

---

# CAPÍTULO 1

---

## CARACTERIZACIÓN DE LOS MOTORES Y LAS HÉLICES

### 1.1. Objetivo

El objetivo es el de caracterizar los motores del cuadricóptero Turbo Ace X720. Se busca:

- Analizar el comportamiento de los cuatro motores individualmente
- Determinar la relación entre velocidad angular y fuerza
- Determinar la relación entre comando  $I^2C$  y la velocidad angular.
- Determinar la relación entre velocidad angular y torque.
- Determinar la respuesta al escalón

Los algoritmos de control se encargan de definir la velocidad angular de los motores en cada instante, por dicho motivo es fundamental conocer la relación que existe entre esta última y la fuerza y el torque que se produce. La principal ventaja de esta elección es que el lazo de control implementado es independiente de la tecnología utilizada en el control de los motores ( $I^2C$ , PWM, etc) y por ende permite la reutilización del mismo. Dado que actualmente el control de los motores se establece mediante un comando  $I^2C$  es fundamental comprender la relación que existe entre este comando y la velocidad angular.

### 1.2. Materiales

- Cuadricóptero Turbo Ace X720
- LED IR TSAL6200
- Detector IR TSOP38256

- Resistencia de  $20\Omega$
- Generador de onda Tektronix CFG250
- Fuente de alimentación de  $5V_{DC}$
- Osciloscopio digital GwINSTEK GDS2062
- Balanza Presiser LK-15P precisión media III
- Beagleboard XM rev C
- Analizador lógico ChronoVu
- Buffer Octal 74HC245

### 1.3. Procedimiento

#### 1.3.1. Consideraciones previas

El detector IR TSOP38256 es sensible a radiaciones infrarrojas moduladas a una frecuencia de 56 KHz. Si se lo expone a una onda cuadrada de dicha frecuencia la salida del mismo es un “0” lógico. Si no recibe dicha radiación la salida es un “1” lógico.

El dispositivo de medida de velocidad angular se trata de un cuerpo en forma de “U”, de un lado se tiene el LED infrarrojo y del otro el detector, tal como se puede ver en la figura 1.1. La idea del dispositivo de medida es sencilla. Se trata de hacer “pasar” la radiación infrarroja emitida por el LED a través de la hélice en funcionamiento de uno de los motores. Esta radiación es recogida del otro lado por el receptor IR. De este modo tendremos a la salida del detector, pulsos de frecuencia correspondientes a la velocidad con la que la hélice obstruye el camino entre el sensor y el LED. **La velocidad angular será entonces la mitad de dicha frecuencia.**

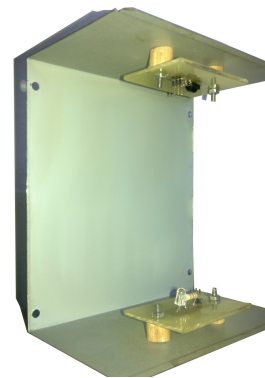


Figura 1.1: Dispositivo en forma de U

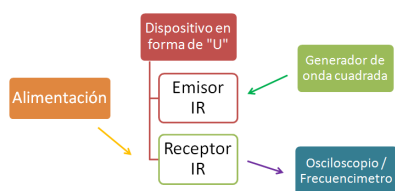


Figura 1.2: Diagrama de interconexión

Como explicamos anteriormente el LED debe ser conmutado con una frecuencia de 56kHz por lo tanto se lo alimentará con un generador de señales funcionando como generador de onda cuadrada a dicha frecuencia. Para lograr un correcto funcionamiento del LED se requiere una corriente superior a los  $100mA$ . La amplitud de la onda cuadrada se regulará a 5V y se trabajará con una resistencia de  $20\Omega$  en serie. La salida del receptor

IR se conecta directamente al osciloscopio digital, el cual es capaz de medir frecuencias. El diagrama de interconexión puede apreciarse en la figura 1.2.

### 1.3.2. Relación entre comando $I^2C$ , velocidad angular y empuje

#### Objetivos particulares

Este experimento servirá para relevar:

- Diferencias en el comportamiento de los motores
- Relación entre velocidad angular y fuerza
- Relación entre comando  $I^2C$  y la velocidad angular.

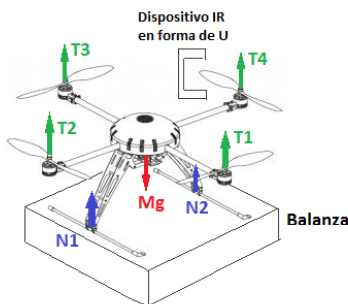
#### Modelos de ajuste

Si no se envía ningún comando  $I^2C$  los motores no giran. Es evidente que si los motores no giran las hélices no realizan ningún empuje. Por lo tanto los modelos deben “pasar” por el origen.

