

---

---

# CAPÍTULO 1

---

## CARACTERIZACIÓN DE LOS MOTORES

### 1.1. Objetivo

El objetivo es el de caracterizar los motores del cuadricóptero Turbo Ace X720 . Con dicho fin se busca:

- Analizar el comportamiento de los cuatro motores individualmente
- Determinar la relación entre velocidad angular y fuerza
- Determinar la relación entre comando  $I^2C$  y la velocidad angular.
- Determinar la relación entre comando  $I^2C$  y la fuerza.
- Determinar la relación entre velocidad angular y torque.
- Determinar la relación entre comando  $I^2C$  y torque.
- Determinar la respuesta al escalón

Los algoritmos de control se centraran o bien en la velocidad angular o bien en los comandos  $I^2C$ . Por dicho motivo es fundamental como se relacionan dichas magnitudes con la fuerza y el torque. Asimismo, si se decidiera que el control estuviera centrado en la velocidad angular se debe conocer la relación entre esta última y el comando  $I^2C$  ya que es sobre los comandos  $I^2C$  que se tiene real poder de actuar.

### 1.2. Materiales

- Cuadricóptero Turbo Ace X720
- LED IR TSAL6200
- Detector IR TSOP38256
- Resistencia de  $20\Omega$

- Generador de onda Tektronix CFG250
- Fuente de alimentación de  $5V_{DC}$
- Osciloscopio digital GwINSTEK GDS2062
- Balanza Presiser LK-15P precisión media III
- Beagleboard XM rev C
- Analizador lógico ChronoVu
- Buffer Octal 74HC245

## 1.3. Procedimiento

### 1.3.1. Consideraciones previas

#### Funcionamiento del dispositivo IR

Es necesario entender el funcionamiento del *detector IR* para poder realizar un experimento adecuado. Dicho dispositivo es sensible a las *radiaciones infrarrojas* moduladas a una frecuencia de  $56KHz$ . Si se lo expone a una onda cuadrada de dicha frecuencia la salida del mismo es un “0” lógico. Si no recibe dicha radiación la salida es un “1” lógico

#### Diseño del circuito de medida de velocidad angular

La idea del dispositivo de medida es sencilla. Se trata de hacer “pasar” la radiación infrarroja emitida por el LED a través de la hélice en funcionamiento de uno de los motores. Esta radiación es recogida del otro lado por el receptor IR.

De este modo tendremos a la salida del detector, pulsos de frecuencia correspondientes a la velocidad con la que la hélice obstruye el camino entre el sensor y la LED. **La velocidad angular será entonces la mitad de dicha frecuencia.**



Figura 1.1: Dispositivo en forma de U

funcionando como generador de onda cuadrada a dicha frecuencia. Para lograr un correcto funcionamiento de la LED se requiere una corriente superior a los  $100mA$ . La amplitud de la onda cuadrada se regulará a  $5V$  y se trabajará con una resistencia de  $20\Omega$  en serie. Midiendo la tensión en la resistencia se puede comprobar que

El dispositivo se trata de un cuerpo en forma de “U”, donde de un lado se tiene la LED infrarroja y del otro el detector, tal como se puede ver en la figura 1.1.

Como explicamos anteriormente la LED debe ser conmutada con una frecuencia de  $56kHz$  por lo tanto se la alimentará con un generador de señales

dichos valores son adecuados para el propósito. La salida del receptor IR se conecta directamente al osciloscopio digital.

### 1.3.2. Relación entre comando $I^2C$ , velocidad angular y empuje

#### Objetivos particulares

Este experimento servirá para obtener las curvas:

- Diferencias en el comportamiento de los motores
- Relación entre velocidad angular y fuerza
- Relación entre comando  $I^2C$  y la velocidad angular.
- Relación entre comando  $I^2C$  y la fuerza.

