

Modelado térmico dinámico de muros opacos en edificios climatizados

El objetivo de este trabajo práctico es desarrollar un modelo numérico en Python para simular el comportamiento térmico de un muro opaco de un edificio cuyo interior se encuentra climatizado. Se busca evaluar la carga térmica instantánea que atraviesa el cerramiento a lo largo de un ciclo diario de 24 horas, considerando la variación de las condiciones externas (temperatura del aire exterior e insolación incidente).



Transferencia de Calor y Masa

Jarzyna Agustín - 109464

1° Cuatrimestre 2025

Introducción Teórica

Para la modelización de la transferencia de calor en muros opacos será necesario utilizar el análisis transitorio ya que la ganancia de calor instantáneo dentro de un espacio acondicionado varía con el paso del tiempo debido, principalmente, a la variación horaria de la radiación solar. Además, existe una diferencia considerable entre la ganancia de calor por radiación y la cantidad de calor removida por un equipo de aire acondicionado a una hora particular. Esta diferencia es causada principalmente por el almacenamiento de energía en la estructura y la transferencia de esta al aire alrededor.

Como conceptos importantes a tener en cuenta, se definen los siguientes:

- La **ganancia térmica o de calor** es la tasa a la cual se transfiere energía hacia un espacio o la tasa a la cual se genera energía dentro de éste.
- La **carga térmica o de enfriamiento** es la tasa a la que la energía debe ser removida del espacio acondicionado para mantener la temperatura y la humedad establecidas en los valores de diseño.

Generalmente la carga térmica instantánea difiere de la ganancia térmica instantánea debido a que la radiación proveniente de la superficie interna de paredes y objetos interiores, así como de la radiación solar que entra a través de las aperturas, no calienta directamente el aire contenido en el espacio. Esta energía radiante es absorbida en su mayor parte por los pisos, paredes interiores y muebles, que alcanzan temperaturas más elevadas que el aire y que luego se enfrían por convección. Sólo cuando el aire contenido dentro del recinto recibe la energía mediante convección, esta energía contribuye a la carga de enfriamiento.

El almacenamiento de calor y las características de la transferencia de calor a través de los diversos muros interiores determinan el retardo térmico y la relación entre la carga térmica y la ganancia térmica. Por esta razón, en estos casos debe tomarse en cuenta la masa térmica (el producto de la masa y el calor específico) de la estructura y su contenido. La reducción del pico de la carga de enfriamiento debido al retardo térmico es un factor muy importante en la determinación del tamaño del equipo de enfriamiento.

En la Figura 1 se muestra la relación entre la ganancia térmica, la carga térmica y el efecto de la masa térmica de la estructura. La atenuación y el retardamiento del pico de la ganancia de calor son muy evidentes, especialmente para las construcciones pesadas.

Modelo térmico del muro y sus parámetros

Para modelar un muro opaco, considerando lo que se discutió en la Introducción Teórica, se analizará la conducción del calor unidimensional a través de un muro, que podrá tener cualquier inclinación

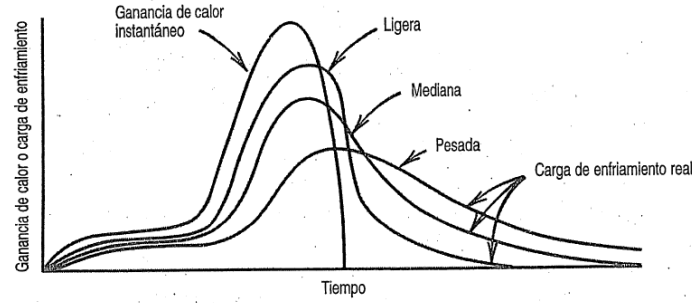


Figura 1: Comparación de la carga térmica y ganancia térmica para diferentes tipos de paredes

(un techo o una pared por ejemplo), durante un ciclo diario de 24 horas. Consideramos unidimensional ya que el tamaño de la superficie del muro es considerablemente mayor al espesor de este. Las condiciones de borde que se tendrán en cuenta, según se trate de la superficie exterior o interior, serán:

- **Superficie exterior:** está en contacto con el aire del exterior.
 - Temperatura exterior variable en el tiempo (T_{ext}): esta se modelará considerando que varía sinusoidalmente en las 24 horas de un día entre un valor máximo de temperatura y un mínimo, por lo que se define un rango de temperatura y la temperatura máxima diaria, obteniendo:

$$T_{ext}(t) = T_{max,ext} - \text{Rango diario}(\%)$$

Para determinar la variación a lo largo del día, se hace uso de los porcentajes de la tabla de la Figura 2.

Tiempo, h	Porcentaje	Tiempo, h	Porcentaje	Tiempo, h	Porcentaje	Tiempo, h	Porcentaje
1	87	7	93	13	11	19	34
2	92	8	84	14	3	20	47
3	96	9	71	15	0	21	58
4	99	10	56	16	3	22	68
5	100	11	39	17	10	23	76
6	98	12	23	18	21	24	82

Figura 2: Tabla del porcentaje diario

- Convección exterior ($q_{conv,ext}$): se considera un valor del coeficiente de convección constante (h_e) y que nos define un flujo de calor de convección exterior igual a:

$$q_{conv,ext} = h_e(T_{ext} - T_{sup,ext})$$

- Incidencia variable de la radiación solar (G_t): para modelarla, se tendrá en cuenta el modelo del cielo despejado de ASHRAE ¹ que plantea que la radiación solar incidente

¹Se puede leer más sobre este tema en el Capítulo 7 de [2]

total (G_t) es la suma de una radiación difusa (G_d) y una radiación directa (G_D). En nuestro caso, despreciamos la radiación reflejada. Para definir las radiaciones, se deberán tener en cuenta los siguientes parámetros (en las Figuras 3a y 3b se podrán observar los ángulos solares):

Latitud (l): positiva en el hemisferio norte y negativa en el sur, de -90° a 90°

Ángulo horario (h): este varía $15^\circ/\text{h}$, de -180° a 180° , siendo 0° al mediodía

