

---

# CAPÍTULO 1

---

## SIMULACIONES REALIZADAS SOBRE EL CONTROLADOR

El objetivo de la presente sección es el de analizar el desempeño del controlador. En primer lugar se realiza un estudio en lo que respecta a la respuesta al escalón para las tres trayectorias definidas en el capítulo ??, luego se analiza el comportamiento del sistema frente a medidas con ruido simulado para finalmente estudiar el desempeño del controlador frente a errores y no idealidades en el modelado del sistema.

En lo que respecta al análisis de la respuesta del controlador ante la presencia de ruido en las medidas se utilizará la función del simulador desarrollado que permite agregar a cada estado un ruido que cumple con el siguiente modelo:

$$\eta_i = A_i \cos(\omega t) + \varepsilon(\mu_i, \sigma_i) \quad (1.1)$$

Donde  $\varepsilon(\mu_i, \sigma_i)$  es un ruido gaussiano de media  $\mu_i$  y de desviación estándar  $\sigma_i$ .

### 1.1. Respuesta al escalón

Esta sección se centra en el análisis de las respuestas al escalón de los tres tipos de trayectorias. En esta sección no se consideran medidas con ruido, es decir que se conoce el estado a la perfección.

#### 1.1.1. Trayectoria de hovering

##### Desplazamientos en la dirección vertical

Se consideran condiciones iniciales nulas. Se fija como setpoint:

- Prueba 1:  $x_s = 0m$ ;  $y_s = 0m$ ;  $z_s = 1m$ ;  $\theta = 0_s^\circ$
- Prueba 2:  $x_s = 0m$ ;  $y_s = 0m$ ;  $z_s = 10m$ ;  $\theta = 0_s^\circ$

No se aprecian variaciones en ninguna de las variables de estado excepto en la posición vertical ( $z$ ) y en la velocidad  $v_{q_z}$ . La respuesta al escalón para las pruebas uno y dos se muestran en la figura ??.

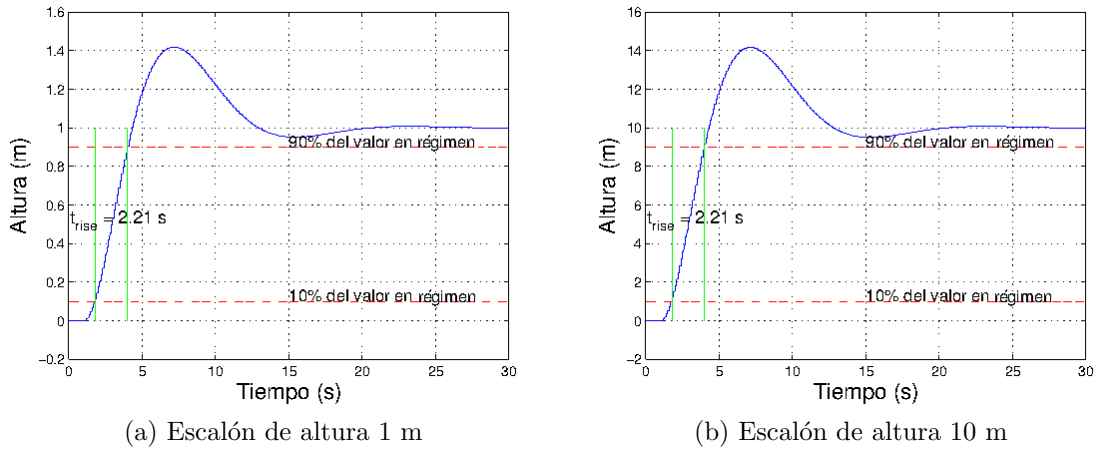


Figura 1.1: Respuesta al escalón en la altura

El tiempo de *rise* de ambas respuestas al escalón es considerado ampliamente satisfactorio. El sobretiro obtenido es superior a lo deseable, siendo aproximadamente un 40 % del valor en régimen. El mismo puede reducirse otorgando un peso menor en la matriz ?? a los términos asociados al estado integrado de la altura. Esta modificación produce a la vez que el controlador se comporte considerablemente peor frente a variaciones en el sistema. Esto será analizado con mayor detalle en la sección ?. Existe un compromiso entre los fenómenos descritos, la matriz de realimentación escogida busca contemplarlos a ambos determinando un valor considerado como óptimo. Otra forma de reducir el sobretiro es acotar tanto el paso de integración como la integral en sí. Este ajuste se realizará en la práctica, quedando por fuera de las simulaciones.