#### Modelos de ajuste

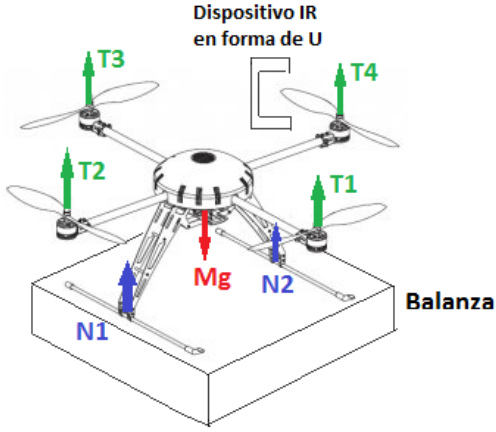
Es claro que si no se envía ningún comando  $I^2C$  los motores no giran. También es evidente que si los motores no giran las hélices no realizan ningún empuje. Por lo tanto los modelos deben estar ajustados al cero.

- Para la relación entre velocidad angular y fuerza en base a la bibliografía consultada sobre el tema se proponen dos modelos de ajuste siguientes:
  - Modelo cuadrático  $T = a\omega^2 + b\omega$
  - Modelo cúbico  $T = a\omega^3 + b\omega^2 + c\omega$
- Esta relación es interesante si el control se centra en determinar los valores de la velocidad angular de los motores para realizar una acción de control concreta. En este caso se determinará el valor de dicha velocidad angular y a partir del mismo se busca determinar el comando  $I^2C$  correspondiente, por lo tanto para la relación entre comando  $I^2C$  y la velocidad angular se propone un ajuste en base a los siguientes modelos:
  - Modelo cuadrático  $x = a\omega^2 + b\omega$
  - Modelo cúbico  $x = a\omega^3 + b\omega^2 + c\omega$
- Para la relación entre comando  $I^2C$  y fuerza se propone un ajuste en base a los modelos:
  - Modelo cuadrático  $T = a\omega^2 + b\omega$
  - Modelo cúbico  $T = a\omega^3 + b\omega^2 + c\omega$

## Desarrollo del experimento

El procedimiento consiste en enviar distintos comandos  $I^2C$  al cuadricóptero y registrar las diferentes lecturas de masa en la balanza para determinar el empuje de los motores y en registrar las diferentes medidas de frecuencia en el osciloscopio para determinar la velocidad angular de los cuatro motores. El setup experimental puede observarse en la figura 1.2 Se solidariza el cuadricóptero a una base de madera. Sobre esta última se añade peso suficiente para asegurar que el cuadricóptero no se eleve, se agregaron 3Kg de sobrepeso para asegurar completamente dicha condición. Al estar el sistema en equilibrio mecánico se cumple que:

$$\sum F_{ext} = 0$$



En este caso las fuerzas presentes son el peso del sistema ( $M_{total}$ ) la normal de la balanza sobre el sistema ( $N = N_1 + N_2$ ) y el empuje de los motores ( $T_{total} = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$ ). Por lo tanto

$$T_{total} - M_{total}g + N = 0$$

Por lo tanto el empuje de los motores puede calcularse como:

$$T_{total} = M_{total}g - N$$

La lectura de la balanza no es otra cosa que  $\frac{N}{g}$ . Una vez ubicado el cuadricóptero con el sobrepeso sobre la balanza se tara la balanza. Por lo tanto la lectura que indica la balanza ( $M_{medida}$ ) luego de realizada esta acción es:

$$M_{medida} = \frac{N - M_{total}g}{g}$$

Por lo tanto el empuje de los cuatro motores puede calcularse como:

$$T_{total} = -M_{medida}g$$

Asumiendo que los cuatro motores se comportan en forma similar se tiene que:

$$T = -\frac{M_{medida}g}{4}$$

La medida de frecuencia se realiza con el dispositivo IR descrito en la sección anterior. La frecuencia medida ( $f_{medida}$ ) corresponde al inverso del tiempo que transcurre entre el pasaje de una hoja de la hélice y la otra. El período de la rotación de la hélice es el doble y por ende la frecuencia de la rotación es la mitad de la frecuencia medida. Por lo tanto se tiene que:

$$\omega = 2\pi f = \pi f_{medida}$$

Se mide la velocidad angular de los cuatro motores y se trabaja con el promedio. En la sección 1.4.1 se verá porqué es adecuado considerar el promedio.

