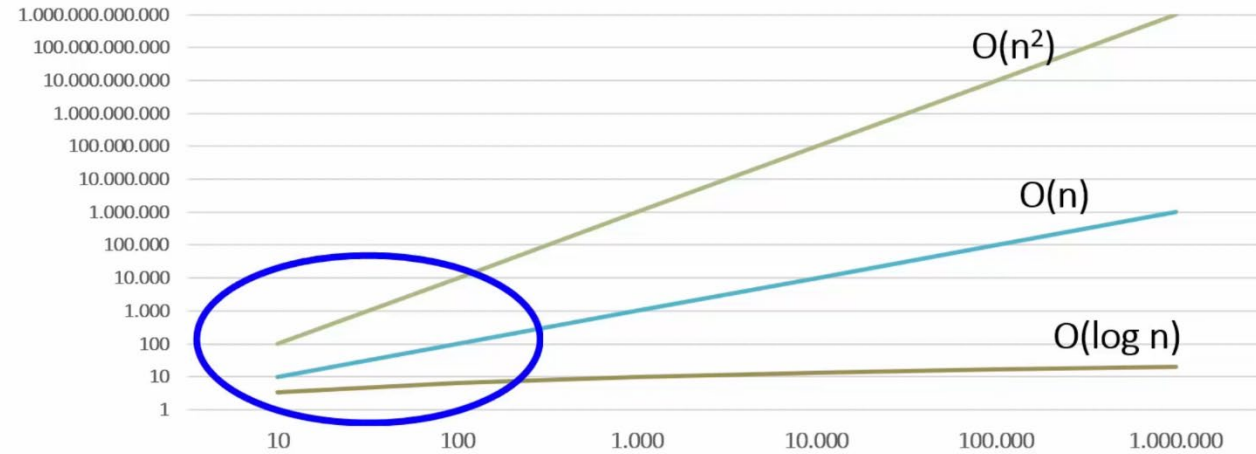
Imaginemos un microprocesador que puede realizar  
1000 instrucciones por nanosegundo  
En 1 segundo ejecuta  $10^{12}$  instrucciones

$n=50 - O(2^n) \rightarrow 19$  minutos

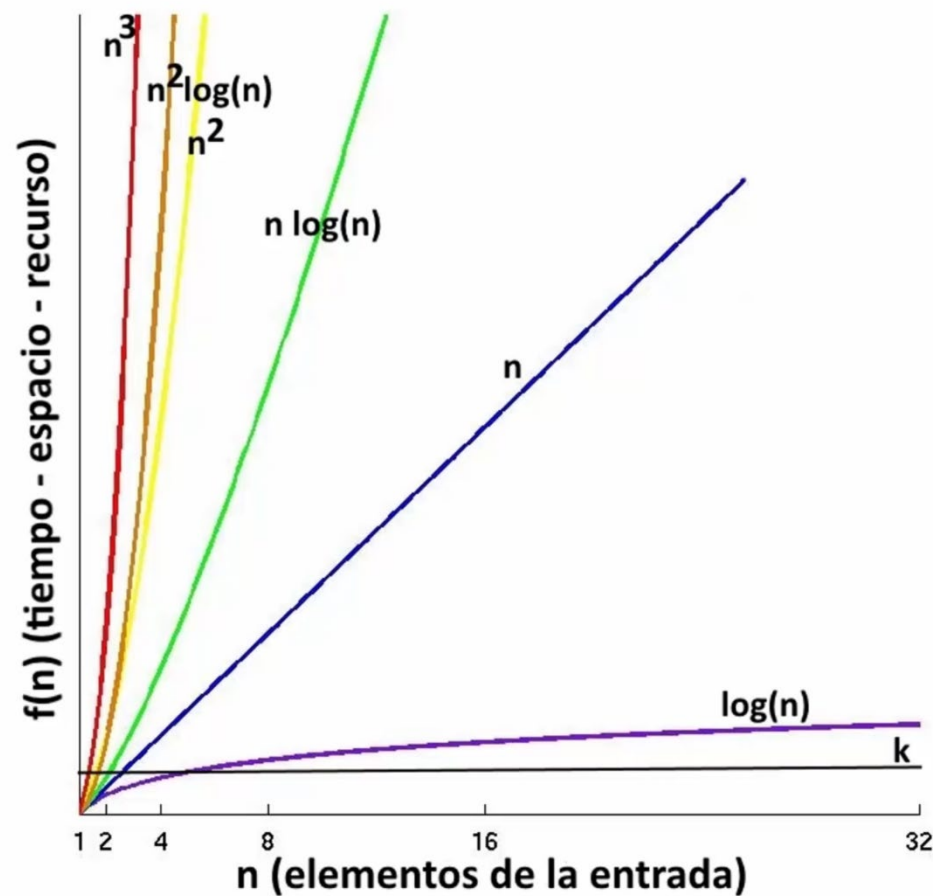
$n=60 - O(2^n) \rightarrow 19.215$  minutos  $\sim 13$  días

