



## Universidad Nacional Cuyo

Facultad de Ingeniería Control y Sistemas

## Proyecto Integrador:

## Control de giro y guiñada de un avión comercial

FECHA DE ENTREGA: 28/02/2023

## **Profesor:**

Dr. Rodrigo Gonzalez

### Alumno:

Agustín Lezcano





# ${\bf \acute{I}ndice}$

1.	Introducción	3		
2.	Modelado	4		
	2.1. Consideraciones iniciales	5		
	2.2. Espacio de Estados	8		
3.	Diseño del controlador	9		
	3.1. Comportamiento a lazo abierto	10		
	3.2. Controlabilidad	10		
	3.3. Controlabilidad	11		
	3.4. Control LQR	12		
	3.5. Control LQGI	15		
	3.6. Acción Integral	16		
4.	Observador de estados			
	4.1. Filtro de Kalman	19		
<b>5</b> .	Sensores de posición	22		
6.	Discretización 23			
7.	7. Procesamiento de señales 2			
8.	Resultados	25		
9.	Conclusiones			
10	.Anexo	28		





## Control y Sistemas

## Control de giro y guinada de un avion comercial

Agustín Lezcano

28/02/2023

#### Resumen

En el contexto del control de vuelo de un avión comercial Boeing B-747, se llevó a cabo el diseño de la planta y la propuesta de un control de estados utilizando el método LQGI, que combina el control óptimo lineal cuadrático (LQG) con un integrador. La planta controlada se encarga de monitorear los ángulos de roll y yaw (giro y guiñada, respectivamente). Para la implementación del control, se emplearon las herramientas Simulink y MATLAB.

#### 1. Introducción

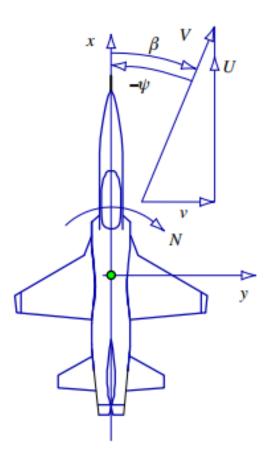
La industria aeronáutica busca constantemente encontrar el control óptimo para mejorar la respuesta de los aviones ante perturbaciones externas y proporcionar una experiencia de viaje más segura y cómoda para los pasajeros. Para lograr este objetivo, se han desarrollado diferentes métodos de control que se aplican a modelos específicos de aviones, como el Boeing 747.

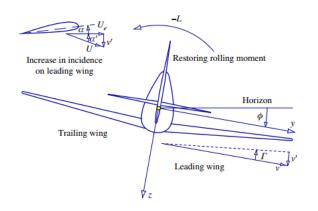
Es importante destacar que el análisis dinámico de los aviones depende de sus características físicas, así como de la velocidad a la que se desplazan, ya sea subsónica o supersónica, lo que presenta desafíos adicionales en términos de control y diseño de la planta.





$$\beta \cong \frac{v}{U} \cong \frac{v}{V_0}$$





(a) Detalle de ángulo  $\phi$ 

(b) Detalle de deslizamiento

## 2. Modelado

Las ecuaciones que rigen el movimiento del avión en general son no lineales y complejas, pero bajo ciertas consideraciones se pueden simplificar y dividir el sistema en dos modelos: modelo lateral y longitudinal. En este caso, se desarrolla el control de ángulos de roll (giro) y de yaw (guiñada), este mismo se desarrolla con el modelo lateral. Para el modelo de la planta del BOEING B-747 se tienen en cuenta las siguientes consideraciones: el modelo sirve para estabilidad estática y dinámica,

h

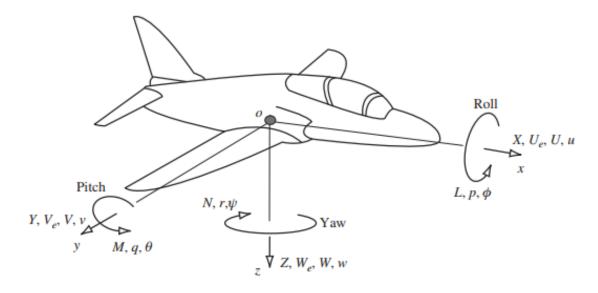


Figura 2: Ángulos roll, pitch y yaw

es decir, para instantes en donde las perturbaciones son pequeñas (en caso contrario, se debe realizar un análisis dinámico del sistema). Se consideran velocidades subsónicas.

#### 2.1. Consideraciones iniciales

Inicialmente se asume que el avión está volando en un vuelo rectilíneo y estable con un ángulo de balanceo (roll), deslizamiento (sideslip) y guiñada (yaw) igual a cero. Por lo tanto, el plano de simetría del avión oxz es vertical con respecto al marco de referencia terrestre. En esta condición de vuelo, la velocidad del avión es V0 y las componentes de la velocidad lineal son (Ue, Ve, We), mientras que las componentes de la velocidad angular son todas iguales a cero. Dado que no hay deslizamiento, Ve es igual a cero. También se asume una atmósfera estable y sin perturbaciones.