En la figura ?? se observa la velocidad angular de uno de los motores para el escalón de altura 10m. Se observa que en los instantes iniciales la velocidad angular de uno de los motores alcanza un valor cercano al máximo ( $387\text{rad/s}$ ), por lo tanto no se puede asegurar el perfecto funcionamiento para escalones de mayor altura. Por otra parte se observa en ambas pruebas que una vez alcanzado el valor objetivo se mantiene perfectamente.

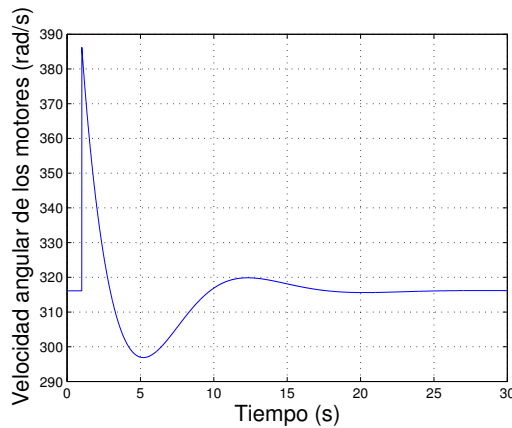


Figura 1.2: Velocidad angular del motor 1 durante un escalón de altura 10m

## Desplazamientos en la dirección horizontal

Partiendo de condiciones iniciales nulas excepto la altura donde se considera  $z = 3m$ , se fija el siguiente setpoint:

$$\blacksquare \quad x_s = 5m; \quad y_s = 0m; \quad z_s = 3m; \quad \theta = 0^\circ$$

En la figura ?? se observan las características más importantes de la trayectoria. Para lograr un desplazamiento en alguna dirección horizontal el cuadricóptero debe realizar al menos un giro según los ángulos de pitch o roll. Esto se observa claramente en la figura ?? . Este giro produce una variación en la altura. Para el caso considerado, la máxima variación es cercana a los  $40cm$ , valor que se considera aceptable. Para mayores escalones en la dirección horizontal se observan variaciones de altura no deseables. Por otra parte en lo que respecta a la respuesta al escalón en la dirección  $\vec{i}_I$  se tiene un tiempo de *rise* y un sobretiro muy similar que en el caso del escalón vertical.

En resumen, el controlador diseñado se comporta adecuadamente para la condición de hovering. Cabe recordar que la linealización realizada para dicha trayectoria supone el reposo del sistema y los desplazamientos no se encuentran a priori contemplados en dicha trayectoria. El controlador diseñado permite algunos desplazamientos con un buen tiempo de respuesta. Para desplazamientos de mayores distancias se debe trabajar con rectas o círculos.