### 1.3.3. Relación entre velocidad $I^2C$ , velocidad angular y torque

#### Objetivos específicos

Los objetivos de este experimento son:

- Obtener la relación entre velocidad angular y torque
- Obtener la relación entre comando  $I^2C$  y torque.

#### Modelos de ajuste

Al igual que en el experimento anterior se fuerzan los modelos para que pasen por el cero ya que sin comando  $I^2C$  no hay velocidad angular y por lo tanto no hay torque. Realizando esta consideración y los modelos estudiados para las fuerzas y momentos de las hélices se proponen los siguientes modelos de ajuste:

- Para la relación entre velocidad angular y torque se proponen un modelo cuadrático:

- $Q = a\omega^2 + b\omega$

#### Desarrollo del experimento

Se ubica el cuadricóptero sobre la balanza. Se retiran tres de las cuatro hélices del cuadricóptero. La cuarta hélice se rota de forma que el eje en torno al cual rota sea paralelo respecto del plano del plato de la balanza. Se ubica el detector IR de forma de poder medir la velocidad angular de la hélice. El setup de medida puede verse en las figuras 1.3. De acuerdo a lo estudiado la hélice presenta un torque ( $Q$ ) positivo respecto de su eje central si el motor rota en sentido anti-horario. Nos proponemos calcular el torque total respecto de dicho eje. Las fuerzas presentes en el sistema son: la fuerza de empuje, la normal y las fuerzas reactivas en el plano del plato de la balanza. Estas últimas y el empuje no realizan ningún torque en la dirección de interés. Recordamos que el torque de una fuerza respecto de un eje se calcula como:

$$\tau = \vec{r} \times \vec{F}$$

Donde  $\vec{F}$  es la fuerza considerada y  $\vec{r}$  es vector distancia entre el eje y el punto de aplicación de la fuerza.

Definimos el largo  $L = 29,3cm$  como la distancia entre el eje de la hélice y el centro de masa del cuadricóptero. Asumimos que el peso aplica sobre el centro de masa y la normal sobre la recta que pasa por el centro de masa del cuadricóptero y es perpendicular al plano del plato de la balanza.

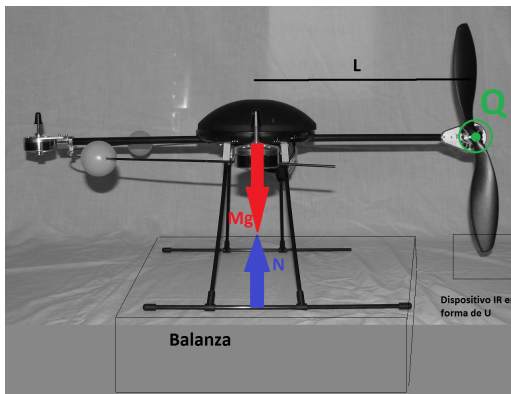


Figura 1.3: Segundo set-up experimental

al plano del plato de la balanza.

De esta forma se tiene que el torque total vale:

$$\tau = Q + LM_{total}g - LN = Q + L(M_{total}g - N)$$

Como se explico anteriormente luego de tarar la balanza la masa medida por la misma corresponde a  $M_{medida} = \frac{N - M_{total}g}{g}$ . De esta forma se puede escribir el torque total sobre el sistema como:

$$\tau = Q - LM_{medida}g$$

Al igual que en el experimento anterior el sistema se encuentra en equilibrio mecánico y por lo tanto:

$$\tau = 0$$

De esta forma queda claro que el torque que nos interesa caracterizar puede calcularse como:

$$Q = LM_{medida}g$$

### 1.3.4. Respuesta al Escalón

Se caracterizará al motor en lo que respecta a su respuesta al escalón. Se verá cuanto demora un motor en pasar de la velocidad angular en régimen correspondiente al valor de comando  $i^2c$  50 a la velocidad angular en régimen correspondiente al valor de comando  $i^2c$  150. El osciloscopio no resulta adecuado para observar las diferencias de velocidad angular obtenida. Se procede a conectar la salida del sensor IR a un *buffer* octal y la salida de este último al analizador lógico<sup>1</sup>. El analizador lógico registrará la salida del sensor R durante 5 segundos a una tasa de muestreo de 2kHz. Se obtendrán las diferencias de tiempos entre flancos de subida sucesivos( $t_f$ ). Cada flanco de subida corresponde a una hoja de la hélice siendo detectada por el sensor IR. La velocidad angular de la hélice puede calcularse como:

$$\omega = 2\pi \frac{2}{t_f}$$

## 1.4. Resultados y análisis

### 1.4.1. Comparación entre motores

En la tabla 1.1 todos los valores obtenidos experimentalmente de acuerdo al procedimiento descrito.

---

<sup>1</sup> Esto fue necesario ya que la tensión de la salida del IR disminuía drásticamente al conectarlo directamente al analizador lógico a valores que este último no es capaz de identificar como "1" lógicos

$i^2c$	Peso medido	Frecuencia (Hz)			
		Motor D0	Motor D2	Motor D4	Motor D6
0	0	0	0	0	0
50	-140	34.2	34.3	35.5	34.3
70	-300	49.2	49.5	49	48.4
90	-500	63.7	62.7	63.3	63.5
110	-765	76.7	74.4	75.5	73.4
130	-1010	87.3	86.3	86.2	84.7
150	-1250	97.5	95.4	96.2	94.2
170	-1520	104.7	104.2	106.2	105.5
200	-1870	115.5	113.4	119.9	117.3
250	-2400	133.5	132.4	131.5	134.2

Cuadro 1.1: Comando  $i^2c$  enviado y fuerza obtenida

En la figura 1.4a se presentan las velocidades angulares de los cuatro motores contra el comando  $i^2c$ , mientras que en la figura 1.4b se muestra la diferencia entre la velocidad angular de cada motor y el promedio de las mismas para cada comando  $i^2c$  enviado.

En la figura 1.4a se observa que el comportamiento de los motores es en todos los casos similar. Para velocidades angulares bajas los motores se comportan en forma idéntica, mientras que a medida que aumenta la misma se ve afectada esta característica

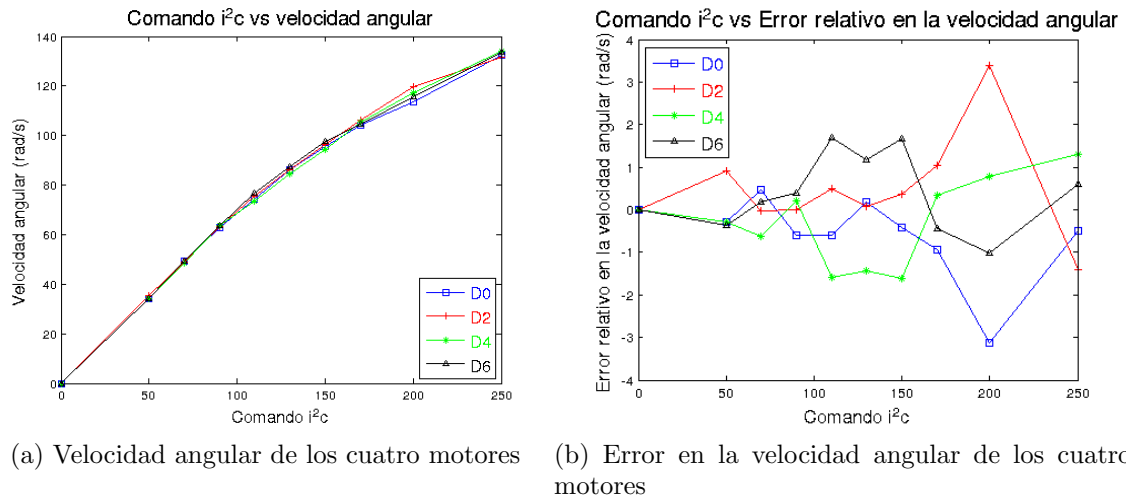


Figura 1.4: Curva  $i^2c$  vs. velocidad angular para los 4 motores

En la figura 1.4b puede observarse que la máxima diferencia entre las velocidades angulares de dos motores es de aproximadamente  $6,5rad/s$ . Dicha diferencia se obtiene para un valor de comando  $i^2c$  igual a 200. Si observamos la velocidad angular a dicho valor de comando  $i^2c$  en la tabla 1.1 se observa que el menor valor corresponde a  $113,4rad/s$ . El error relativo que se obtiene es inferior al 6 %

