Guia 21 clase

Agustin Muñoz González

1/7/2020

Preparamos el entorno.

```
rm(list=ls())
library(ggplot2)
library(tidyr)
library(gganimate)
```

2. El intervalo de confianza 0.95 es un intervalo tq la proba de encontrar el valor a estimar en ese intervalo es 95%. Es decir, el intervalo $I = [a(X_1, \ldots, X_n), b(X_1, \ldots, X_n)]$ es un intervalo de confianza de nivel $1 - \alpha$ para el parámetro θ si

$$P(a(X_1, \ldots, X_n) \leq \theta \leq b(X_1, \ldots, X_n)) = 1 - \alpha.$$

Tal intervalo es movernos 1 error estandar (se) para cada lado de nuestro estimador, i.e. I=[mu-se,mu+se].

```
datos=read.csv('datos.csv',header=T)
mu=mean(datos$gas_equipo_1)
mu
```

```
## [1] 71.178
```

```
se=sd(datos$gas_equipo_1)/sqrt(5)
se
```

```
## [1] 1.666378
```

```
intervalo=c(mu-se,mu+se)
intervalo
```

```
## [1] 69.51162 72.84438
```

2. Implementacion en R

En nuestro caso $a(X_1, \ldots, X_n) = \overline{\mu}_n - z_{\alpha/2} * \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n}}$ y $b(X_1, \ldots, X_n) = \overline{\mu}_n + z_{\alpha/2} * \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n}}$ son los bordes del intervalo de confianza $1 - \alpha$ cuando $X_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$ y conocemos σ_0.

Si en vez de trabajar con σ_0 trabajar con su estimador S pagamos el precio de cambiar la $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$ por la t de student: $a(X_1, \ldots, X_n) = \overline{\mu}_n - t_{n-1,\alpha/2} * \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n}}$ y $b(X_1, \ldots, X_n) = \overline{\mu}_n + t_{n-1,\alpha/2} * \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n}}$ con $t_{n-1,\alpha/2} = qt(1 - \alpha/2, n - 1)$.

Como no conocemos σ usamos la t de student.

```
intervalo.mu.exacto.normal=function(datos,nivel){
  mu=mean(datos)
  alpha=1-nivel
```

```r
  n=length(datos)
  t=qt(1-alpha/2,n-1)
  error=t*sd(datos)/sqrt(length(datos))
  c(mu-error,mu+error)
}
```

3. Intervo asintótico para $\mu = E(X)$. Considere n = 120 datos de duración de lámparas (en meses). Obtenga una estmación por intervalos para μ utlizando un procedimiento de nivel asintótico 0,95. Ingrese los extremos del intervalo obtenido al documento compartido.

Resolución:

El intervalo $I = [a(X_1, \ldots, X_n), b(X_1, \ldots, X_n)]$ es un intervalo de confianza de nivel **asintótico** $1 - \alpha$ para el parámetro θ si

$$\lim_{n\to\infty} P(a(X_1, \ldots, X_n) \leq \theta \leq b(X_1, \ldots, X_n)) = 1 - \alpha,$$

i.e. $P(a(X_1, \ldots, X_n) \leq \theta \leq b(X_1, \ldots, X_n)) \approx 1 - \alpha$.

Por el TCL tenemos

$$\frac{\overline{X}_n - \mu}{\sqrt{\mathbb{V}(\overline{X}_n)}} = \frac{\overline{X}_n - \mu}{se(\overline{X}_n)} = \frac{\overline{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0, 1).$$

Como ademas $\frac{\sigma}{S} \underset{n}{\to} 1$ entonces

$$\frac{\sigma}{S} \frac{\overline{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\overline{X}_n - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{N}(0, 1).$$

Es decir,

$$\lim_{n\to\infty} P(-z_{\alpha/2} \leq \frac{\overline{X}_n - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha.$$

Entonces $a(X_1, \ldots, X_n) = \overline{X}_n - z_{\alpha/2} * \frac{S}{\sqrt{n}}$ y $b(X_1, \ldots, X_n) = \overline{X}_n + z_{\alpha/2} * \frac{S}{\sqrt{n}}$ son los bordes del intervalo de confianza asintótico $1 - \alpha$ para el parámetro μ.

```r
lamparas=read.csv('lamparas.csv',header=T)
mu=mean(lamparas$lamparas)
se=sd(lamparas$lamparas)/sqrt(120)
nivel=0.95
alpha=1-nivel
z=qnorm(1-alpha/2)
error=z*se
intervalo=c(mu-error,mu+error)
intervalo
```

```
## [1]  7.683173 11.396827
```

3.en R Implementación Implemente una función intervalo.mu.asin que tenga por input un conjunto de datos x 1 , . . . , x n , provenientes de una muestra de X, el nivel $1 - \alpha$ y devuelva el intervalo de confianza asintótico $1 - \alpha$ para $\mu = E(X)$. Subí el codigo a este documento compartido.

Resolución:

```r
intervalo.mu.asin=function(datos,nivel){
  mu=mean(datos)
  alpha=1-nivel
  z=qnorm(1-alpha/2)
  se=sd(datos)/sqrt(length(datos))
  error=z*se
  c(mu-error,mu+error)
}
```