Ángulo de declinación solar (δ): este es función del día del año elegido (n)

$$\delta = 0,3963723 - 22,9132745\cos(N) + 4,0254304\sin(N) - 0,3872050\cos(2N) \\ + 0,05196728(2N) - 0,1545267\cos(3N) + 0,08479777\sin(3N)$$

$$N = \frac{360(n-1)}{365}$$

Altura solar (β): ángulo entre un rayo solar y su proyección sobre una superficie horizontal

$$\beta = \cos(l)\cos(h)\cos(\delta) + \sin(l)\sin(\delta)$$

Ángulo solar azimutual (ϕ): ángulo entre norte y proyección de rayo solar sobre plano horizontal

$$\phi = \frac{\sin(\delta)\cos(l) - \cos(\delta)\sin(l)\cos(h)}{\cos(\beta)}$$

Orientación (ψ): ángulo de la normal del muro respecto al norte, de 0° a 360°

Azimut solar de pared (γ):

$$\gamma = |\phi - \psi|$$

Inclinación (α): ángulo entre la normal a la superficie y la normal a horizontal

Incidencia (θ): ángulo entre rayos solares y la normal a la superficie

$$\theta = \cos(\beta)\cos(\gamma)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha)$$

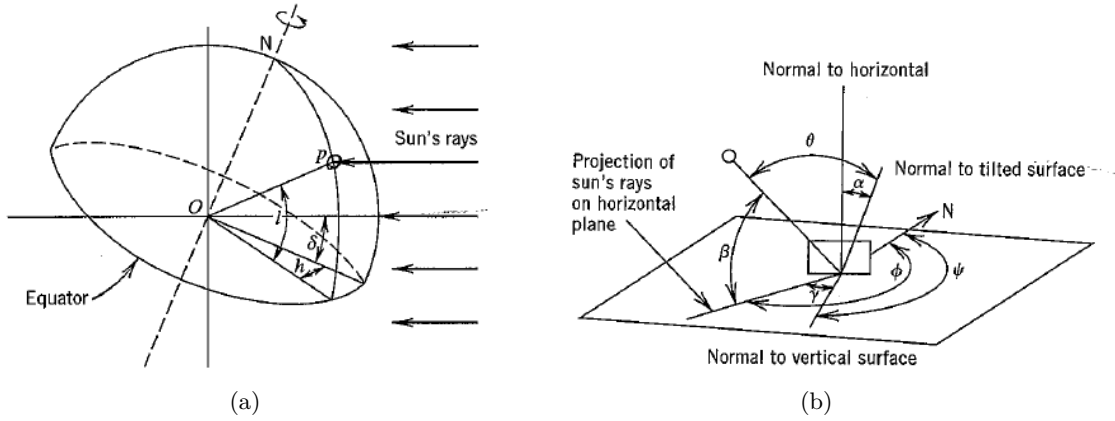


Figura 3: Ángulos solares mostrados gráficamente

Con esto definido, se podrán determinar las radiaciones de la siguiente manera:

$$G_{ND} = \frac{A}{\exp(B/\sin(\beta))} \text{ (radiación solar en día despejado)}$$

$$G_D = \max(\cos(\theta), 0) G_{ND} \text{ (radiación directa)}$$

Para superficies no verticales:

$$G_d = F_{ws} C G_{ND} = \frac{1 + \cos(\alpha)}{2} C G_{ND} \text{ (radiación difusa)}$$

Para superficies verticales:

$$\frac{G_{dv}}{G_{dh}} = \begin{cases} 0,55 + 0,437\cos(\theta) + 0,313\cos(\theta)^2 & \cos(\theta) > -0,2 \\ 0,45 & \cos(\theta) < -0,2 \end{cases}$$

$$G_d = \frac{G_{dv}}{G_{dh}} C G_{ND} \text{ (radiación difusa)}$$

Por lo que la radiación total quedará definida como:

$$G_t = [\max(\cos(\theta), 0) + C F_{ws}] G_{ND} \text{ (Superficies no verticales)}$$

$$G_t = \left[\max(\cos(\theta), 0) + \frac{G_{dv}}{G_{dh}} C \right] G_{ND} \text{ (Superficies verticales)}$$

- **Superficie interior:** está en contacto con el aire interior climatizado.

– Temperatura interior constante en el tiempo (T_{int}): se considera una temperatura inte-

$A,$ $\frac{W}{m^2}$	$B,$ Dimensionless	$C,$
1202	0.141	0.103
1187	0.142	0.104
1164	0.149	0.109
1130	0.164	0.120
1106	0.177	0.130
1092	0.185	0.137
1093	0.186	0.138
1107	0.182	0.134
1136	0.165	0.121
1166	0.152	0.111
1190	0.142	0.106
1204	0.141	0.103

Figura 4: Tabla de constantes A, B y C

rior del aire como constante en el tiempo.

- Convección interior ($q_{conv,int}$): se considera un valor del coeficiente de convección constante (h_i) y que nos define un flujo de calor de convección interior igual a:

$$q_{conv,int} = h_i(T_{sup,int} - T_{int})$$

La ecuación diferencial básica que nos permitirá analizar muros de múltiples capas de diferentes materiales es la siguiente:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho C} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Donde:

T = temperatura ($^{\circ}C$)

t = tiempo (s)

k = conductividad térmica $\left(\frac{W}{mK}\right)$

C = calor específico $\left(\frac{J}{kgK}\right)$

ρ = densidad $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$

$\frac{k}{\rho C}$ = difusividad térmica $\left(\frac{m^2}{s}\right)$

x = longitud (x)

Cómo se puede ver, esta ecuación responde a la ecuación de Fourier, donde se tiene en cuenta la variación de la temperatura con el tiempo ya que cómo se mencionó anteriormente, este es un

fenómeno transitorio. A pesar de esto, no se podrá resolver analíticamente por las condiciones de contorno variables en el tiempo y por considerar múltiples capas, por lo que se hará uso de métodos numéricos para resolverla.