Se puede afirmar que:

- Es válido promediar las velocidades angulares de los 4 motores y trabajar con esos promedios como un motor típico. Además de este modo se reducen los posibles errores que se pueden haber causado a la hora de realizar las medidas.
- Por lo tanto la fuerza medida (de los 4 motores juntos) corresponde con el cuádruple de la fuerza ejercida por cada uno de ellos

#### 1.4.2. Obtención de la curva fuerza contra velocidad angular

Los resultados obtenidos de frecuencia y medida en la balanza se presentan la tabla 1.2.

En la figura 1.5 se observan los puntos obtenidos experimentalmente ya las curvas obtenidas con los modelos de ajuste propuesto. En dicha figura se observa que cualquiera de los dos modelos aproxima adecuadamente los puntos obtenidos experimentalmente.

Para el modelo cuadrático se obtiene:

- Parámetros:  $a = 3,5296 \times 10^{-5} N s^2$ ,  $b = -4,9293 \times 10^{-4} N s$
- Error promedio:  $e = -2,76 \times 10^{-3} N$
- Desviación estándar:  $\sigma = 4,03 \times 10^{-2} N$

Para el modelo cúbico se obtiene:

- Parámetros:  $a' = -1,5197 \times 10^{-8} N s^3$ ,  $b' = 4,4399 \times 10^{-5} N s^2$ ,  $c' = 0,0018 N s$
- Error:  $7,17 \times 10^{-4} N$
- Desviación estándar:  $\sigma = 2,66 \times 10^{-2} N$

Peso (g)	Frecuencia (Hz)	Peso (g)	Frecuencia (Hz)
0	0	-1010	86.13
-140	34.58	-1250	95.83
-300	49.03	-1520	105.15
-500	63.30	-1870	116.53
-765	75.00	-2400	132.9

Cuadro 1.2: Medidas obtenidas de peso y frecuencia medida por el dispositivo IR

Como es de esperar el modelo cúbico aproxima mejor los puntos que el modelo cuadrático, sin embargo cualquiera de los dos modelos ajusta adecuadamente los puntos. Esto fue observado gráficamente en una primera instancia y se comprobó realizando el estudio del error promedio y de la desviación estándar. Ya que ambos modelos parecen adecuados a partir de este momento se trabajará con el más sencillo de los dos, es decir con el modelo cuadrático. Por lo tanto:

$$T = 3,5296 \times 10^{-5} \omega^2 - 4,9293 \times 10^{-4} \omega$$



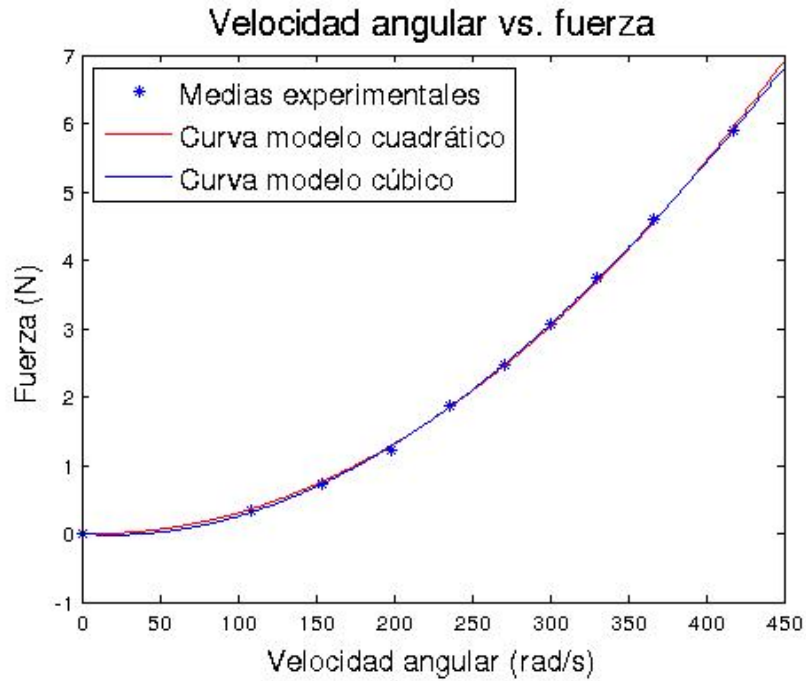


Figura 1.5: Curva experimental de Fuerza-Velocidad angular

#### 1.4.3. Obtención de la curva $i^2c$ contra velocidad angular

En la tabla 1.3 se presentan los resultados obtenidos de frecuencia para distintos valores del comando  $I^2C$ . En la figura 1.6 se muestran además de los datos obtenidos las curvas predichas por los modelos de ajuste por los que se optó.

Comando $i^2c$	Velocidad angular (rpm)	Velocidad angular (rad/s)
0	0	0
50	17.29	108.6206
70	24.51	154.0166
90	31.65	198.8628
110	37.50	235.6194
130	43.06	270.5697
150	47.91	301.0431
170	52.58	330.3385
200	58.26	366.0741
250	66.45	417.5177

Cuadro 1.3: Comando  $i^2c$  enviado y velocidad angular obtenida

A simple vista en la figura ya puede observarse que el modelo cúbico aproxima mejor que el modelo cuadrático. Los resultados obtenidos para los modelos de ajuste propuesto vienen a confirmar dicha constatación.

Para el modelo cuadrático se obtiene:

- Parámetros:  $a = 6,1226 \times 10^{-4}s^2$ ,  $b = 0,3270 \times 10^{-4}s$
- Error promedio:  $e = 5,08 \times 10^{-1}$
- Desviación estándar :  $\sigma = 4,42$

Para el modelo cúbico se obtiene:

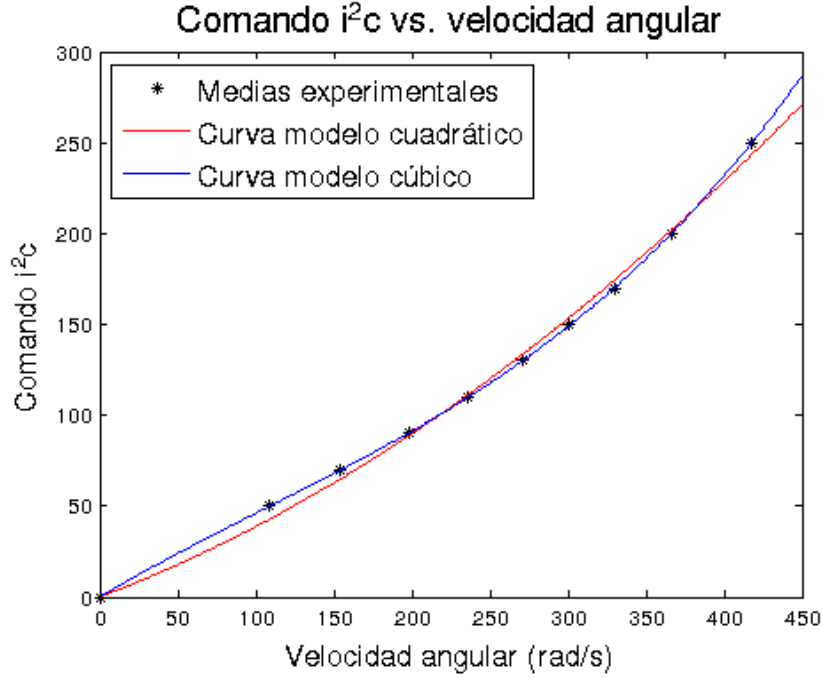


Figura 1.6: Curva  $i^2c$  en función de la velocidad angular

- Parámetros:  $aI = 2,2118 \times 10^{-6} s^3$ ,  $bI = -71258 \times 10^{-4} s^2$ ,  $cI = 0,5106s$
- Error promedio:  $2,04 \times 10^{-3}$
- Desviación estándar:  $\sigma = 4,01 \times 10^{-1}$

