

---

# CAPÍTULO 1

---

## PRUEBAS DEL CONTROLADOR

El controlador diseñado se comporta adecuadamente en lo que respecta a las simulaciones, sin embargo debido a que la caracterización del sistema puede contener errores se proceden a realizar algunas pruebas sobre los subsistemas que componen al sistema global, como paso intermedio antes de realizar una prueba de vuelo real. Estas pruebas son de utilidad para verificar el correcto funcionamiento del controlador diseñado y/o para realizar los ajustes que sean necesarios en el mismo.

### 1.1. Control de subsistemas Roll y Pitch

Para lograr que el cuadricóptero se mantenga horizontal, es fundamental que el control sobre los ángulos de Pitch y de Roll se comporten de acuerdo a lo esperado. A modo de ejemplo, es imposible lograr el equilibrio mecánico si dichos ángulos difieren de cero. Por dicha razón, previo a realizar pruebas sobre el sistema completo es necesario asegurarnos que los subsistemas de Roll y Pitch funcionan correctamente. De acuerdo al modelo físico del sistema desarrollado en ?? ni el Roll ni el Pitch son subsistemas independientes entre sí, además ambos dependen de la velocidad angular según  $\vec{k}_q$ . Sin embargo, dichos ángulos toman valores cercanos a cero en las trayectorias de interés, caso en el cual se puede realizar la aproximación de que ambos sistemas son independientes.

A continuación se explicará el funcionamiento para el ángulo de Roll, ya que para Pitch el procedimiento es completamente análogo.

A partir de esta consideración se procede a fijar al cuadricóptero sobre dos guías como se muestra en la figura 1.1, de forma de eliminar todos los grados de libertad del sistema excepto el ángulo de Roll ( $\psi$ ) y la velocidad angular correspondiente al eje de rotación de este ángulo. Se realizan dos pruebas: la primera consiste en que el sistema alcance la posición de equilibrio ( $\psi = 0$ ), la segunda consiste



Figura 1.1: Dispositivo de prueba de Roll

en alejar al sistema del equilibrio y lograr que vuelva al punto de equilibrio.

El controlador posee dos términos proporcionales: uno para el ángulo  $\psi$  y el otro para la velocidad angular  $\omega_{qx}$ . Además se considera un término integral asociado a la integral de  $\psi$ . El modelo de este subsistema es el siguiente:

$$\begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\omega}_{qx} \\ \dot{\psi}_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{MgL'}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi \\ \omega_{qx} \\ \psi_I \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_2 \\ \omega_4 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

donde  $b$  y  $\frac{MgL'}{I_{xx}}$  son los obtenidos en la sección ?? . Trabajando con las matrices  $Q$  y  $R$ :

$$Q = \begin{pmatrix} 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

la matriz de realimentación obtenida es la mostrada en la ecuación 1.3

$$K = \begin{pmatrix} 44,43 & 10,78 & 21,36 \\ -44,430 & -10,78 & -21,36 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

En la figura 1.2 se observa la respuesta del ángulo de Roll en lazo cerrado, con el setpoint fijo en  $\psi = 0$ . Se observa que el módulo del ángulo es siempre inferior a los  $2^\circ$  a excepción del arranque y algún pico aislado. Se puede decir que presenta un error típico de  $\pm 1^\circ$ . En este sentido se puede afirmar que el control implementado es exitoso, ya que logra el objetivo planteado. Puede observarse además que una vez que el controlador comienza a actuar se produce un cambio en el ángulo alcanzando un valor cercano a los  $5^\circ$ . Este error es producido por la diferencia del empuje de los motores frente a una misma orden. El control integral es el encargado de corregir esta diferencia en aproximadamente 2,5 segundos, tiempo que dependiendo de la aplicación puede ser o no aceptable. Un ángulo de algunos grados durante 2 segundos provocará un desplazamiento que puede llegar a ser inaceptable dependiendo de la aplicación. Como se sabe que es causado por una no idealidad sobre el empuje de los motores ante igual comando, es posible evitar este desplazamiento inicial muy fácilmente con tan solo inicializar al integrador en algún valor apropiado (distinto de cero). De esta forma se logra un despegue más prolijo ya que el ángulo  $\psi$  permanecerá todo el tiempo más cerca de cero.