Teniendo en cuenta lo anterior, el modelo para pequeñas perturbaciones (y teniendo en cuenta otras consideraciones) se obtiene la ecuación general (ver [1]). El movimiento lateral y direccional desacoplado implica únicamente el balanceo, guiñada y deslizamiento lateral. Por lo tanto, se describe mediante las ecuaciones de fuerza lateral Y, momento de balanceo L y momento de guiñada N. Como



no se involucra ningún movimiento longitudinal, las variables de movimiento longitudinal u, w y q y sus derivadas son todas cero. Además, el movimiento longitudinal-lateral desacoplado significa que las derivadas de acoplamiento aerodinámico son despreciablemente pequeñas y se pueden considerar como cero. De manera similar, como la estructura del avión es simétrica, la deflexión del elevador y la variación de la potencia usualmente no causan movimiento lateral o direccional, y las derivadas de acoplamiento aerodinámico del control pueden considerarse como cero.

$$m\dot{v} - \mathring{Y}_{v}v - (\mathring{Y}_{p} + mW_{e})p - (\mathring{Y}_{r} + mU_{e})r - mg\phi\cos(\theta_{e}) - mg\psi\sin(\theta_{e}) = \mathring{Y}_{\xi}\xi + \mathring{Y}_{\zeta}\zeta$$

$$-\mathring{L}_{v}v + I_{x}\dot{p} - \mathring{L}_{p}p - \mathring{L}_{v}v + I_{xz}\dot{r} - \mathring{L}_{r}r = \mathring{L}_{\xi}\xi + \mathring{L}_{\zeta}\zeta$$

$$-\mathring{N}_{v}v + I_{xz}\dot{p} - \mathring{N}_{p}p + I_{z}\dot{r} - \mathring{N}_{r}r = \mathring{N}_{\xi}\xi + \mathring{N}_{\zeta}\zeta$$

$$(1)$$

(1)

Para pequeñas perturbaciones, se puede desacoplar la ecuación, y luego de tener en cuenta que el avión está está en vuelo nivelado y que los ejes de referencia son ejes de viento o de estabilidad, entonces se puede simplificar la ecuación hasta su forma más reducida:

$$m\dot{v} - \mathring{Y}_{v}v - p\mathring{Y}_{p} - (\mathring{Y}_{r} + mU_{e})r - mg\phi = \mathring{Y}_{\xi}\xi + \mathring{Y}_{\zeta}\zeta$$

$$-\mathring{L}_{v}v + I_{x}\dot{p} - \mathring{L}_{p}p - +I_{xz}\dot{r} - \mathring{L}_{r}r = \mathring{L}_{\xi}\xi + \mathring{L}_{\zeta}\zeta$$

$$-\mathring{N}_{v}v + I_{xz}\dot{p} - \mathring{N}_{p}p - +I_{z}\dot{r} - \mathring{N}_{r}r = \mathring{N}_{\xi}\xi + \mathring{N}_{\zeta}\zeta$$
(2)

(2)

Una manera alternativa de representar estas ecuaciones es la forma Americana Normalizada. En Norteamérica, las ecuaciones de movimiento suelen expresarse en términos de aceleración lineal y angular, en lugar de fuerzas y momentos. Para lograr esto, se dividen las ecuaciones de fuerza y momento por la masa o momento de inercia correspondiente, para obtener una forma normalizada que





exprese las aceleraciones lineales y angulares del movimiento en lugar de las fuerzas y momentos. En la forma Americana Normalizada, teniendo en cuenta que también es común expresar la perturbación de velocidad lateral v en términos del ángulo de deslizamiento lateral  $\beta$ , ya que, para perturbaciones pequeñas, v es aproximadamente igual a  $\beta \cdot V_0$ . :

$$\beta \dot{v} = Y_v \beta + \frac{1}{V_0} (Y_p + W_e) p + \frac{1}{V_0} (Y_r - U_e) r + Y^*_{\delta_a} \delta_a + Y^*_{\delta_r} \delta_r + \frac{g}{V_0} (\phi \cos(\theta_e) + \psi \sin(\theta_e))$$

$$\dot{p} = L'_\beta \beta + L'_p p + L'_r r + L'_{\delta a} \delta_a + L'_{\delta r} \delta_r \qquad (3)$$

$$\dot{r} = N'_\beta \beta + N'_p p + N'_r r + N'_{\delta a} \delta_a + N'_{\delta r} \delta_r$$

Para los parámetros se usan los datos de un avión Boeing B-747 (Heffley y Jewell, 1972).

- Ángulo de trayectoria de vuelo  $\gamma_e = 0 grados$
- $\bullet$  Incidencia del cuerpo  $\alpha_e=4.6 grados$
- Velocidad V0 = 774 pies/s
- Masa  $m = 1.9771x10^4 \text{ slug}$
- Masa  $m = 1.9771x10^4 \text{ slug}$
- Momento de inercia de balanceo  $Ix = 1.82x10^7 slug ft^2$
- Momento de inercia de guiñada  $Iz = 4.97x10^7 slugft^2$
- Producto de inercia  $Ixz = 970,056slugft^2$
- Aceleración debido a la gravedad  $g = 32.2 pies/s^2$





Resolviendo y  $U_e = V0cos\theta_e, W_e = V0sin\theta_e, y\theta_e = \alpha_e$ 

$$\dot{\beta} = -0.0558\beta + 0.08p - 0.997r + 0.0415\phi + 0.0033\psi + 0.00729\delta_r$$
 
$$\dot{p} = -3.05\beta - 0.465p + 0.388r + 0.143\delta_a + 0.153\delta_r$$
 
$$\dot{r} = 0.598\beta - 0.0318p - 0.115r + 0.00775\delta_a - 0.475\delta_r$$

Al adicionar las definiciones de las velocidades angulares  $\dot{\phi}=p$  y  $\dot{\psi}=r$  se tiene el sistema completo.