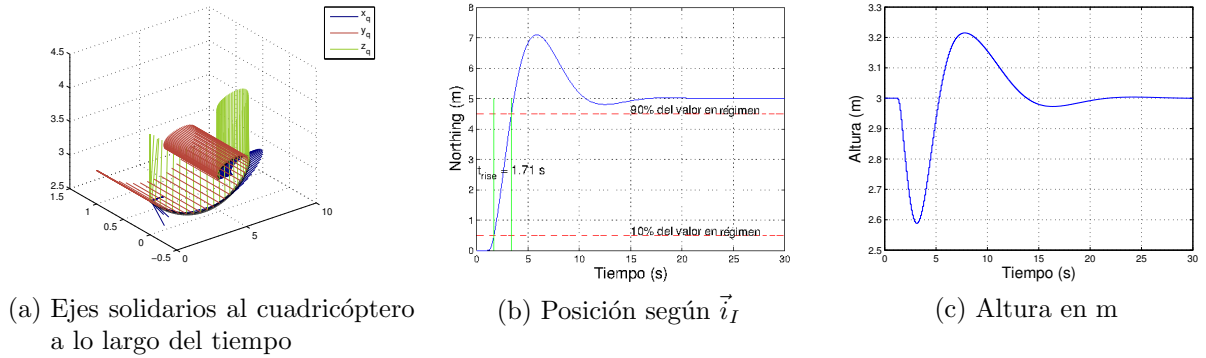


Figura 1.3: Escalón de 5m en la dirección horizontal

### 1.1.2. Vuelo en línea recta

Partiendo de condiciones nulas se impone un escalón de  $5m/s$  según  $\vec{i}_q$ . Para alcanzar una velocidad superior a la inicial en la dirección  $\vec{i}_q$  es necesario que el cuadricóptero modifique su ángulo de pitch. Esto produce que la fuerza neta en la dirección vertical sea inicialmente inferior a la necesaria para mantener el equilibrio, produciendo así un descenso en la altura. Para que el resultado obtenido sea aceptable dicha modificación no puede ser significativa. Del mismo modo se busca que el valor de velocidad en régimen se alcance en un tiempo razonable, así como se busca que el sistema sea capaz de seguir en posición a la integral de la velocidad de setpoint. En la figura ?? se observa la altura del sistema, la velocidad en la dirección  $\vec{i}_q$  y la posición del cuadricóptero según  $\vec{i}_I$ .