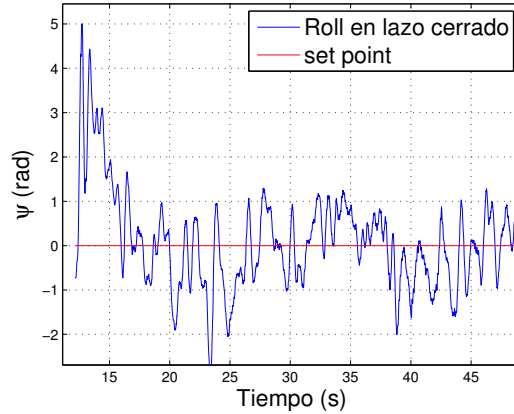


Figura 1.2: Ángulo de Roll en lazo cerrado

Ante este tipo de imperfecciones el control proporcional es el encargado de volver a estabilizar al cuadricóptero, pero lo hará en algún otro punto de equilibrio que no

necesariamente es el deseado. Por otro lado es el control integral el encargado de que el cuadricóptero alcance el equilibrio deseado, que será probablemente distinto al equilibrio hallado por el proporcional.

En la figura 1.3 se puede observar la diferencia entre utilizar un controlador puramente proporcional y un controlador proporcional con una corrección integral. El primero no logra corregir el error sistemático debido a la diferencia en el empuje de los motores alcanzando así un punto de equilibrio distinto del *set point*. El controlador con el término integral si logra corregir este error y el ángulo  $\psi$  toma valores en el entorno del *set point*.

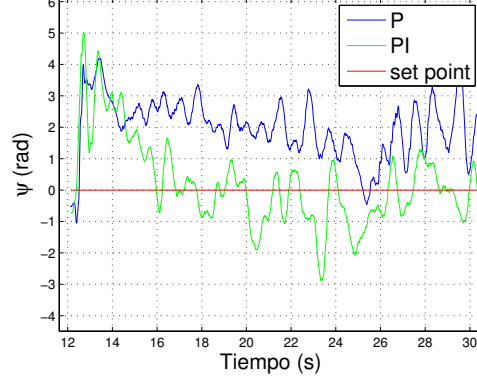


Figura 1.3: Ángulo de Roll en lazo cerrado

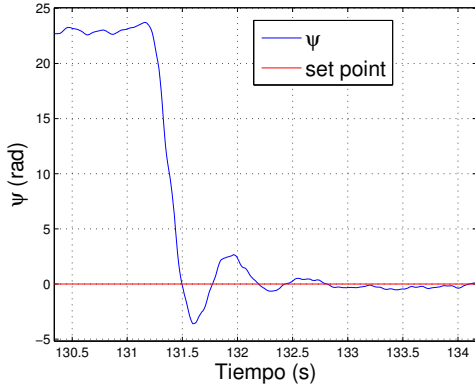


Figura 1.4: Respuesta al escalón de Roll en lazo cerrado

sumamente satisfactorio.

Con este análisis se concluye que la matriz de realimentación obtenida es adecuada para controlar el subsistema del ángulo de Roll.

## 1.2. Control del subsistema del Yaw

De manera análoga al caso anterior, es importante verificar el buen funcionamiento del control sobre el giro en “z”, para lo cual se utiliza un dispositivo de prueba que restringe los grados de libertad del cuadricóptero. En este caso se lo sujeta con una cuerda desde arriba de los cuatro brazos de modo de realizar la fuerza lo más pareja posible. El cuadricóptero queda sujetado colgando horizontal y conserva el libre giro según “z” ( $\theta$ ). Se setea una velocidad de *hovering* inferior a la necesaria

para levantar vuelo, de modo que el cuadricóptero no se eleve y la cuerda quede siempre tensa. Para el giro bajo estudio no es relevante el valor absoluto de la velocidad de giro de cada motor, ya que depende exclusivamente de la diferencia de velocidades angulares. Por ello los resultados de realizar las pruebas con una velocidad de *hovering* inferior a la real son extrapolables a la situación de vuelo libre, sin pérdida de generalidad.

El giro en  $\theta$  es generado por un desequilibrio entre los pares ejercidos por las hélices. Si el par neto de todas las hélices resulta por ejemplo positivo, el cuadricóptero realizará un movimiento hacia los negativos, equilibrando el par, como se explica en el capítulo ??.



Figura 1.5: Dispositivo de prueba de  $\theta$

Para la estimación de  $\theta$  se utiliza por un lado la integral de la velocidad angular en el eje “z” y por otro la proyección del vector del campo magnético medido sobre el plano horizontal, medidas que son combinadas en el filtro de Kalman. El dato obtenido del magnetómetro no distingue entre giros de  $360^\circ$ , limitando el valor al rango  $[-180^\circ - 180^\circ]$ . Es necesario entonces realizar un reajuste de la medida deducida del campo magnético para lograr la continuidad en el ángulo estimado.

Análogamente a la parte anterior se realizan 2 pruebas, la primera dejando que el sistema alcance su posición de equilibrio en  $\theta = \theta_{inicial}$ , y la segunda apartándolo del equilibrio y dejándolo regresar a su punto de equilibrio.