Para este trabajo se optó por el método de balance térmico, que subdivide al muro en suficientes elementos de volumen para aplicar un balance energético en cada uno de ellos. Para ello, primero se eligen los nodos, donde se obtendrán los valores de temperatura, y luego se forman celdas considerando los puntos medios entre los nodos. De esta manera, las propiedades que se obtengan, son en el centro de la celda y se las puede considerar cómo promedio. Como en nuestro caso, estamos considerando el transitorio, en una celda, el balance energético será:

$$\underbrace{\sum \dot{Q}^i}_{\text{Calor transferido al elemento de volumen}} + \underbrace{\dot{G}^i}_{\text{Calor generado por el elemento de volumen}} = \underbrace{\frac{\rho CV \Delta T}{\Delta t}}_{\text{Cambio de energía en tiempo } \Delta t}$$

Como se puede observar, este balance de energía se puede llevar a la ecuación diferencial básica planteada anteriormente en su formato para la resolución numérica. Para ello, se plantea el balance de energía en los elementos de volumen de las condiciones de borde y en su interior.

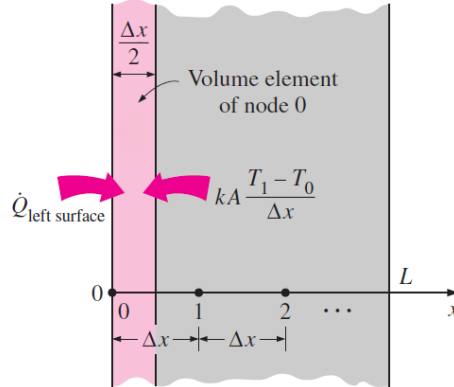


Figura 5: Elemento de volumen del borde

Según la condición de borde en la superficie exterior, se obtiene:

$$\underbrace{h_e(T_{ext} - T_{sup,ext})}_{\text{Flujo de calor por convección}} + \underbrace{G_t}_{\text{Flujo de calor por radiación}} + \underbrace{k \frac{T_{sup,ext} - T_{sup,ext+1}}{\Delta x}}_{\text{Flujo de calor por conducción}} = \Delta x \rho C \frac{T_{sup,ext}^{i+1} - T_{sup,ext}^i}{\Delta t}$$

Según la condición de borde en la superficie interior, se obtiene:

$$\underbrace{h_i(T_{sup,int} - T_{int})}_{\text{Flujo de calor por convección}} + \underbrace{k \frac{T_{sup,int-1} - T_{sup,int}}{\Delta x}}_{\text{Flujo de calor por conducción}} = \Delta x \rho C \frac{T_{sup,int}^{i+1} - T_{sup,int}^i}{\Delta t}$$

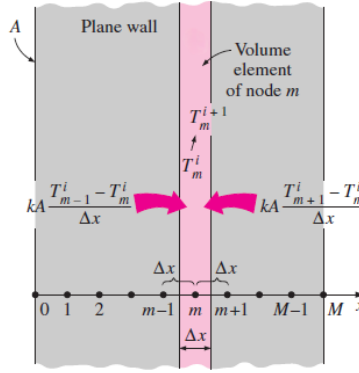


Figura 6: Elemento de volumen interior

En un elemento de volumen interior, se obtiene genéricamente:

$$k \frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} + k \frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} = \Delta x \rho C \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t}$$

En el caso de encontrarnos con una interfase, será fundamental tener en cuenta que la temperatura en la interfase debe coincidir y que por otro lado, el flujo de calor también debe coincidir.

Para implementar este método en Python, se hace uso de la librería FiPy que se caracteriza por utilizar el método de balance energético para resolver ecuaciones en derivadas parciales. Junto con este informe, se podrá encontrar el código fuente del programa utilizado para resolver la ecuación diferencial del muro con comentarios explicando el funcionamiento de esta librería.

Si se requiere más información sobre este método numérico, se puede consultar [3].

Resultados obtenidos

Para realizar un análisis completo de cómo los diferentes parámetros de entrada afectan a los resultados que se esperan, se hará una comparación modificando un parámetro por vez para así determinar cómo afecta ese parámetro individualmente al resultado que se busca obtener. Para realizar este análisis se considera un muro² con las características de la Tabla 1 para utilizarlo como base de comparación.

Estos parámetros se cargan en un programa realizado en Python³. Este consiste en una interfaz gráfica de usuario (GUI) donde se pueden seleccionar los parámetros de entrada ya mencionados anteriormente y el programa permite obtener los perfiles de temperatura junto con los del flujo de calor seleccionando la hora deseada. A continuación, se muestran los resultados arrojados por el

²Se consideró un muro de ladrillo de una sola capa

³Ver github

Parámetro	Valor
Fecha (DD/MM)	21/1
Huso Horario (UTC)	-3:00
Latitud ($^{\circ}$)	-40
Orientación ($^{\circ}$)	0
Inclinación ($^{\circ}$)	90
Temperatura exterior ($^{\circ}\text{C}$)	30
Temperatura interior ($^{\circ}\text{C}$)	20
Rango temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	10
Coefficiente convección exterior ($\text{W}/\text{m}^2\text{K}$)	10
Coefficiente convección interior ($\text{W}/\text{m}^2\text{K}$)	10
Espesor (mm)	100
Densidad (kg/m^3)	1920
Calor específico (J/kgK)	790
Conductividad (W/mK)	0,89

Tabla 1: Muro vertical base

programa para el muro base (Figura 7 y 8).

Como se puede observar en los resultados para este muro base, existe un retraso del pico máximo del flujo de calor y de la temperatura a lo largo del día cuanto más alejado se esté de la superficie exterior.

Para determinar como influyen los parámetros de entrada, se utilizarán los siguientes 4 subgrupos de parámetros:

- Inclinación y orientación del muro
- Latitud
- Estación del año
- Propiedades térmicas

Para simplificar el análisis, se observará únicamente cómo se modifica la carga y ganancia térmica.

