

UNIVERSITÉ DE NOUAKCHOTT

INSTITUT SUPÉRIEUR DE COMPTABILITÉ ET
D'ADMINISTRATION DES ENTREPRISES (ISCAE)



Licence : BA et FC

MÉTHODES D'AIDE À LA DÉCISION

Mohalilou ALEIYOUKA

2025 - 2026

Table des matières

Introduction Générale	5
0.1 Introduction à l'aide à la décision	5
0.2 Définitions et objectifs	5
0.2.1 Définition formelle	5
0.2.2 Objectifs fondamentaux	5
0.3 Le processus de décision en économie	6
0.4 Types de décisions : certitude, risque, incertitude	6
0.5 Démarche d'aide à la décision	6
0.5.1 Étapes méthodologiques	7
0.5.2 Principes fondamentaux	7
0.6 Rôle de la statistique et des probabilités	7
0.6.1 Apport des statistiques	7
0.6.2 Applications économiques	7
0.7 Étude de cas : choix d'un investissement public	7
0.7.1 Contexte	7
0.7.2 Critères d'évaluation	8
0.7.3 Démarche d'analyse	8
0.8 Synthèse du chapitre	8
0.9 Statistiques descriptives appliquées	8
0.10 Données statistiques : définitions, types, échelles	8
0.10.1 Définitions fondamentales	8
0.10.2 Types de variables	9
0.11 Présentation et regroupement des données	9
0.11.1 Distribution de fréquences	9
0.11.2 Calcul des fréquences	9
0.12 Mesures de tendance centrale	9
0.12.1 Moyenne arithmétique	9
0.12.2 Médiane	10
0.12.3 Mode	10
0.13 Mesures de dispersion	10
0.13.1 Étendue	10
0.13.2 Variance et écart-type	10
0.13.3 Coefficient de variation	11
0.14 Représentations graphiques	11
0.14.1 Diagrammes adaptés selon le type de variable	11
0.15 Interprétation économique des indicateurs	11
0.15.1 Application aux revenus	11
0.16 Étude de cas : analyse des revenus en France	11
0.16.1 Données 2023	11
0.16.2 Interprétation	12

0.17 Exercices	12
1 Analyse bivariée et corrélation	14
1.1 Notion de liaison entre deux variables	14
1.1.1 Définitions	14
1.1.2 Types de liaison	14
1.2 Tableau croisé et nuage de points	14
1.2.1 Tableau de contingence	14
1.2.2 Nuage de points	15
1.3 Covariance et corrélation linéaire	15
1.3.1 Covariance	15
1.3.2 Coefficient de corrélation de Pearson	15
1.4 Interprétation du coefficient de corrélation	15
1.5 Exercices	15
1.5.1 Exercice 2 : Interprétation	16
2 Régression linéaire simple	17
2.1 Introduction à la modélisation statistique	17
2.1.1 Objectifs de la régression	17
2.2 Le modèle de régression	17
2.2.1 Formulation du modèle	17
2.3 Estimation par la méthode des moindres carrés	17
2.3.1 Principe des moindres carrés ordinaires (MCO)	17
2.3.2 Formules d'estimation	17
2.4 Interprétation des coefficients	18
2.4.1 Interprétation de la pente (a)	18
2.4.2 Interprétation de la constante (b)	18
2.5 Qualité de l'ajustement : R^2	18
2.5.1 Coefficient de détermination R^2	18
2.5.2 Interprétation de R^2	18
2.5.3 Analyse des résidus	18
2.6 Application : fonction de consommation keynésienne	18
2.6.1 Modèle de consommation	18
2.6.2 Estimation typique	19
2.7 Exercices	19
2.7.1 Exercice 1 : Estimation manuelle	19
2.7.2 Exercice 2 : Interprétation économique	19
3 Probabilités et décision en incertitude	20
3.1 Rappels sur les probabilités	20
3.1.1 Définitions fondamentales	20
3.1.2 Axiomes des probabilités	20
3.2 Variables aléatoires et espérance mathématique	20
3.2.1 Variable aléatoire discrète	20
3.2.2 Espérance mathématique	20
3.2.3 Variance	20
3.3 Décision sous incertitude : critères	20
3.3.1 Critère du maximax (optimiste)	20
3.3.2 Critère du maximin (pessimiste ou Wald)	21
3.3.3 Critère de Laplace	21
3.3.4 Critère de Hurwicz	21
3.3.5 Critère de Savage (minimax regret)	21