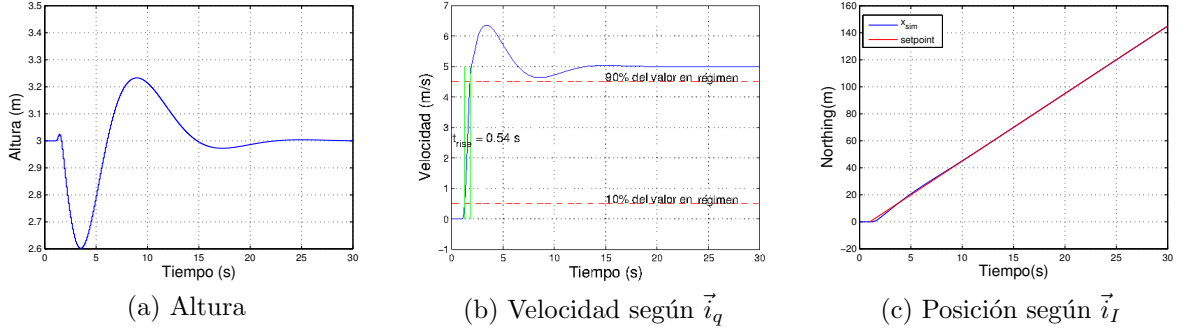


Figura 1.4: Escalón de  $5m/s$  en la dirección  $\vec{i}_q$

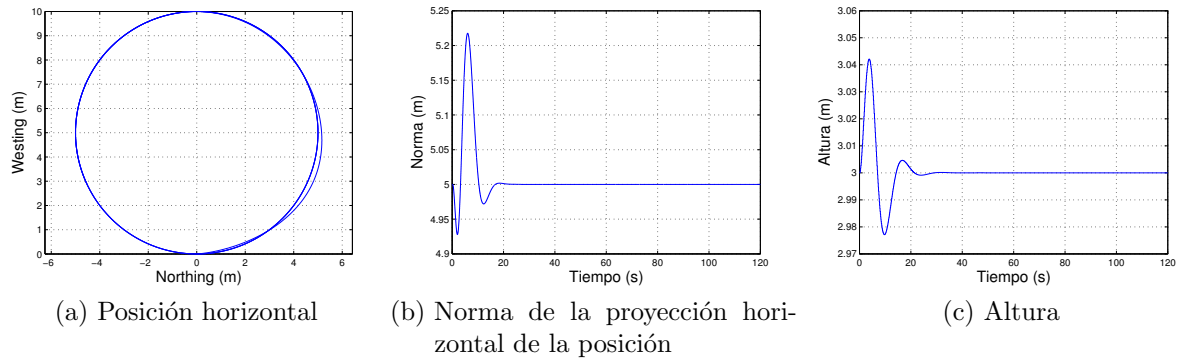


Figura 1.5: Escalón de  $5m/s$  en la dirección  $\vec{i}_q$

La respuesta del sistema es rápida, alcanzando el 90 % del valor de régimen en 0,54s, asimismo como puede observarse en ?? la posición se sigue de forma muy acertada. Para poder seguir la posición es necesaria la presencia de un sobretiro en la velocidad. Finalmente cabe observar que la máxima variación en la altura es cercana a los 40cm, valor que se considera aceptable.

### 1.1.3. Vuelo en círculos

Para verificar el correcto comportamiento del controlador en trayectorias circulares se realiza una simulación partiendo del reposo, con  $x = y = 0m$  y  $z = 3m$ . Se desea realizar un círculo a velocidad angular  $0,2rad/s$  y con velocidad tangencial de  $1m/s$ . Estas condiciones dan origen a un círculo de radio  $5m$  ya que  $V = \omega R$ . En la figura ?? puede observarse el resultado arrojado por la simulación para la proyección en el plano horizontal de la posición, mientras que en la figura ?? se observa la altura del sistema. Los resultados arrojados por la simulación son ampliamente satisfactorios puesto que la trayectoria descrita es un círculo perfecto de radio 5m una vez que se alcanza el régimen. En la figura ?? se presenta la norma de la proyección horizontal de la posición. Se observa que el tiempo en que se alcanza el valor de régimen es inferior a los 20 segundos, teniendo un error máximo de la norma del orden del 5 %. Adicionalmente en la figura ?? se observa que la altura no se modifica más de 4cm.

Los resultados observados hasta el momento aseguran el buen comportamiento

del sistema en situaciones ideales en las cuales se conoce el estado exactamente (no hay ruido de medida ni errores) y donde el sistema se comporta exactamente de acuerdo al modelo realizado.

## 1.2. Robustez frente a la presencia de ruido de medición

Hasta aquí se han evaluado las características del controlador diseñado en situaciones en las cuales se conoce exactamente el vector de estados, evidentemente la situación de vuelo real no se corresponde con esta idealidad. Las medidas realizadas tienen ruido intrínseco, muy superior a los considerados en las pruebas de calibración y caracterización de los sensores. El aumento de este ruido se debe principalmente a las vibraciones mecánicas que introducen los motores.

Resulta fundamental conocer en forma aproximada el comportamiento de los ruidos de medida. Con dicho fin se realizó una prueba de vuelo en la cual el cuadricóptero estaba sujeto por arriba y por debajo quedando imposibilitado de realizar movimientos. Se comandaron los motores a la velocidad de hovering. En la presente sección se presentan los parámetros de la ecuación ?? que mejor ajustan el ruido. Si bien se podría haber realizado dicho ajuste utilizando mínimos cuadrados, al menos para la parte del ruido no aleatorio, se optó por realizar dicho ajuste en forma iterativa.

Dado que los ángulos de pitch y de roll se obtienen directamente con los acelerómetros, los ruidos asociados a ambas medidas son idénticas. Por dicho motivo consideraremos un solo ruido replicado en ambas variables. El simulador ofrece la posibilidad de agregar ruido en todas las variables, sin embargo no se realizará un análisis para cada una de las variables afectada por el ruido. Serán presentados los resultados en lo que respecta a los ángulos de Euler dada la importancia que tienen los mismo en el global del sistema, se analizará además como afecta el ruido de medida a una velocidad angular y a la altura.

Finalmente cabe aclarar que se espera que los ruidos obtenidos sean independientes del tipo de trayectoria realizada. Se analiza la performance del controlador ante medidas ruidosas exclusivamente para la trayectoria de hovering.