- Para la relación entre velocidad angular y fuerza, en base a [?], se proponen los siguientes modelos de ajuste:
  - Modelo cuadrático  $T = a\omega^2 + b\omega$
  - Modelo cúbico  $T = a\omega^3 + b\omega^2 + c\omega$
- Para la relación entre velocidad angular y comando  $I^2C$  se proponen los siguientes modelos de ajuste:
  - Modelo cuadrático  $x = a\omega^2 + b\omega$
  - Modelo cúbico  $x = a\omega^3 + b\omega^2 + c\omega$

#### Desarrollo del experimento

El procedimiento consiste en enviar distintos comandos  $I^2C$  al cuadricóptero y registrar las diferentes lecturas de masa en la balanza para determinar el empuje de los motores y en registrar las diferentes medidas de frecuencia en el osciloscopio para determinar la velocidad angular de los cuatro motores. El setup experimental puede observarse en la figura 1.3. Se solidariza el cuadricóptero a una base de madera. Sobre esta última se añade peso suficiente para asegurar que el cuadricóptero no se eleve, se agregaron 3Kg de sobrepeso.



Al estar el sistema en equilibrio mecánico se cumple que:

$$\sum F_{ext} = 0 \quad (1.1)$$

En este caso las fuerzas presentes son el peso del sistema ( $M_{total}g$ ) la normal de la balanza sobre el sistema ( $N = N_1 + N_2$ ) y el empuje

Figura 1.3: Primer set-up experimental

de los motores ( $T_{total} = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$ ). Por lo tanto:

$$T_{total} - M_{total}g + N = 0 \quad (1.2)$$

Por lo tanto el empuje de los motores puede calcularse como:

$$T_{total} = M_{total}g - N \quad (1.3)$$

La lectura de la balanza no es otra cosa que  $\frac{N}{g}$ . Una vez ubicado el cuadricóptero con el sobrepeso sobre la balanza se tara la balanza. Por lo tanto la lectura que indica la balanza ( $M_{medida}$ ) luego de realizada esta acción es:

$$M_{medida} = \frac{N - M_{total}g}{g} \quad (1.4)$$

Por lo tanto el empuje de los cuatro motores puede calcularse como:

$$T_{total} = -M_{medida}g \quad (1.5)$$

Asumiendo que los cuatro motores se comportan en forma similar se tiene que:

$$T = -\frac{M_{medida}g}{4} \quad (1.6)$$

La medida de frecuencia se realiza con el dispositivo IR descrito en la sección anterior. La frecuencia medida ( $f_{medida}$ ) corresponde al inverso del tiempo que transcurre entre el pasaje de una hoja de la hélice y la otra. El período de la rotación de la hélice es el doble y por ende la frecuencia de la rotación es la mitad de la frecuencia medida. Por lo tanto se tiene que:

$$\omega = 2\pi f = \pi f_{medida} \quad (1.7)$$

Se mide la velocidad angular de los cuatro motores y se trabaja con el promedio. En la sección 1.4.1 se verá porqué es adecuado considerar el promedio.

### 1.3.3. Relación entre velocidad angular y torque

#### Objetivos específicos

El objetivo de este experimento es obtener la relación entre velocidad angular y torque.

#### Modelos de ajuste

Nuevamente el modelo se fuerza para obtener un torque nulo a velocidad angular nula. De acuerdo al análisis realizado en ?? se propone un modelo cuadrático:

$$Q = a\omega^2 + b\omega$$

### Desarrollo del experimento

Se ubica el cuadricóptero sobre la balanza. Se retiran tres de las cuatro hélices del cuadricóptero. La cuarta hélice se rota de forma que su eje principal se encuentre paralelo al plano de la balanza. Se ubica el detector IR de forma de poder medir la velocidad angular de la hélice. El setup de medida puede verse en la figura 1.4. De acuerdo a lo estudiado la hélice presenta un torque ( $Q$ ) negativo respecto de su eje central si el motor rota en sentido anti-horario. Nos proponemos calcular el torque total respecto de dicho eje. Las fuerzas presentes en el sistema son: el peso, la fuerza de empuje, la resultante de las normales ( $N = N1 + N2$ ) y las fuerzas de fricción en el plano del plato de la balanza. Estas últimas y el empuje no realizan ningún torque en la dirección de interés. Recordamos que el torque de una fuerza respecto de un eje se calcula como:

$$\tau = \vec{r} \times \vec{F} \quad (1.8)$$

Donde  $\vec{F}$  es la fuerza considerada y  $\vec{r}$  es vector distancia entre el eje y el punto de aplicación de la fuerza.