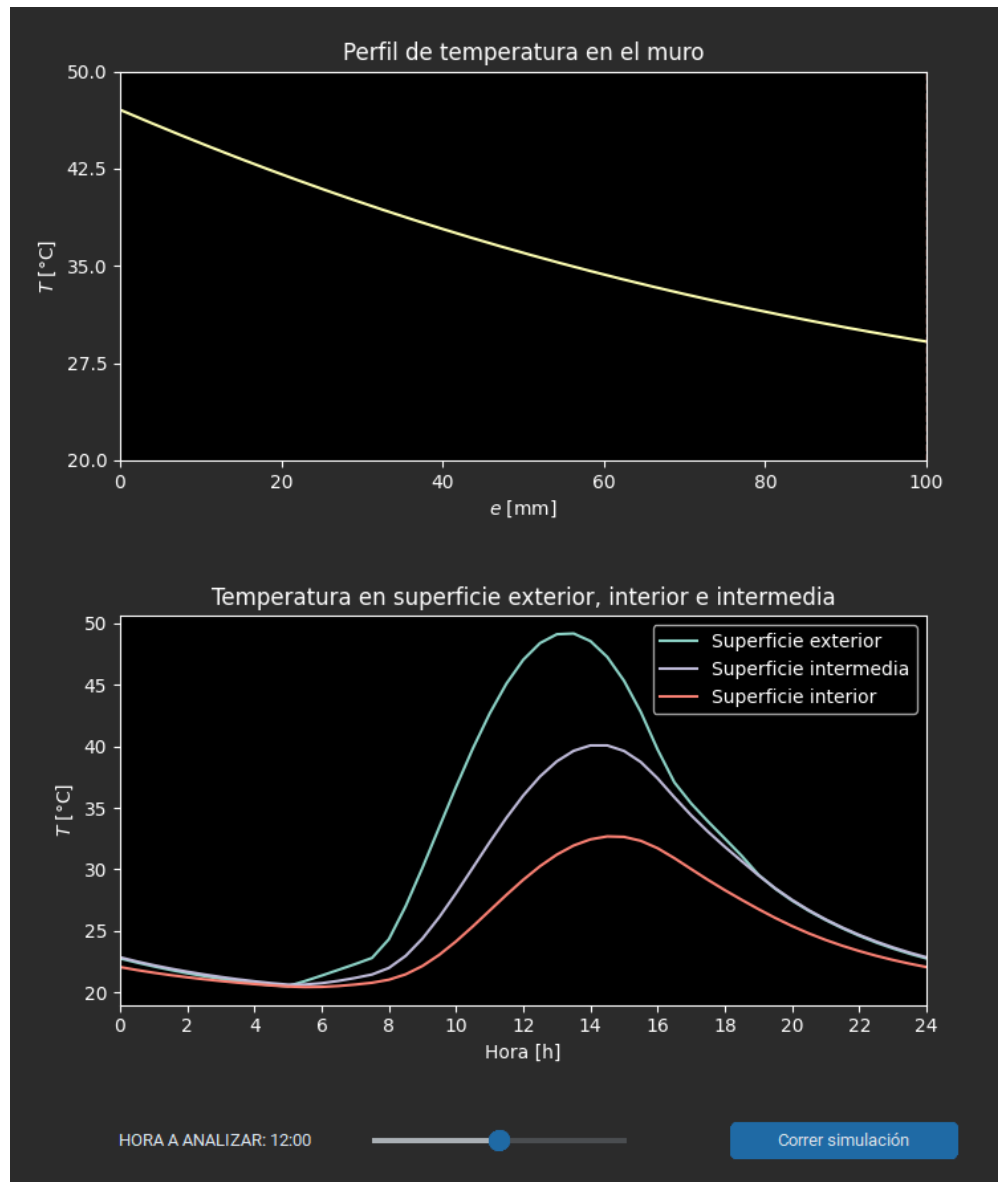


Figura 7: Perfil de temperatura a las 12:00 junto con temperaturas en superficies de interés

