

---

# CAPÍTULO 1

---

## PRUEBAS DEL CONTROLADOR

El controlador diseñado se comporta adecuadamente en lo que respecta a las simulaciones, sin embargo debido a que la caracterización del sistema puede contener errores se procede a realizar algunas pruebas sobre los subsistemas que componen al sistema global como paso intermedio antes de realizar una prueba de vuelo real. Estas pruebas son de utilidad para verificar el correcto funcionamiento del controlador diseñado y/o para realizar los ajustes que sean necesarios en el mismo.

### 1.1. Control de subsistemas Roll y Pitch

Para lograr que el cuadricóptero se mantenga horizontal, es fundamental que el control sobre los ángulos de Pitch y de Roll se comporten de acuerdo a lo esperado. A modo de ejemplo, es imposible lograr el equilibrio mecánico si dichos ángulos difieren de cero. Por dicha razón, previo a realizar pruebas sobre el sistema completo es necesario asegurarnos que los subsistemas de Roll y Pitch funcionan correctamente. De acuerdo al modelo físico del sistema desarrollado en ?? ni el Roll ni el Pitch son subsistemas independientes entre sí, además ambos dependen de la velocidad angular según  $\vec{k}_q$ . Sin embargo, dichos ángulos toman valores cercanos a cero en las trayectorias de interés, caso en el cual se puede realizar la aproximación de que ambos sistemas son independientes.

A continuación se explicará solamente el funcionamiento para el ángulo de Roll, ya que para Pitch el procedimiento es completamente análogo.

A partir de esta consideración se procede a fijar al cuadricóptero sobre dos guías como se muestra en la figura 1.1, de forma de eliminar todos los grados de libertad del sistema excepto el ángulo de Roll ( $\psi$ ) y la velocidad angular correspondiente al eje de rotación de este ángulo. Se realizan dos pruebas: la primera consiste en que el sistema alcance la posición de



Figura 1.1: Dispositivo de prueba de Roll

equilibrio ( $\psi = 0$ ), la segunda consiste en alejar al sistema del equilibrio y lograr que vuelva al punto de equilibrio.

El controlador posee dos términos proporcionales: uno para el ángulo  $\psi$  y el otro para la velocidad angular  $\omega_{qx}$ . Además se considera un término integral asociado a la integral de  $\psi$ . El modelo de este subsistema es el siguiente:

$$\begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\omega}_{qx} \\ \dot{\psi}_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{MgL'}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi \\ \omega_{qx} \\ \psi_I \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_2 \\ \omega_4 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

donde  $b$  y  $\frac{MgL'}{I_{xx}}$  son los obtenidos en la sección ?? . Trabajando con las matrices  $Q$  y  $R$ :

$$Q = \begin{pmatrix} 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

la matriz de realimentación obtenida es la mostrada en la ecuación 1.3

$$K = \begin{pmatrix} 44,43 & 10,78 & 21,36 \\ -44,430 & -10,78 & -21,36 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

En la figura 1.2 se observa la respuesta del ángulo de Roll en lazo cerrado, con el setpoint fijo en  $\psi = 0$ . Se observa que el módulo del ángulo es siempre inferior a los  $2^\circ$  a excepción del arranque y algún pico aislado. Se puede decir que presenta un error típico de  $\pm 1^\circ$ . En este sentido se puede afirmar que el control implementado es exitoso, ya que logra el objetivo planteado. Puede observarse además que una vez que el controlador comienza a actuar se produce un cambio en el ángulo alcanzando un valor cercano a los  $5^\circ$ . Este error es producido por la diferencia del empuje de los motores frente a una misma orden. El control integral es el encargado de corregir esta diferencia en aproximadamente 2,5 segundos, tiempo que dependiendo de la aplicación puede ser o no aceptable. Un ángulo de algunos grados durante 2 segundos provocará un desplazamiento que puede llegar a ser inaceptable dependiendo de la aplicación. Como se sabe que es causado por una no idealidad sobre el empuje de los motores ante igual comando, es posible evitar este desplazamiento inicial muy fácilmente con tan solo inicializar al integrador en algún valor apropiado (distinto de cero). De esta forma se logra un despegue más prolijo ya que el ángulo  $\psi$  permanecerá todo el tiempo más cerca de cero.

