

Taller 2

Programa de Estudios Superiores (PES)

Banco de Guatemala

Solución numérica de ecuaciones no-lineales

Frank Lampard tiene que decidir cuanto trabajar (L) y cuanto consumir (C). Frank es un genio dentro y fuera de la cancha por lo que toma esta decisión resolviendo el siguiente problema

$$\begin{aligned} \max_{\{C,L\}} \quad & \left[C^{\frac{1}{\varepsilon}} + \alpha (1-L)^{\frac{\kappa}{\varepsilon}} \right]^{\varepsilon} \\ \text{s.t.} \quad & C = wL \end{aligned}$$

Donde $w > 0$ es su salario, $\varepsilon > 1$, y $0 < \kappa \leq 1$. Escriba un programa de R que resuelva el problema de Super Frank dados unos valores para los parámetros $\varepsilon, \alpha, \kappa$ y w . Específicamente

- Reemplace la restricción presupuestal de Frank en su función objetivo para reducir la dimensión del problema.
- Escriba un programa de R que encuentre, de forma simbólica, la condición de primer orden que caracteriza la solución del problema
- Encuentre de forma numérica el nivel de consumo que resuelve la anterior ecuación

Optimización numérica

Escriba un programa de R que resuelva el problema de Super Frank dados unos valores para los parámetros $\varepsilon, \alpha, \kappa$ y w . Esta vez, no solucione la condición de primer orden del problema de Frank. En su lugar, resuelva directamente y de forma numérica el problema de maximización de Lampard como un problema de optimización numérica.

Nota: Reporten los resultados para $\alpha = 2$, $\varepsilon = 3$, $\kappa = 0.8$ y $w = 1$.

Simulación Montecarlo

Frank a regresado. Esta vez, como entrenador para dirigir a su antiguo equipo y enfrentar al malvado Mourinho. Para Frank, el futbol es sencillo:

- El sabe que cada uno de los dos equipos solo puede estar a la ofensiva (O) o a la defensiva (D)
- Si los dos equipos están a la defensiva, la probabilidad de que haya gol es cero
- Si ambos equipos están a la ofensiva, la probabilidad para cada uno de anotar un gol es de 0.05 (note que ambos equipos pueden anotar en el mismo minuto)
- Si el equipo de Frank esta a la ofensiva y el de Mou a la defensiva, la probabilidad de que cada uno anote gol es de 0.03 y 0.01, respectivamente
- Si el equipo de Frank esta a la defensiva y el de Mou a la ofensiva, la probabilidad de que cada uno anote gol es de 0.01 y 0.03, respectivamente
- Frank conoce además a su mentor Mou. El sabe que la probabilidad de que se encierre y decida jugar a la defensiva en un minuto dado es de 0.95.

Suponga que Frank decide en cada minuto jugar a la ofensiva con una probabilidad de $p = 0.5$ y que cada juego dura exactamente 90 minutos.

- 1.Cuál es la probabilidad de que Frank gane el partido?
- 2.Cuál es la probabilidad de jugar a la ofensiva que maximiza la probabilidad de que Frank gane el partido?