3.4 Décision sous risque : espérance de gain, variance, utilité	21
3.4.1 Espérance de gain	21
3.4.2 Attitude face au risque	21
3.4.3 Fonction d'utilité	21
3.5 Arbres de décision et approche bayésienne	21
3.5.1 Construction d'un arbre de décision	21
3.5.2 Approche bayésienne	21
3.6 Cas pratique : choix entre projets économiques risqués	22
3.6.1 Scénario	22
3.6.2 Analyse	22
3.7 Exercices	22
3.7.1 Exercice 1 : Critères de décision	22
3.7.2 Exercice 2 : Arbre de décision	22
4 Estimation et tests statistiques	23
4.1 Notion d'échantillon et de population	23
4.1.1 Définitions	23
4.1.2 Échantillonnage	23
4.2 Estimateurs et propriétés	23
4.2.1 Estimateur	23
4.2.2 Propriétés souhaitables	23
4.3 Estimation ponctuelle et par intervalle de confiance	24
4.3.1 Estimation ponctuelle	24
4.3.2 Intervalle de confiance pour la moyenne	24
4.3.3 Intervalle de confiance pour une proportion	24
4.4 Tests d'hypothèses : principes et étapes	24
4.4.1 Étapes d'un test	24
4.5 Tests sur la moyenne, la proportion et la variance	24
4.5.1 Test sur la moyenne	24
4.5.2 Test sur la proportion	24
4.5.3 Test sur la variance	24
4.6 Erreurs de type I et II, p-value	25
4.6.1 Erreurs de décision	25
4.6.2 p-value	25
4.7 Applications économiques	25
4.7.1 Test de performance	25
4.7.2 Étude de marché	25
4.7.3 Contrôle de qualité	25
4.8 Exercices	25
4.8.1 Exercice 1 : Test sur moyenne	25
4.8.2 Exercice 2 : Test sur proportion	25
5 Aide à la Décision Multicritère	26
5.1 Introduction	26
5.1.1 Pourquoi une approche multicritère ?	26
5.1.2 Limites des approches traditionnelles	26
5.2 Composantes d'un problème multicritère	26
5.2.1 Éléments fondamentaux	26
5.2.2 Matrice de décision	27
5.3 Étapes de la démarche multicritère	27
5.3.1 Processus structuré	27
5.4 Méthodes de pondération	27

5.4.1 Méthode directe	27
5.4.2 Méthode AHP (Analytic Hierarchy Process)	27
5.4.3 Méthode SWING	28
5.5 Méthodes d'agrégation simples	28
5.5.1 Somme pondérée (Weighted Sum Model)	28
5.5.2 Méthode du classement	29
5.5.3 Notion de dominance	29
5.6 Méthodes avancées	29
5.6.1 ELECTRE (ÉLimination Et Choix Traduisant la RÉalité)	29
5.6.2 PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHOD)	30
5.6.3 Méthode AHP (Analytic Hierarchy Process)	30
5.7 Analyse de sensibilité	31
5.7.1 Importance	31
5.7.2 Techniques	31
5.8 Applications économiques concrètes	31
5.8.1 Choix d'investissement en entreprise	31
5.8.2 Évaluation de politiques publiques	31
5.8.3 Sélection de fournisseurs	31
5.9 Étude de cas détaillée	32
5.9.1 Cas : Sélection d'un projet de développement local	32
5.9.2 Conclusion du cas	33
5.10 Exercices et problèmes corrigés	33
5.10.1 Exercice 1 : Méthode somme pondérée	33
5.10.2 Exercice 2 : Méthode ELECTRE	34
5.10.3 Exercice 3 : Problème complet	37
5.11 Conclusion et synthèse	38
5.11.1 Avantages des méthodes multicritères	38
5.11.2 Limites et précautions	38
5.11.3 Recommandations pratiques	38
5.11.4 Perspectives d'évolution	38

Introduction Générale

Objectifs du cours

Ce cours présente les fondements de l'aide à la décision en économie, allant des statistiques descriptives aux méthodes multicritères, en passant par les probabilités, la régression linéaire et les tests statistiques.

