CAPÍTULO 1

SIMULACIONES DEL MODELO FÍSICO

Luego de desarrollado un modelo físico se construye un entorno para realizar simulaciones. En primer lugar resulta fundamental para comprobar que el modelo realizado se comporta acorde a lo que uno espera a priori del sistema. Para este tipo de pruebas se trabajará con las situaciones más sencillas en las cuales se puede calcular la trayectoria trivialmente. El segundo objetivo del simulador es poder conocer el comportamiento de nuestro sistema frente a algunas acciones de control determinadas. Por último, el simulador será clave para "pre evaluar" y mejorar los algoritmos de control desarrollados. Previo a testear con el sistema real y a fin de evitar daños sobre el mismo, se deben verificar dichos algoritmos en el simulador. Por los motivos expresados es necesario que el simulador represente fielmente el modelo físico y se comporte acorde a la realidad.

En el anexo **??** se encuentra disponible un manual de usuario del simulador.

1.1. Estructura del Simulador

El simulador fue desarrollado gracias a la herramienta *Simulink* de *Matlab*, el mismo se compone de dos partes fundamentales. La primera es el lazo abierto, es decir las ecuaciones que gobiernan al cuadricóptero , donde se consideran como entradas las velocidades angulares del sistema sobre las cuales realizaremos las acciones de control y como salidas tenemos el vector de estados del sistema en todos los instantes desde el tiempo inicial establecido en la simulación hasta el tiempo final. La otra parte se encarga de simular las acciones de control.

1.1.1. Lazo Abierto

Las ecuaciones que gobiernan al sistema(Ecuaciones **??**[1]) son continuas y pueden representarse como:

$$\dot{X} = f(X, u, t) \tag{1.1}$$

Donde X es el vector de estados del sistema definido en el capítulo **??**, u el vector de entradas del sistema y t el tiempo. Para la simulación se utiliza el método de resolución ODE45 (Dormand-Prince). Este método de resolución de ecuaciones diferenciales, se utliza un paso de resolución variable: el paso máximo y mínimo es de 10ms y 1ms respectivamente. La estructura que se eligió para desarrollar esta sección se corresponde con el camino que se recorrió para determinar el modelo físico. El lazo abierto consta de tres bloques principales. En primer lugar tenemos un bloque encargado de generar las fuerzas y momentos a partir de las velocidades angulares de las hélices. Luego tenemos un bloque que se encarga de resolver la dinámica del sistema y un tercer bloque encargado de la cinemática. En la figura 1.1 se observa la estructura global del lazo abierto. En la figura 1.2 se observa una captura de pantalla que representa la vista general de la parte encargada de simular el lazo abierto.

