
CAPÍTULO 1

CONSIDERACIONES SOBRE EL CONTROLADOR EN EL SISTEMA REAL

A partir del simulador se encontró una matriz de realimentación que ofrece buenos resultados en cuanto a la robustez del sistema, el tiempo de respuesta del mismo y los sobretiros presentados en las diversas variables de estado. El pasaje del simulador al sistema real debería ser inmediato. Sin embargo no se obtuvieron los resultados esperados a priori.

Un primer problema detectado son las altas ganancias obtenidas en el simulador. El sistema real presenta polos de altas frecuencias que no son modelados. Al aumentar la ganancia del controlador estos polos comienzan a tener influencia sobre el comportamiento global del sistema. Se procedió entonces a trabajar con una matriz de realimentación de menor norma. Para ello, se modificó la matriz ?? por:

$$R = \begin{pmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

La matriz de realimentación obtenida tampoco ofrece resultados adecuados sobre el sistema real. La primer hipótesis planteada es que la caracterización del sistema no es adecuada. A partir de aquí se busca una forma alternativa de determinar los parámetros del sistema. El adecuado control de los ángulos de Euler es fundamental para el equilibrio del sistema, por dicho motivo se comienza a trabajar en determinar en mejor forma los parámetros relevantes en las ecuaciones que influyen en estas variables de estado, haciendo particular énfasis en el ángulo de Pitch y en el de Roll.

Si restringimos el movimiento del cuadricóptero a un giro según la dirección \vec{x}_q las ecuaciones que gobiernan al sistema linealizado en torno a las condiciones $\psi = \omega_{qx} = 0$ y $\omega_1 = \omega_3 = \omega_{hovering}$ son:

$$\begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\omega}_{qx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{MgL'}{I_{xx}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi \\ \omega_{wx} \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_2 \\ \omega_4 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

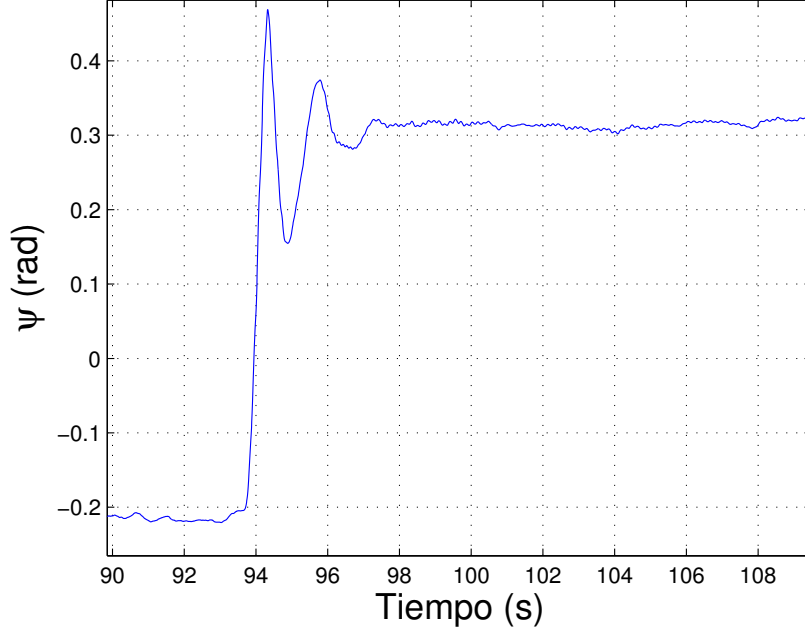


Figura 1.1: Respuesta al escalón del ángulo ψ

Donde

$$b = L \frac{2b_1\omega_{hovering} + b_2}{I_{xx}} \quad (1.3)$$

La transferencia del sistema entre el ángulo ψ y la diferencia $\omega_2 - \omega_4(\Delta\omega)$ tiene la forma:

$$H_\psi(s) = \frac{b}{s^2 + \frac{MgL'}{I_{xx}}} \quad (1.4)$$

Analizando la respuesta al escalón de dicho ángulo podemos obtener algunas relaciones que sirven para verificar las caracterizaciones realizadas. Inicialmente se tiene $\Delta\omega_i = -22,4\text{rads}^{-1}$, se aplica un escalón tal que $\Delta\omega_f = 13,5\text{rads}^{-1}$. En la figura 1.1 puede observarse la respuesta del ángulo ψ a dicho escalón. En primer lugar cabe aclarar que el escalón se comporta acorde al modelo realizado ya que si así fuese la oscilación no debería extinguirse, el decaimiento de la oscilación se debe a efectos no considerados en el set-up experimental, como por ejemplo la fricción.