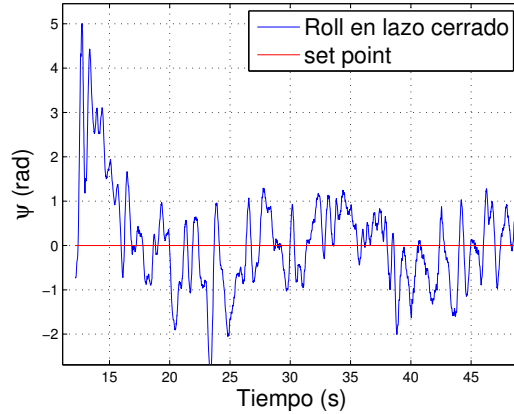


Figura 1.2: Ángulo de Roll en lazo cerrado

Ante este tipo de imperfecciones el control proporcional es el encargado de volver a estabilizar al cuadricóptero, pero lo hará en algún otro punto de equilibrio que no

necesariamente es el deseado. Por otro lado es el control integral el encargado de que el cuadricóptero alcance el equilibrio deseado, que será probablemente distinto al equilibrio hallado por el proporcional.

En la figura 1.3 se puede observar la diferencia entre utilizar un controlador puramente proporcional y un controlador proporcional con una corrección integral. El primero no logra corregir el error sistemático debido a la diferencia en el empuje de los motores alcanzando así un punto de equilibrio distinto del *set point*. El controlador con el término integral sí logra corregir este error y el ángulo  $\psi$  toma valores en el entorno del *set point*.

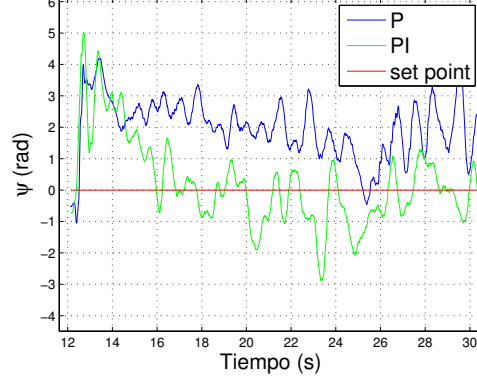


Figura 1.3: Ángulo de Roll en lazo cerrado

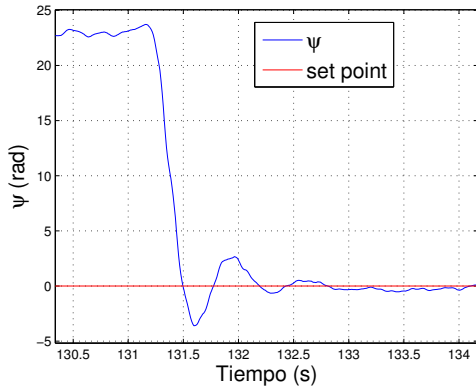


Figura 1.4: Respuesta al escalón de Roll en lazo cerrado

sumamente satisfactorio.

Con este análisis se concluye que la matriz de realimentación obtenida es adecuada para controlar el subsistema del ángulo de Roll.

## 1.2. Control del subsistema del Yaw

De manera análoga al caso anterior, es importante verificar el buen funcionamiento del control sobre el giro en “z”, para lo cual se utiliza un dispositivo de prueba que restringe los grados de libertad del cuadricóptero. En este caso se lo sujeta con una cuerda desde arriba de los cuatro brazos de modo de realizar la fuerza lo más pareja posible, como se muestra en la figura 1.5. El cuadricóptero queda sujeto colgando horizontal y conserva el libre giro según “z” ( $\theta$ ). Se setea una velocidad de

*hovering* inferior a la necesaria para levantar vuelo, de modo que el cuadricóptero no se eleve y la cuerda quede siempre tensa. Si bien esta diferencia de velocidad genera diferencias en el comportamiento del sistema, el comportamiento respecto de la situación de vuelo será similar. En definitiva resulta una buena forma de verificar globalmente el comportamiento del sistema realimentado.

