El principal objetivo de esta guía es comprobar empíricamnete de la LGN. Para ello, experimentaremos con distintas distribuciones. Generaremos muestras aleatorias de una distribución dada, de tamaño cada vez mayor, calcularemos los promedios muestrales y veremos cual es su comportamiento a medida que el tamaño muestral crece.

Copiar los gráficos solicitados en este documento compartido.

1. En este ejercicio estudiaremos el comportamiento de la suma S_n y del promedio $\bar{X}_n$ de variables $X_1, \ldots, X_n$ independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.) donde $X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

   A través de los correspondientes histogramas analizaremos el comportamiento de la distribución de la suma y del promedio $\bar{X}_n$, a medida que n va aumentando.

   Para ello, fijado n, generaremos datos correspondientes a una muestra $X_1, \ldots, X_n$ i.i.d. de variables aleatorias distribuidas como X, con una distribución $\mathcal{N}(5, 4)$ y luego calcularemos la suma y el promedio de cada conjunto de datos.

   Repetimos este procedimiento $Nrep = 1000$ veces. A partir de las $Nrep = 1000$ replicaciones realizaremos un histograma con las sumas y los promedios generados, para obtener una aproximación de la densidad de S_n y de $\bar{X}_n$.

   a) Consideremos $n = 1$: la variable coincide con la suma y el promedio. Generamos entonces $Nrep = 1000$ datos correspondientes a $X \sim \mathcal{N}(5, 4)$ y luego hacemos los histogramas de suma y promedio.

   ¿A qué densidad se parece el histograma obtenido?

   b) Consideramos $n = 2$ variables aleatorias X_1 y X_2 independientes con distribución $\mathcal{N}(5, 4)$, la suma y el promedio de ambas, es decir,

   $$S_2 = X_1 + X_2 \quad \text{y} \quad \overline{X}_2 = \frac{X_1 + X_2}{2} \, .$$

   Generamos $n = 2$ datos (independientes) correspondientes a una variable aleatoria con distribución $\mathcal{N}(5, 4)$ y computamos suma y promedio. Replicamos $Nrep = 1000$ veces y realizamos los histogramas de S_n y $\overline{X}_n$ a partir de los $Nrep = 1000$ sumas y promedios obtenidos.

   ¿Qué características tienen estos histogramas? Superponerle a cada histograma la densidad que te parezca adecuada.

   c) Repetir el ítem anterior usando ahora $n = 5, 10, 25$.

   d) ¿Qué se observa a medida que n crece?

2. Generaremos muestras aleatorias de una distribución $\mathcal{U}(0, 1)$, de tamaño cada vez mayor, y calcularemos los promedios muestrales. Comprobaremos si estos promedios muestrales se acercan a algún valor cuando el tamaño muestral crece y en tal caso, identicicaremos el valor límite.

a) Consideremos la distribución $\mathcal{U}(0,2)$. Indicar cuál es el valor verdadero de la media μ .

b) Generamos una muestra de tamaño $Nrep = 1000$ y para cada n entre 1 y 1000 calculemos el promedio de las primeras n observaciones. Realizamos un scatterplot de n vs. los promedios obtenidos. Incluimos una linea horizontal en el valor de y correspondiente a la verdadera media μ.

c) Repetir comenzando con otra semilla y superponer el nuevo gráfico utilizando un color diferente. Comparars los gráficos obtenidos. ¿ Qué se puede concluir?