Análisis Matemático II

TP4 - Grupo 6

Integrantes: **Iñigo Castroagudin, Agustín López, Mateo Piro y Jano Vaquer**

Comisión: **1**

Facultad de Ciencias Exactas Ingeniería y Agrimensura

8. **Analice la existencia de los siguientes límites:**

$$d) \lim_{(x,y)\to(0,0)} (1 - cos(x^2 + y^2))(x^2 + y^2)^{-1}$$

Resolución:

d) Sea $f(x,y) = (1 - \cos(x^2 + y^2))(x^2 + y^2)^{-1} = \frac{1-\cos(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$
Queremos calcular:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) \tag{1}$$

i) Definimos funciones auxiliares:

$$g(x,y) = x^2 + y^2 \qquad h(x) = \begin{cases} \frac{1-cos(x)}{x}, & \text{si } x \neq 0 \\ 0, & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

ii) Por el ejemplo 130 de la unidad 9 sabemos que: $\lim_{(x,y)\to(0,0)} g(x,y) = 0$

El único valor (x,y) donde $g(x,y) = 0$ es $(0,0)$, pues $\forall x, y \in \mathbb{R}$ resulta $x^2 \geq 0, y^2 \geq 0$
$\implies x^2 + y^2 = 0 \iff x = y = 0$

Por lo tanto para toda tupla $(x,y) \neq (0,0)$ vale $f(x,y) = (h \circ g)(x,y)$

Esto significa que si existe $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 0$ también existe y es igual a $\lim_{(x,y)\to(0,0)} (h \circ g)(x,y)$

iii) Luego por el teorema 139 (Límite de la funcion compuesta) como $\lim_{(x,y)\to(0,0)} g(x,y) = 0$ y $h(x)$ está definida de manera tal que sea continua en x = 0

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = \lim_{(x,y)\to(0,0)} (h \circ g)(x,y) = h(0) = 0$$