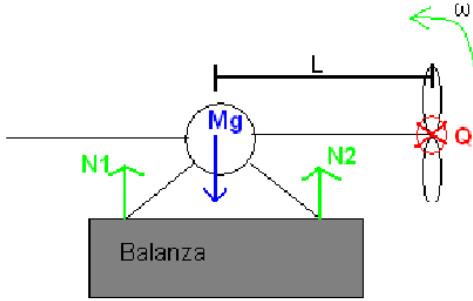


Figura 1.4: Segundo set-up experimental

El peso se aplica en el centro de masa y se asume por simetría que la resultante de las normales se aplica sobre la recta que pasa por el centro de masa del cuadricóptero y es perpendicular a la balanza.

De esta forma se tiene que el torque total vale:

$$\tau = -Q + LM_{total}g - LN = -Q + L(M_{total}g - N) \quad (1.9)$$

Como se explico anteriormente luego de tarar la balanza la masa medida por la misma corresponde a  $M_{medida} = \frac{N - M_{total}g}{g}$ . De esta forma se puede escribir el torque total como:

$$\tau = -Q - LM_{medida}g \quad (1.10)$$

Al igual que en el experimento anterior el sistema se encuentra en equilibrio mecánico y por lo tanto:

$$\tau = 0 \quad (1.11)$$

De esta forma queda claro que el torque que nos interesa caracterizar puede calcularse como:

$$Q = -LM_{medida}g \quad (1.12)$$

#### 1.3.4. Respuesta al Escalón

Se caracterizará al motor en lo que respecta a su respuesta al escalón. Se verá cuanto demora un motor en pasar de la velocidad angular en régimen correspondiente al valor de comando  $I^2C$  50 a la velocidad angular en régimen correspondiente al valor de comando  $I^2C$  150. El osciloscopio no resulta adecuado para observar las diferencias de velocidad angular obtenidas. Se procede a conectar la salida del sensor

IR a un *buffer* octal y la salida de este último al analizador lógico<sup>1</sup>. El analizador lógico registra la salida del sensor IR durante 5 segundos a una tasa de muestreo de 2kHz. Se obtendrán las diferencias de tiempos entre flancos de subida sucesivos( $t_f$ ). Cada flanco de subida corresponde a una hoja de la hélice siendo detectada por el sensor IR. La velocidad angular de la hélice puede calcularse como:

$$\omega = 2\pi \frac{1}{2t_f} = \frac{\pi}{t_f} \quad (1.13)$$

## 1.4. Resultados y análisis

### 1.4.1. Comparación entre motores

En la tabla 1.1 se presentan los resultados obtenidos experimentalmente de acuerdo al procedimiento descrito.

I <sup>2</sup> C	Peso medido (g)	Frecuencia (Hz)			
		Motor D0	Motor D2	Motor D4	Motor D6
0	0	0	0	0	0
50	-165	34.2	34.3	35.5	34.3
70	-360	49.2	49.5	49	48.4
90	-590	63.7	62.7	63.3	63.5
110	-865	76.7	74.4	75.5	73.4
130	-1120	87.3	86.3	86.2	84.7
150	-1395	97.5	95.4	96.2	94.2
170	-2030	104.7	104.2	106.2	105.5
200	-2535	115.5	113.4	119.9	117.3

Cuadro 1.1: Comando  $I^2C$  enviado, peso medido y frecuencia medida para los cuatro motores

En la figura 1.5a se presentan las velocidades angulares de los cuatro motores contra el comando  $I^2C$ , mientras que en la figura 1.5b se muestra la diferencia entre la velocidad angular de cada motor y el promedio de las mismas para cada comando  $I^2C$  enviado. En la figura 1.5a se observa que el comportamiento de los motores es en todos los casos similar. Para velocidades angulares bajas los motores se comportan en forma idéntica y lineal, y comienzan a distanciarse al aumentar la velocidad.