El error promedio obtenido con el modelo cúbico y la desviación estándar son menores que en el modelo cuadrático. Además se observa claramente que la curva del modelo cúbico ajusta mejor los puntos. Esta es evidencia suficiente para elegir dicho modelo. Tendremos entonces que:

$$x = 2,2118 \times 10^{-6} \omega^3 - 71258 \times 10^{-4} \omega^2 + 0,5106 \omega$$

#### 1.4.4. Obtención de la curva $i^2c$ contra fuerza

Se presentan los datos obtenidos para la determinación de la curva de interés en la tabla 1.4.

Comando $i^2c$	peso (g)	Comando $i^2c$	peso (g)
0	0	130	-1010
50	-140	150	-1250
70	-300	170	-1520
90	-500	200	-1870
110	-765	250	-2400

Cuadro 1.4: Comando  $i^2c$  enviado y fuerza obtenida

Se desea ajustar la fuerza que realizan los motores con modelos cuadrático y cúbico, en función del comando  $i^2c$ . Los resultados experimentales y las curvas obtenidas con cada modelo se presentan en la figura 1.7.

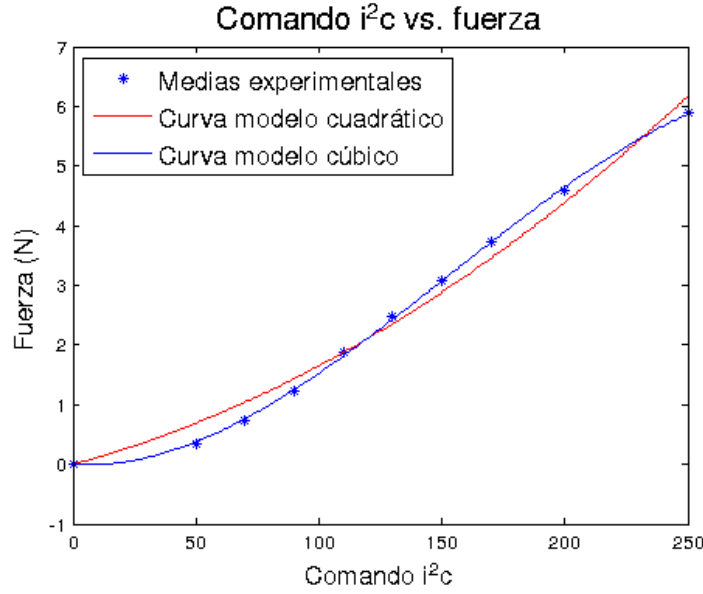


Figura 1.7: Curva  $i^2c$  contra fuerza

Los parámetros obtenidos para el modelo cuadrático son:

- Parámetros  $a = 5,4588 \times 10^{-5} N, b = 0,0110 N$
- Error promedio:  $e = -3,712158 \times 10^{-2} N$
- Desviación estándar:  $2,087 \times 10^{-1} N$

Los parámetros obtenidos para el modelo cúbico:

- Parámetros  $a' = -5,0166 \times 10^{-7} N, b' = 2,3031 \times 10^{-4} N, c' = -0,0028 N$
- Error promedio:  $e = -1,78 \times 10^{-3} N$
- Desviación estándar:  $3,71 \times 10^{-2} N$

#### 1.4.5. Obtención de la curva velocidad angular contra torque

De acuerdo al procedimiento detallado en 1.3.3 se obtuvieron las siguientes medidas de velocidad angular y peso.

