

Capítulo 1

Caracterización de los motores

1.1. Objetivo

El objetivo de este Test es el de caracterizar el funcionamiento de los motores. Con dicho fin se busca determinar:

- Relación entre velocidad angular y fuerza
- Relación entre comando I2C y la velocidad angular.
- Relación entre comando I2C y la fuerza
- Relación entre torque de *drag* y la velocidad angular

La primer y última relaciones sirven para desprendernos de uno de los parámetros a la hora de realizar el control. Del mismo modo sirve para verificar que la respuesta de los motores verifica las relaciones estudiadas en diversas bibliografías.

La segunda es fundamental de conocer ya que lo que el procesador controlará es un comando I2C y no directamente la velocidad del motor.

La tercer relación resulta redundante conociendo las anteriores. Sin embargo parece interesante realizar dicho relevamiento a fin de verificar que no surja ninguna inconsistencia.

1.2. Materiales

- Motores
- LED IR
- Detector IR
- Balanza
- Morsa
- Beagleboard

1.3. Procedimiento

1.3.1. Consideraciones previas

Funcionamiento del dispositivo IR

Es necesario entender el funcionamiento del *detector IR* para poder realizar un experimento adecuado. Dicho dispositivo es sensible a las *radiaciones infrarrojas*. Si se lo expone a una luz infrarroja constante la salida del dispositivo es un “1” lógico. Del mismo modo, si se quita dicha fuente de luz la salida continúa siendo un “1”.

En la hoja de datos del dispositivo se explica que mientras se recibe una onda cuadrada de frecuencia 56kHz la salida del mismo es un “0”. Por lo tanto para poder distinguir cuando llega la radiación emitida por la LED de cuando no llega se debe hacer que esta última conmute entre ON y OFF con una frecuencia de 56kHz. Dicho de otro modo, el detector IR debe recibir la información modulada en una frecuencia de 56kHz para luego decodificarla.

Diseño del circuito de medida de velocidad angular

La idea del dispositivo de medida es sencilla. Se trata de hacer “pasar” la radiación infrarroja emitida por el LED a través de la hélice en funcionamiento de uno de los motores. Esta radiación es recogida del otro lado por el receptor IR.

De este modo tendremos a la salida del detector, pulsos de frecuencia correspondientes a la velocidad con la que la hélice obstruye el camino entre el sensor y la LED. **La velocidad angular será entonces la mitad de dicha frecuencia.**



Figura 1.1: Dispositivo en forma de U

El dispositivo se trata de un cuerpo en forma de “U”, donde de un lado se tiene la LED infrarroja y del otro el detector, tal como se puede ver en la figura 1.1.

Como explicamos anteriormente la LED debe ser conmutada con una frecuencia de 56kHz por lo tanto se la alimentará con un generador de señales funcionando como generador de onda cuadrada a dicha frecuencia. Para lograr un correcto funcionamiento de la misma se requiere una corriente superior a los 100mA. La amplitud de la onda cuadrada se regulará a 5V y se trabajará con una resistencia de 20Ω en serie. Midiendo la tensión en la re-

sistencia se puede comprobar que dichos valores son adecuados para el propósito.

La salida del receptor IR se conecta directamente a un frecuencímetro.

1.3.2. Tests a realizar

Obtención de la curva fuerza contra velocidad angular

Se sujeta el motor gracias a una morsa y se coloca sobre la balanza. A priori la morsa es suficientemente pesada como para que el empuje del motor no supere el peso de la misma. Moviendo las palancas del control remoto se le imprime mayor velocidad a las hélices lo cual producirá un aumento del empuje. Dicha variación se refleja en la disminución de la lectura de la balanza. Simultáneamente, gracias al dispositivo IR, se medirá la velocidad angular con la cual gira el motor.

Se tomarán medidas para distintas posiciones de la palanca.

Obtención de la curva valor del comando I2C contra velocidad angular y de la curva valor del comando I2C contra fuerza

Luego de estudiados los comandos que se utiliza para comandar los motores y una vez que la BeagleBoard se encuentra capacitada para comunicarse a través de un protocolo I2C se puede proceder a desarrollar esta prueba. En la misma configuración que en los experimentos anteriores se procede a medir los valores de velocidad angular y empuje producidos por los motores.

