

Correction de (TD-1 et TD-2) MÉTHODES D'AIDE À LA DÉCISION

TD-1

Exercice 1 : Temps d'attente en caisse

Variable : Quantitative continue (regroupée en classes).

1. Tableau de calculs

- c_i : Centre de la classe (moyenne des bornes).
- N : Effectif total (230).

Classes [a_i ; b_i [Centre c_i	Effectif n_i	$n_i \times c_i$	$n_i \times c_i^2$	ECC (Cumul)
[0; 5[2,5	27	67,5	168,75	27
[5; 10[7,5	85	637,5	4781,25	112
[10; 15[12,5	15	187,5	2343,75	127
[15; 20[17,5	75	1312,5	22968,75	202
[20; 25[22,5	10	225,0	5062,50	212
[25; 30[27,5	18	495,0	13612,50	230
TOTAL		230	2925	48937,5	

2. Calculs

- **Moyenne (\bar{x})** : $\frac{2925}{230} \approx 12,72$ min.

- **Variance (V)** :

$$\frac{48937,5}{230} - (12,72)^2 = 212,77 - 161,79 \approx 51,05$$

- **Écart-type (σ)** :

$$\sqrt{51,05} \approx 7,14 \text{ min}$$

- **Quartiles** :

- **Q1** (Rang 57,5 → Classe [5; 10[) :

$$5 + \frac{57,5 - 27}{85} \times 5 \approx 6,79 \text{ min}$$

- **Q3** (Rang 172,5 → classe [15; 20[) :

$$15 + \frac{172,5 - 127}{75} \times 5 \approx 18,03 \text{ min}$$

3. Interprétation

L'écart-type de 7,14 min indique une dispersion moyenne autour du temps d'attente moyen.

- **Q1** : 25% des clients attendent moins de 6 minutes et 47 secondes.
- **Q3** : 75% des clients attendent moins de 18 minutes.

Exercice 2 : Nombre d'enfants

Variable : Quantitative discrète.

1. Tableau de calculs

x_i (Nb enfants)	n_i (Effectif)	$n_i \times x_i$	$n_i \times x_i^2$	ECC
1	97	97	97	97
2	48	96	192	145
3	78	234	702	223
4	65	260	1040	288
5	112	560	2800	400
TOTAL	400	1247	4831	

2. Calculs

- **Moyenne :** $\frac{1247}{400} = 3,12$
- **Variance :** $\frac{4831}{400} - (3,12)^2 = 12,08 - 9,73 = 2,35$
- **Écart-type :** $\sqrt{2,35} \approx 1,53$
- **Écart Interquartile (IQR) :**
 - Q1 (100e valeur) = 2.
 - Q3 (300e valeur) = 5.
 - $IQR = 5 - 2 = 3$

3. Interprétation

La moyenne est de 3,12 enfants par client. La dispersion est de 1,53 enfant. L'écart interquartile de 3 signifie que la moitié centrale de la population a un nombre d'enfants compris entre 2 et 5.

Exercice 3 : Comparaison Salaires (A vs B)

1. Tableau de Calculs - Entreprise A

- **ECC** = Pour trouver la *Médiane* (divise l'effectif).
- **Masse Cumulée** = Pour trouver la *Médiale* (divise la masse salariale).

Classes de Salaires	Centre (c_i)	Effectif (n_i)	Masse Salariale ($n_i \times c_i$)	Carrés ($n_i \times c_i^2$)	ECC (Cumul n_i)	Masse Cumulée (Cumul $n_i c_i$)
[100; 150[125	30	3 750	468 750	30	3 750
[150; 250[200	60	12 000	2 400 000	90	15 750
[250; 350[300	100	30 000	9 000 000	190	45 750
[350; 450[400	20	8 000	3 200 000	210	53 750
[450; 550[500	10	5 000	2 500 000	220	58 750
TOTAUX		N = 220	$\sum = 58750$	$\sum = 17568750$		

2. Tableau de Calculs - Entreprise B

Classes de Salaires	c_i	n_i	$n_i \times c_i$	$n_i \times c_i^2$	ECC	Masse Cumulée (Cumul $n_i c_i$)
[100; 150[125	60	7 500	937 500	60	7 500
[150; 250[200	20	4 000	800 000	80	11 500
[250; 350[300	70	21 000	6 300 000	150	32 500
[350; 450[400	45	18 000	7 200 000	195	50 500
[450; 550[500	25	12 500	6 250 000	220	63 000
TOTAUX		N = 220	$\sum = 63000$	$\sum = 21487500$		

2. Résultats comparés

Indicateur	Formule	Entreprise A	Entreprise B
Moyenne	$\sum n_i c_i / N$	267,05	286,36
Écart-type	σ	92,42	125,17
Médiane	Partage l'effectif en 2	270	292,86
Médiale	Partage la masse salariale en 2	295,42	345,24

3. Interprétation

- **Niveau de salaire :** L'entreprise B paie mieux en moyenne (286 vs 267).
- **Inégalités :** L'entreprise B est beaucoup plus inégalitaire.
 - Son écart-type est plus élevé (125 vs 92).
 - L'écart entre la Médiane et la Médiale est très fort chez B (différence de 52 points) contre A (différence de 25 points), ce qui prouve une forte concentration des salaires élevés chez B.