$n=100 - O(2^n) \rightarrow 40.196.936.841$  años

# Orden de Magnitud



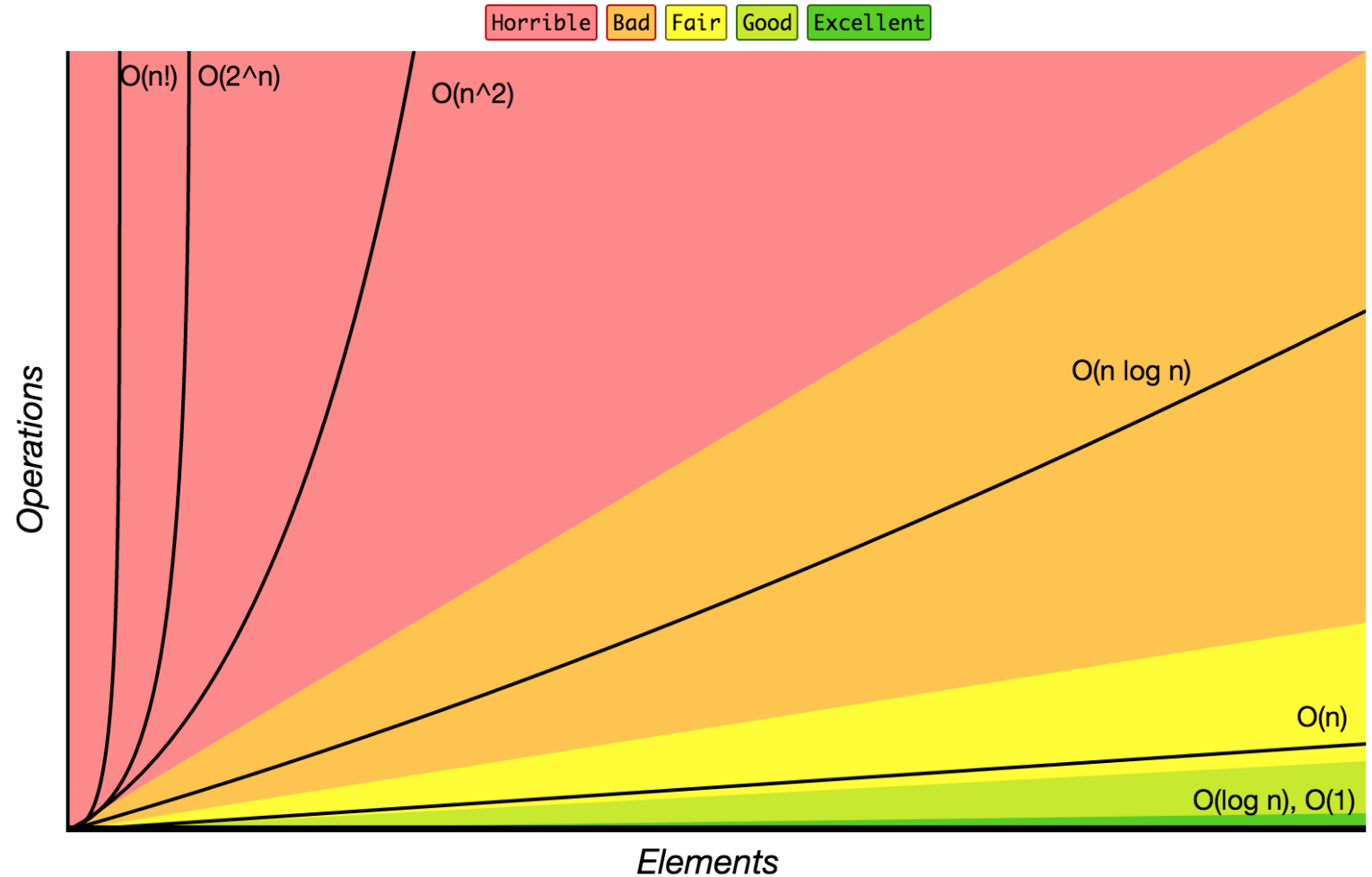
# Orden de Magnitud



Big-O	Nombre
$O(k)$	Constante
$O(\log n)$	Logarítmica
$O(n)$	Lineal
$O(n \log n)$	Log-lineal
$O(n^2)$	Cuadrática
$O(n^3)$	Cúbica
$O(2^n)$	Exponencial
$O(n!)$	Factorial