El controlador, análogamente que para los anteriores 2 ángulos ( $\psi$  y  $\phi$ ), el controlador consta de 2 términos proporcionales, uno para  $\theta$  y otro para  $w_{qz}$ , además de un término integral en  $\theta$ . El subsistema queda descrito por la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{w}_{qz} \\ \dot{\theta}_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ w_{qz} \\ \theta_I \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

En este caso la matriz de realimentación utilizada es la siguiente:

$$K = \begin{pmatrix} -48,93 & -7,51 & -14,73 \\ 48,93 & 7,51 & 14,73 \\ -48,93 & -7,51 & -14,73 \\ 48,93 & 7,51 & 14,73 \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Los resultados obtenidos se muestran en las siguientes figuras. Se analiza en primer lugar el comportamiento del cuadricóptero dejándolo en equilibrio, luego se analiza la respuesta al escalón del subsistema en  $\theta$  y por último se compara el comportamiento si se utiliza o no el término del integrador.

En la figura 1.6 se observa la dinámica del ángulo  $\theta$  obtenida en el dispositivo de prueba de la figura 1.5 utilizando un integrador en dicho ángulo. Nuevamente se puede observar un crecimiento al principio que es ocasionado por las diferencias de las respuestas de los motores. Rápidamente el integrador actúa integrando la diferencia con el *set point* y corrigiendo el error cometido. Luego, en régimen, el ángulo en cuestión presenta un error típico de  $\pm 2^\circ$ , lo cual resulta completamente aceptable.

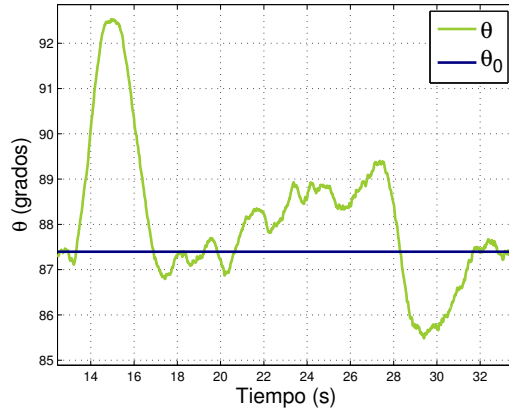


Figura 1.6: Ángulo de Theta en lazo cerrado

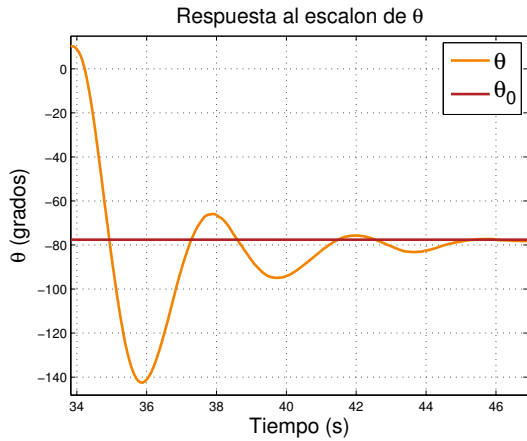


Figura 1.7: Respuesta al escalón de Theta en lazo cerrado

En la figura 1.7 se muestra la respuesta al escalón del ángulo en cuestión al apartarlo de su equilibrio aproximadamente  $90^\circ$ . Puede notarse claramente que el cuadricóptero vuelve a su equilibrio en forma satisfactoria en aproximadamente 6 segundos, tiempo que parece aceptable. Es importante destacar, de todas formas, que presenta un sobretiro considerable, llegando a pasarse  $60^\circ$  del equilibrio. Si bien es posible mejorar este aspecto, no resulta conveniente ya que en ese caso demora un tiempo sensiblemente mayor en volver al equilibrio. A su vez, el sobretiro en  $\theta$  no parece ocasionar problemas de vuelo considerables para la mayoría de las aplicaciones.

Por último en la figura 1.8 se evidencia la necesidad del término integral. Mientras que las diferencias entre los motores que ocasionan un aumento en el ángulo son corregidas rápidamente si se controla con el término integral, no ocurre lo mismo al utilizar un control solamente proporcional. Se puede observar que en este último caso el cuadricóptero llega a un equilibrio en  $\theta$  distinto al *set point*. A su vez el movimiento al inicio de dicho ángulo es mayor al utilizar el control sola-

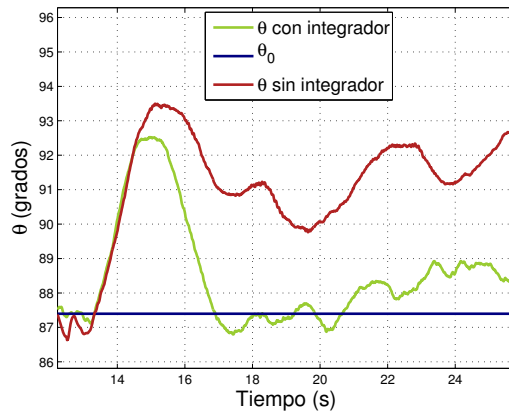


Figura 1.8: Ángulo de Theta en lazo cerrado

mente proporcional.

