Clase Práctica 09/04/2019

Introducción a la computación

1^{er} cuatrimestre 2019

Ejercicio 1. *Escribir una especificación (encabezado, precondición y postcondición) que describa el siguiente problema: dado un entero obtener su predecesor.*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $predecesor$: $x \in \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$.
- **PRE:** $\{x = x_0\}$
- **POST:** $\{RV = x_0 - 1\}$

□

Ejercicio 2. *Escribir una especificación que describa el siguiente problema: dado un entero multiplicarlo por 2.*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $duplicar$: $x \in \mathbb{Z} \rightarrow \emptyset$.
- **PRE:** $\{x = x_0\}$
- **POST:** $\{x = x_0 \times 2\}$

□

Ejercicio 3. *Escribir una especificación que describa la función constante que dado un entero evalúa siempre 3.*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $tres$: $x \in \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$.
- **PRE:** $\{true\}$
- **POST:** $\{RV = 3\}$

□

Ejercicio 4. *Escribir una especificación que describa el problema de determinar si un número entero es mayor que cero.*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $positivo$: $x \in \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{B}$.
- **PRE:** $\{x = x_0\}$
- **POST:** $\{RV = (x_0 > 0)\}$

□

Ejercicio 5. *Escribir una especificación que describa los siguientes problemas:*

a) determinar si un número positivo es primo;

b) determinar si un número positivo no *es primo.*

Resolución.

a)
- **ENCABEZADO:** $esPrimo$: $x \in \mathbb{Z} \to \mathbb{B}$.
- **PRE:** $\{x = x_0 \wedge x > 0\}$
- **POST:** $\big\{RV = x_0 > 1 \wedge (\forall y)(2 \leq y < x_0 \Rightarrow \neg y | x_0)\big\}$

b)
- **ENCABEZADO:** $noEsPrimo$: $x \in \mathbb{Z} \to \mathbb{B}$.
- **PRE:** $\{x = x_0 \wedge x > 0\}$
- **POST:** $\big\{RV = (x_0 = 1) \vee (\exists y)(2 \leq y < x_0 \wedge y | x_0)\big\}$

Solución alternativa: definir un predicado $PRIMO(x)$, y usarlo en ambas especificaciones.

$$PRIMO(x) \equiv \big(x > 1 \wedge (\forall y)(2 < y < x \Rightarrow \neg y | x)\big)$$

De este modo,

a)
- **ENCABEZADO:** $esPrimo$: $x \in \mathbb{Z} \to \mathbb{B}$.
- **PRE:** $\{x = x_0 \wedge x > 0\}$
- **POST:** $\{PRIMO(x_0)\}$

b)
- **ENCABEZADO:** $noEsPrimo$: $x \in \mathbb{Z} \to \mathbb{B}$.
- **PRE:** $\{x = x_0 \wedge x > 0\}$
- **POST:** $\{\neg PRIMO(x_0)\}$

□

Ejercicio 6. *Escribir una especificación que describa el problema de obtener la suma de un arreglo de enteros.*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $suma$: $A \in \mathbb{Z}[] \to \mathbb{Z}$.
- **PRE:** $\{A = A_0\}$
- **POST:** $\{|A| = |A_0| \wedge RV = \sum_{0 \leq i < |A|} A_0[i]\}$

□

Ejercicio 7. *Escribir una especificación que describa el problema de invertir el signo de todos los elementos de un arreglo de enteros.*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $invertir$: $A \in \mathbb{Z}[] \to \emptyset$.
- **PRE:** $\{A = A_0\}$
- **POST:** $\{|A| = |A_0| \wedge \big(\forall i)(0 \leq i < |A| \Rightarrow A[i] = -A_0[i])\}$

$\square$

Ejercicio 8.

a) Escribir una especificación que describa el problema de permutar los elementos de un arreglo de enteros.

b) Extender la postcondición del punto a) de forma tal que la permutación obtenida contenga todos los números pares a la izquierda de los impares.

Resolución.

a)
- **ENCABEZADO:** $perm$: $A \in \mathbb{Z}[] \to \emptyset$.
- **PRE:** $\{A = A_0\}$
- **POST:** $\Big\{ |A| = |A_0| \wedge \big(\forall i\big)\big(0 \leq i < |A| \Rightarrow (\exists j)(0 \leq j < |A| \wedge A_0[i] = A[j])\big)\Big\}$

La especificación no es correcta porque admite soluciones que no son permutaciones. Contraejemplo:

$$[1, 2, 2] \to [1, 1, 2]$$

- **POST:** $\Big\{ |A| = |A_0| \wedge \big(\forall i\big)\big(0 \leq i < |A| \Rightarrow$
$\big((\#j)(0 \leq j < |A| \wedge A_0[i] = A_0[j]) = (\#k)(0 \leq k < |A| \wedge A_0[i] = A[k])\big)\Big\}$

b) Llamemos $PERMUTACION(B \in \mathbb{Z}[] \times C \in \mathbb{Z}[])$ al predicado que determina si dos arrays son uno la permutación del otro. I.e. $|B| = |C| \wedge \forall i(0 \leq i < |B| \Rightarrow ((\#j)(0 \leq j < |B| \wedge C[i] = C[j]) = (\#k)(0 \leq k < |B| \wedge C[i] = B[k])\big)\big)$. Tenemos entonces que:

- **POST:** $\Big\{PERMUTACION(A_0, A) \wedge (\forall i \forall j)(0 \leq i < |A| \wedge 0 \leq j < |A| \Rightarrow (PAR(A[j] \wedge \neg PAR(A[i]) \Rightarrow j < i)))\Big\}$

$\square$