Plan du cours

- **Chapitre 1** : Introduction à l'aide à la décision
- **Chapitre 2** : Statistiques descriptives appliquées
- **Chapitre 3** : Analyse bivariée et corrélation
- **Chapitre 4** : Régression linéaire simple
- **Chapitre 5** : Probabilités et décision en incertitude
- **Chapitre 6** : Estimation et tests statistiques
- **Chapitre 7** : Aide à la décision multicritère

0.1 Introduction à l'aide à la décision

0.2 Définitions et objectifs

La prise de décision est un processus central en économie, gestion, finance et politique publique. Elle consiste à choisir une action parmi plusieurs alternatives, en tenant compte d'objectifs, de contraintes et d'incertitudes.

0.2.1 Définition formelle

L'aide à la décision regroupe l'ensemble des méthodes quantitatives et qualitatives qui permettent d'évaluer plusieurs options possibles afin de sélectionner la solution la plus adaptée à un problème donné.

0.2.2 Objectifs fondamentaux

- **Rationaliser** le processus de décision
- **Optimiser** le choix final selon des critères mesurables
- **Réduire l'incertitude** par l'analyse quantitative
- **Améliorer la performance** économique et organisationnelle

0.3 Le processus de décision en économie

Le processus décisionnel suit généralement six étapes structurées :

TABLE 1 – Les six étapes du processus de décision

Étape	Description	Exemple écono-mique
1. Identification du problème	Reconnaitre une situation nécessitant une décision	Baisse des ventes d'un produit
2. Définition des objectifs	Ce que l'on cherche à atteindre	Maximiser le profit, réduire les coûts
3. Recherche d'alternatives	Identifier plusieurs solutions possibles	Changer le prix, améliorer la qualité, nouveau marketing
4. Évaluation des alternatives	Comparer les options selon des critères	Analyse coût-bénéfice, étude de risque
5. Choix de la meilleure option	Sélectionner la solution optimale	Baisser le prix de 10%
6. Mise en œuvre et suivi	Appliquer la décision et mesurer les résultats	Suivi des ventes sur 3 mois, ajustements

0.4 Types de décisions : certitude, risque, incertitude

TABLE 2 – Classification des décisions selon le niveau d'information

Type de décision	Contexte informa-tionnel	Exemple économique
Sous certitude	Les conséquences de chaque choix sont connues avec certitude	Choisir entre deux fournisseurs avec prix fixes et délais garantis
Sous risque	Les résultats possibles sont connus, mais leur occurrence est incertaine (probabilités connues)	Investir dans un projet avec 60% de chance de succès et 40% d'échec
Sous incertitude	On ne connaît pas les probabilités des événements futurs	Lancer un nouveau produit sur un marché totalement inconnu

0.5 Démarche d'aide à la décision

L'aide à la décision suit une démarche scientifique structurée :

0.5.1 Étapes méthodologiques

1. **Modélisation du problème** : Définir les variables, relations et contraintes
2. **Collecte et analyse des données** : Statistiques descriptives, prévisions
3. **Choix du modèle d'aide à la décision** : Optimisation, simulation, multicritère
4. **Évaluation et interprétation des résultats** : Analyse de sensibilité
5. **Ajustement ou prise de décision finale** : Implémentation et suivi

0.5.2 Principes fondamentaux

- **Rationalité limitée** (Simon) : Les décideurs ont une capacité cognitive limitée
- **Satisfaction** : Chercher une solution satisfaisante plutôt qu'optimale
- **Adaptation** : Ajustement progressif face aux retours d'expérience

0.6 Rôle de la statistique et des probabilités

0.6.1 Apport des statistiques

Les outils statistiques permettent de :

- **Résumer** les données disponibles (statistique descriptive)
- **Inférer** sur des populations à partir d'échantillons (statistique inductive)
- **Modéliser** des phénomènes économiques (corrélation, régression)
- **Prendre des décisions** en situation d'incertitude (théorie des probabilités)

0.6.2 Applications économiques

TABLE 3 – Applications des statistiques en économie

Domaine économique	Outils statistiques utilisés
Analyse de marché	Statistiques descriptives, tests d'hypothèses
Prévision économique	Série temporelles, régression
Gestion de portefeuille	Probabilités, espérance mathématique, variance
Évaluation de politiques	Tests statistiques, analyse de variance
Étude de la consommation	Analyse de corrélation, régression multiple

0.7 Étude de cas : choix d'un investissement public

0.7.1 Contexte

Une municipalité doit choisir entre trois projets d'investissement :

- **Projet A** : Rénovation d'une école (coût : 2M€)
- **Projet B** : Construction d'un centre sportif (coût : 3M€)
- **Projet C** : Développement d'une zone artisanale (coût : 4M€)