Se tomaran medidas para todos los valores posibles del comando I2C, es decir entre 0 y 255.

Obtención de la la curva torque de *drag* contra velocidad angular

Se coloca el cuadricóptero sobre la balanza como se muestra en la figura ???. El torque de *drag* es en la dirección paralela al eje que pasa por el centro del motor. Al colocar el motor en la posición que se observa en la figura 1.2 se obtiene un torque en la misma dirección que el torque producido por el peso y la normal. La distancia entre el eje del motor y el centro de masa del cuadricóptero es conocida.

Si calculamos respecto del eje que pasa por el centro del motor se obtiene:

$$\tau = \tau_{drag} + l(Mg - N) \quad (1.1)$$

Las demás fuerzas (fuerzas reactivas en el plano de la balanza) no realizan ningún torque en la dirección de interés. La diferencia $Mg - N$ puede medirse directamente en la balanza. Por lo tanto conocer el torque resulta sencillo. Del mismo modo que en las secciones anteriores la velocidad angular será medida gracias al dispositivo IR construido. Luego de realizadas las medidas se ajustará la curva utilizando el método de mínimos cuadrados.

1.4. Resultados y análisis

Obtención de la curva fuerza contra velocidad angular

Luego de apoyar el motor y su soporte sobre la balanza se oprime el botón “tare”. Por lo tanto el peso medido corresponde al opuesto de la fuerza realizada por los

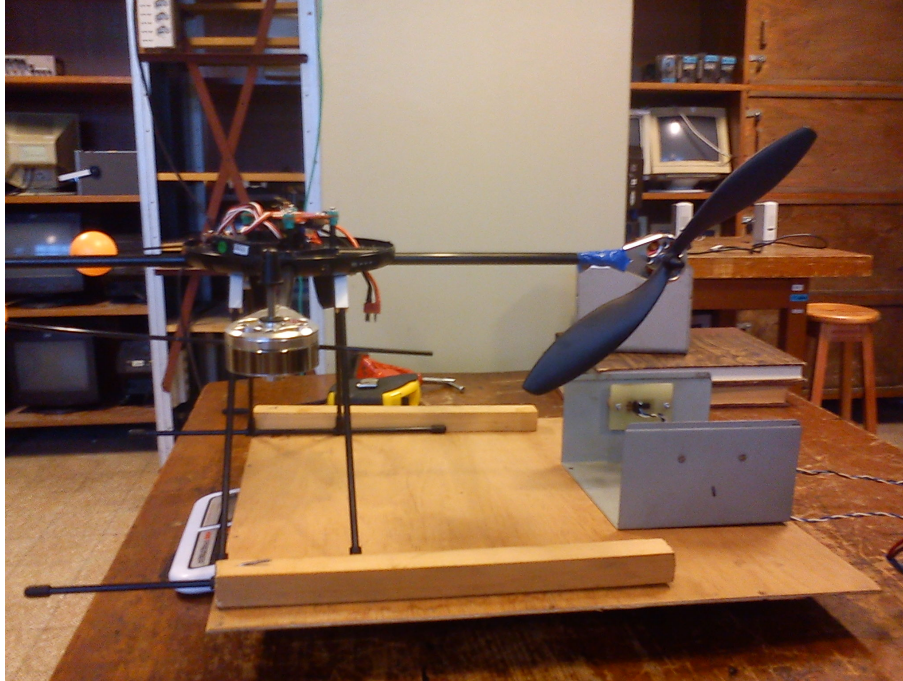


Figura 1.2: Setup de medida para la obtención de la curva de *drag*

motores dividido la constante gravitacional de la Tierra ($9,81ms^{-2}$). Los resultados obtenidos se presentan la tabla 1.1.

Peso (g)	Frecuencia (Hz)	Peso (g)	Frecuencia (Hz)
0	0	194	75.4
37	34.2	220	80.6
40	35.4	245	83.7
62	43.1	260	86.3
68	44.7	280	90.0
72	47.1	295	91.2
74	47.3	315	95.4
77	49.4	332	37.2
80	49.4	342	98.3
84	50.5	355	100.6
100	54.8	360	101.0
105	56.4	420	110.0
122	60.5	440	111.9
132	62.8	444	110.5
163	70.0		

Cuadro 1.1: Medidas obtenidas de peso y frecuencia medida por el dispositivo IR

Del mismo modo se representa la curva Fuerza-Velocidad angular en la figura 1.3.