$$\dot{\beta} = -0.0558\beta + 0.08p - 0.997r + 0.0415\phi + 0.0033\psi + 0.00729\delta_r$$

$$\dot{p} = -3.05\beta - 0.465p + 0.388r + 0.143\delta_a + 0.153\delta_r$$

$$\dot{r} = 0.598\beta - 0.0318p - 0.115r + 0.00775\delta_a - 0.475\delta_r$$

$$\dot{\phi} = p$$

$$\dot{\psi} = r$$

$$(4)$$

#### 2.2. Espacio de Estados

Para el espacio de estados, se tiene como entradas a los ángulos de alerón y de timón (). Como salida, se tienen los ángulos de roll (giro,  $\phi$ ) y de yaw (guiñada,  $\psi$ ). Se tiene por lo tanto un sistema MIMO (Multiple Inputs, Multiple Outputs).

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.0558 & 0.0800 & -0.9970 & 0.0415 & 0.0033 \\ -3.0500 & -0.4650 & 0.3880 & 0 & 0 \\ 0.5980 & -0.3180 & -0.1150 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 & 0.0073 \\ 0.1430 & 0.1530 \\ 0.0077 & -0.4750 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5)
$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Siendo la matriz de estados x y la matriz de control u:

$$\begin{bmatrix} \beta_p \\ p_p \\ r_p \\ \phi_p \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}$$

$$\psi_p$$

La planta se puede observar en la figura 3.

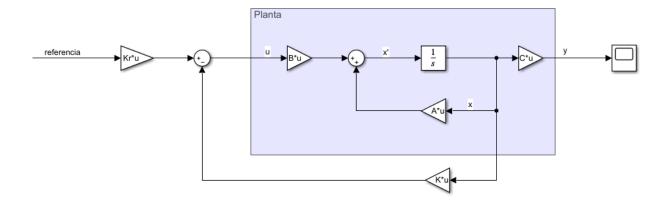


Figura 3: Planta a lazo Abierto

### 3. Diseño del controlador

Un ejemplo típico de control de variables en un modelo lateral se puede apreciar en la imagen 4 (tomada de [1]):

Se utilizará un control con realimentación de estados, se evaluará el comportamiento a lazo abierto y si es necesario adicionar otro tipo de acción como la integral.



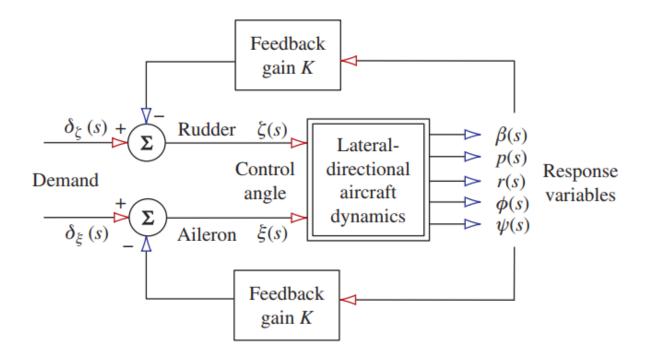


Figura 4: Opciones de control por realimentación

#### 3.1. Comportamiento a lazo abierto

Se pueden observar las respuestas para los distintos valores de entrada. Se consideran entradas de tipo escalón de 0,2 rad (11.4592°), tanto de manera individual como las dos entradas juntas (ver figura 5).

Se puede observar que para los valores de entrada distintos de 0, el sistema diverge, por lo tanto se debe realizar un control a lazo cerrado (con realimentación).

#### 3.2. Controlabilidad

Para plantear una ley de control primero se debe saber si el sistema es controlable. Se hace uso de la matriz de Kalman. Anteriormente, se obtiene la función de transferencia del sistema con la herramienta ss2tf de MATLAB. Se obtienen los polos a lazo abierto y se puede ver que el mayor



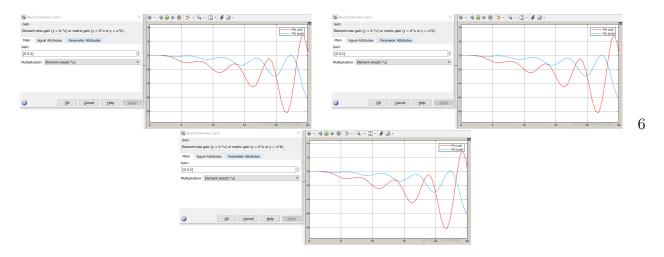


Figura 5: Salida del sistema para entradas escalón

coeficiente del denominador es de orden 5, por lo tanto la planta es de orden 5. Esto también se puede ver ya que hay cinco variables de estado linealmente independientes. La matriz de Controlabilidad de Kalman es

$$Q = \begin{bmatrix} B & A \cdot B & A^2 \cdot B & A^{n-1} \cdot B \end{bmatrix}$$

Si esta matriz tiene el rango completo, entonces el sistema es controlable. Al usar el comando ctrb en MATLAB, se observa que el rango de esta matriz es igual a 5, entonces el sistema es controlable.

#### 3.3. Controlabilidad

Se analizará la observabilidad del sistema. Por lo general hay variables de estado que no pueden medirse, por lo tanto se deben estimar los estados. En este caso se miden las variables  $\phi$  y  $\psi$ . Para colocar un observador primero debo analizar la observabilidad del sistema. La matriz de Observabilidad tiene la siguiente forma





$$Q = \begin{bmatrix} C \\ C \cdot A \\ C \cdot A^2 \\ C \cdot A^{n-1} \end{bmatrix}$$

Si el rango de la matriz de observabilidad es igual a n, entonces el sistema es observable. Para el sistema actual, el rango de la matriz es igual a 5, por lo tanto el sistema es observable. Se generó esta matriz con el comando obsv de MATLAB.