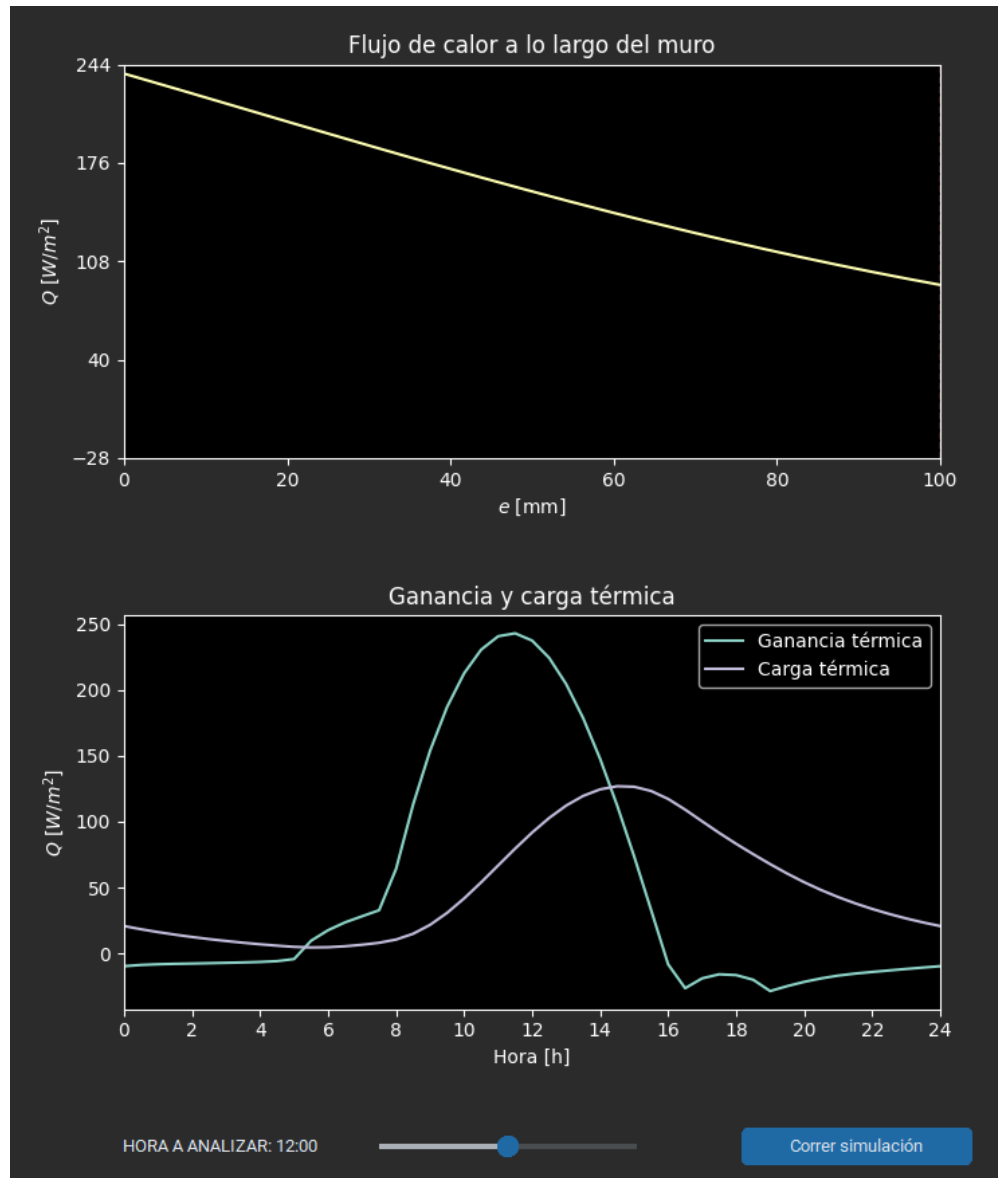


Figura 8: Perfil de flujo de calor a las 12:00 junto con carga y ganancia térmica

Inclinación y orientación del muro

Al modificar la inclinación y la orientación del muro se influye sobre la radiación solar durante el día y por lo tanto, cuánto calor recibe el muro durante el día. Esto se observa en la Figura 9.

Dependiendo de la orientación elegida, se modifica el momento del día donde se da el pico máximo de calor y el valor de este. Para la latitud seleccionada y el día del año elegido, que coincide con el muro base, se observa que el muro horizontal (techo), nos otorga la máxima ganancia de todas y centrada en las 12:00 aproximadamente. Para las paredes verticales que apuntan hacia el este u oeste, se observa que se adelantan u atrasan respectivamente. Para la pared que apunte hacia el sur, tendremos la mínima ganancia térmica posible.

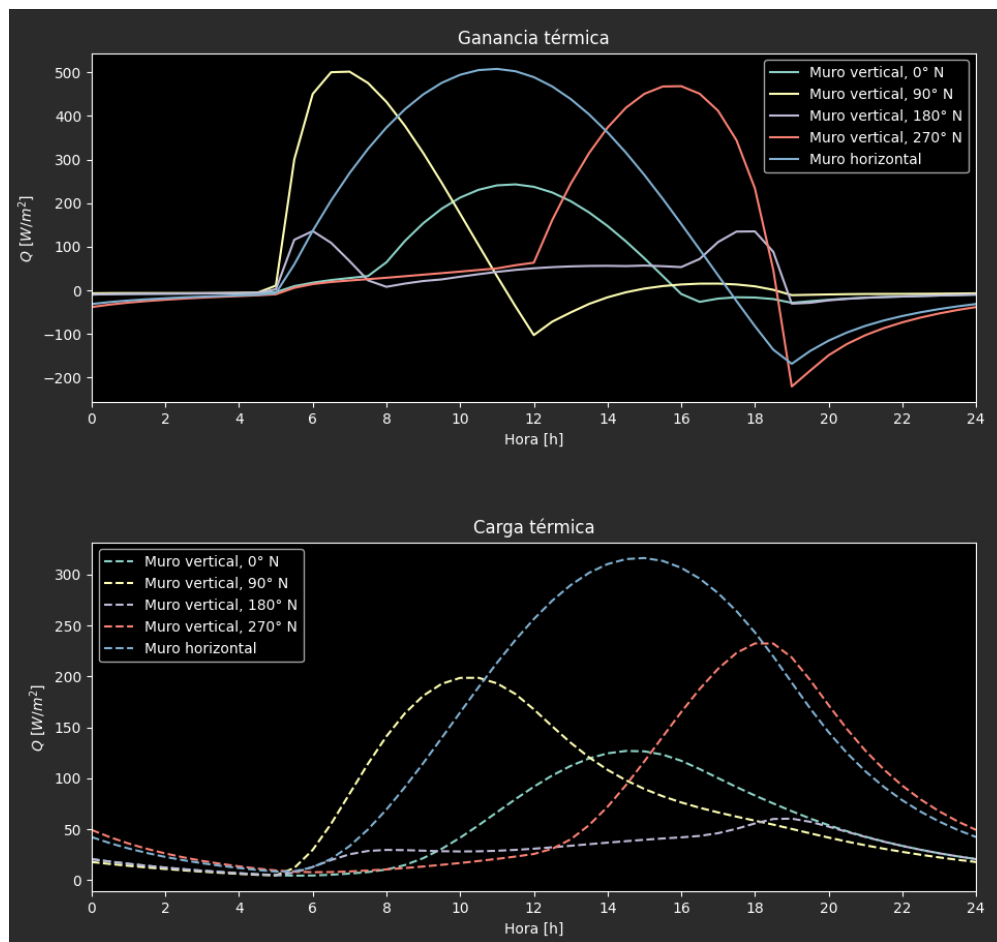


Figura 9: Carga y ganancia térmica según orientación e inclinación

Latitud

Al modificar la latitud, se modifica también la influencia de la radiación solar ya que se modifican los ángulos solares. Por otro lado, trae con sí un cambio de la temperatura exterior del aire⁴. Para tener en cuenta esto último, se puede ver en la Figura 10 el valor de la temperatura exterior promedio según la latitud para las diferentes estaciones del año.

Se analiza la influencia de la latitud considerando un muro vertical (0° N) y un muro horizontal durante el período DJF, es decir, diciembre, enero y febrero. En la Figura 11 se observa el primer caso y en la Figura 12 el segundo caso.