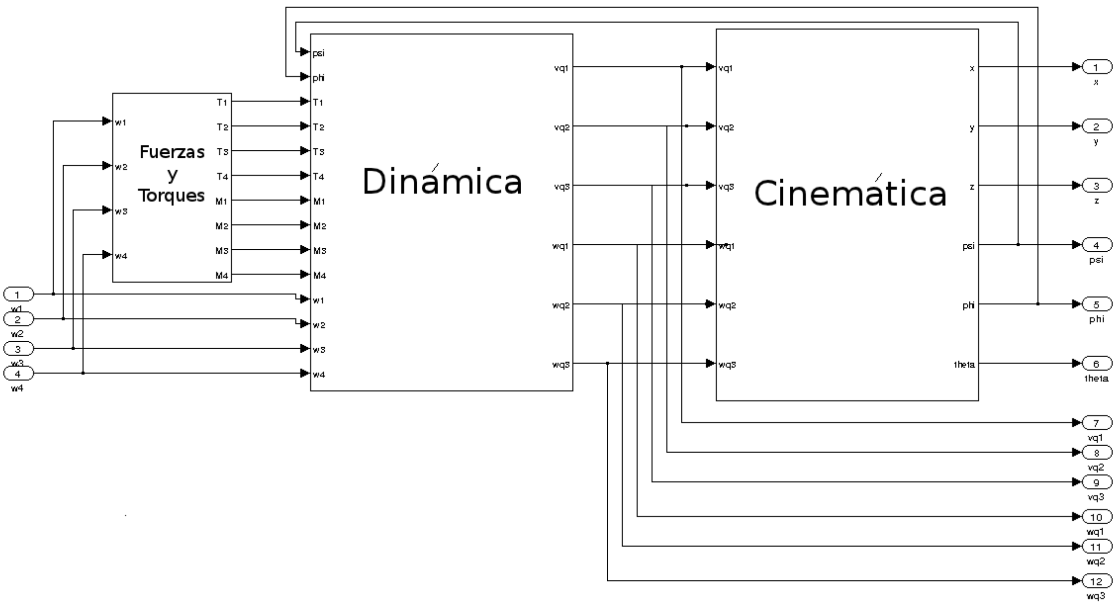


Figura 1.1: Bloque de lazo abierto

Cinemática

En la figura 1.3a se puede observar un diagrama de bloques de la parte del sistema que transforma las velocidades lineales y angulares en posiciones y ángulos de Euler. Se distinguen dos sub-bloques principales, uno encargado de devolver la posición y otro encargado de devolver los ángulos de Euler

[1]Se agrega también la dependencia de la última ecuación del modelo con las derivadas de las velocidades angulares del sistema

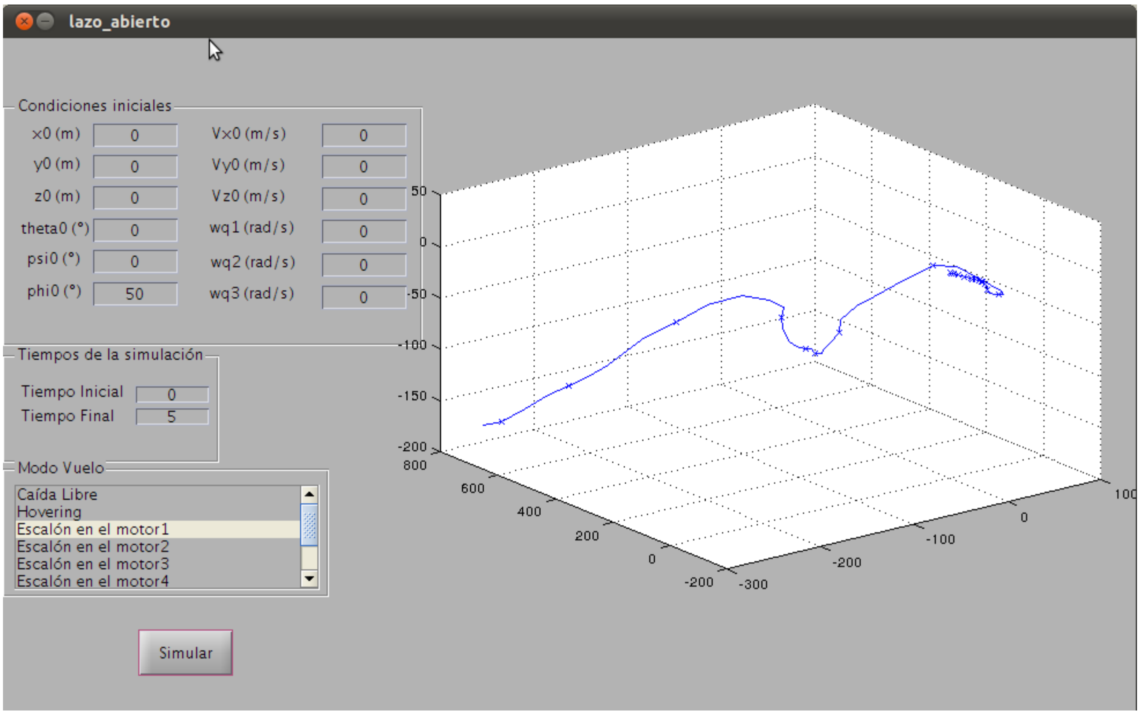
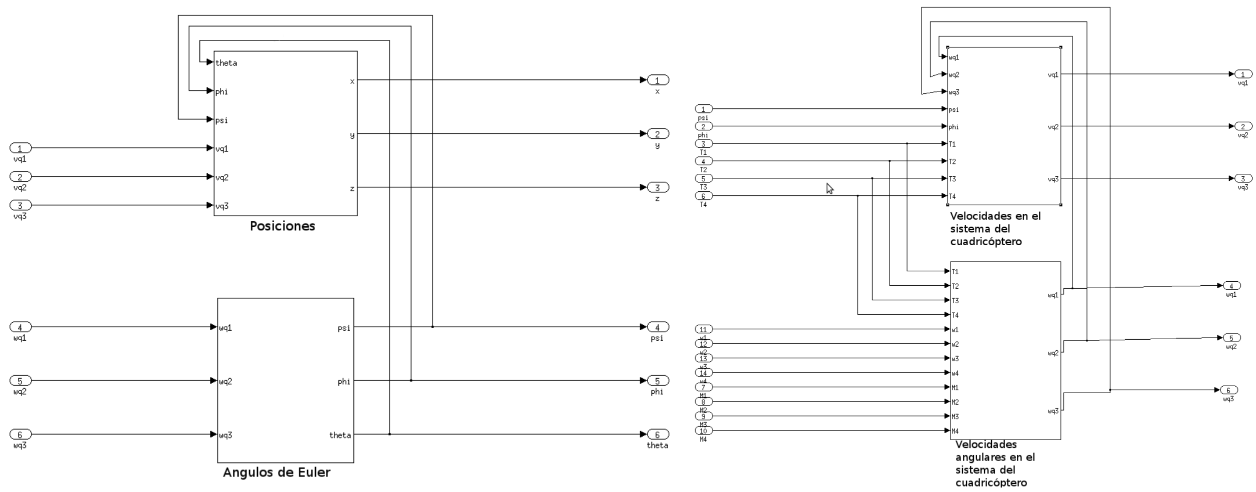