#### 3.4. Control LQR

El Control LQR (Linear-Quadratic Regulator) es un método de control de sistemas dinámicos lineales que se utiliza para encontrar la función de costo cuadrática óptima en tiempo continuo. La función de costo J se obtiene mediante la combinación lineal de dos términos: el término de costo de la energía de control y el término de costo del error de estado. El término de costo de la energía de control se refiere a la cantidad de energía necesaria para ejecutar la acción de control y se calcula como el producto de la matriz de peso de control y la traza de la matriz de control  $(u^T \cdot Q_u \cdot u)$ . El término de costo del error de estado se refiere a la diferencia entre el estado deseado y el estado actual del sistema y se calcula como el producto de la matriz de peso de estado y la traza de la matriz de estado  $(x^T \cdot Q_x \cdot x)$ . La función de costo J se define como:

$$J = \int_0^\infty (x^T \cdot Q_x \cdot x + u^T \cdot Q_u \cdot u) \cdot dt$$

Esta función de coste representa un compromiso entre la desviación del estado respecto al origen y el coste de la entrada de control. La solución del sistema está dada por la siguiente forma:

$$u = -K \cdot x, K = Q_u^{-1} \cdot B^T \cdot S$$

Donde la matriz S se encuentra mediante la ecuación diferencial de Ricatti:

$$A^T \cdot S + S \cdot A + S \cdot BQ_u^{-1} \cdot B^T \cdot S + Q_x = 0$$





La ecuación de Riccati es una ecuación diferencial no lineal que se utiliza para encontrar la matriz de control óptima (K) para un sistema dado. Es importante mencionar que la solución que se obtiene con la ecuación de Riccati es solo válida para sistemas lineales con una función de costo cuadrática. Para poder encontrar una matriz K para la realimentación de estados se plantean las matrices  $Q_x$  y  $Q_u$ .

La primera opción es asignar a los valores de la matriz  $Q_x$ , que es una matriz diagonal, el valor 1, haciendo que la matriz sea una matriz identidad. Para la matriz  $Q_u$  se hace que sea igual al coeficiente  $\rho$  multiplicado por una matriz identidad. Variando los valores tanto de la matriz de estado como de la matriz de control se pueden obtener los siguientes resultados (para determinadas referencias de tipo entrada escalón).

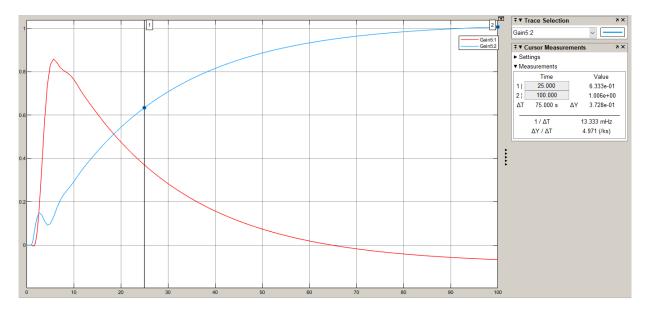


Figura 6:  $q_i = 1$  y  $\rho = 1$ 

El sistema se comporta muy lentamente, se está "penalizando.ª las variables de estado. Si se modifican los coeficientes de las últimas dos filas, el sistema responde de una manera mucho más rápida.

Usando la regla de Bryson, voy a dar a cada coeficiente los valores. Para los  $a_i = \sqrt{0,20}$  y  $\rho_i = \sqrt{0,50}$ . Los valores máximos de error de cada componente serán: . Para la matriz de costos R (se dan





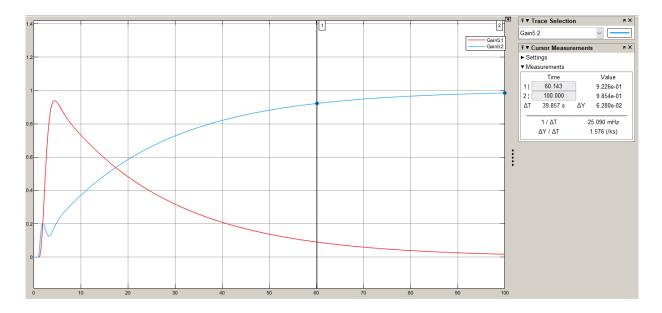


Figura 7:  $q_i = 0,95yR = [0,950;01]$ 

inicialmente valores iguales a 1 a los costos, entonces las matrices serán:

$$Q_x = \begin{bmatrix} a_i^2/0.5^2 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & a_i^2/10^2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & a_i^2/10^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & a_i^2/0.1^2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_i^2/0.1^2 \end{bmatrix}$$

$$Q_u = \begin{bmatrix} \rho_i^2/10 & 0\\ 0 & \rho_i^2/10 \end{bmatrix}$$

Al cambiar los parámetros de las matrices de estado y de control el sistema puede responder más rápidamente. Para las matrices definidas anteriormente, el sistema responde correctamente pero con errores de estado estacionario.