En la figura 1.5b puede observarse que la máxima diferencia entre las velocidades angulares de dos motores es de aproximadamente  $6,5rad/s$ . Dicha diferencia se obtiene para un valor de comando  $I^2C$  igual a 200. Si observamos la velocidad angular a dicho valor de comando  $I^2C$  en la tabla 1.1 se observa que el menor valor corresponde a  $113,4rad/s$ . El error relativo que se obtiene es inferior al 6 %

Se puede afirmar que:

<sup>1</sup> Esto fue necesario ya que la tensión de la salida del IR disminuía drásticamente al conectarlo directamente al analizador lógico a valores que este último no es capaz de identificar como “1” lógicos.

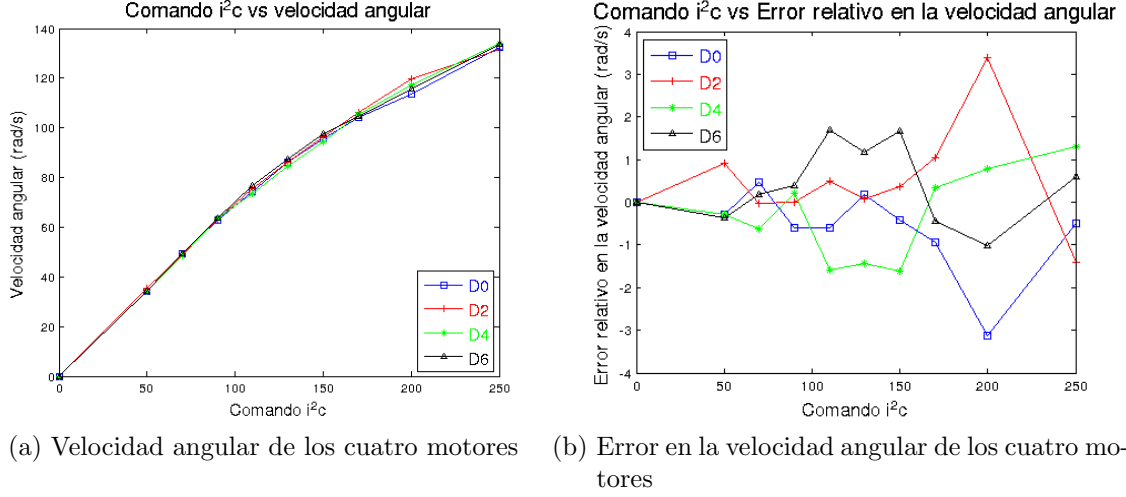


Figura 1.5: Curva  $I^2C$  vs. velocidad angular para los 4 motores

- Es válido promediar las velocidades angulares de los 4 motores y trabajar con esos promedios como un motor típico. Además de este modo se reducen los posibles errores que se pueden haber causado a la hora de realizar las medidas.
- Por lo tanto la fuerza medida (de los 4 motores juntos) corresponde con el cuádruple de la fuerza ejercida por cada uno de ellos

### 1.4.2. Obtención de la curva fuerza contra velocidad angular

Se trabaja con la medida de peso presentada en la tabla 1.1 y con el promedio de las medidas de la frecuencia de dicha tabla.<sup>2</sup> En la figura 1.6a se observan los puntos obtenidos experimentalmente y las curvas obtenidas con los modelos de ajuste propuestos. En dicha figura se observa que ambos modelos aproximan adecuadamente los puntos obtenidos experimentalmente.

Para el modelo cuadrático se obtiene:

- Parámetros:  
 $a = 4,6016 \times 10^{-5} N s^2$ ,  
 $b = -1,0380 \times 10^{-3} N s$
- Error promedio:  
 $e = -3,9951 \times 10^{-4} N$ ,  
 $e = -0,4072 \times 10^{-1} g$
- Desviación estándar :  
 $\sigma = 2,3871 \times 10^{-2} N$ ,  
 $\sigma = 2,4333 g$

Para el modelo cúbico se obtiene:

<sup>2</sup>De acuerdo a las justificaciones realizadas en la sección 1.4.1

## 1 Caracterización de los motores y las hélices

- Parámetros:
 
$$aI = 3,0619 \times 10^{-9} Ns^3,$$

$$bI = 4,1319 \times 10^{-5} Ns^2,$$

$$cI = 3,9160 \times 10^{-4} Ns$$
- Error:
 
$$e = -1,4331 \times 10^{-4} N,$$

$$e = -0,1461g$$
- Desviación estándar:
 
$$\sigma = 2,3377 \times 10^{-2} N,$$

$$\sigma = 2,3830g$$

El cálculo del error promedio y la desviación estándar no presenta diferencias significativas para uno y otro modelo, por lo tanto se opta por trabajar con el modelo más sencillo, es decir el cuadrático. Asimismo el error obtenido es despreciable respecto de la resolución de la balanza y la desviación estándar es del orden de la precisión de la misma, por lo que se concluye que la caracterización es satisfactoria. Se tiene entonces que:

$$T = 4,6016 \times 10^{-5} \omega^2 - 1,0380 \times 10^{-3} \omega \quad (1.14)$$

Con  $\omega$  en  $rad/s$  y  $T$  en  $N$ .