El giro en  $\theta$  es generado por un desequilibrio entre los pares ejercidos por las hélices. Si el par neto de todas las hélices resulta por ejemplo positivo, el cuadricóptero realizará un movimiento hacia los negativos, equilibrando el par, como se explica en el capítulo ??.



Figura 1.5: Dispositivo de prueba de  $\theta$

Para la estimación de  $\theta$  se utiliza por un lado la integral de la velocidad angular en el eje “z” y por otro la proyección del vector del campo magnético medido sobre el plano horizontal, medidas que son combinadas en el filtro de Kalman. El dato obtenido del magnetómetro no distingue entre giros de  $360^\circ$ , limitando el valor al rango  $[-180^\circ : 180^\circ]$ . Es necesario entonces realizar un reajuste de la medida deducida del campo magnético para lograr la continuidad en el ángulo estimado.

Análogamente a la parte anterior se realizan 2 pruebas, la primera dejando que el sistema alcance su posición de equilibrio en  $\theta = \theta_{inicial}$ , y la segunda apartándolo del equilibrio y dejándolo regresar a su punto de *set point*.

El controlador, tal como sucede con los 2 ángulos anteriores ( $\psi$  y  $\phi$ ), consta de 2 términos proporcionales, uno para  $\theta$  y otro para  $w_{qz}$ , además de un término integral en  $\theta$ . El subsistema queda descrito por la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{w}_{qz} \\ \dot{\theta}_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ w_{qz} \\ \theta_I \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

En este caso la matriz de realimentación utilizada es la siguiente:

$$K = \begin{pmatrix} -48,93 & -7,51 & -14,73 \\ 48,93 & 7,51 & 14,73 \\ -48,93 & -7,51 & -14,73 \\ 48,93 & 7,51 & 14,73 \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Los resultados obtenidos se muestran en las siguientes figuras. Se analiza en primer lugar el comportamiento del cuadricóptero dejándolo en equilibrio, luego se analiza la respuesta al escalón del subsistema en  $\theta$  y por último se compara el comportamiento si se utiliza o no el término del integrador.

En la figura 1.6 se observa la dinámica del ángulo  $\theta$  obtenida en el dispositivo de prueba de la figura 1.5 utilizando un integrador en dicho ángulo. Nuevamente se puede observar un crecimiento al principio que es ocasionado por las diferencias de las respuestas de los motores. Rápidamente el integrador actúa integrando la diferencia con el *set point* y corrigiendo el error cometido. Luego, en régimen, el ángulo en cuestión presenta un error típico de  $\pm 2^\circ$ , lo cual resulta aceptable.