Figura 1.2: Interfaz del simulador de lazo abierto



(a) Bloque cinemática

(b) Bloque dinámica

Figura 1.3: Bloques en mayor detalle

Dinámica

Al igual que el bloque anterior, se divide este en dos sub-bloques más (ver figura 1.3b): el que devuelve las velocidades angulares, y el que devuelve las velocidades lineales.

1.1.2. Lazo cerrado

El lazo cerrado simula las acciones de control del sistema. Además de las ecuaciones del lazo abierto (ecuación 1.1) se agrega la realimentación de las variables de estado $(x, y, z, \psi, \varphi, \theta, v_{qx}, v_{qy}, v_{qz}, \omega_{qx}, \omega_{qy}, \omega_{qz})$ y de las integrales de x, y, z, θ. Llamamos X_I al vector compuesto por dichas integrales. La ecuación de realimentación es:

$$u(t) = u_{setpoint}(t) - K \begin{pmatrix} X(t) - X_{setpoint} \\ X_I(t) \end{pmatrix} \tag{1.2}$$

Donde K es la matriz de realimentación determinada para cada trayectoria. Como se explica en **??**, desde la interfaz gráfica se puede seleccionar el tipo de trayectoria[2] que se desea realizar y los valores de las variables de estado con las que se desea realizar dicha trayectoria[3]. Las velocidades angulares objetivo para cada motor serán determinadas a partir de la información anterior. Al igual que en el simulador de lazo abierto, se tiene la posibilidad de establecer tanto el tiempo inicial de la simulación como las condiciones iniciales. La matriz de realimentación quedará determinada por la trayectoria.

Tiempo discreto

Como se explicó en la sección **??** el control será realizado con un microprocesador, esto implica que las acciones de control no podrán ser modificadas en forma continua, cada cierto período se indicará un nuevo valor de velocidad angular para cada motor. Del mismo modo, no se tiene conocimiento del estado en todo instante sino que se tienen datos cada un cierto intervalo de tiempo (no necesariamente igual al período con el cual se actúa sobre los motores). Estas consideraciones hacen necesaria una modificación en el sistema que hasta ahora había sido considerado como continuo, es necesario convertir el sistema de tiempo continuo desarrollado a un sistema de tiempo discreto. Dicha modificación se logra sustituyendo los bloques integradores y derivadores que formaban parte del sistema por integradores y derivadores discretos con un período de muestreo que también puede ser impuesto desde la interfaz gráfica. La simulación se realiza mediante el método *descrete* que ofrece *matlab*. El paso de la simulación es variable y el valor máximo que toma dicho paso es 10ms. En la figura 1.4 se puede observar la misma trayectoria para tres tiempos de muestreo diferentes. En dicha trayectoria se muestra la subida del cuadricóptero desde la altura inicial $z = 0m$ hasta $z = 3m$.