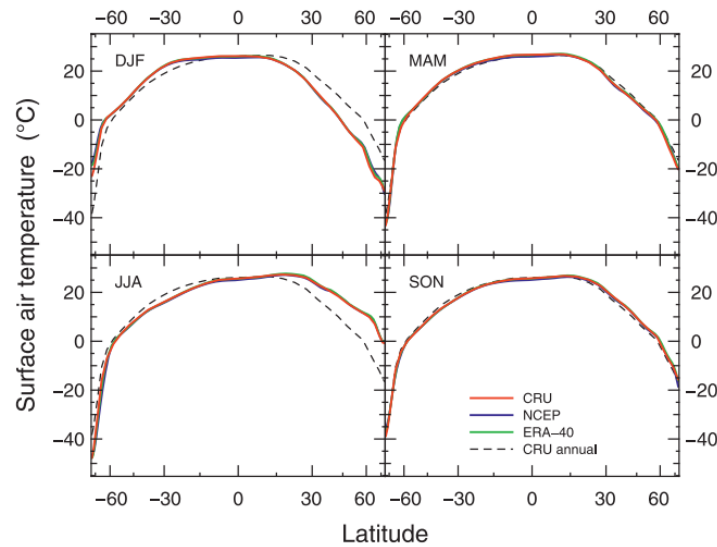


Figura 10: Temperatura exterior del aire según latitud para los períodos DJF, MAM, JJA, SON

⁴Ver [4]

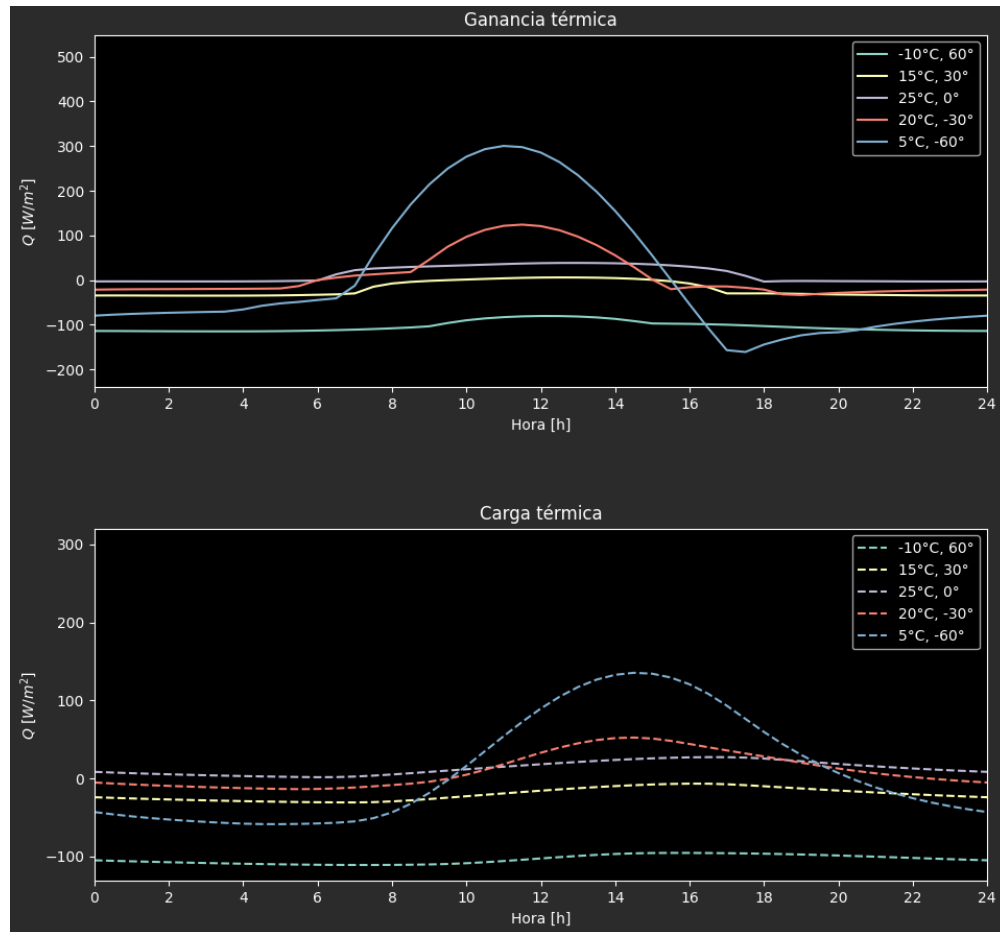


Figura 11: Variación de la carga y ganancia térmica con la latitud, caso muro vertical