0.7.2 Critères d'évaluation

- Coût d'investissement (à minimiser)
- Création d'emplois (à maximiser)
- Impact environnemental (à maximiser)
- Satisfaction des habitants (à maximiser)

0.7.3 Démarche d'analyse

1. Collecte des données pour chaque critère
2. Pondération des critères selon les priorités municipales
3. Application d'une méthode multicritère (somme pondérée)
4. Analyse de sensibilité des résultats
5. Recommandation finale

0.8 Synthèse du chapitre

TABLE 4 – Synthèse des concepts clés du chapitre 1

Concept	Description
Processus décisionnel	Séquence d'étapes structurées de l'identification du problème à la mise en œuvre
Types d'incertitude	Certitude, risque, incertitude selon le niveau d'information disponible
Rationalité limitée	Concept de Herbert Simon sur les limites cognitives des décideurs
Aide à la décision	Ensemble de méthodes pour éclairer le choix entre alternatives
Rôle des statistiques	Fournir des outils quantitatifs pour réduire l'incertitude

0.9 Statistiques descriptives appliquées

0.10 Données statistiques : définitions, types, échelles

0.10.1 Définitions fondamentales

- **Population** : Ensemble complet des individus ou objets étudiés
- **Échantillon** : Sous-ensemble de la population observée
- **Variable statistique** : Caractéristique mesurable de la population
- **Observation** : Valeur prise par une variable sur un individu

0.10.2 Types de variables

TABLE 5 – Classification des variables statistiques

Type de variable	Nature	Exemples économiques
Qualitative nominale	Catégories sans ordre	Secteur d'activité, région, type de contrat
Qualitative ordinale	Catégories avec ordre	Niveau d'étude, satisfaction client, notation
Quantitative discrète	Valeurs entières dénombrables	Nombre d'employés, ventes unitaires, enfants
Quantitative continue	Valeurs réelles mesurables	Revenu, prix, temps de travail, PIB

0.11 Présentation et regroupement des données

0.11.1 Distribution de fréquences

Pour une variable quantitative continue, on construit des classes :

TABLE 6 – Exemple de distribution des revenus

Revenu mensuel (€)	Effectif	Fréquence	Fréquence cumulée
[1000 – 2000[50	0,25	0,25
[2000 – 3000[80	0,40	0,65
[3000 – 4000[40	0,20	0,85
[4000 – 5000[30	0,15	1,00
Total	200	1,00	

0.11.2 Calcul des fréquences

- **Fréquence simple** : $f_i = \frac{n_i}{n}$
- **Fréquence cumulée** : $F_i = \sum_{k=1}^i f_k$
- **Densité de fréquence** : $d_i = \frac{f_i}{a_i}$ où a_i est l'amplitude de la classe

0.12 Mesures de tendance centrale

0.12.1 Moyenne arithmétique

On calcule la moyenne pour résumer un ensemble de données par une seule valeur représentative. La moyenne indique autour de quelle valeur les données se concentrent.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

Propriétés de la moyenne

- Linéarité : $\overline{ax + b} = a\bar{x} + b$

- Sensibilité aux valeurs extrêmes
- Minimise la somme des carrés des écarts

0.12.2 Médiane

On calcule la médiane pour connaître la valeur centrale d'une série de données, c'est-à-dire le point qui partage la population en deux moitiés égales.

Calcul selon la taille de l'échantillon

- Si n impair : $M_e = x_{\frac{n+1}{2}}$
- Si n pair : $M_e = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$

0.12.3 Mode

Valeur la plus fréquente dans la distribution. Une distribution peut être :

- **Unimodale** : un seul mode
- **Bimodale** : deux modes
- **Multimodale** : plusieurs modes
- **Amodale** : aucun mode

0.13 Mesures de dispersion

La moyenne et la médiane donnent une idée de la tendance centrale, mais elles ne disent rien sur la répartition des valeurs autour de ce centre.

Les mesures de dispersion indiquent à quel point les données sont regroupées ou éparses.

0.13.1 Étendue

Indique l'écart total entre la plus petite et la plus grande valeur.

$$E = x_{\max} - x_{\min}$$

0.13.2 Variance et écart-type

Variance empirique

Mesure à quel point les données s'écartent de la moyenne. Plus la variance est grande, plus les données sont dispersées.