De la observación de los puntos obtenidos se infiere que la respuesta Fuerza-velocidad angular es del tipo cuadrática o cúbica. Suponiendo ambos modelos se obtienen los coeficientes de los polinomios en ambos casos. A partir de dichos coeficientes se grafican las curvas teóricas en ambos casos a fin de compararlas con los puntos obtenidos experimentalmente. Del mismo modo se calcula el error cuadrático

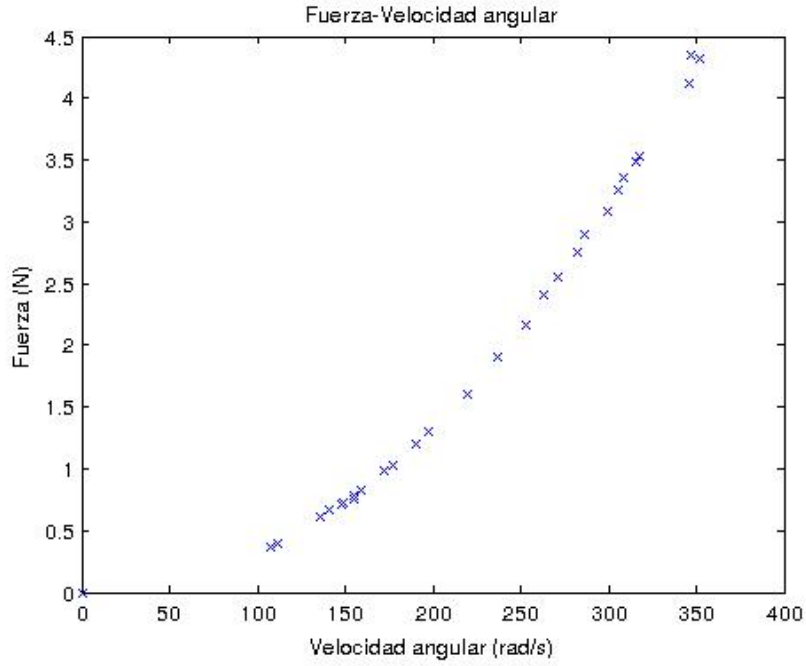


Figura 1.3: Curva experimental de Fuerza-Velocidad angular

medio para ambos modelos propuestos. Los resultados obtenidos se presentan en la figura 1.4.

Como se puede observar en la figura 1.4 ambas curvas coinciden notablemente entre sí y con los datos experimentales. Por lo tanto podemos afirmar que cualquiera de los dos modelos es adecuado para representar la respuesta Fuerza-velocidad angular. Del mismo modo el error promedio obtenido es $1,55 \times 10^{-16} N$ para el modelo cuadrático, para el modelo cúbico es $3,16 \times 10^{-17} N$. Si bien la diferencia es de un orden de magnitud, en ambos casos puede considerarse despreciable. La desviación estandar es $0,0346 N$ para el primer modelo y $0,0341 N$ para el modelo cúbico. La razón de esta pequeña diferencia es que el coeficiente que multiplica al término ω^3 es cinco órdenes de magnitud inferior que el coeficiente que multiplica al término ω^2 , logrando que el modelo cúbico termine pareciéndose, en definitiva, a un modelo cuadrático.

Con los parámetros obtenidos y asumiendo un modelo cuadrático podemos afirmar que la respuesta de los motores Fuerza-Velocidad angular tiene la forma de:

$$T = 3,7646 \times 10^{-5} \omega^2 - 9,0535 \times 10^{-4} \omega + 0,0170 \quad (1.2)$$

Donde las unidades del primer coeficiente son Ns^2 , las del segundo son Ns y las del término independiente son N .

Este modelo resulta, además, coherente con la ecuación para el empuje de una hélice:

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S_{ref} C_L \quad (1.3)$$

donde L es la fuerza de elevación (en N), ρ es la densidad del aire (en kg/m^3), V es la velocidad de giro (en m/s^2), S_{ref} es el área de referencia (en m^2) (para una hélice, el área de referencia es aquella formada cuando ésta gira creando un círculo con un radio de la longitud de la hélice) y C_L es el coeficiente de elevación (adimensionado), el cual depende de geometría de la hélice y el ángulo de ataque, entre otros factores.