### 1.2.1. Hovering

De acuerdo al ruido presente en las medidas de los ángulos de pitch y de roll obtenidas de los sensores en situación de vuelo, que es mayormente mecánico debido a las perturbaciones de los motores, se escogen los siguientes parámetros:

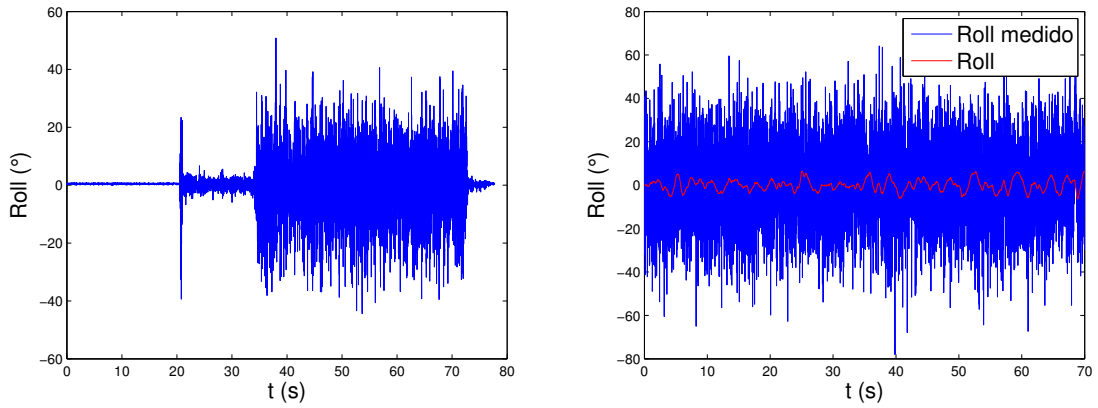
- $A_{roll} = 0,05^\circ$
- $\omega_{i_{roll}} = 2\pi 0,03 rad/s$
- $\sigma_{roll} = 6,05^\circ$

## 1 Simulaciones realizadas sobre el controlador

- $\mu_{roll} = 0,27^\circ$

En la figura ?? pueden compararse los ruidos obtenidos en la “situación de vuelo” descrita anteriormente y el ruido en la simulación. Asimismo, en la figura ?? puede observarse como, a pesar de la gran presencia de ruido, la variable de estado de interés se mantiene controlada muy cercana al valor deseado. El valor máximo y mínimo de roll alcanzados son  $6,48^\circ$  y  $-6,41^\circ$ .

En la figura ?? se observan tres amplitudes de ruido bien marcadas. La primera corresponde a las medidas con los motores apagados, la segunda a partir del segundo 20.5 donde los motores operan a velocidad mínima ( $109 \text{ rev/s}$ ) y la tercera a partir del segundo 34 donde la velocidad angular de los motores es igual a la velocidad de hovering. El análisis se centra exclusivamente en esta tercer etapa.



(a) Medida del ángulo de Roll en “situación de vuelo” (b) Ruido de Roll simulado y Roll efectivo

Figura 1.6: Ruidos de Roll

El ángulo de Yaw se determina además utilizando la lectura del magnetómetro, por dicho motivo se separa el análisis de su ruido de los restantes ángulos de Euler. En este caso los parámetros de ruido utilizados son:

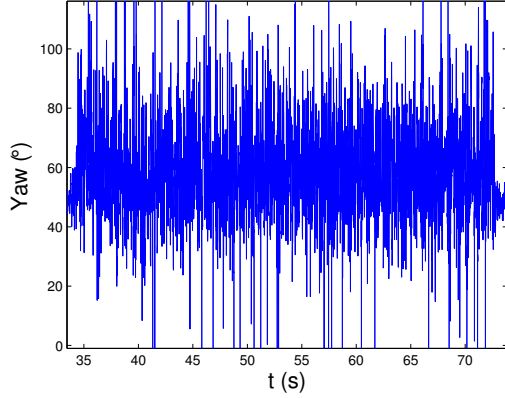
- $A_{yaw} = 0,23^\circ$
- $\omega_{yaw} = 2\pi 0,07 \text{ rad/s}$
- $\sigma_{yaw} = 2^\circ$
- $\mu_{yaw} = 0$