# Orden de Magnitud

Big-O Complexity Chart



# Orden de Magnitud

## Array Sorting Algorithms

Algorithm	Time Complexity			Space Complexity
	Best	Average	Worst	Worst
Quicksort	$O(n \log(n))$	$O(n \log(n))$	$O(n^2)$	$O(\log(n))$
Mergesort	$O(n \log(n))$	$O(n \log(n))$	$O(n \log(n))$	$O(n)$
Timsort	$O(n)$	$O(n \log(n))$	$O(n \log(n))$	$O(n)$
Heapsort	$O(n \log(n))$	$O(n \log(n))$	$O(n \log(n))$	$O(1)$
Bubble Sort	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
Insertion Sort	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
Selection Sort	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
Shell Sort	$O(n)$	$O((n \log(n))^2)$	$O((n \log(n))^2)$	$O(1)$
Bucket Sort	$O(n+k)$	$O(n+k)$	$O(n^2)$	$O(n)$
Radix Sort	$O(nk)$	$O(nk)$	$O(nk)$	$O(n+k)$



# Ejemplo con Biblioteca

```
import big_o
```

```
def buscar_max(x):  
    max = 0  
    for nro in x:  
        if nro > max:  
            max = nro  
    return max
```

```
nros_positivos = lambda n: big_o.datagen.integers(n, 0, 10000)
```

```
mejor, otras_soluciones = big_o.big_o(buscar_max, nros_positivos, n_repeats=100)
```

```
print(mejor)
```

```
for tipo_tiempo, residuo in otras_soluciones.items():  
    print('{!s:<60s}      (res: {:.2G})'.format(tipo_tiempo, residuo))
```

```
Linear: time = 0.0029 + 1.3E-06*n (sec)  
Constant: time = 0.067 (sec) (res: 0.017)  
Linear: time = 0.0029 + 1.3E-06*n (sec) (res: 8E-05)  
Quadratic: time = 0.025 + 1.2E-11*n^2 (sec) (res: 0.0016)  
Cubic: time = 0.036 + 1.1E-16*n^3 (sec) (res: 0.0033)  
Polynomial: time = -13 * x^0.97 (sec) (res: 0.03)  
Logarithmic: time = -0.098 + 0.016*log(n) (sec) (res: 0.0065)  
Linearithmic: time = 0.006 + 1.1E-07*n*log(n) (sec) (res: 0.00014)  
Exponential: time = -5.6 * 4.5E-05^n (sec) (res: 15)
```

```
import big_o

class MaxFinder:
    def __init__(self):
        self.mejor = None
        self.otras_soluciones = None

    def buscar_max(self, x):
        max_val = 0
        for nro in x:
            if nro > max_val:
                max_val = nro

        return max_val

    def generar_datos(self, n):
        return big_o.datagen.integers(n, 0, 10000)

    def calcular_complejidad(self, n_repeats=100):
        self.mejor, self.otras_soluciones = big_o.big_o(self.buscar_max, self.generar_datos, n_repeats=n_repeats)

    def mostrar_resultados(self):
        print(self.mejor)
        for tipo_tiempo, residuo in self.otras_soluciones.items():
            print('{!s:<60s}      (res: {:.2G})'.format(tipo_tiempo, residuo))

max_finder = MaxFinder()

max_finder.calcular_complejidad()

max_finder.mostrar_resultados()
```



# Ejemplo con POO

```
class Tiempo:
    def __init__(self, h, m, s):
        self._hora = h
        self._minuto = m
        self._segundo = s

    def devolver_minutos( self):
        return self._minuto

    def __sub__(self, other):
        h = self._hora - other._hora
        m = self._minutos - other._minutos
        s = self._segundos - other._segundos
        return Tiempo(h, m, s)
```

# Ejemplo con POO

```
class Progression:
    def __init__(self, start=0):
        self._current = start

    def next(self):
        answer = self._current
        self._advance()
        return answer

    def _advance(self):
        self._current += 1

    def get_progression(self, n):
        answer = []
        for i in range(n):
            answer.append(self.next())
        return answer
```

# Ejemplo con POO

```
class ArithmeticProgression(Progression):
    def __init__(self, increment=1, start=0):
        super(). __init__(start)
        self._increment = increment

    def _advance( self):
        self._current += self._increment

class GeometricProgression(Progression):
    def __init__ (self, base=1, start=1):
        super(). __init__(start)
        self._base = base

    def _advance( self):
        self._current *= self._base
```

```
serie_generica = Progression()
serie_aritmetica = ArithmeticProgression(4)
serie_geometrica = GeometricProgression(4)

print (serie_generica.get_progression(10))
print (serie_aritmetica.get_progression(10))
print (serie_geometrica.get_progression(10))
```



UNRaf  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
RAFAELA

#IC

¿



**UNRaf**  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
RAFAELA

Bv. J.A. Roca 989 / CP: 2300  
**Rafaela** - Santa Fe - Argentina

**T: +54 (03492) 501155**

info@unraf.edu.ar  
**www.unraf.edu.ar**