DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA Y AUTOMÁTICA

FACULTAD DE INGENIERÍA – UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN JUAN

Informe de Practica de Gabinete N°3

“Filtros analógicos y digitales”

Asignatura: Procesamiento Digital de Señales

Ingeniería Electrónica

Autor:

Avila, Juan Agustin – Registro 26076

1º Semestre

Año 2020

1 Ejercicio 1

Dado un filtro analógico pasa bajo cuya función de transferencia es

$$H(s) = \frac{1/2}{2s^2 + s + 2}$$

Diseñar, usando transformación bilineal, un filtro digital pasa bajo cuya ganancia a f = 5000Hz sea la misma que la de H(s) a w = 0.5rad / seg. Usar un período de muestreo ts = 0.05mseg. Obtener la función de transferencia en z y la ecuación en diferencia.

Se obtiene la frecuencia digital normalizada utilizando la frecuencia de muestreo dada (prewarping):

$$\Omega d = \frac{2\pi.5000Hz}{2000\ Hz} = \frac{\pi}{2} \qquad (1)$$

Con el resultado de la ecuación (1), se obtiene C:

$$C = \frac{wa}{tg\left(\frac{\Omega d}{2}\right)} = \frac{0.5rad/seg}{tg\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1}{2} \qquad (2)$$

Se transforma H(s) a H(z) haciendo el reemplazo de $s = C.\frac{z-1}{z+1}$

$$H(z) = \frac{\frac{1}{2}}{\left(\frac{\frac{1}{2}z^2 - z + \frac{1}{2}}{(z+1)^2}\right) + \left(\frac{\frac{1}{2}z - \frac{1}{2}}{(z+1)}\right) + 2}$$

$$H(z) = \frac{\frac{1}{2}.(z+1)}{\left(\frac{\frac{1}{2}z^2 - z + \frac{1}{2}}{(z+1)}\right) + \frac{1}{2}z - \frac{1}{2} + 2(z+1)}$$

$$H(z) = \frac{\frac{z+1}{2}}{\frac{\frac{1}{2}z^2 - z + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}z - \frac{1}{2}\right).(z+1) + (2z+2).(z+1)}{(z+1)}}$$

$$H(Z) = \frac{\frac{(z+1)^2}{2}}{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2\right)z^2 + 4z - z + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 2}$$

$$H(z) = \frac{(z+1)^2}{2.(3z^2 + 3z + 2)}$$

Entonces, la función de transferencia del filtro digital es la siguiente:

$$H(z) = \frac{z^2 + 2z + 1}{6z^2 + 6z + 2} \quad (3)$$

Además, su ecuación en diferencias será:

$$6y(n) + 6y(n-1) + 2y(n-2) = x(n) + 2x(n-1) + x(n-2)$$

2 Ejercicio 2

Considere el filtro pasabajo analógico normalizado:

$$H(s) = \frac{3}{s^2 + 3s + 3}$$

Utilice la transformación bilineal para convertir este filtro analógico H(s) en un filtro digital pasa alto H(z) con una frecuencia de corte de 30 hz y una muestreo Sf=80 hz.

Se obtiene la frecuencia digital normalizada:

$$\Omega d = \frac{2\pi.fc}{Sf} = \frac{3\pi}{4} \quad (4)$$

Con lo obtenido en la ecuación anterior, se procede a obtener C:

$$C = tg\left(\frac{\Omega d}{2}\right) = 2.41 \quad (5)$$

Se transforma H(s) a H(z) haciendo el reemplazo de $s = C.\frac{z+1}{z-1}$

$$H(z) = \frac{3}{\left(\frac{(2.41z + 2.41)^2}{(z-1)^2}\right) + 3\left(\frac{2.41z + 2.41}{z-1}\right) + 3}$$

$$H(z) = \frac{3}{\frac{5.81z^2 + 11.62z + 5.81}{(z-1)^2} + \frac{7.23z + 7.23}{z-1} + 3}$$

$$H(z) = \frac{3(z-1)^2}{(5.81 + 7.23 + 3)z^2 + (11.32 - 6)z + 5.81 - 7.23 + 3}$$