En la figura ?? puede observarse como, a pesar del ruido en la medida el controlador se mantiene robusto apartándose del valor objetivo  $0,96^\circ$  en el peor de los casos. El resultado en lo que respecta al control de la velocidad angular del sistema es similar. En la figura ?? pueden observarse las gráficas de los ruidos medido y simulado, además de la velocidad angular simulada. Se trabaja en este caso con la velocidad angular  $\omega_{qx}$ . Los parámetros de ruido escogidos son:

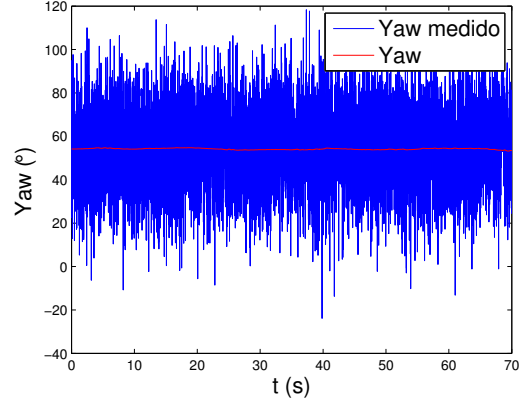
- $A_{\omega_{qx}} = 0,03^\circ/s$

## 1.2 Robustez frente a la presencia de ruido de medición

- $\omega_{\omega_{q_x}} = 2\pi 0,03 \text{ rad/s}$
- $\sigma_{\omega_{q_x}} = 0,64^\circ/\text{s}$
- $\mu_{\omega_{q_x}} = 0$

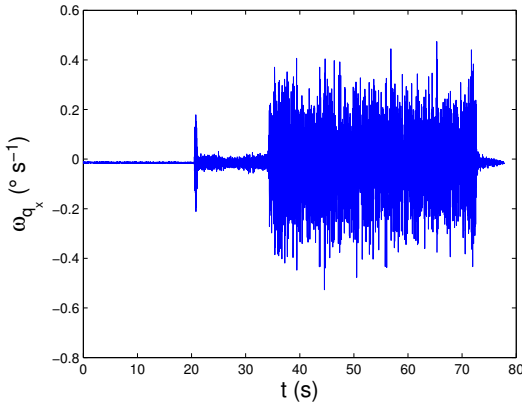


(a) Medida del ángulo de Yaw en “situación de vuelo”

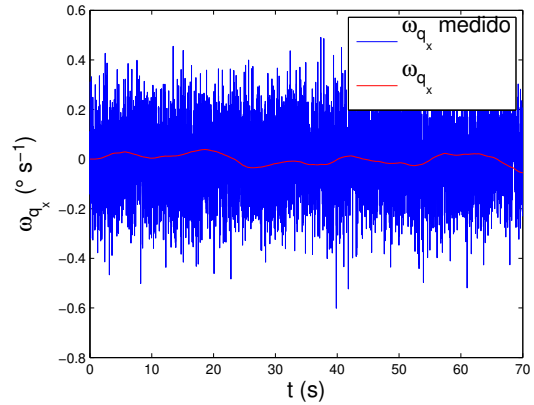


(b) Ruido de Yaw simulado y Yaw efectivo

Figura 1.7: Ruidos de Yaw



(a) Medida de  $\omega_{q_x}$  en “situación de vuelo”



(b) Ruido de  $\omega_{q_x}$  simulado y  $\omega_{q_x}$  efectivo

Figura 1.8: Ruidos de  $\omega_{q_x}$

Los ruidos observados hasta el momento son preponderantemente blancos. Por dicho motivo es prácticamente imposible observar la respuesta del control más allá de afirmar que efectivamente no nos alejamos sustancialmente de la posición deseada. En el caso del ruido en la altura la situación es distinta ya que quien juega el papel más importante en el ruido es una oscilación de baja frecuencia. Los parámetros elegidos para representar dicho ruido son:

- $A_z = 1m$
- $\omega_z = 2\pi 0,04 \text{ rad/s}$
- $\sigma_z = 0,34m$
- $\mu_z = 0,94m$