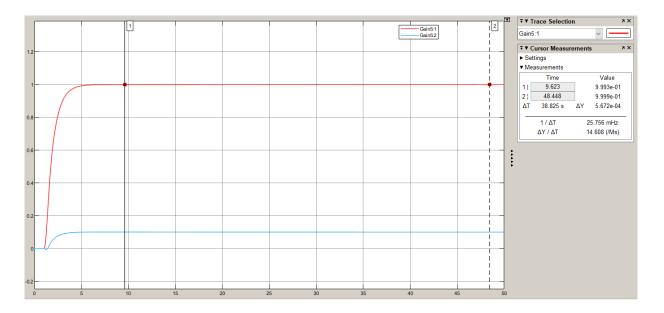


Figura 8: Corrección de estado estacionario

#### 3.5. Control LQGI

El control LQGI (del inglés Linear Quadratic Gaussian Integral control) es una técnica de control que combina dos métodos de control: el control LQR (del inglés Linear Quadratic Regulator) y el control integral. El control LQR es un método de control óptimo que minimiza una función de costo cuadrático para una dinámica lineal. La idea es encontrar una ley de control que minimice la suma ponderada del error cuadrático y del esfuerzo de control cuadrático. El control integral, por otro lado, es un método de control que utiliza la integración del error para reducir el error en estado estacionario. La idea es acumular el error a lo largo del tiempo y utilizar esta información para ajustar la acción de control de manera que el error en estado estable sea cero. El control LQGI combina estos dos métodos de control para proporcionar un control óptimo y un buen rendimiento en estado estacionario. La idea es utilizar el control LQR para controlar el sistema dinámico y el control integral para eliminar el error en estado estacionario. En resumen, el control LQGI combina el control LQR y el control integral para proporcionar un control óptimo y un buen rendimiento en estado estable. Es una técnica de control eficaz para sistemas lineales.



#### 3.6. Acción Integral

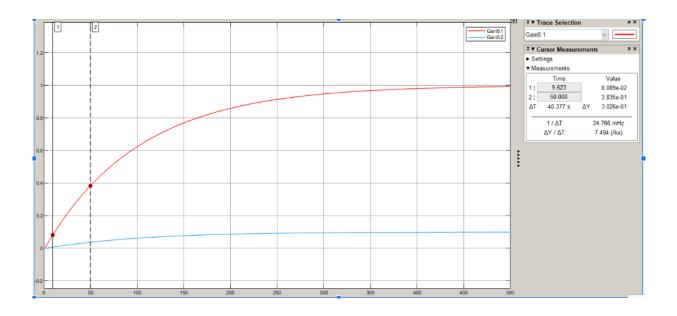
Al agregar un integrador se resuelve el problema del error de estado estacionario. Se debe agregar otro estado para definir el sistema, el mismo quedará con la siguiente forma ([5]):

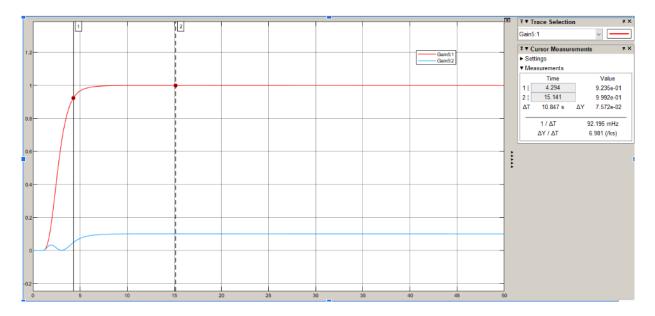
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} ru = -K \cdot x + K_I \cdot \xi$$

Al haber añadido un integrador, se realiza el sistema aumentado. Se debe considerar entonces un sistema con 7 ecuaciones lineales, entonces las matrices A y B aumentadas tienen 7 filas. Se analiza la controlabilidad del sistema, con ctrb de MATLAB se puede ver que el sistema aumentado es controlable. Luego se procede a variar los parámetros  $\rho$  y los términos de la matriz  $Q_u$ . Siguiendo la regla de Bryson, los valores de los coeficientes  $a_i$  de la matriz  $Q_x$  son y los de la matriz  $Q_u$  son :

$$Qx = \begin{bmatrix} a_i^2/100^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_i^2/100^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_i^2/100^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_i^2/0.5^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_i^2/0.5^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_i^2/0.10^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_i^2/0.10^2 \end{bmatrix} Q_u = \begin{bmatrix} \rho_i^2/1^2 & 0 \\ 0 & \rho_i^2/1^2 \end{bmatrix}$$

Se puede observar que se penaliza en mayor medida los estados correspondientes a  $\phi$  y  $\psi$  ya que interesa que el error sea pequeño en esos estados. En cambio se da un valor más pequeño a  $\rho$  ya que no se observa que se realizan grandes esfuerzos en el seguimiento de consignas. En el caso de que si fuera muy costoso el esfuerzo de control, se elige  $\rho$  un más grande.

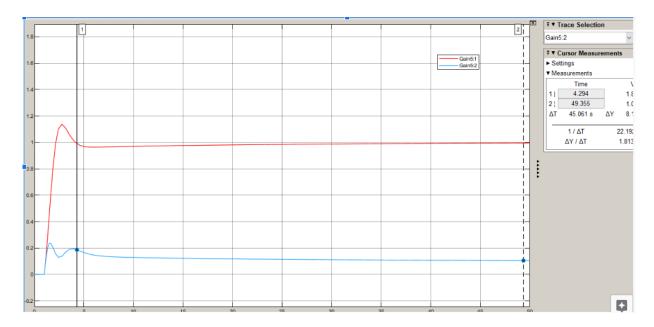




Se puede observar también que al aumentar el valor de los coeficientes de la matriz de estados se se penalizó más el error, entonces el sistema es más lento. Tabién se puede ver que al aumentar el valor de  $\rho$ , se restringe la respuesta del sistema, entonces es más lenta. Al aumentar este valor también hago que la respuesta de control sea menor, es decir que si tengo una acción de control que resulta muy costosa (el actuador es caro) entonces aumento el valor de  $\rho$  para que la acción de control



sea menor. Se úede ver también que el sistema responde a perturbaciones (ver ??). El esquema básico de la planta junto con la primera versión del controlador se puede ver en la figura 9.