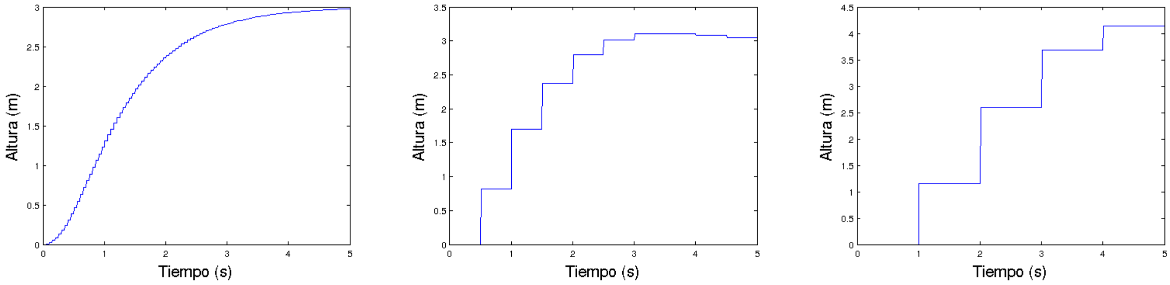
Se observa claramente un deterioro de la performance en la subida al aumentar el período de muestreo y de acción sobre los motores. Por dicho motivo es importante incluir esta variable a la hora de realizar diversas simulaciones ya que el sistema real debe realizar una gran cantidad de operaciones y si bien su capacidad es considerable no es infinita. Esto puede producir que se tenga acotado inferiormente el período de muestreo.

Restricciones físicas

Se agregó una restricción sobre la velocidad angular de los motores ya que esta no puede tener cualquier valor, para esto se agregaron los bloques de saturación a

[2]Por tipo de trayectoria nos referimos a círculos, rectas o hovering, mientras que por trayectoria nos referimos a un tipo de trayectoria y los valores objetivo de las variables de estado

[3]Evidentemente existen restricciones a la hora de elegir las variables de estado, a modo de ejemplo no seremos capaces de controlar una trayectoria en linea recta si las velocidades angulares no son nulas



(a) Ts=50ms (b) Ts=500ms (c) Ts=1s

Figura 1.4: Trayectoria de ascenso del cuadricóptero desde $z = 0$ a $z = 3$

la entrada del subsistema que representa la dinámica del cuadricóptero.

No se consideraron restricciones adicionales sobre las velocidades ni sobre las aceleraciones del sistema ya que las mismas no fueron caracterizadas. Asimismo tampoco se imponen restricciones en los valores de setpoint del sistema. Estas características son una debilidad del simulador, sin embargo para realizar simulaciones a bajas velocidades el mismo es adecuado.

Ruido y no idealidades

Se desea incluir la posibilidad de agregar ruido a los estados medidos y perturbaciones en las velocidades angulares de los motores. Las medidas que se obtienen de los sensores no son exactas, por dicho motivo la posibilidad de agregar ruido es muy interesante de modo de testear la robustez del controlador implementado. A cada variable de estado se le puede agregar un ruido de la forma:

$$\eta(t) = \eta_A \cos(\omega_\eta t) + \varepsilon(\mu, \sigma) \tag{1.3}$$

La amplitud y la frecuencia de la componente sinusoidal del ruido y el valor medio y la desviación estándar del ruido gaussiano pueden establecerse independientemente para cada variable.

Asimismo, la velocidad angular de los motores no es exactamente la que se espera de acuerdo a la caracterización de los motores realizada (ver capítulo **??**), por el contrario, se producen variaciones en la velocidad angular de los mismos dada una velocidad angular objetivo. Se agrega la posibilidad de agregar a la velocidad angular de los motores un ruido gaussiano.