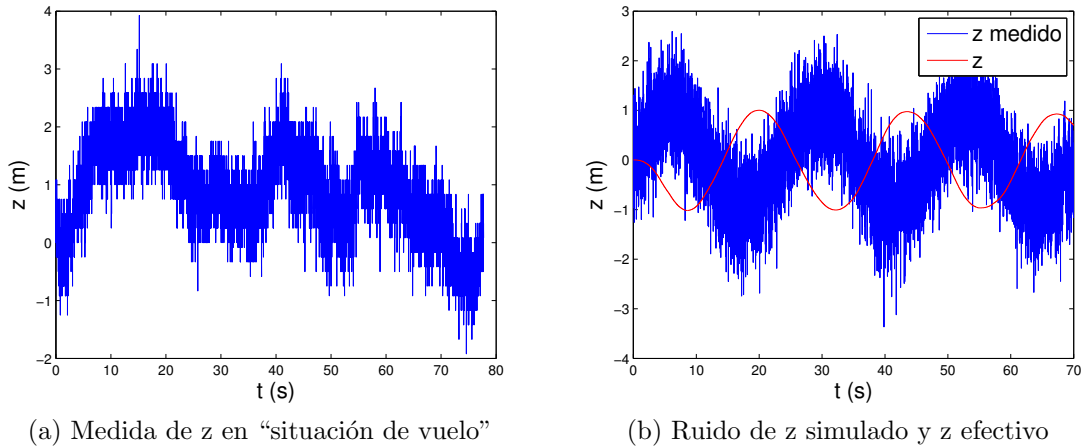


Figura 1.9: Ruidos de  $z$

En la figura ?? se aprecia claramente la acción del control ya que para medidas que superan el valor deseado de *setpoint* el control actúa en sentido contrario, sucede lo mismo para las medidas que son inferiores al *setpoint*.

Los ruidos que se han manejado hasta aquí corresponden a las medidas directas de los sensores. Al realizar la estimación del estado con filtro de Kalman (ver capítulo ??) se obtendrá un ruido sensiblemente inferior al obtenido directamente de los sensores. Por lo tanto podemos asumir que el sistema se comportará aún mejor de lo que se evaluó en esta sección.

En lo que respecta al ruido de la velocidad no se puede trabajar simplemente con las medidas de los sensores ya que no se tiene ninguna medida directa de la velocidad. Se podría integrar la medida de aceleración obtenida de los acelerómetros para obtener valores de velocidad, pero el error introducido en la integración implican una deriva en la velocidad inaceptable, por lo que no tiene sentido en pensar esta magnitud con un ruido asociado, excepto que se trabaje con la estimación del vector de estados.

### 1.3. Robustez frente a variaciones en el modelo

En este punto se analiza el comportamiento del sistema realimentado frente a algunas variaciones en el mismo. Al igual que en la sección anterior se trabaja con la trayectoria de hovering. Se estudian los dos casos que tienen más importancia práctica: la variación de la masa y el hecho de que los motores no son perfectamente idénticos, causando que sus respuestas al mismo comando  $i^2c$  no sea la misma.

#### Variación de la masa

Con condiciones iniciales nulas excepto por la altura que se fija a  $3m$ , se aumenta la masa del sistema en el orden del 5 % (  $100g$  ). En la figura ?? se observa la variación de la altura por el agregado de masa.