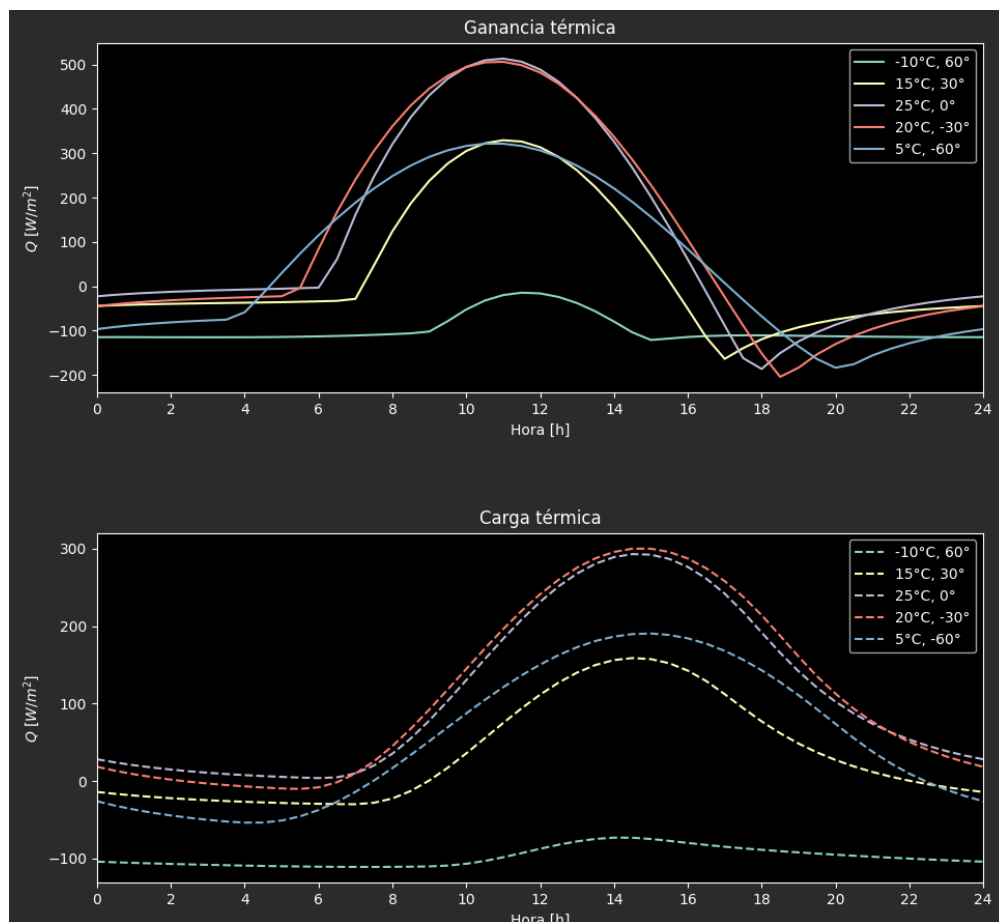


Figura 12: Variación de la carga y ganancia térmica con la latitud, caso muro horizontal

En el caso del muro vertical, un aumento de latitud, al estar en el período DJF, genera un aumento de la radiación solar, a pesar de la disminución de la temperatura cerca de los polos. Por otro lado, para el muro horizontal, como no existe una orientación preferencial, la modificación de la latitud solo modifica la temperatura y por lo tanto, aumenta el calor entregado cuanto mayor sea la temperatura, es decir, cuanto más cerca del ecuador, mayor ganancia térmica. No se observa ningún efecto sobre la posición del pico máximo del flujo de calor al variar la latitud.

Estación del año

Para analizar la estación del año, se deberá tener en cuenta como varía la temperatura dependiendo de esta y cómo afecta a la radiación solar. A continuación, se analiza un muro horizontal en una latitud -30° durante las diferentes estaciones del año, usando los datos de la Figura 10 para determinar la temperatura exterior del aire.

Como se observa en la Figura 13, durante el verano tendremos la mayor radiación solar y durante el invierno la menor. Esto era esperable por tener una mayor temperatura en el aire y por cómo incide el sol durante cada estación. No se ve una variación del punto de máxima ganancia térmica

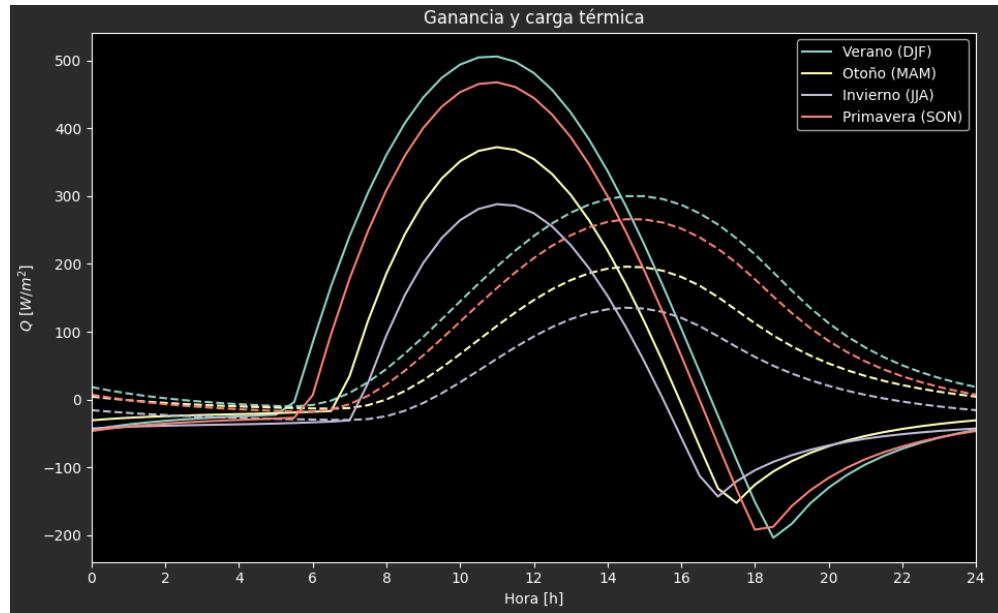


Figura 13: Variación de la carga y ganancia térmica con la estación del año

con la variación de la estación.

Propiedades térmicas

Las propiedades térmicas del muro, como mencionamos anteriormente, tienen una gran influencia sobre el retraso de la carga respecto a la ganancia térmica. Para ello, analizaremos el muro base, pero modificaremos sus propiedades al considerar otros materiales. Para ello, se utilizan los materiales de la Tabla 2 y se grafican los resultados en la Figura 14.