Modificación para trayectorias circulares

Como se explica en el capítulo **??**, para tratar las trayectorias circulares en el plano horizontal es necesario introducir un cambio de variables en el sistema. Este cambio de variables consiste en expresar la posición del cuadricóptero en el sistema S_q solidiario a él y considerando como origen el centro de la trayectoria circular, en lugar de expresar la posición en el sistema cartesiano inercial. Esta modificación implica realizar un cambio en el modelo para trabajar con dichas trayectorias, simplemente se agrega una matriz de rotación para trabajar con la posción expresada

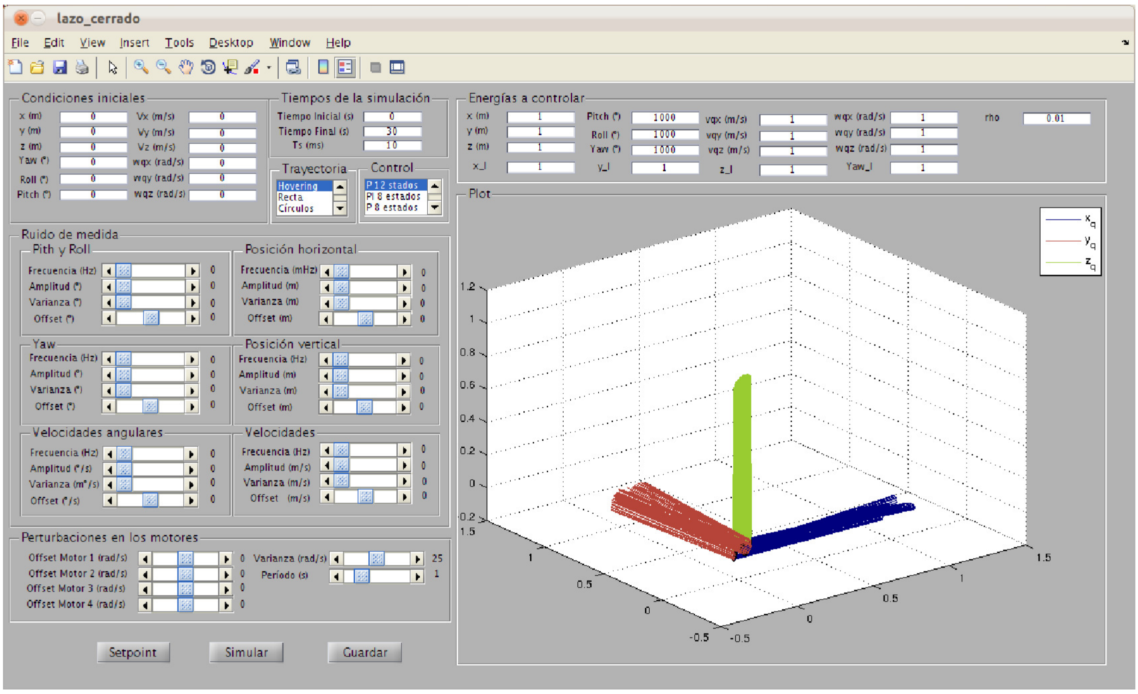


Figura 1.5: Interfaz del simulador de lazo cerrado

en el sistema solidario al cuadricóptero.

1.2. Simulaciones

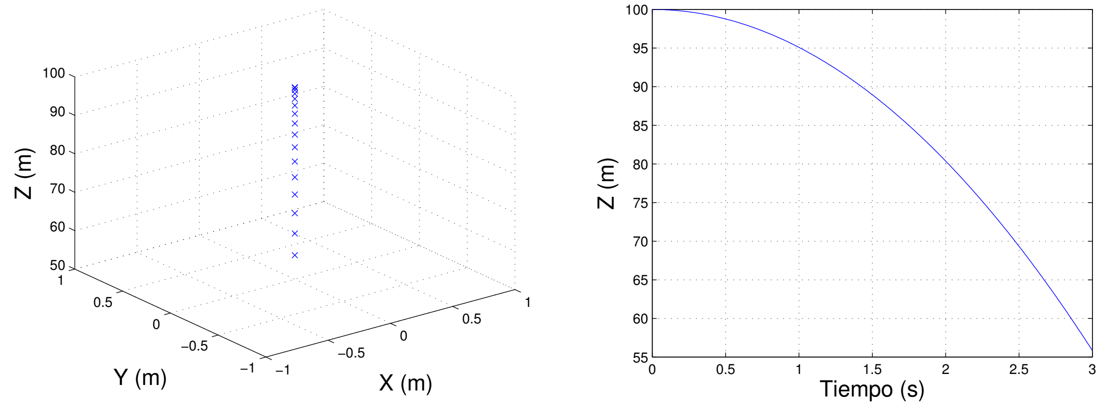
En esta sección procedermos a realizar algunas simulaciones a fin de verificar que los resultados arrojados se corresponden con lo esperado a priori.