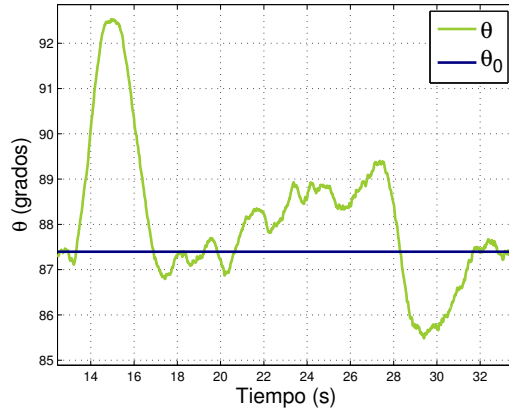


Figura 1.6: Ángulo de Theta en lazo cerrado

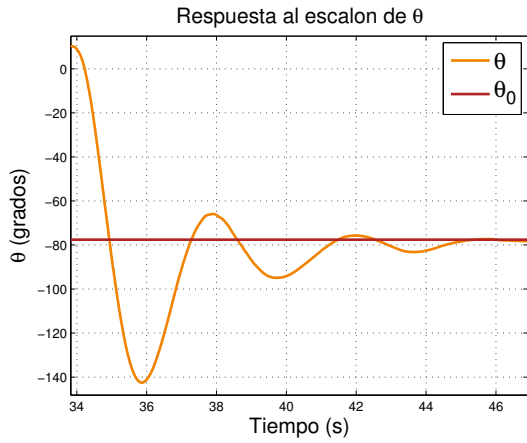


Figura 1.7: Respuesta al escalón de Theta en lazo cerrado

En la figura 1.7 se muestra la respuesta al escalón del ángulo en cuestión al apartarlo de su equilibrio aproximadamente  $90^\circ$ . Puede notarse claramente que el cuadricóptero vuelve a su equilibrio en forma satisfactoria en aproximadamente 6 segundos, tiempo que parece aceptable. Es importante destacar, de todas formas, que presenta un sobretiro considerable, alcanzando aproximadamente el 66 % del valor del escalón. Si bien es posible mejorar este aspecto, no resulta conveniente ya que en ese caso

demora un tiempo sensiblemente mayor en volver al equilibrio. A su vez, el sobretiro en  $\theta$  no parece ocasionar problemas de vuelo considerables para la mayoría de las aplicaciones.

Por último en la figura 1.8 se evidencia la necesidad del término integral. Mientras que las diferencias entre los motores que ocasionan un aumento en el ángulo son corregidas rápidamente si se controla con el término integral, no ocurre lo mismo al utilizar un control solamente proporcional. Se puede observar que en este último caso el cuadricóptero llega a un equilibrio en  $\theta$  distinto al *set point*. A su vez el movimiento al inicio de dicho ángulo es

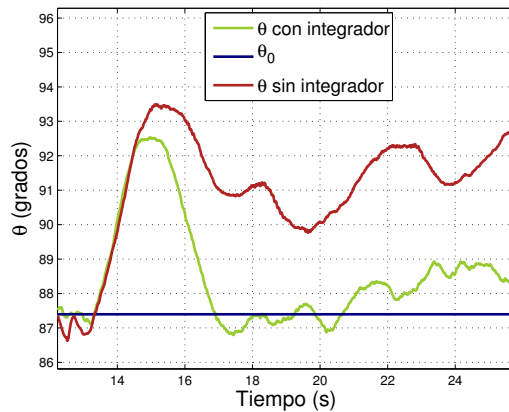


Figura 1.8: Ángulo de Theta en lazo cerrado

mayor al utilizar el control solamente proporcional.

Al igual que en el análisis de *Roll* y *Pitch*, se concluye que la matriz de realimentación utilizada es adecuada para controlar de buena forma al ángulo *Yaw*.

En la siguiente sección se presentarán los resultados del control completo del cuadricóptero en condiciones de vuelo, extendiendo la matriz a las variables de estado necesarias para lograr el control deseado.

### 1.3. Control del sistema completo

En las presentes pruebas el control realizado no incluye realimentación de la posición  $x$  e  $y$  ni de las velocidades  $v_{qx}$  y  $v_{qy}$ . Lo que se puede esperar con este controlador es que el sistema adquiera la orientación y la altura deseada, sin embargo es altamente probable que se produzca un desplazamiento horizontal. Al trabajar con el GPS se puede obtener una estimación más adecuada de la posición y de la velocidad horizontal y se la puede incluir en la realimentación, obteniendo así un mejor controlador.

En la figura 1.9 se observa la medida y la estimación de los tres ángulos de Euler a lo largo del tiempo de prueba en una situación de vuelo. Puede apreciarse claramente como el valor estimado de los ángulos de Roll y Pitch mantienen valores cercanos a cero. El ángulo de Pitch presenta en los primeros segundos de la prueba un comportamiento oscilatorio debido a la diferencia de empuje realizada por los motores de adelante y atrás. Cinco segundos después de que empieza a funcionar el controlador (comienza a funcionar en el segundo once) se compensa este desperfecto logrando el equilibrio en torno al cero.