Por lo tanto su función de transferencia será:

$$H(z) = \frac{3z^2 - 6z + 3}{16.04z^2 + 5.62z + 1.58} \quad (6)$$

Y su ecuación en diferencias es:

$$16.04y(n) + 5.62y(n-1) + 1.58y(n-2) = 3x(n) - 6x(n-1) + 3x(n-2)$$

3 Ejercicio 3

Diseñar un filtro pasabanda de Chebyshev digital que reúna las siguientes características:

- Banda de paso: 1.8 a 3.2 Khz, Atenuación: 2 dB
- Banda de rechazo: 0 a 1.6 Khz – 4.8 a ∞ Khz, Atenuación: 20 dB
- Frecuencia de muestreo: 12Khz

3.1 Resolver utilizando Transformación de Euler. El filtro pasabajo normalizado es:

$$H_{LP}(s) = \frac{0.1634}{s^4 + 0.72s^3 + 1.26s^2 + 0{,}52s + 0{,}21}$$

Se normalizan las frecuencias del filtro:

Para 1.8KHz:

$$\Omega l = \frac{1800.2\pi}{12000} = \frac{3\pi}{10}$$

Para 3.2KHz:

$$\Omega h = \frac{3200.2\pi}{12000} = \frac{8\pi}{15}$$

Para 1.6KHz:

$$\Omega = \frac{1600.2\pi}{12000} = \frac{4\pi}{15}$$

Para 4.8KHz:

$$\Omega = \frac{4800.2\pi}{12000} = \frac{4\pi}{5}$$

Siendo Hp (s):

$$H_{LP}(s) = \frac{0.1634}{s^4 + 0.72s^3 + 1.26s^2 + 0{,}52s + 0{,}21}$$

Y Hbp(s) es:

$$H_{bp}(s) = \frac{0.34s^4}{s^8 + 0.86s^7 + 10.87s^6 + 6.75s^5 + 39.39s^4 + 15.27s^3 + 55.69s^2 + 9.99s + 26.25}$$

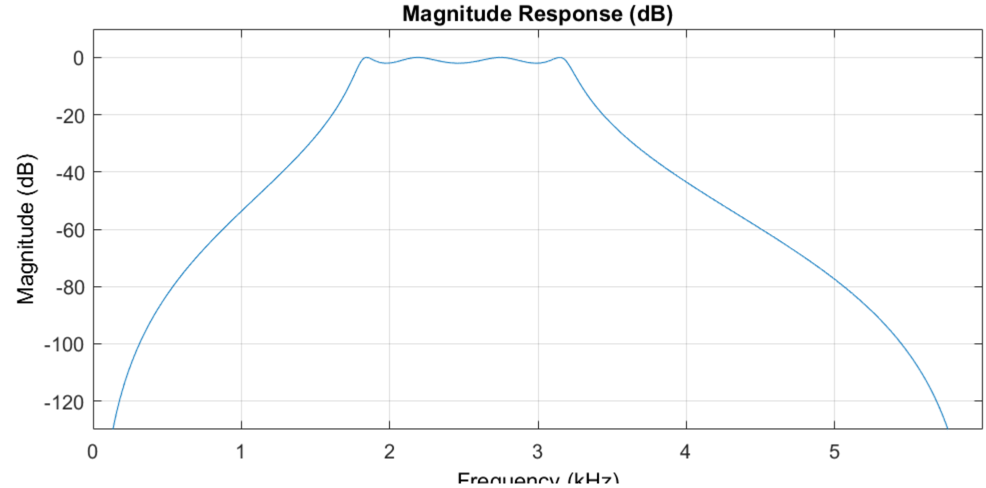
Usando la transformación de Euler:

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{T} = 12000(1 - z^{-1})$$

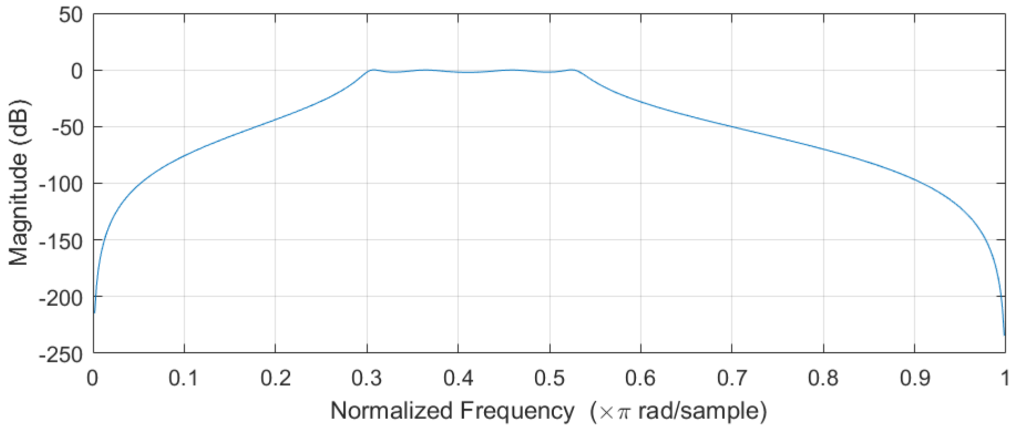
No se obtiene la Hbp(z) ya que el valor de s para la transformación de Euler toma un valor muy elevado

3.2 Graficar la respuesta en módulo del filtro utilizando Matlab.

Utilizando la herramienta fdatool se obtuvo el siguiente resultado:



Y la respuesta normalizada es la siguiente:



4 Ejercicio 4

Indique si el filtro con respuesta al impulso, h(n) = (-2;1; -1; 0;-2; 1;-1)

4.1 Es de fase lineal? Justifique.

El filtro no es de fase lineal ya que no posee simetría par o impar.

4.2 Escriba la function de transferencia (FT) del filtro H(z) y la ecuación en diferencia correspondiente

Para obtener la función de transferencia, se obtiene primero la ecuación en diferencia:

$$y(n) = -2x(n) + x(n-1) - x(n-2) - 2x(n-4) + x(n-5) - x(n-6) \quad (7)$$

Operando sobre la ecuación (7) se obtiene:

$$y(z) = -2x(z) + z^{-1}x(z) - z^{-2}x(z) - 2z^{-4}x(z) + z^{-5}x(z) - z^{-6}x(z)$$

$$y(z) = (-2 + z^{-1} - z^{-2} - 2z^{-4} + z^{-5} - z^{-6})x(z)$$

$$H(z) = \frac{y(z)}{x(z)} = \frac{-2 + z^{-1} - z^{-2} - 2.z^{-4} + z^{-5} - z^{-6}}{1}$$

Se multiplican numerador y denominador por z^6 para eliminar las potencias negativas de z y se obtiene la función de transferencia:

$$H(z) = \frac{-2z^6 + z^5 - z^4 - 2z^2 + z - 1}{z^6} \quad (8)$$

5 Ejercicio 5

Encontrar la respuesta impulsiva, de un filtro FIR diferenciador teniendo en cuenta una longitud de secuencia N = 5 usando una ventana Bartlett. Considerar una frecuencia Fc = 0.2 . Una vez obtenida la respuesta impulsiva, determinar el retardo necesario en muestras para que la misma sea causal. Obtener la función de transferencia en z y la ecuación en diferencia.

Para filtros derivadores la respuesta impulsiva está dada por la siguiente ecuación:

$$hn(n) = \frac{2n\pi.Fc.\cos(2n\pi.Fc) - sen(2n\pi.Fc)}{\pi n^2}$$

Reemplazando Fc se obtiene:

$$hn(n) = \frac{0.4n\pi\cos(0.4n\pi) - sen(0.4n\pi)}{\pi n^2} \quad (9)$$

Se utiliza un retardo de $\frac{1}{2}(N-1)$ muestras para que sea causal:

$$|n| \leq \frac{1}{2}(N-1)$$

$$|n| \leq \frac{1}{2}(5-1) = 2$$

$$hn[1] = -0.18 \qquad hn[2] = -0.21$$

Aplicando la ventana Bartlett: $1 - \frac{2.|n|}{N-1}$

$$w[1] = \frac{1}{2}$$

$$w[2] = 0$$

Hw(n) se obtiene multiplicando punto por punto hn(n) y w[n]:

$$hw(1) = -0.09$$

$$hw(2) = 0$$

Por lo cual se tiene que:

$$hw(n) = [0\ \ -0.09\ \ 0\ \ -0.09\ \ 0]$$

Por lo tanto, la ecuación en diferencias es:

$$y(n) = -0.09x(n-1) - 0.09x(n-3) \tag{10}$$

$$y(z) = (-0.09.z^{-1} - 0.09z^{-3})x(z)$$

$$H(z) = \frac{y(z)}{x(z)} = \frac{-0.09.z^{-1} - 0.09z^{-3}}{1}$$

Multiplicando y dividiendo por z^3 para que queden exponentes positivos se obtiene:

$$H(z) = \frac{-0.09z^2 - 0.09}{z^3} \tag{11}$$

6 Ejercicio 6

Considerar un filtro pasa bajo FIR con una frecuencia de corte fc = 5 KHz (banda de paso) y atenuación de mínima de 40 dB en la banda de rechazo a partir 10 khz. y una frecuencia de muestreo Sf = 25 KHZ Encontrar:

6.1 La respuesta impulsiva del filtro sin ventana h(n).

Se normalizan las frecuencias de la banda de paso y la banda de rechazo:

$$Fc = \frac{fc.2\pi}{Sf} = \frac{2\pi}{5} \tag{12}$$

$$Fr = \frac{fr.2\pi}{Sf} = \frac{4\pi}{5} \tag{13}$$

La ecuación de la respuesta impulsiva del filtro sin ventana es:

$$hd(n) = 2.Fc.sinc(2n.Fc)$$

Por lo tanto, la respuesta impulsiva del filtro sin ventana es:

$$hd(n) = \frac{2}{5}sinc\left(\frac{2}{5}n\right) \tag{14}$$

6.2 La secuencia de ventana w(n).

Se elige una ventana de tipo Hamming:

$$w(n) = 0.54 + 0.46\cos\left(\frac{2n\pi}{N-1}\right)$$

$$\Delta w = Fr - Fc = \frac{4\pi}{5} - \frac{2\pi}{5} = \frac{2\pi}{5}$$

$$\frac{8\pi}{N} \leq \frac{2\pi}{5}$$

Por lo tanto N>=20. Como N debe ser impar, se utiliza N=21 y L= 10.
W(n) queda:

$$w(n) = 0.54 + 0.46.\cos\left(\frac{n\pi}{10}\right)$$

6.3 La respuesta impulsiva del filtro con ventana hw(n).

La respuesta impulsiva del filtro con ventana hw(n) está dada por la ecuacion:

$$hw(n) = hd(n).\,w(n)$$

Entonces

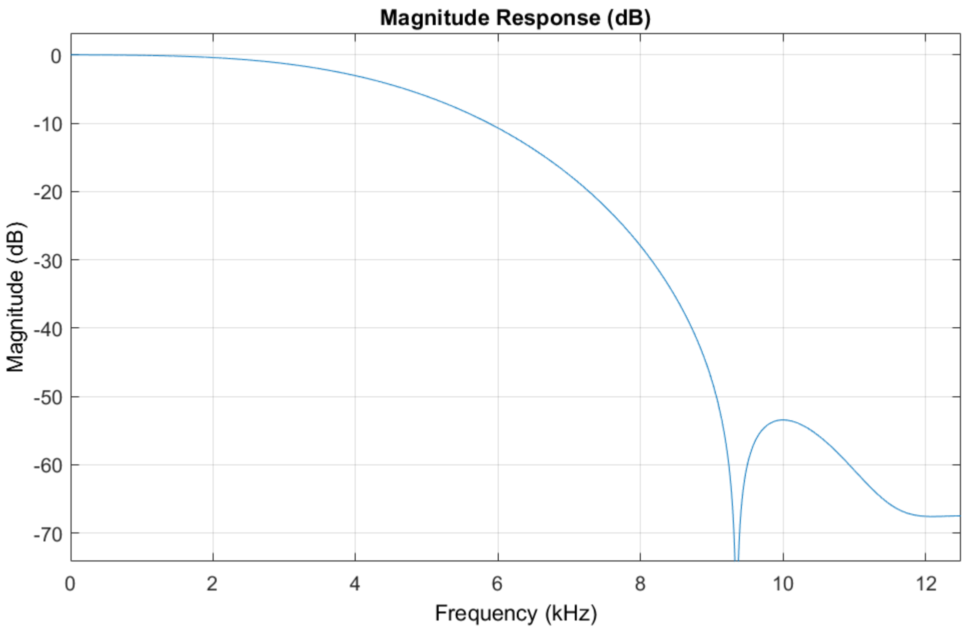
$$hw(n) = \begin{cases} \frac{2}{5} sinc\left(\frac{2n}{5}\right)\left(0.54 + 0.46\cos\left(\frac{n\pi}{10}\right)\right) & \forall\ 0 \leq n \leq 20 \\ \\ 0 & \forall\ n < 0\ y\ n > 20 \end{cases}$$

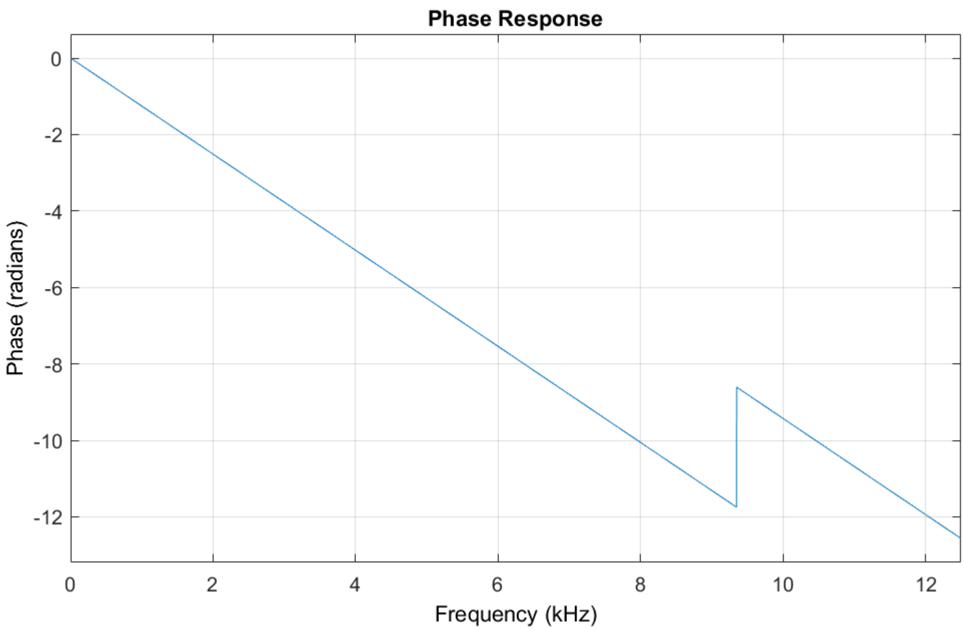
6.4 El retardo mínimo (en muestras y en segundos) para realizar un filtro causal.

Para que el filtro sea causal se requiere un retardo de 10 muestras. Como la frecuencia de muestreo es 25KHz, temporalmente equivale a un retardo de 0.4ms

6.5 Graficar la respuesta en modulo y fase del filtro utilizando Matlab.

Se utiliza la herramienta fdatool y se obtiene el siguiente resultado:


Magnitude Response (dB)
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
Magnitude (dB)
0
2
4
6
8
10
12
Frequency (kHz)


Phase Response
0
-2
-4
-6
-8
-10
-12
Phase (radians)
0
2
4
6
8
10
12
Frequency (kHz)