Caída libre con velocidad inicial nula

Se simula una caída libre con condiciones iniciales nulas excepto la altura que se fija a $100m$. El tiempo de simulación considerado es de tres segundos. En la figura 1.6a se observa la trayectoria obtenida. En este caso se grafica uno de cada veinte puntos obtenidos. La misma se corresponde con lo que se espera a priori: puntos equiespaciados en el tiempo se encuentran cada vez más apartados a medida que transcurre el tiempo. En la figura 1.6b se representa la altura en función del tiempo. La altura final es $z_f = 55{,}855m$. La altura en una caída libre puede calcularse como $z(t) = -\frac{gt^2}{2} + Z_0$. En este caso se obtiene $z(3) = 55{,}855m$.

Caída libre con velocidad inicial

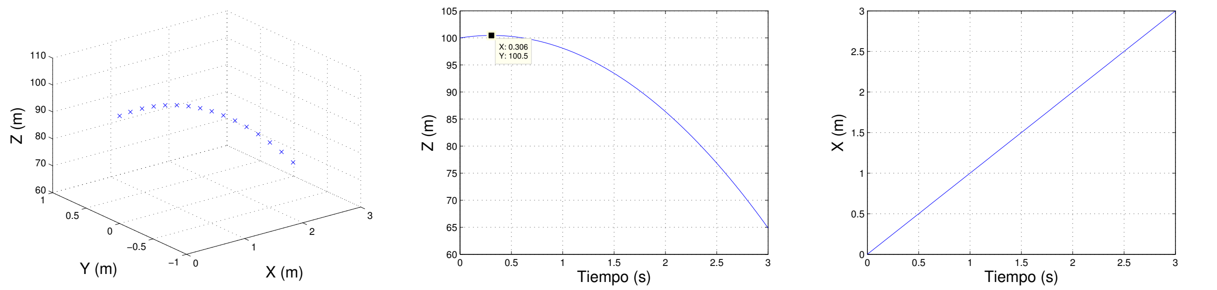
Se realiza la misma simulación que en la sección anterior excepto que se inicia el vuelo con $V_0 = 1ms^{-1}\vec{i} + 3ms^{-1}\vec{k}$. Los resultados de la simulación pueden encontrarse expresados graficamente en la figura 1.7. La coordenada de la posición según $\vec{i}$ aumenta con el tiempo con pendiente igual a la velocidad inicial. La altura cumple que $z(t) = -\frac{gt^2}{2} + 3ms^{-1}t + Z_0$. Por lo tanto la misma aumenta hasta un tiempo $t_{max}/\dot{z}(t) = 0$. Lo cual implica que $t_{max} = \frac{3ms^{-1}}{g} \approx 0{,}31s$. Por otra parte tiempo para el cual se da el máximo en la simulación es $t_{max_{sim}} = 0{,}306s$. Considerando que



(a) Trayectoria de caida libre con velocidad inicial nula

(b) Altura en función del tiempo

Figura 1.6: Caida libre con velocidad inicial nula



(a) Trayectoria de caida libre con velocidad $V_0 = 1ms^{-1}\vec{i} + 3ms^{-1}\vec{k}$

(b) Altura en función del tiempo

(c) Desplazamiento hacia el Norte en función del tiempo

Figura 1.7: Caida libre con velocidad inicial no nula

las simulaciones se realizan con un paso variable el cual puede ser de hasta $0{,}01s$ se considera un resultado aceptable. El siguiente valor para el tiempo simulado es $0{,}316s$, por lo tanto es razonable que dicho valor se presente en $t_{max_{sim}}$. La altura máxima teórica vale $z_{max_{teo}} = 100{,}459m$, la altura máxima obtenida a través de la simulación es igual[4]. A partir de este punto tenemos una caída libre como la que ya estudiamos en el caso anterior. Las alturas finales, tanto en la simulación como en la teoría son $64{,}885m$.