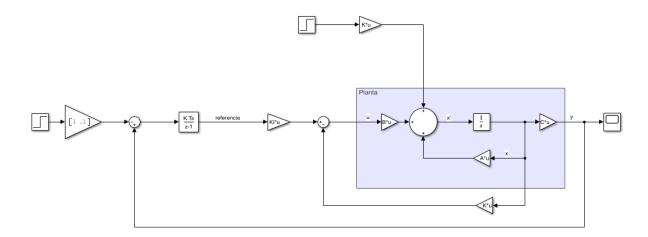


Figura 9: Planta a lazo cerrado con Integrador



### 4. Observador de estados

Para poder realizar el control, y teniendo en cuenta que no hay acceso a todas las variables de estado, se plantea un observador (ver figura 12. Se analizó anteriormente la observabilidad del sistema. Se tiene así que se medirá la posición angular de giro y de guiñada con dos sensores.

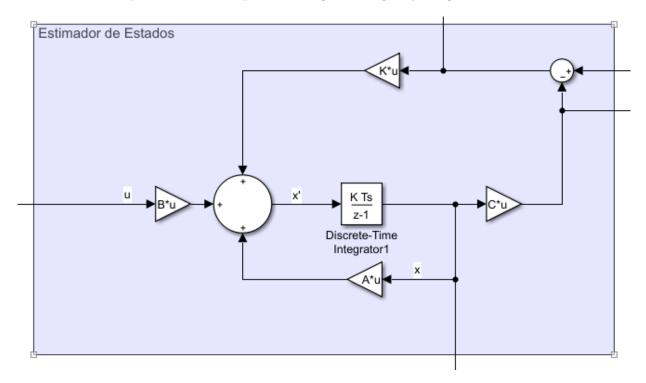


Figura 10: Estimador de Estados

La expresión típica de un observador es:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L \cdot (y - C\hat{x})$$

#### 4.1. Filtro de Kalman

El estimador de Kalman es un algoritmo que se utiliza para estimar el estado no observable de un sistema a partir de una medición ruidosa de los sensores o que los estados mismos estén afectados por ruido. La idea es utilizar un modelo matemático del sistema y la información de la medición para





actualizar la estimación del estado en tiempo real. Se obtiene la matriz L y se agrega en el estimador. Con el comando kalman de MATLAB se obtiene la matriz L:

$$L = \begin{bmatrix} 0.7547 & -5.4033 \\ 66.2064 & 4.2246 \\ -0.5976 & 13.9058 \\ 11.5050 & 0.2162 \\ 0.2162 & 5.2692 \end{bmatrix}$$

Esta matriz fue obtenida proporcionando dos matrices: Q y R. Las mismas indican cuánta confianza tengo en el sistema y en el modelo respectivamente.

$$Q = \begin{bmatrix} 0,025 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix} R = \begin{bmatrix} 0,0001 & 0 \\ 0 & 0,0001 \end{bmatrix}$$

Esta estimación se utiliza para calcular la ley de control óptima utilizando el control LQR y se integra en el control integral para eliminar el error en estado estacionario. El estimador de Kalman dentro del control LQGI permite que el se controle la dinámica del sistema y se estime el estado en tiempo real, lo que es especialmente útil cuando se tienen mediciones ruidosas o información incompleta sobre el estado del sistema. Se simula el ruido como ruido blanco (con distribución Gaussiana). En el diagrama de bloques se consideran la planta y el estimador y se pueden ver en la figura 12.