De acuerdo a la figura 1.1 al aplicar un escalón en la entrada de $\Delta\omega_f - \Delta\omega_i = 35,9\text{rads}^{-1}$ el ángulo ψ varía desde $-0,22\text{rad}$ alcanzando un valor en régimen de $0,33\text{rad}$, la variación total de dicho ángulo es de $0,55\text{rad}$. Por lo tanto la ganancia de la transferencia 1.4 es $\frac{0,55}{35,9} \approx 0,015\text{s}$. La ganancia de la transferencia puede expresarse además como $H_\psi(0)$. Por lo tanto se tiene que:

$$\frac{bI_{xx}}{MgL'} = 0,015\text{s} \quad (1.5)$$

Por otra parte, si bien la respuesta al escalón experimental no se corresponde perfectamente con el modelo teórico, puede aproximarse el período de las oscilaciones en el transitorio por el período teórico $T_{teo} = \frac{2\pi}{\omega}$ donde $\omega = \sqrt{\frac{MgL'}{I_{xx}}}$. Bajo estas

suposiciones el período de acuerdo a la respuesta al escalón experimental es 1,2s. Obtenemos entonces:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{MgL'}{I_{xx}}} = 5,23s \quad (1.6)$$

Si bien no es posible determinar absolutamente todos los parámetros del sistema si podemos calcular b utilizando que:

$$b = H_\psi(0)\omega^2 = 0,41s^{-1} \quad (1.7)$$

Los valores calculados en función de la primer caracterización son:

- $b = 0,35s^{-1}$
- $\omega = \sqrt{\frac{MgL'}{I_{xx}}} = 6,5s$

Los errores relativos entre los valores teóricos y experimentales para los parámetros b y ω son del 14,6 % y del 24,32 % respectivamente. Estos errores no son para nada despreciables y pueden introducir diferencias significativas en el comportamiento del sistema en lazo cerrado simulado y el real. Modelando al sistema con los “nuevos” parámetros se obtienen resultados ampliamente satisfactorios como puede apreciarse en el capítulo ??

Intentaremos explicar la diferencia en el funcionamiento del sistema utilizando el lugar geométrico de las raíces. Consideremos el ángulo de Roll, el controlador implementado es un controlador proporcional, integral y derivativo, el análisis lo realizaremos sin considerar el controlador integral. El funcionamiento del sistema tampoco era satisfactorio sin este término con los primeros parámetros determinados y si lo fue, excepto por un error constante, con los “nuevos” parámetros.

La función de transferencia del controlador es:

$$C(s) = K_p + K_d s \quad (1.8)$$

Por lo que la transferencia en lazo cerrado del sistema resulta en:

$$H_{\psi cl}(s) = \frac{H\psi(s)}{1 + C(s)H\psi(s)} \quad (1.9)$$

Los polos de dicho sistema son los ceros de

$$1 + C(s)H\psi(s) \quad (1.10)$$

Buscar los ceros de dicha función es equivalente a buscar los puntos del plano complejo tales que:

$$1 + \frac{K_p b}{s^2 + bK_D s + \frac{Mgd}{I_{xx}}} = 0 \quad (1.11)$$

Los polos de dicha función son:

$$\lambda_i = \frac{-bK_D \pm \sqrt{b^2 K_D^2 - 4 \frac{Mgd}{I_{xx}}}}{2} \quad (1.12)$$

Según sea el signo del determinante tendremos un lugar geométrico de las raíces diferente.