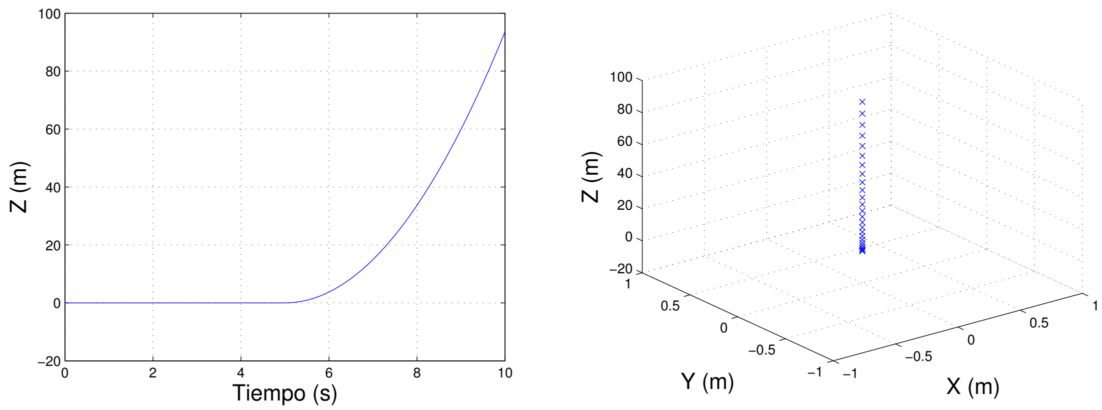
Condición de Hovering

Se aplica una fuerza constante en los cuatro motores tal que la resultante es igual al peso. Las condiciones iniciales son todas nulas, excepto $Z_0 = 10m$. Se logra el equilibrio mecánico. Todas las variables permanecen constantes. Se simula durante diez segundos

[4]Considerando tres cifras después de la coma

Escalón en los cuatro motores

Con condiciones iniciales nulas, en condición de hovering se aumenta la velocidad angular de los motores en $100 rads^{-1}$ en $t = 5s$. Se simula durante diez segundos. En la figura 1.8 se presentan gráficamente los resultados obtenidos en la simulación. La altura máxima alcanzada por el cuadricóptero en la simulación es de $93{,}61m$ mientras que en la teoría dicha altura es de $93{,}78m$. Nuevamente la diferencia entre el valor simulado y el esperado difieren de manera despreciable y es atribuible a aproximaciones realizadas.



(a) Altura en función del tiempo

(b) Trayectoria

Figura 1.8: Escalón en los cuatro motores

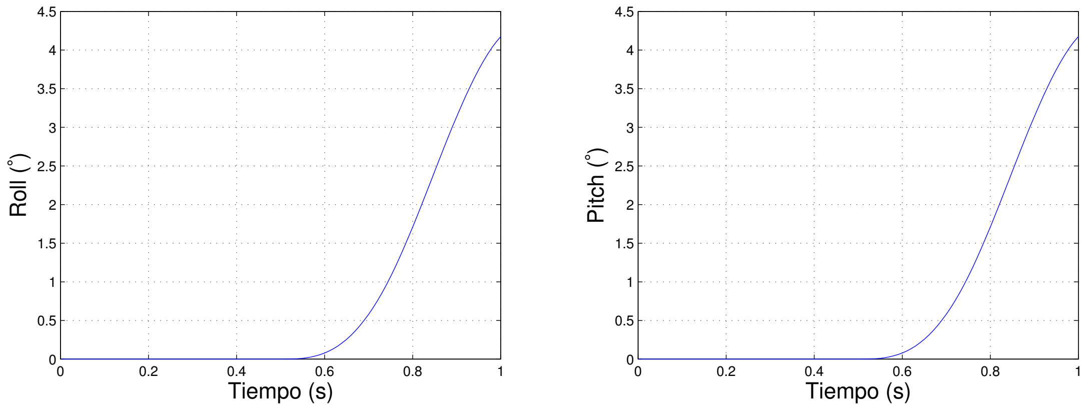
Cambio en el Pitch y el Roll

Con condiciones iniciales nulas excepto la altura fijada en $z = 10$, se realiza un giro según $\vec{i}_q$ y según $\vec{j}_q$. En el primer caso se aumenta la velocidad del motor 2 en tres radianes por segundo y se disminuye la velocidad del motor 4 en la misma cantidad. Para la segunda simulación se aumenta en tres radianes por segundo la velocidad del motor 3 y se disminuye en la misma cantidad la velocidad del motor 1. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 1.9

En estos dos casos también se obtiene un resultado acorde a lo esperado. En ambos casos el ángulo aumenta de forma cuadrática en la zona donde el ángulo es inferior a los dos grados, en esta zona puede despreciarse el momento realizado por el peso, por lo tanto se tiene una aceleración angular constante, lo cual explica el comportamiento del ángulo. Para ángulos superiores dicho torque del peso comienza a ser considerable respecto del torque producido por los motores y se observa que el ángulo crece con menor pendiente.