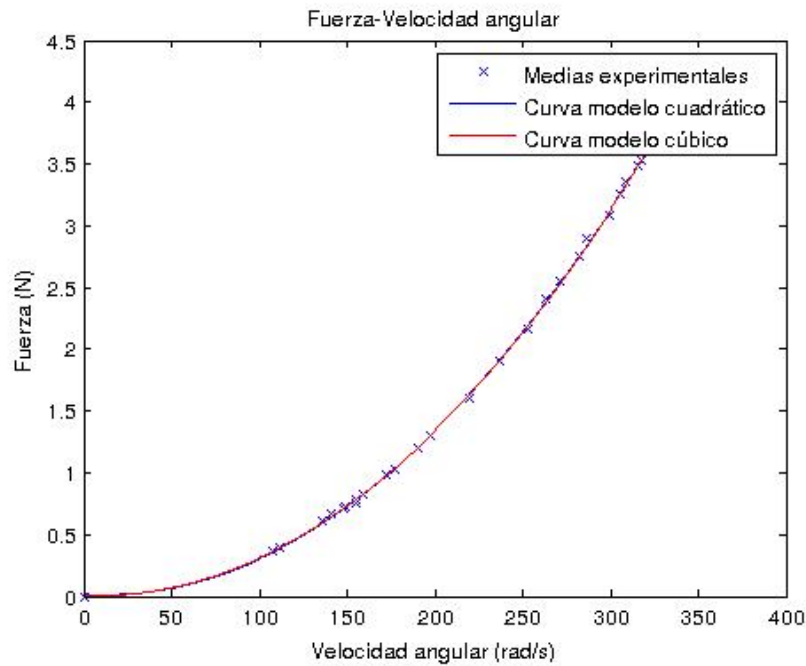


Figura 1.4: Curva de los modelos propuestos para la respuesta Fuerza-Velocidad angular

Obtención de la curva torque de *drag* contra velocidad angular

En la tabla 1.2 se presentan los resultados obtenidos en el experimento descrito en la sección 1.3.2

Peso (g)	Frecuencia (Hz)	Peso (g)	Frecuencia (Hz)
0	0	54.4	22
32.0	8	60.4	25
35.8	10	66.1	28
49.5	15	75.5	33
51.5	20		

Cuadro 1.2: Medidas obtenidas de peso y frecuencia medida por el dispositivo IR para la determinación de la curva de *drag*

No fue posible realizar medidas a velocidades angulares mayores ya que la fuerza en la dirección del eje de la hélice producía un momento que a velocidades superiores implicaba una rotación del cuadricóptero respecto de un eje vertical. De todas formas, asumiendo un modelo cuadrático y uno cúbico se deben determinar 3 y 4 parámetros respectivamente. 9 medidas parece una cantidad adecuada con este fin. En la figura 1.5 se muestran los puntos medidos y las curvas obtenidas asumiendo los dos modelos considerados.

A partir de la observación de la gráfica y de los parámetros obtenidos no es posible realizar una elección en favor de uno de los dos modelos sobre el otro. Sin embargo si realizamos un estudio más detallado del error se encuentran indicios de que el modelo cuadrático es una mejor aproximación, tal cual lo prevé la bibliografía consultada.

El error promedio obtenido al considerar un modelo cuadrático es de $5,78 \times 10^{-19} Nm$, mientras que al considerar el modelo cúbico se obtiene un error promedio de $0,025 Nm$. Por otra parte la desviación estándar del error en el caso del modelo