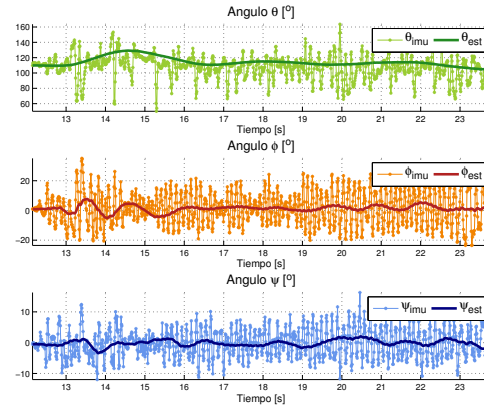


Figura 1.9: Ángulos de Euler

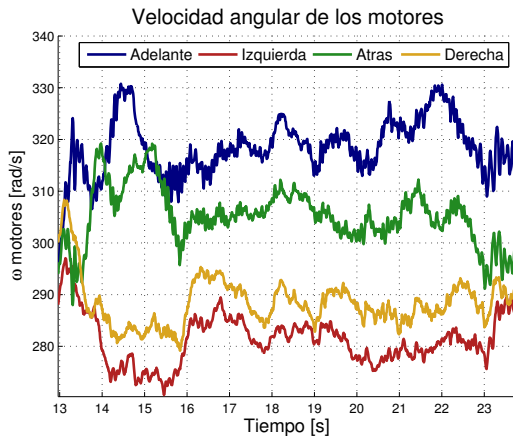


Figura 1.10:  $\omega$  de motores

En el caso del ángulo de Yaw se observa que el mismo aumenta cerca de  $20^\circ$  y luego se corrige, volviendo al valor de *set point*. Se observó que algunos motores no se encuentran perfectamente perpendiculares al plano horizontal del cuadricóptero y la contribución de cada uno de los motores es tal que a la velocidad angular de *set point* se produce un giro según  $k_q$ .

Este desperfecto se corrige con el integrador en el ángulo de Yaw. En la figura 1.10 se observa claramente el aumento de las velocidades angulares de los motores de adelante y atrás y la disminución en los motores laterales.

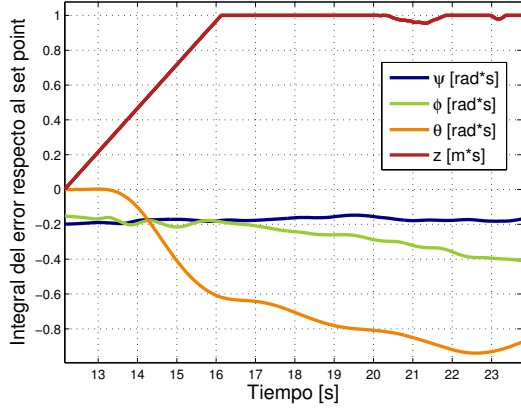


Figura 1.11: Integrales

tores de adelante y atrás. Recordamos el comportamiento oscilatorio del ángulo de Pitch en los segundos iniciales de la prueba de vuelo, donde presentaba un offset positivo. La explicación de este fenómeno es que el empuje del motor de atrás es mayor que el de adelante. En la figura 1.11, se observa como la integral del error en el ángulo de Pitch ( $\varphi$ ) disminuye, confirmando la observación anterior. A su vez en la figura 1.10 se observa que existe una diferencia en las velocidades angulares seteadas en los motores en cuestión. Se fija un valor mayor para el motor de adelante que para el de atrás a fin de compensar este efecto. Sucede algo similar aunque en menor medida para el ángulo de Roll ( $\psi$ ) y los motores laterales.