Giro según el eje $\vec{k}$

En las mismas condiciones que la simulación anterior, en el tiempo $t = 5s$ se aumenta repentinamente la velocidad angular de los motores que rotan en sentido horario con un valor tal que la fuerza de cada uno de esos motores aumenta en $1N$. Para los motores que rotan en sentido anti-horario se disminuye la velocidad angular de forma que la fuerza de cada uno de ellos disminuye $1N$. Estas velocidades son $349{,}88 rads^{-1}$ y $278{,}09 rads^{-1}$ respectivamente. La fuerza neta permanece constante

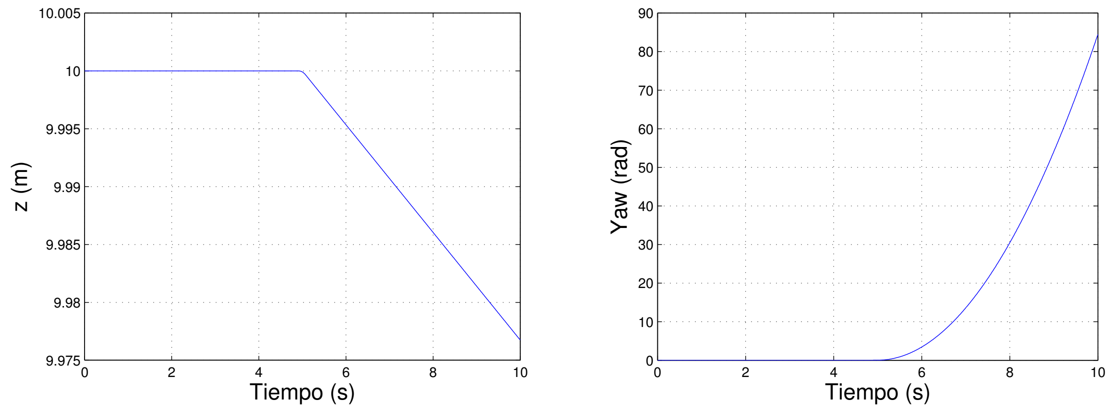


(a) Roll función del tiempo (b) Pitch función del tiempo

Figura 1.9: Aumento en los ángulos de Pitch y Roll

y el momento según los versores $\vec{i_q}$ y $\vec{j_q}$ es nulo. Sin embargo aparece un torque positivo según el versor $\vec{k_q}$.

En la figura 1.10a se presenta la altura en función del tiempo. La misma debería permanecer constante, sin embargo se observa una pequeña diferencia en la altura de $2{,}3cm$. Esta diferencia es atribuida a la aproximación realizada al calcular las velocidades con las cuales deben girar los motores. Por otra parte en la figura 1.10b se observa como el ángulo aumenta hasta el valor de $84{,}43rad$. El torque neto vale $Q = 0{,}29Nm$. Por lo tanto en 5 segundos se debe rotar un ángulo de $\theta_f = 84{,}16rad$. Nuevamente se percibe una pequeña diferencia entre el valor teórico y el simulado, pero dicho error es aceptable.



(a) Altura en función del tiempo (b) Ángulo de Yaw

Figura 1.10: Giro según el $\vec{k_q}$

Hasta aquí hemos testeado el simulador en situaciones conocidas. Nos concentramos en analizar la caida libre y las cuatro acciones de control básicas que se pueden realizar descriptas en **??**. De acuerdo a las pruebas realizadas puede afirmarse que su funcionamiento es el adecuado ya que en ninguna prueba se obtuvieron errores considerables. Sin embargo, es fundamental aclarar que hasta aquí no es posible afirmar que el modelado del sistema sea adecuado, lo único que puede concluirse es que el simulador representa fielmente las ecuaciones que han sido deducidas hasta el momento. Un error en las ecuaciones no se reflejará hasta el momento de testear el cuadricóptero. El trabajo realizado a la hora del modelado y la comparación con diversas bibliografías (**??** y **??**) nos permite a esta altura estar convencidos de que dichas ecuaciones son adecuadas para modelar el sistema.