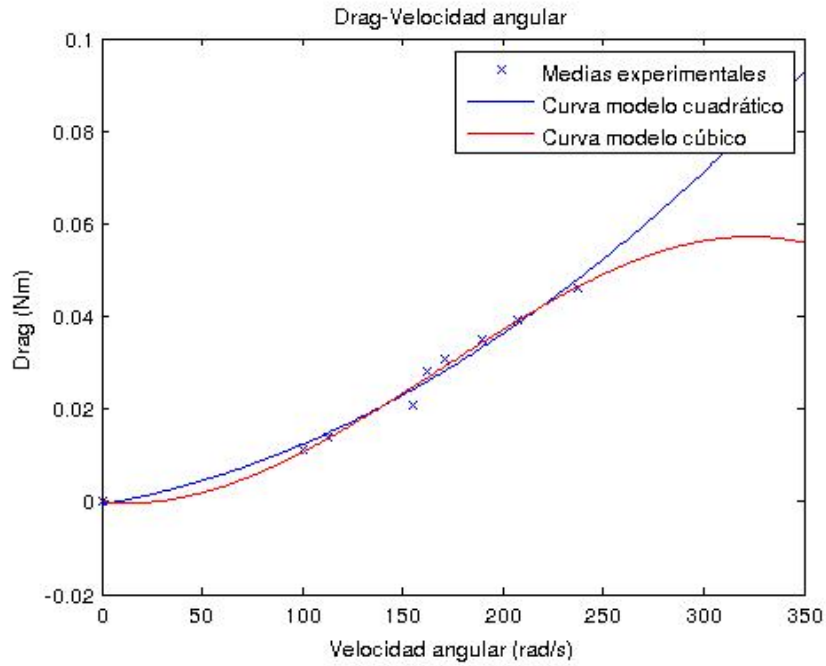


Figura 1.5: Medidas experimentales de Torque-Velocidad angular y curvas de ajuste

cúbico es $0,0147Nm$ mientras que la obtenida considerando el modelo cuadrático es $0,002Nm$.

Por estos motivos parece más acertado inclinarse por el modelo cuadrático. En este caso se obtiene:

$$\tau_{drag} = 5,47 \times 10^{-7}\omega^2 + 7,49 \times \omega + 10^{-5} - 5,73 \times 10^{-4} \quad (1.4)$$

1.4.1. Obtención de la curva i^2c contra velocidad angular

Se le envían distintos comandos i^2c a los ESC's y se mide la velocidad angular de todos los motores. Se promedian las velocidades angulares para obtener la respuesta promedio de un motor, avalados por el análisis realizado en la sección 1.4.3. Los datos obtenidos se presentan en la tabla 1.3. La velocidad angular fue medida, al igual que en los casos anteriores mediante el dispositivo IR en forma de "U".

Comando i^2c	Velocidad angular (rad/s)
0	0
50	108.6206
70	154.0166
90	198.8628
110	235.6194
130	270.5697
150	301.0431
170	330.3385
200	366.0741
250	417.5177

Cuadro 1.3: Comando i^2c enviado y velocidad angular obtenida

En la figura 1.6 se muestran gráficamente los resultados obtenidos de ajustar un modelo cuadrático a la curva *comando i^2c vs. velocidad angular*.

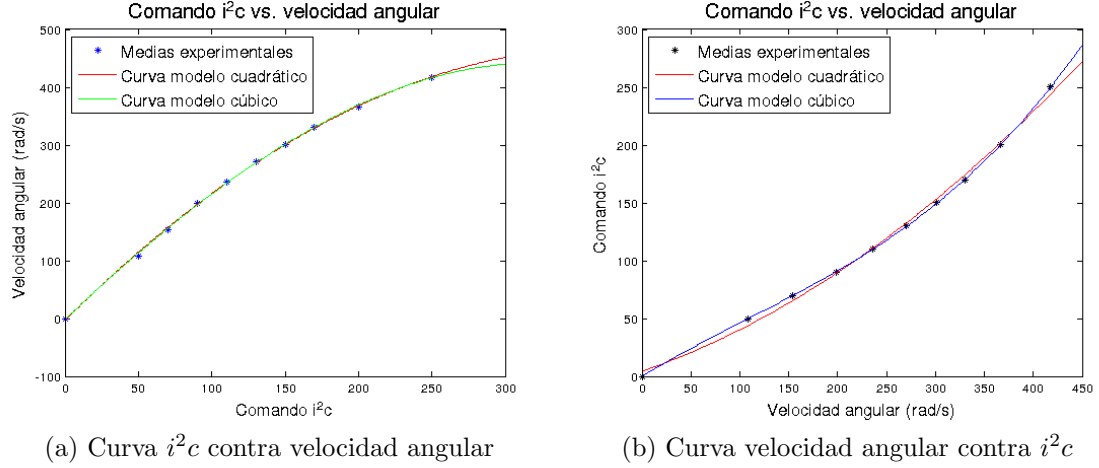


Figura 1.6: i^2c y velocidad angular

Se realiza el ajuste de dos maneras similares. En la primera, mostrada en la figura 1.6a, se propone un modelo cuadrático y otro cúbico para la velocidad angular en función del comando i^2c . En la segunda, mostrada en la figura 1.6b, se proponen los modelos cuadrático y cúbico para el comando i^2c en función de la velocidad angular.