TD-2 : MÉTHODES D'AIDE À LA DÉCISION (Régression)

Exercice 1 : Finance (Action vs Marché)

1. Tableau de calculs ($N = 6$)

X (Marché)	Y (Action)	X^2	Y^2	XY
0,8	1,2	0,64	1,44	0,96
-0,5	-0,4	0,25	0,16	0,20
1,1	1,5	1,21	2,25	1,65
0,3	0,5	0,09	0,25	0,15
-1,2	-1,0	1,44	1,00	1,20
0,9	1,4	0,81	1,96	1,26
$\Sigma = 1,4$	$\Sigma = 3,2$	$\Sigma = 4,44$	$\Sigma = 7,06$	$\Sigma = 5,42$

2. Résultats

- $\bar{X} = 0,233$
- $\bar{Y} = 0,533$
- $V(X) = 0,686$
- $Cov(X, Y) = 0,779$
- $a = 1,136$
- $b = 0,268$
- **Droite :** $Y = 1,136X + 0,268$
- **Corrélation :** $r = 0,996$

3. Interprétation

Le coefficient directeur (Beta) est supérieur à 1 (1,136), l'action est donc plus volatile que le marché. La corrélation (0,996) est presque parfaite : l'action suit fidèlement l'indice.

Exercice 2 : Banque (Dette vs Solvabilité)

1. Tableau de calculs ($N = 6$)

X (Dette)	Y (Score)	X^2	Y^2	XY
20	780	400	608 400	15 600
35	720	1 225	518 400	25 200
50	650	2 500	422 500	32 500
60	610	3 600	372 100	36 600
45	700	2 025	490 000	31 500
30	750	900	562 500	22 500
$\Sigma = 240$	$\Sigma = 4210$	$\Sigma = 10650$...	$\Sigma = 163900$

2. Résultats

- $\bar{X} = 40$
- $\bar{Y} = 701,67$
- $V(X) = 175$
- $Cov(X, Y) = -750$
- $a = -4,29$
- $b = 873,27$
- Droite : $Y = -4,29X + 873,27$
- Corrélation : $r = -0,985$

3. Interprétation

La relation est fortement négative. Chaque augmentation de 1% du taux d'endettement fait perdre environ 4,3 points de score de solvabilité au client.

Exercice 3 : Assurance (Âge vs Coût)

1. Tableau de calculs ($N = 6$)

X (Âge)	Y (Coût)	X^2	Y^2	XY
2	450	4	202 500	900
4	620	16	384 400	2 480
6	760	36	577 600	4 560
3	500	9	250 000	1 500
8	900	64	810 000	7 200
5	680	25	462 400	3 400
$\Sigma = 28$	$\Sigma = 3910$	$\Sigma = 154$...	$\Sigma = 20040$

2. Résultats

- $\bar{X} \approx 4,67$
- $\bar{Y} \approx 651,67$
- $V(X) \approx 3,89$
- $Cov(X, Y) \approx 298,89$
- $a = 76,86$
- $b = 292,73$
- **Droite :** $Y = 76,86X + 292,73$
- **Corrélation :** $r = 0,995$

3. Interprétation

Le coût d'entretien augmente de 76,86 € par année d'ancienneté. Un véhicule neuf a un coût de base théorique de 292,73 €.

Exercice 4 : Marketing (Dépenses vs CA)

1. Tableau de calculs ($N = 6$)

X (Dépenses)	Y (CA)	X^2	Y^2	XY
12	140	144	19 600	1 680
15	155	225	24 025	2 325
17	170	289	28 900	2 890
10	135	100	18 225	1 350
20	185	400	34 225	3 700
14	150	196	22 500	2 100
$\Sigma = 88$	$\Sigma = 935$	$\Sigma = 1354$	$\Sigma = 147475$	$\Sigma = 14045$

2. Résultats

- **Moyennes :**

$$\bar{X} = 14,67$$

$$\bar{Y} = 155,83$$

- **Covariance :**

$$Cov(X, Y) = 54,8$$

- **Variance X :**

$$Var(X) = 10,46$$

- **Pente (a) :**

$$54,8 / 10,46 = 5,24$$

- **Ordonnée (b) :**

$$155,83 - (5,24 \times 14,67) = \mathbf{78,96}$$

- **Droite :** $Y = 5,24X + 78,96$
- **Corrélation :** $r = 0,986$

3. Interprétation

- **Rentabilité :** Pour chaque 1 k€ (1000€) investi en marketing, le chiffre d'affaires augmente de 5,24 k€ (5240€). C'est un investissement très rentable.
- **Fiabilité :** Avec un r de 0,986, le marketing explique presque totalement la variation des ventes.