Material	$\rho(kg/m^3)$	$c_p(J/kgK)$	$k(W/mK)$
Ladrillo	1920	790	0,89
Hormigón liviano	1280	840	0,53
Hormigón pesado	2240	900	1,95

Tabla 2: Propiedades térmicas de diferentes materiales reales

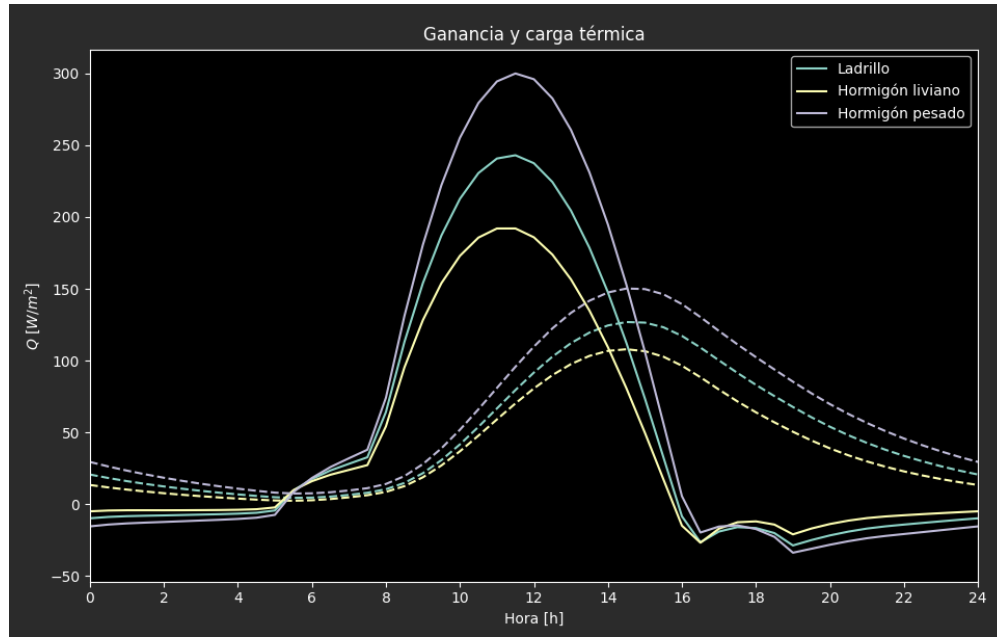


Figura 14: Variación de la carga y ganancia térmica con las propiedades térmicas

Al observar los resultados, se observa que al tener mayor conductividad se tiene mayor ganancia térmica, pero no se logró determinar cómo las demás propiedades afectan al retraso térmico. Para ello, se consideran 3 "materiales" cuya conductividad es la misma, pero cuya densidad y calor específico difieren, como se observa en la Tabla 3 y los resultados en la Figura 15.

Material	$\rho(kg/m^3)$	$c_p(J/kgK)$	$k(W/mK)$
Pared liviana	800	500	1
Pared mediana	1000	800	1
Pared Pesada	2000	1000	1

Tabla 3: Propiedades térmicas de diferentes "materiales"

Al observar la Figura 15, se observa cómo un mayor producto del calor específico y la densidad, genera un mayor retraso térmico y un menor valor del pico de la carga térmica. Esto se traduce en que la pared permite almacenar la energía térmica durante más tiempo.

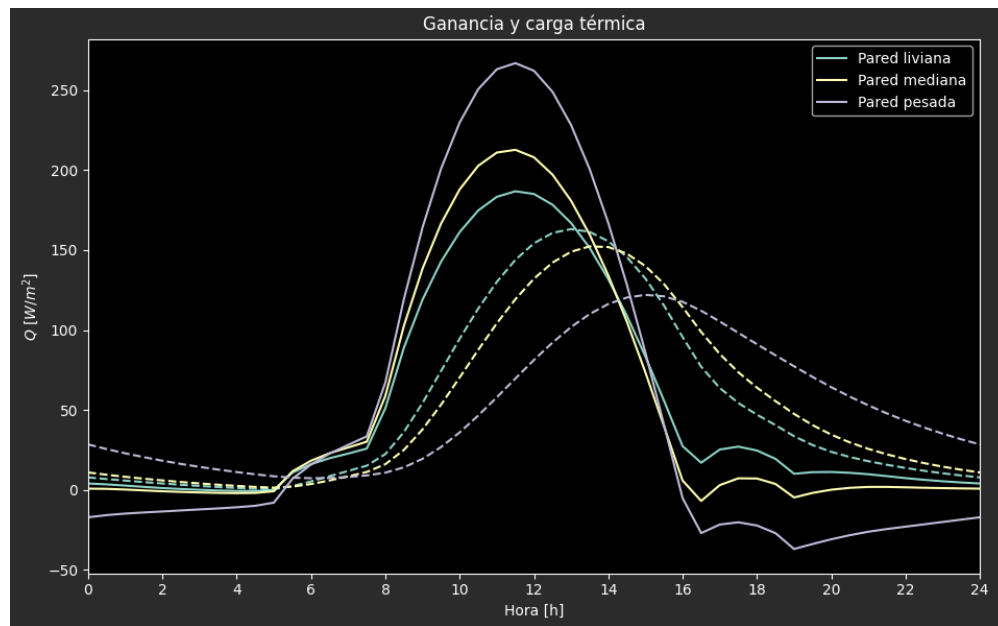


Figura 15: Variación de la carga y ganancia térmica con las propiedades térmicas

Conclusión

A partir de los resultados obtenidos, podemos observar que lo mencionado en la teoría se ve reflejado en la solución de la ecuación diferencial del muro. De esta se observa, que cuánto mayor es la masa térmica del muro, es decir, el producto del calor específico por la densidad, mayor es el retraso de la carga térmica con respecto a la ganancia y menor es el pico máximo. Los otros factores analizados no afectan a este retraso, pero sí al momento del día donde se da la máxima ganancia térmica y el valor de esta. La radiación solar durante el día varía con la latitud, la orientación, la inclinación y la estación del año.

Referencias

- [1] ASHRAE. (2013). 2013 ASHRAE Handbook—Fundamentals (SI ed.). American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers.
- [2] McQuiston, F. C., Parker, J. D., & Spitler, J. D. (2005). Heating, ventilating, and air conditioning: Analysis and design (6th ed.). John Wiley & Sons.
- [3] Çengel, Y. A. (2015). Heat Transfer: A Practical Approach (4th ed., pp. 265-314). McGraw-Hill.
- [4] Feulner, Georg & Rahmstorf, Stefan & Levermann, Anders & Volkwardt, Silvia. (2013). On the Origin of the Surface Air Temperature Difference between the Hemispheres in Earth's Present-Day Climate. *Journal of Climate*.
- [5] FIUBA. Apuntes de clase.