Recordamos que para la caracterización de la respuesta velocidad angular - torque se propuso un modelo cuadrático. Los resultados obtenidos fueron:

- Parámetros:  $a = 3,4734 \times 10^{-6} Nms^2; b = -1,3205 \times 10^{-4} Nms$
- Error promedio:  $\mu = 1,7824 \times 10^{-6} Nm$
- Desviación estándar:  $\sigma = 9,2686 \times 10^{-4}$

En la figura 1.8 pueden observarse las medidas experimentales obtenidas y la curva que corresponde al modelo elegido para realizar el ajuste. La observación gráfica de dicha curva confirma que el modelo elegido es un buen ajuste para los datos experimentales obtenidos.

Comando $i^2c$	Frecuencia (Hz)	peso (g)
0	0	0
50	35.4	10
55	39.6	13
60	43.3	16
65	47.1	19
70	50.7	24
75	54.8	28
80	58.3	32
85	62.1	37
90	65.7	42

Cuadro 1.5: Comando  $i^2c$  enviado, frecuencia y peso

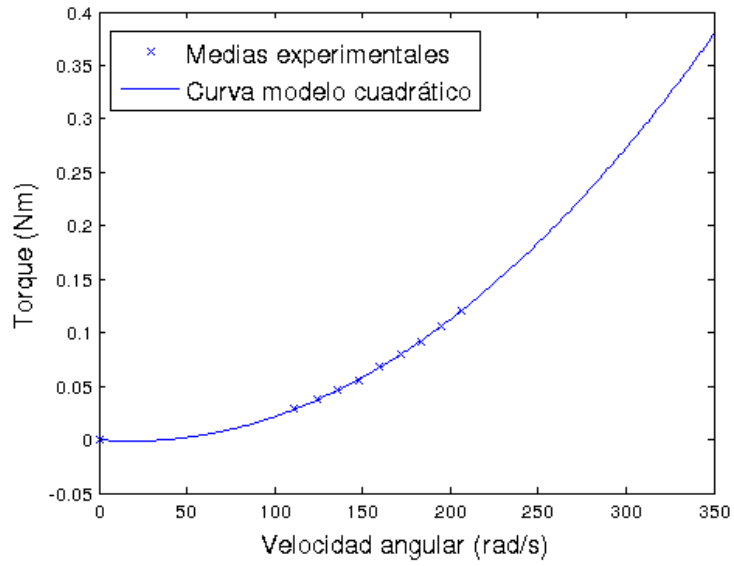


Figura 1.8: Curva torque contra velocidad angular

#### 1.4.6. Respuesta al escalón

En la figura 1.9 se muestran las velocidades angulares obtenidas. El tiempo de rise obtenido es de 0,19s y la respuesta al escalón no presenta prácticamente sobretiro.

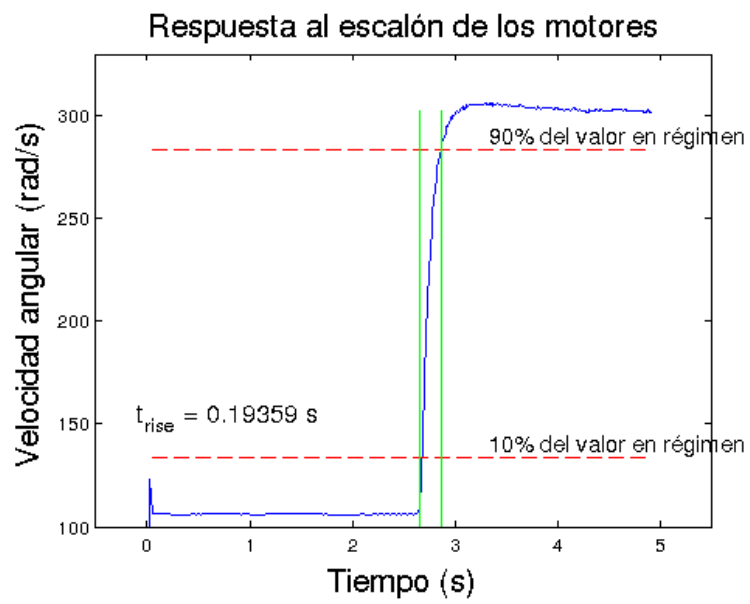


Figura 1.9: Curva  $i^2c$  contra fuerza