Ajuste 1

Se ajusta la velocidad angular con el comando i^2c de forma que la velocidad angular siga un modelo cuadrático frente al comando i^2c .

Los resultados obtenidos son, para el modelo cuadrático:

- Modelo: $w = -3,380 \times 10^{-3}x^2 + 2,531x - 3,493$
- Desviación estándar: $\sigma = 2,854$

Los resultados para el modelo cúbico son:

- Modelo: $w = -3,521 \times 10^{-6}x^3 - 2,064 \times 10^{-3}x^2 + 2,407x - 1,602$
- Desviación estándar: $\sigma = 2,452$

No resulta claro si alguno de los modelos es el indicado. Se obtienen desviaciones no muy chicas. Hay que probar con otro modelo.

Ajuste 2

Se ajusta la velocidad angular con el comando i^2c de forma que el comando i^2c siga un modelo cuadrático frente a la velocidad angular.

Los resultados obtenidos son, para el modelo cuadrático:

- Modelo: $x = 6737 \times 10^{-4}w^2 + 2,924 \times 10^{-1}w + 4,351$
- Desviación estándar: $\sigma = 4,171$

Los resultados para el modelo cúbico son:

- Modelo: $x = 2,211 \times 10^{-6}w^3 - 7,115 \times 10^{-4}w^2 + 5,104 \times 10^{-1}w + 1,999 \times 10^{-2}$
- Desviación estándar: $\sigma = 4,013 \times 10^{-1}$

En este caso se puede ver que la desviación estándar obtenida con el modelo cúbico es 1 orden menor que la obtenida con el modelo cuadrático. Además al observar la figura 1.6b se divisa claramente que la curva del modelo cúbico se ajusta mejor a los datos obtenidos experimentalmente. Se concluye entonces que las magnitudes en cuestión se relacionan de la siguiente forma:

$$x = 2,211 \times 10^{-6}w^3 - 7,115 \times 10^{-4}w^2 + 5,104 \times 10^{-1}w + 1,999 \times 10^{-2}$$

1.4.2. Obtención de la curva i^2c contra fuerza

Se enviaron distintos comandos de i^2c y utilizando una balanza electrónica de 5g de apreciación se procedió a medir la fuerza que realizan los 4 motores juntos. Luego, avalados por las conclusiones de la sección 1.4.3, se obtiene la fuerza de cada motor, simplemente dividiendo la fuerza total entre 4. Los datos se presentan en la tabla 1.4.

Comando i^2c	Fuerza (N)
0	0
50	0.34335
70	0.73575
90	1.2263
110	1.8762
130	2.477
150	3.0656
170	3.7278
200	4.5862
250	5.886

Cuadro 1.4: Comando i^2c enviado y fuerza obtenida

Se desea ajustar la fuerza que realizan los motores con modelos lineal, cuadrático y cúbico, en función del comando i^2c . Los resultados se presentan en la figura 1.7.

- Modelo Lineal
 - Modelo: $F = 2,565 \times 10^{-2}x - 7,363 \times 10^{-1}$
 - Desviación estándar: 1,520
- Modelo Cuadrático
 - Modelo: $F = 4,211 \times 10^{-5}x^2 + 1,508 \times 10^{-2}x - 2,830 \times 10^{-1}$
 - Desviación estándar: $2,087 \times 10^{-1}$
- Modelo Cúbico
 - Modelo: $F = -4,955 \times 10^{-7}x^3 + 2,274 \times 10^{-4}x^2 - 2,352 \times 10^{-3}x - 1,689 \times 10^{-2}$
 - Desviación estándar: $3,667 \times 10^{-2}$

TODO: Decidirse por una. Parece q es la cúbica no?