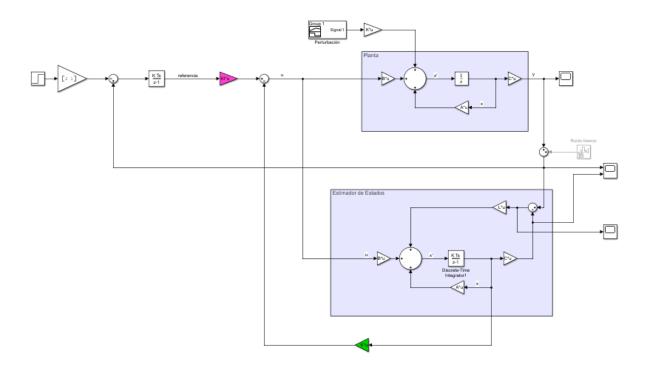


Figura 11: Planta y estimador

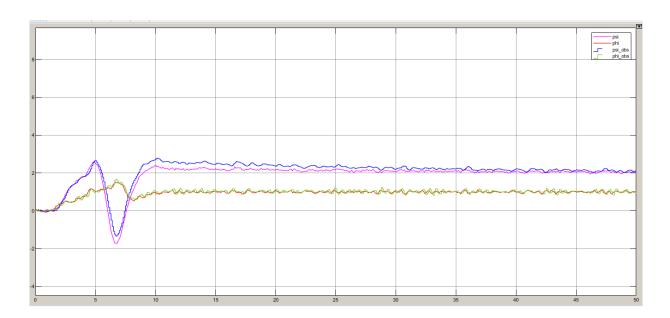


Figura 12: Planta y estimador





## 5. Sensores de posición

Se seleccionan sensores magnéticos de desplazamiento de la marca Honeywell, modelo HMC1512 (ver figura ??), que tienen una varianza de 70e-9 V/sqrt(Hz). El rango de voltaje de estos sensores es de 100 mV a 140 mV, por lo tanto para que el conversor A/D funcione correctamente, se debe agregar un offset a la entrada, es decir 120 mV. Cabe destacar que el ruido es tiene valores de potencia, lo que se condice con la realidad, ya que las mediciones de los ángulos son expresadas en corriente o voltaje (como este caso). Para que el modelo sea más real, se realiza una conversión de ángulo (en radianes) a voltaje, para simular el comportamiento analógico del sensor. Se realizó una conversión entre los ángulos a la salida del sistema (con interpolación lineal), teniendo en cuenta los límites angulares del sensor (valores provistos en la hoja de datos del sensor) y los respectivos voltajes a la salida, que luego pasan por el filtro anti-aliasing y a la etapa de procesamiento de las señales.

Cabe destacar que para el correcto funcionamiento del controlador, se convierten los valores a la salida del procesamiento a radianes, para que el observador pueda funcionar de manera correcta.



Figura 13: Sensor Honeywell HMC1512

## 6. Discretización

Se realiza un filtro Anti-aliasing para tratar la señal, se tiene en cuenta como guía el esquema provisto en la figura 15.

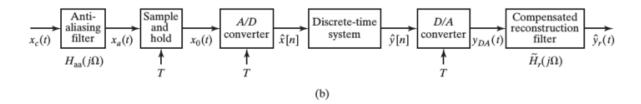


Figura 14: Etapas básicas en DSP

El filtro Anti-Aliasing es un filtro analógico, pasa-bajo. Luego de la medición del sensor (donde se introdujo ruido) se realiza la discretización, ya que la planta funciona en tiempo contínuo pero el control se realiza en tiempo discreto. Se utiliza un Sample and Hold, un conversor y una ganancia para escalar la medición.

### 7. Procesamiento de señales

Para realizar el filtrado del ruido se utiliza un filtro IIR para sacar ruido de cuantización, de tipo Leaky Integrator, que es de orden 1. Se compara que  $\lambda$  conviene utilizar. También se realiza una prueba con un bloque de filtro IIR provisto por Simulink.





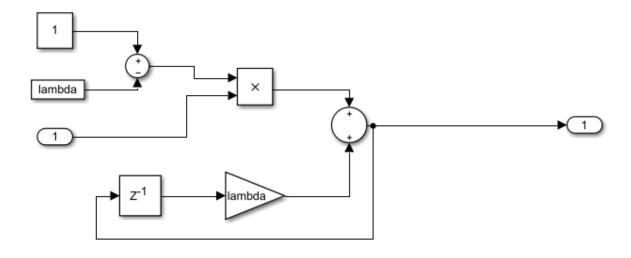


Figura 15: Leaky Integrator

### 8. Resultados

Se realizarán pruebas acerca de los resultados obtenidos para diversos parámetros, tales como  $\lambda$  para el filtro IIR, y los valores de  $\rho$  y de la matriz  $Q_u$  para el caso del control LQG.

 $\bullet$  Para lambda=0,5,se compara para distintos valores de  $\rho$  y de  $Q_u$ 

$$\rho = \sqrt[2]{0.0005}$$
 
$$Q_{aug} = \begin{bmatrix} a_i^2/1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_i^2/1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_i^2/1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_i^2/0, 5^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_i^2/0, 5^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_i^2/0, 1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_i^2/0, 1^2 \end{bmatrix}$$



y se compara con:

$$Q_{aug=} \begin{bmatrix} a_i^2/1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_i^2/1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_i^2/1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_i^2/0, 5^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_i^2/1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_i^2/1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_i^2/1^2 \end{bmatrix}$$

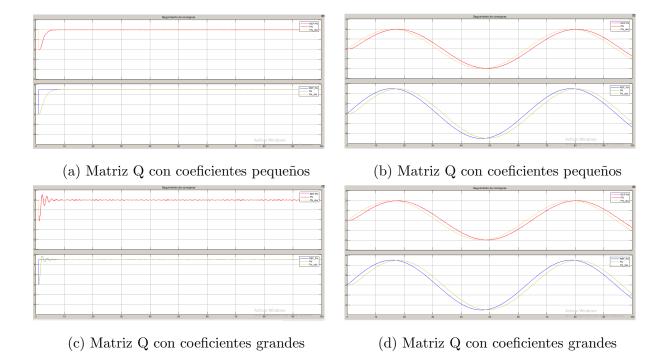


Figura 16

Al observar la figura 16e aprecia que al variar los coeficientes de la matriz Q, que afecta a los estados, se hace el que sistema no tenga *overshoot* pero la respuesta es más lenta, es una relación de compromiso. Si se varía  $\rho$  (ver figura 17, se puede concluir que al darle un valor más grande a  $\rho$  castigo más la acción de control y el sistema responde más lento.