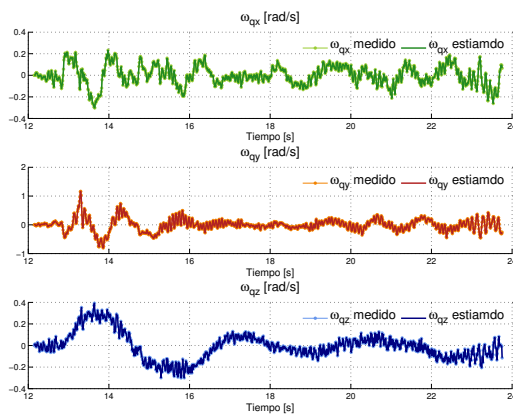


Figura 1.12: Velocidades angulares del cuadricóptero

En la figura 1.11 se observa como el valor de la integral del error cometido en el ángulo de Yaw aumenta en módulo hasta que en alrededor del segundo 19 de la prueba comienza a estabilizarse. Este valor de la integral del error es el responsable del comportamiento descrito anteriormente.

El integrador permite también explicar la compensación de la diferencia de empuje entre los mo-

En lo que respecta a las velocidades angulares del sistema puede observarse que en los tres casos las mismas se encuentran en valores cercanos al cero. En los primeros segundos se obtienen algunas variaciones fundamentalmente en  $\omega_{qy}$  y  $\omega_{qz}$ . Este resultado se condice con lo observado anteriormente. Incluso se observa que el andamio de las curvas de velocidades angulares se corresponde con la derivada de los ángulos de Euler, por lo que estos resultados se adecuan perfectamente a lo esperado.

A partir de los resultados analizados hasta el momento se puede asegurar que el control realizado sobre el subsistema de los ángulos de Euler y las velocidades



angulares del cuadricóptero en situación de *hovering* es satisfactorio. Volvemos a hacer énfasis en la importancia de este subsistema ya que es aquel que garantiza la estabilidad del cuadricóptero. Errores en la posición pueden no ser tan importantes ya que si no se logra una posición determinada pero se alcanza una cercana, el resultado global puede ser satisfactorio en una amplia gama de aplicaciones. Este no es el caso del subsistema de los ángulos (fundamentalmente el de los ángulos de Roll y de Pitch). Errores en estos ángulos producen la deriva del sistema o incluso que el sistema no pueda mantenerse en vuelo.

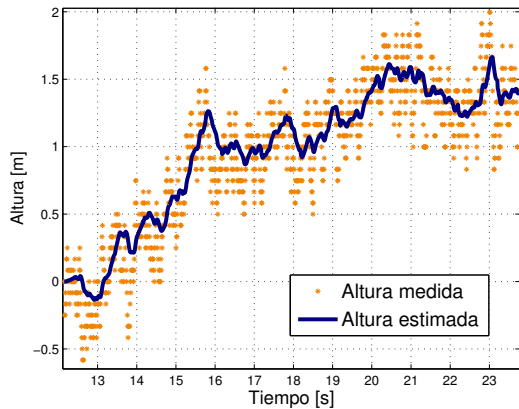


Figura 1.13: Altura

Por último se centrará la atención en analizar la altura. En la presente prueba se establece como valor objetivo de la altura 1,5m. En la figura 1.13 se observa que el valor objetivo es alcanzado en aproximadamente cinco segundos. Nuevamente, cabe destacar la importancia del integrador en la altura. En la figura 1.11 puede observarse la integral del error en la altura alcanza el valor máximo permitido. En esta situación se está seteando una velocidad an-

gular mayor a la que se hubiera seteado sin agregar el integrador. Esto implica que sin el integrador no se hubiera podido alcanzar la altura objetivo, logrando un equilibrio a una altura inferior. Como se explicó en el capítulo ??, sin el integrador, variaciones en la masa o errores en la caracterización del empuje de los motores implican puntos de equilibrio distintos.

En esta sección se pudo verificar el correcto funcionamiento del control diseñado. En esta prueba, como fue aclarado previamente, no se realimenta la información de posiciones y velocidades horizontales. Los resultados obtenidos son satisfactorios permitiendo al sistema mantener el equilibrio en períodos donde la señal de GPS no se encuentra disponible o se encuentran disponibles muy pocos satélites conduciendo a medidas con errores superiores a lo deseado. Este controlador permite ignorar datos del GPS si estos están muy contaminados por ruido.

El control con señal de GPS no pudo ser verificado, pero es de esperar su correcto funcionamiento debido a que las simulaciones arrojan buenos resultados.