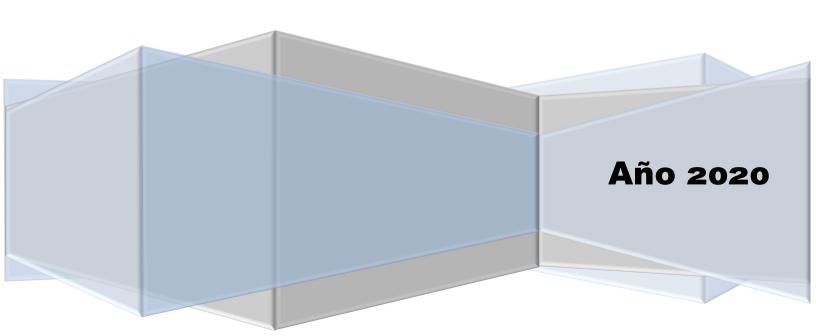




Análisis Numérico

Guía de ejercicios



Unidad 06: Derivación e integración numérica

1. Dada la función y su derivada:

$$f(x) = \left(\frac{3x-1}{x^2+3}\right)^2 \Rightarrow f'(x) = \frac{-18+50x+18x^2-18x^3}{(x^2+3)^3}$$

- a. Aproximar el valor de la derivada en x = 1 usando diferencias progresivas, regresivas y centrales, con un paso de h = 0.1.
- b. Calcular el error cometido sabiendo que el valor exacto de la derivada en f(1) = 0.5.
- c. Determinar la diferencia que mejor aproxima.
- 2. Dada la función y su derivada:

$$f(x) = \ln \sqrt[3]{1 - x^4} \Rightarrow f'(x) = -\frac{4x^3}{3(1 - x^4)}$$

- a. Aproximar el valor de la derivada en x = 0 usando diferencias progresivas, regresivas y centrales, con un paso de h = 0.2.
- b. Aproximar el valor de la derivada en x = 0 usando diferencias progresivas, regresivas y centrales, con un paso de h = 0.1.
- c. Calcular el error cometido sabiendo que el valor exacto de la derivada en f'(0) = 0.
- d. Determinar el paso y la diferencia que mejor aproxima.
- 3. Dada la función y su primera, segunda y tercer derivada:

$$f(x) = \left(\frac{3x-1}{x^2+3}\right)^2$$

$$f'(x) = \frac{-18+50x+1^{2}-18x^{3}}{(x^{2}+3)^{3}}$$

$$f''(x) = \frac{150 + 216x - 412x^2 - 72x^3 + 54x^4}{(x^2 + 3)^4}$$

$$f'''(x) = \frac{648 - 3672x - 216^{-2} + 3120x^{3} + 360x^{4} - 216x^{5}}{(x^{2} + 3)^{5}}$$

- a. Aproximar el valor de las segundas y tercer derivadas en x = 1 usando diferencias progresivas, regresivas y centrales, con un paso de h = 0.1.
- b. Calcular el error cometido sabiendo que el valor exacto de la derivada en f"(1) = 0.25 y f""(1) = -1.875
- c. Determinar para cada caso la diferencia que mejor aproxima.
- 4. Dada la función $f(x) = 1 + x^3$ calcule la integral en el intervalo [0, 2]:
 - a. De forma analítica.
 - b. Mediante el método de los trapecios para h = 1, h = 0.5 y h = 0.2.
 - c. Mediante el método de Simpson para h = 1.
 - d. Calcule en todos los casos los errores y escriba sus conclusiones
- 5. Calcular la integral de la función $f(x) = e^{x^2}$ en el intervalo [0, 4], usando aplicando la fórmula de los trapecios con h = 1.

6. Estime $\int_1^{1.4} f(x) dx$ de la función f dada por la tabla:

| i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|
| Xi | 1.0 | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 |
| Yi | 0.010 | 0.252 | 0.586 | 1.024 | 1.578 |

- a. Por el método de los trapecios.
- b. Por el método de Simpson.
- 7. Estime $\int_{5100}^{5140} f(x) dx$ de la función f dada por la tabla:

| i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|
| Xi | 5100 | 5110 | 5120 | 5130 | 5140 |
| Yi | 8.5370 | 8.5389 | 8.5409 | 8.5428 | 8.5448 |

- a. Por el método de los trapecios.
- b. Por el método de Simpson.
- 8. Determine el número de subintervalos que deben tomarse para aproximar $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ con dos cifras decimales correctas, aplicando el método del trapecio.