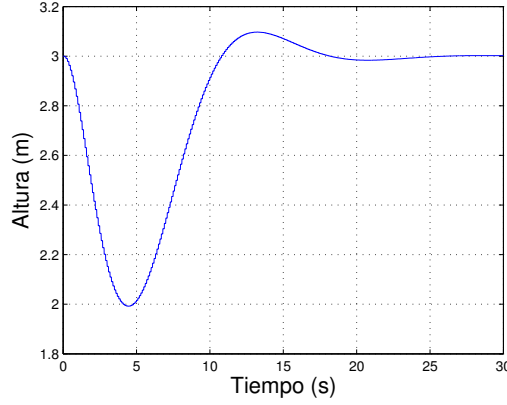


Figura 1.10: Variación de la altura al agregar una masa adicional de 100g

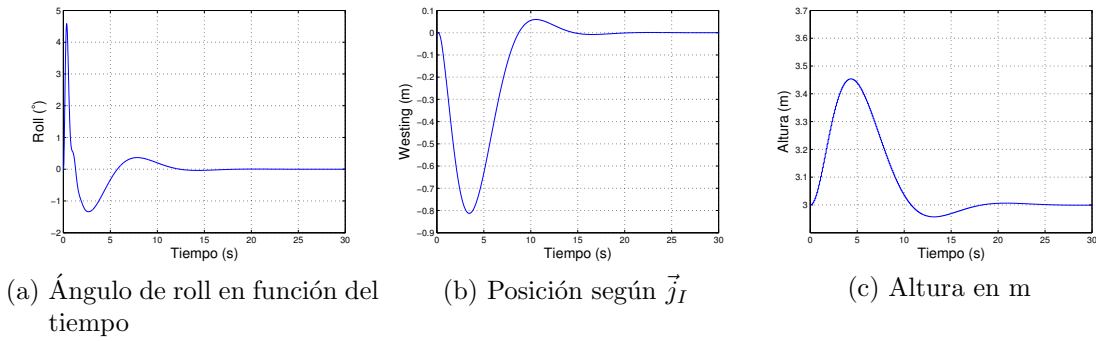


Figura 1.11: Diferencia de 15,2rad/s entre las velocidades angulares de los motores 2 y 4.

La respuesta frente a la variación de la masa es buena ya que en aproximadamente de diez segundos se vuelve a obtener la altura inicial. Adicionalmente la variación de la altura es de un metro.

## Diferencias entre las velocidades angulares de los motores

En las mismas condiciones que en la situación anterior se impone que la velocidad angular del motor 2 cumpla:

$$\omega_2 = \omega_4 + 15,2rad/s \quad (1.2)$$

La diferencia de 15,2rad/s corresponde a la máxima diferencia observada entre las velocidades angulares de los motores. A priori se espera que esta diferencia produzca un giro positivo en el ángulo de Roll y un desplazamiento en la dirección  $-\vec{j}_I$ . Se espera también un desplazamiento en la dirección vertical debido a que la fuerza neta es mayor, ya que continuamos asumiendo que  $\omega_1 = \omega_3 = \omega_4 = \omega_{hover}$ .

En la figura ?? se observa la variación de estas tres variables en función del tiempo. La inclusión del bloque integrador es fundamental para poder controlar el sistema frente a esta variación en las velocidades angulares de los motores. Sin dicho bloque el sistema se estabiliza, pero en una posición diferente de la deseada.

## 1 Simulaciones realizadas sobre el controlador

En resumen el controlador diseñado se presenta como satisfactorio ya que permite seguir las trayectorias deseadas con buenos tiempos de respuesta. Por otra parte, su respuesta frente a medidas extremadamente ruidosas (en la práctica se trabaja con estados mejor estimados) es muy buena, ya que mantiene al sistema en torno al valor objetivo, aunque evidentemente presenta algunas variaciones debidas al error en la medida, que son aceptables. Finalmente cabe señalar la robustez del mismo frente a variaciones en el sistema como ser la masa y una diferencia entre las velocidades angulares de los motores.

El sobretiro en la respuesta al escalón parece superior al deseado y es un punto que debe mejorarse en el futuro si se desea un control más preciso del sistema. En esta primer aproximación al problema los sobretiros presentados son aceptables. La mayor dificultad que se encontró al intentar reducir el sobretiro es que el sistema presenta mayores variaciones frente a variaciones de masa o de las velocidades angulares de los motores. Una posibilidad es la de imponer valores mayores en la diagonal de la matriz  $R$  definida en ???. Sin embargo esta solución implica que el sistema tenga tiempos de respuesta más lentos.

La matriz de realimentación obtenida mediante simulaciones no será necesariamente la que se utilizará en la práctica, pueden existir otros factores no considerados que lleven a modificar alguno de los parámetros hasta aquí elegidos. Sin embargo el trabajo sobre el simulador ofrece la posibilidad de tener un punto de partida más cercano a la solución definitiva para el control autónomo del cuadricóptero.