Al igual que en el análisis de *Roll* y *Pitch*, se concluye que la matriz de realimentación utilizada, es adecuada para controlar de buena forma al ángulo *Yaw*.

En la siguiente sección se presentarán los resultados del control completo del cuadricóptero en condiciones de vuelo, extendiendo la matriz a las variables de estado necesarias para lograr el control deseado.

### 1.3. Control del sistema completo

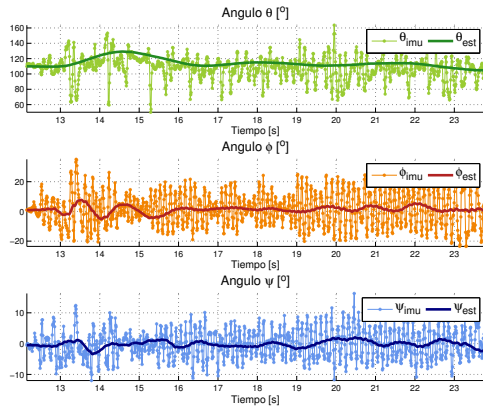


Figura 1.9: Ángulos de Euler

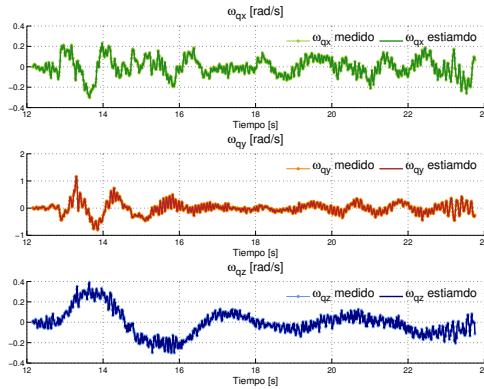


Figura 1.10: Velocidades angulares del cuadricóptero

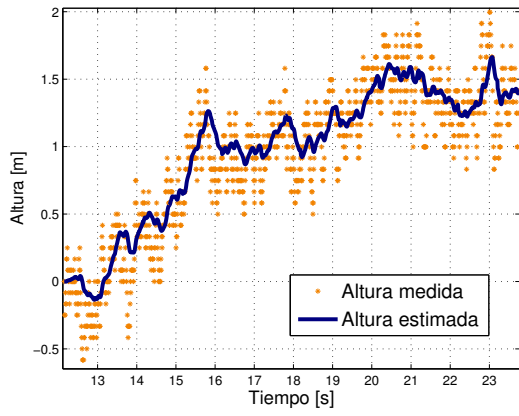


Figura 1.11: Altura  
Velocidad angular de los motores

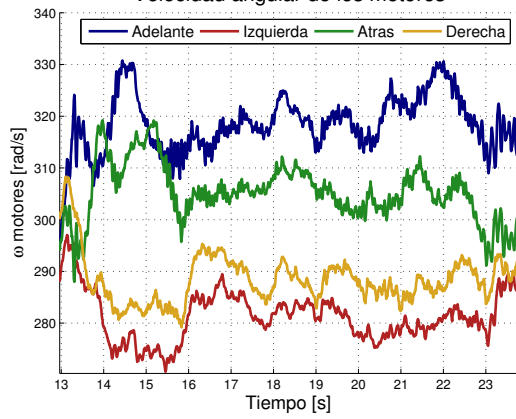


Figura 1.12: Velocidades angulares de los motores

offsets en cmdmotores

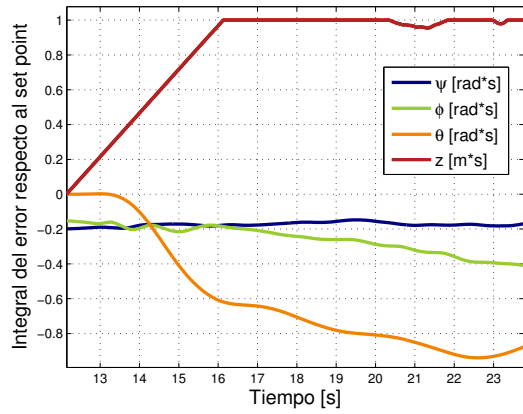


Figura 1.13: Integrales