• Para  $\lambda = 0, 25, \, \rho = \sqrt{0,0005}$  y la matriz Q de la siguiente forma

$$Q_{aug} = \begin{bmatrix} a_i^2/1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_i^2/1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_i^2/1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_i^2/0, 5^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_i^2/0, 5^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_i^2/0, 1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_i^2/0, 1^2 \end{bmatrix}$$

Se tienen los resultados mostrados en la figura 18

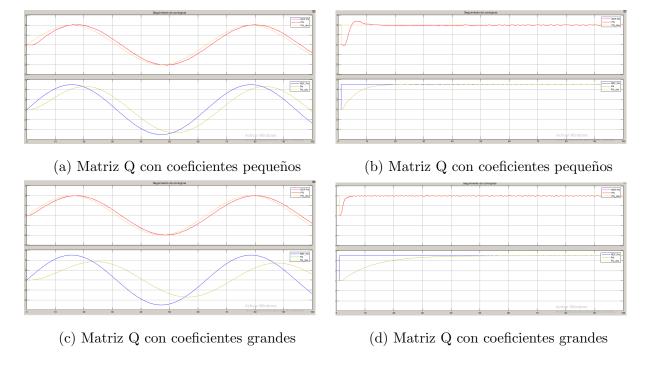


Figura 17

Se observa que al variar el valor de lambda en el filtro IIR, también se corrigen algunas acciones en el sistema, minimizando las oscilaciones alrededor de la referencia de ángulo. Además, se observa que al variar este parámetro no hay una relación de compromiso overshoot-desfase como cuando lambda = 0, 5.



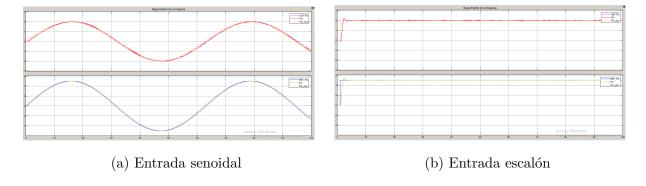


Figura 18

#### 9. Conclusiones

Se ha logrado controlar eficazmente la posición angular de los ángulos de roll y yaw del modelo simplificado del icónico avión BOEING B-747, considerando cuidadosamente las perturbaciones y filtrando los ruidos inherentes a los sensores correspondientes. La validez del modelo se confirmó mediante la aplicación de varias consignas de posición, lo que permitió obtener salidas del sistema coherentes tanto con las expectativas del observador como con las propias consignas.

Este proyecto me permitió profundizar mis conocimientos en el campo de control y adquirir experiencia en la selección de estrategias de control y parámetros adecuados. Además, permitió formar un criterio para la aplicación de estos métodos. En resumen, este proyecto me brindó la oportunidad de aplicar y consolidar mis habilidades en el área de control, lo que me ayudará a desarrollar mi carrera profesional en este campo.

### 10. Anexo

A continuación se detalla la nomenclatura utilizada a lo largo de este trabajo:





Y	Lateral force component		
L	Lift; rolling moment		
N	Yawing moment; white noise		
\beta	Sideslip angle perturbation		
p	Roll rate perturbation: Trim reference point; system pole		
r	Yaw rate perturbation: General response variable		
\phi	Roll angle perturbation; phase angle; general angle		
\psi	Yaw angle perturbation		
\delta_a	Aileron angle (American)		
\delta_r	Rudder angle (American)		

Table 2.2 Perturbation Variables				
X Y Z	Axial "drag" force Side force Normal "lift" force	Sum of the components of aerodynamic, thrust and weight forces		
L M N	Rolling moment Pitching moment Yawing moment	Sum of the components of aerodynamic, thrust and weight moments		
р q r	Roll rate Pitch rate Yaw rate	Components of angular velocity		
U V W	Axial velocity Lateral velocity Normal velocity	Total linear velocity components of the cg		

Figura 19: Nomenclatura básica

Se detallan a continuación los parámetros correspondientes al Boeing b-B-747, tomados de Jewell y Heffrey (1972).





$$Y_{\nu} = -0.0558 \text{ 1/s}$$
  $N'_{r} = -0.115 \text{ 1/s}$   
 $Y_{\beta} = -43.2 \text{ ft/s}^{2}$   $Y_{\delta_{a}}^{*} = 0 \text{ 1/s}$   
 $L'_{\beta} = -3.05 \text{ 1/s}^{2}$   $L'_{\delta_{a}} = 0.143 \text{ 1/s}^{2}$   
 $N'_{\beta} = 0.598 \text{ 1/s}^{2}$   $N'_{\delta_{a}} = 0.00775 \text{ 1/s}^{2}$   
 $L'_{p} = -0.465 \text{ 1/s}$   $Y_{\delta_{r}}^{*} = 0.00729 \text{ 1/s}$   
 $N'_{p} = -0.0318 \text{ 1/s}$   $L'_{\delta_{r}} = 0.153 \text{ 1/s}^{2}$   
 $L'_{r} = 0.388 \text{ 1/s}$   $N'_{\delta_{r}} = -0.475 \text{ 1/s}^{2}$ 

Figura 20: Parámetros de Boing B-747





## Referencias

- [1] Cook, M. V. (2013). Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control. Elsevier, third edition.
- [2] Gonzalez, D. R. (2021). Material cátedra control y sistemas.

[Honeywell] Honeywell. Magnetic Displacement Sensors HMC1501/1512. Honeywell.

- [4] Karl Johan Åström, R. M. M. (2020). Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers. Princeton University Press, second edition edition.
- [5] Ogata, K. (2010). Ingeniería de Control Moderna. Pearson, 5 edition.

Los créditos de las fotografías pertenecen a sus respectivos autores. ©