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Écart-type

C'est la racine carrée de la variance, donc exprimée dans la même unité que les données. Indique en moyenne de combien les valeurs s'écartent de la moyenne.

$$s = \sqrt{s^2}$$

0.13.3 Coefficient de variation

Le coefficient de variation (CV) est une mesure relative de dispersion, utilisée pour comparer la variabilité de deux séries de données qui n'ont pas la même unité ou la même moyenne.

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$

- $CV < 15\%$: série homogène
- $CV \geq 15\%$: série hétérogène

0.14 Représentations graphiques

0.14.1 Diagrammes adaptés selon le type de variable

TABLE 7 – Choix des représentations graphiques

Type de variable	Représentations appropriées	Usage économique
Qualitative	Diagramme en barres, camembert	Répartition par secteur, catégorie
Quantitative discrète	Diagramme en bâtons, points	Distribution des tailles d'entreprise
Quantitative continue	Histogramme, polygone de fréquences	Distribution des revenus, prix
Série temporelle	Courbe, graphique en ligne	Évolution du PIB, inflation
Distribution comparative	Boîte à moustaches	Comparaison de salaires par secteur

0.15 Interprétation économique des indicateurs

0.15.1 Application aux revenus

TABLE 8 – Indicateurs de distribution des revenus

Indicateur	Interprétation économique
Moyenne	Niveau de vie moyen de la population
Médiane	Revenu qui sépare la population en deux parts égales
Écart-type	Mesure des inégalités absolues
Coefficient de variation	Mesure des inégalités relatives
Rapport interdécile D9/D1	Écart entre les plus hauts et plus bas revenus

0.16 Étude de cas : analyse des revenus en France

0.16.1 Données 2023

- Revenu médian : 1 840 €/mois
- Revenu moyen : 2 300 €/mois

- Écart-type : 1 500 €
- Coefficient de variation : 65%

0.16.2 Interprétation

- Écart moyen-médian positif : distribution asymétrique à droite
- Fort coefficient de variation : importantes inégalités de revenus
- Présence de très hauts revenus qui tirent la moyenne vers le haut

0.17 Exercices

Exercice 1

Pour chaque question, indique le type de variable :

Qualitative nominale

Qualitative ordinale

Quantitative discrète

Quantitative continue

1. La taille de chaussure d'un élève.
2. Le poids d'un nouveau-né à la naissance.
3. Le groupe sanguin d'une personne (A, B, AB, O).
4. Le niveau de satisfaction d'un client (très satisfait, satisfait, peu satisfait, pas du tout satisfait).
5. Le nombre d'enfants par famille.
6. Le revenu mensuel d'un salarié.
7. La ville de résidence des étudiants d'une université.

Exercice

Soit les salaires mensuels de 10 employés (en €) :

1800, 2200, 1900, 2100, 1850, 1950, 2050, 2150, 2000, 5000

Calculer :

1. La moyenne et la médiane
2. La variance et l'écart-type
3. Le coefficient de variation
4. Commenter l'effet de la valeur extrême (5000 €)

Exercice 2

TABLE 9 – Répartition des entreprises par chiffre d'affaires

CA annuel (k€)	Nombre d'entreprises
[0 – 100[50
[100 – 500[120
[500 – 1000[80
[1000 – 5000[40
[5000 – 10000[10

Calculer :

1. Le CA moyen
2. La classe médiane et interpréter
3. L'écart-type approximatif

Chapitre 1

Analyse bivariée et corrélation

1.1 Notion de liaison entre deux variables

1.1.1 Définitions

- **Variable explicative (X)** : Variable indépendante, cause potentielle
- **Variable expliquée (Y)** : Variable dépendante, effet observé
- **Liaison statistique** : Relation systématique entre deux variables

1.1.2 Types de liaison

TABLE 1.1 – Types de relations entre variables

Type de relation	Description	Exemple économique
Positive	Y augmente quand X augmente	Revenu = Consommation
Négative	Y diminue quand X augmente	Prix = Quantité demandée
Non linéaire	Relation courbe	Revenu = Épargne (courbe de Keynes)
Absente	Pas de relation systématique	Taille = Productivité

1.2 Tableau croisé et nuage de points

1.2.1 Tableau de contingence

Pour deux variables qualitatives :

TABLE 1.2 – Relation entre niveau d'étude et catégorie socio-professionnelle

Niveau d'étude / CSP	Ouvrier	Employé	Cadre	Total
Primaire	60	20	5	85
Secondaire	30	45	25	100
Supérieur	10	35	70	115
Total	100	100	100	300

1.2.2 Nuage de points

Pour deux variables quantitatives, représentation graphique des couples (X,Y).

