

Van estos ejercicios para aquellos que tengan ganas de pensar con papel y lápiz, y dispongan de un marco teórico previo que les permita abordar estos temas.

Y algo para implementar...

Ejercicio 1: Suavizando una discreta

Sea W discreta tomando los valores w_i con puntual p_i . Sea T independiente de W con densidad K . Definimos $S_h = W + hT$.

1. Obtener la función de densidad de S_h .
2. Considerar ahora el caso en el que W es una variable aleatoria discreta tomando los valores x_1, \dots, x_n con probabilidad $1/n$. Indicar cómo es la función de densidad de S_h en este caso.
3. Implemente la función `suavizado(t, datos, h)` que tenga por input un valor t , un conjunto de datos x_1, \dots, x_n un valor de h y devuelva el valor de la densidad de S_h evaluada en t , siendo que $T \sim \mathcal{N}(0, 1)$.
4. Utilizar los datos de altura estudiados en el curso y graficar la función suavizado implementada en el ítem anterior, con diferentes posibles valores de h . Comparar con el correspondiente histograma. Repita utilizando ahora las alturas de hombres y las alturas de mujeres.
5. Considerando las distribuciones normales utilizadas para modelar las alturas de hombres y mujeres, proponga una nueva curva para modelar el conjunto de todas las alturas juntas.
6. Comparar visualmente los gráficos obtenidos en los ítems 4 y 5.

Ejercicio 2: Estimación no paramétrica de la densidad Sean $(X_i)_{i \geq 1}$ i.i.d., con función de densidad f . Sea

$$\hat{f}_n(t) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{t - X_i}{h}\right)$$

1. Sea K la densidad de $U \sim \mathcal{U}(-1, 1)$
 - (a) Calcule $\mathbb{E}(\hat{f}_n(t))$
 - (b) Calcule $\mathbb{V}(\hat{f}_n(t))$
 - (c) Estudie el comportamiento asintótico de $\hat{f}_n(t)$, indicando condiciones para n y h y otros supuestos requeridos.

2. Procure reproducir los resultados obtenidos en los items anteriores considerando ahora una densidad K acotada. Incluya los supuestos necesarios para caracterizar el comportamiento asintótico de $\hat{f}_n(t)$