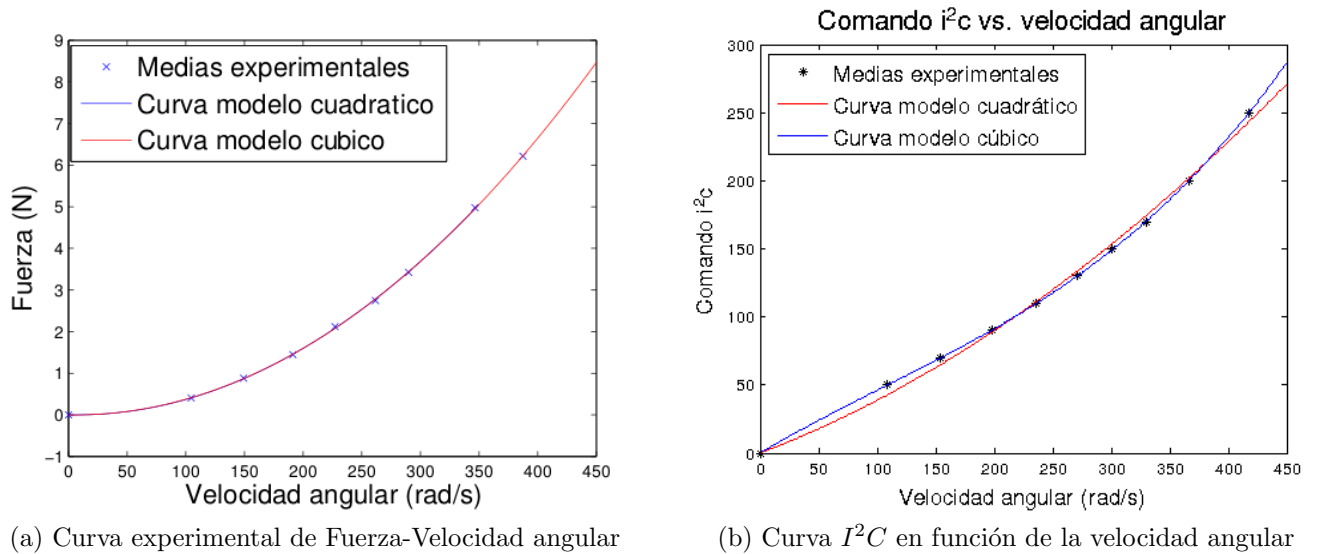


Figura 1.6

### 1.4.3. Obtención de la curva $I^2C$ contra velocidad angular

A partir de los resultados presentados en la tabla 1.1 y la ecuación 1.7 se intenta obtener la relación entre comando  $I^2C$  y velocidad angular. En la figura 1.6b se muestran los datos obtenidos experimentalmente y las curvas predichas por los modelos de ajuste considerados. A simple vista en la figura puede observarse que el modelo cúbico aproxima mejor que el modelo cuadrático. Los resultados obtenidos para los modelos de ajuste propuesto vienen a confirmar dicha observación.

Para el modelo cuadrático se obtiene:



- Parámetros:  
 $a = 6,1226 \times 10^{-4} s^2$ ,  
 $b = 0,3270 \times 10^{-4} s$
- Error promedio:  $e = 5,08 \times 10^{-1}$
- Desviación estándar:  $\sigma = 4,42$

Para el modelo cúbico se obtiene:

- Parámetros:  
 $a' = 2,2118 \times 10^{-6} s^3$ ,  
 $b' = -7,1258 \times 10^{-4} s^2$ ,  
 $c' = 0,5106 s$
- Error promedio:  $2,04 \times 10^{-3}$
- Desviación estándar:  $\sigma = 4,01 \times 10^{-1}$

El error promedio obtenido con el modelo cúbico y la desviación estándar son menores que en el modelo cuadrático. Además se observa claramente que la curva del modelo cúbico ajusta mejor los puntos. Esta es evidencia suficiente para elegir dicho modelo. Tendremos entonces que:

$$x = 2,2118 \times 10^{-6} \omega^3 - 7,1258 \times 10^{-4} \omega^2 + 0,5106 \omega \quad (1.15)$$