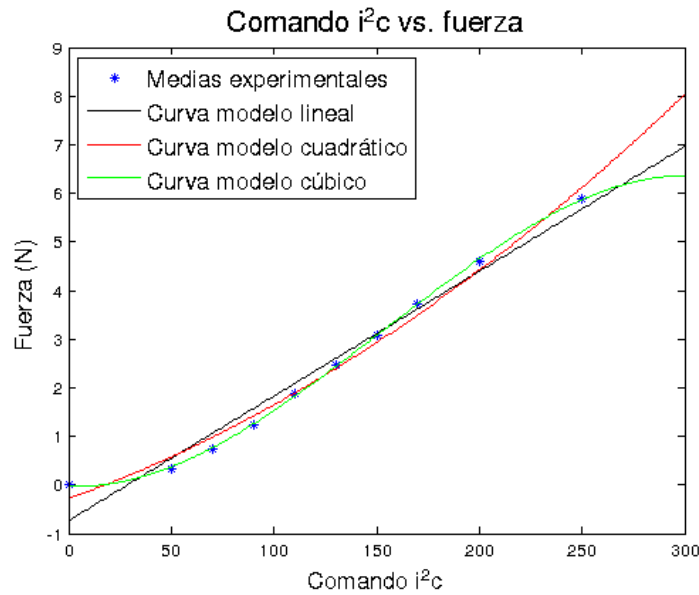


Figura 1.7: Curva i^2c contra fuerza

1.4.3. Comparación entre motores

Se envían diferentes comandos i^2c al cuadricóptero y se mide la velocidad angular de todos los motores. Los datos obtenidos se muestran en la tabla 1.5.

i^2c	Fuerza (N)	Velocidad angular (rad/s)			
		Motor Do	Motor D2	Motor D4	Motor D6
0	0	0	0	0	0
50	0.34335	34.2	34.3	35.5	34.3
70	0.73575	49.2	49.5	49	48.4
90	1.2263	63.7	62.7	63.3	63.5
110	1.8762	76.7	74.4	75.5	73.4
130	2.477	87.3	86.3	86.2	84.7
150	3.0656	97.5	95.4	96.2	94.2
170	3.7278	104.7	104.2	106.2	105.5
200	4.5862	115.5	113.4	119.9	117.3
250	5.886	133.5	132.4	131.5	134.2

Cuadro 1.5: Comando i^2c enviado y fuerza obtenida

El análisis gráfico se presenta en la figura 1.8.

Puede verse claramente que el comportamiento de los motores es en todos los casos similar.

TODO: Poner alguna medida del error entre motores. de las diferencias entre motores más bien.

Se puede decir entonces que:

- La fuerza medida (de los 4 motores juntos) corresponde con el cuádruple de la fuerza ejercida por cada uno de ellos

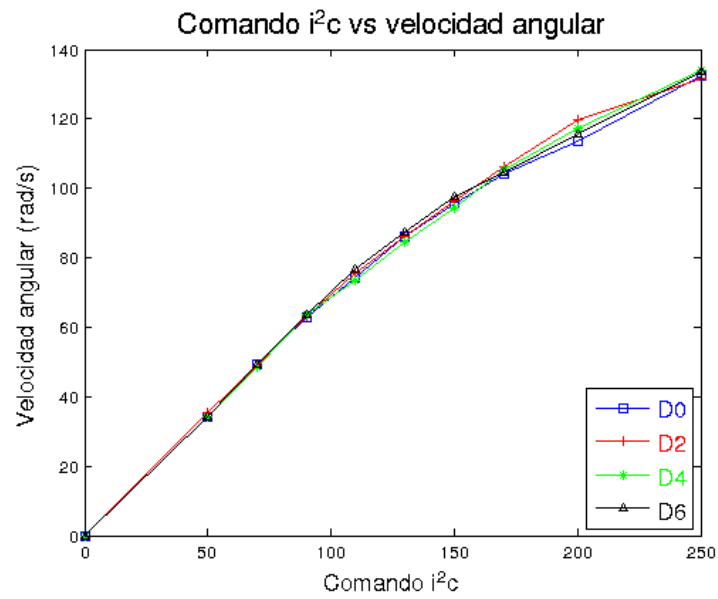


Figura 1.8: Comparación de la curva i^2c vs. velocidad angular para los 4 motores

- Es válido promediar las velocidades angulares de los 4 motores y trabajar con esos promedios como un motor típico. Además de este modo se reducen los posibles errores que se pueden haber causado a la hora de realizar las medidas.