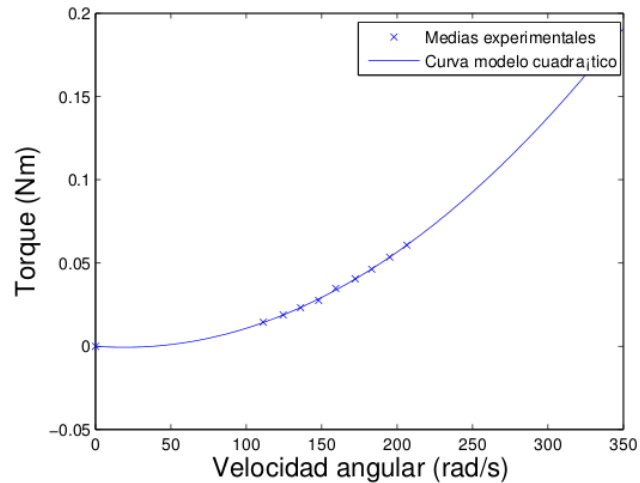
Con  $\omega$  en  $rad/s$ .

#### 1.4.4. Obtención de la curva velocidad angular contra torque

En la tabla 1.7b se presentan las medidas obtenidas de velocidad angular y masa medida por la balanza de acuerdo al procedimiento detallado en 1.3.3.

Recordamos que para la caracterización de la respuesta velocidad angular - torque se propuso un modelo cuadrático. Los resultados obtenidos fueron:

- Parámetros:  
 $a = 3,4734 \times 10^{-6} Nm s^2$ ,  
 $b = -1,3205 \times 10^{-4} Nm s$
- Error promedio:  
 $\mu = 1,7824 \times 10^{-6} Nm$
- Desviación estándar:  
 $\sigma = 9,2686 \times 10^{-4} Nm$



(a) Curva torque contra velocidad angular

$I^2 C$	Frec. (Hz)	peso (g)
0	0	0
50	35.4	-10
55	39.6	-13
60	43.3	-16
65	47.1	-19
70	50.7	-24
75	54.8	-28
80	58.3	-32

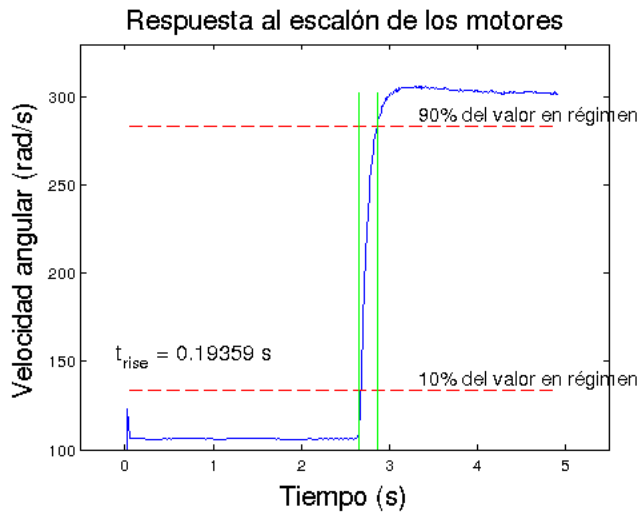
Si se asume que el error al realizar la medida en el largo del brazo del cuadricóptero es despreciable, se pueden convertir los errores obtenidos en  $Nm$  a gramos.

- $\mu = 0,6265 \times 10^{-3}g$
- $\sigma = 3,2580 \times 10^{-1}g$

Tanto el error como la desviación estándar son inferiores en al menos un orden que la resolución de la balanza. En la figura 1.7a pueden observarse las medidas experimentales obtenidas y la curva que corresponde al modelo elegido para realizar el ajuste, el resultado es satisfactorio.

### 1.4.5. Respuesta al escalón

En la figura 1.4.5 se muestran las velocidades angulares obtenidas. El tiempo de rise obtenido es de 0,19s y la respuesta al escalón no presenta prácticamente sobretiro.



Dado que siempre se trabajará en torno a un valor dado de velocidad angular (ver capítulo ??) no se producirán variaciones tan abruptas en la velocidad angular de los motores, por lo tanto podemos considerar que los tiempos de respuesta serán mejores que el obtenido en esta prueba, siendo suficientemente rápidos como para poder despreciar el transitorio de los motores.

Figura 1.8: Curva  $I^2C$  contra fuerza