1.3 Covariance et corrélation linéaire

1.3.1 Covariance

$$\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Interprétation de la covariance

- $\text{Cov}(X, Y) > 0$: Liaison positive
- $\text{Cov}(X, Y) < 0$: Liaison négative
- $\text{Cov}(X, Y) = 0$: Absence de liaison linéaire

1.3.2 Coefficient de corrélation de Pearson

$$r = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{s_x \cdot s_y} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

1.4 Interprétation du coefficient de corrélation

TABLE 1.3 – Interprétation du coefficient de corrélation

Valeur de $ r $	Intensité de la liaison	Interprétation
0,00 - 0,30	Nulle à faible	Liaison faible, souvent non significative
0,30 - 0,50	Faible à modérée	Liaison perceptible mais limitée
0,50 - 0,70	Modérée à forte	Liaison importante, souvent significative
0,70 - 0,90	Forte à très forte	Liaison forte, généralement significative
0,90 - 1,00	Très forte à parfaite	Liaison très forte, rare en sciences sociales

1.5 Exercices

Exercice 1 : Calcul de corrélation

Données Revenu (X) et Consommation (Y) pour 5 ménages :

Revenu (k€)	Consommation (k€)
20	16
25	20
30	24
35	28
40	32

Calculer :

1. La covariance
2. Le coefficient de corrélation
3. Interpréter économiquement

1.5.1 Exercice 2 : Interprétation

Un économiste trouve $r = 0,15$ entre dépenses publicitaires et ventes.

1. Que conclure sur l'efficacité de la publicité ?
2. Quelles autres variables pourraient influencer les ventes ?
3. Proposer une analyse plus complète

Chapitre 2

Régression linéaire simple

2.1 Introduction à la modélisation statistique

La régression linéaire simple permet de modéliser la relation entre une variable dépendante Y et une variable indépendante X.

2.1.1 Objectifs de la régression

- **Description** : Quantifier la relation entre X et Y
- **Prévision** : Prédire Y pour de nouvelles valeurs de X
- **Contrôle** : Comprendre l'effet de X sur Y

2.2 Le modèle de régression

2.2.1 Formulation du modèle

$$Y_i = aX_i + b$$

où :

- Y_i : Variable dépendante (à expliquer)
- X_i : Variable indépendante (explicative)
- a : Coefficient de régression (pente)
- b : Constante (ordonnée à l'origine)

2.3 Estimation par la méthode des moindres carrés

2.3.1 Principe des moindres carrés ordinaires (MCO)

Minimiser la somme des carrés des résidus :

$$\min_{a,b} \sum_{i=1}^n (Y_i - aX_i - b)^2$$

2.3.2 Formules d'estimation

$$a = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum(X_i - \bar{X})^2}$$
$$b = \bar{Y} - a\bar{X}$$

2.4 Interprétation des coefficients

2.4.1 Interprétation de la pente (a)

- **Sens** : $a > 0$ relation positive, $a < 0$ relation négative
- **Amplitude** : Variation moyenne de Y quand X augmente d'une unité
- **Exemple** : Si $a = 0,8$, une augmentation de 1 unité de X entraîne une augmentation moyenne de 0,8 unité de Y

2.4.2 Interprétation de la constante (b)

- Valeur de Y quand X = 0
- Attention : Interprétation économique pas toujours pertinente
- Exemple : Consommation incompressible quand revenu = 0

2.5 Qualité de l'ajustement : R^2

2.5.1 Coefficient de détermination R^2

$$R^2 = \frac{\text{SCE}}{\text{SCT}} = 1 - \frac{\text{SCR}}{\text{SCT}}$$

où :

- SCE : Somme des carrés expliquée
- SCR : Somme des carrés résiduelle
- SCT : Somme des carrés totale

2.5.2 Interprétation de R^2

- $0 \leq R^2 \leq 1$
- $R^2 = 1$: Ajustement parfait
- $R^2 = 0$: Aucune relation linéaire
- En économie : $R^2 > 0,7$ souvent considéré comme satisfaisant

2.5.3 Analyse des résidus

Les résidus $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$ doivent :

- Avoir une moyenne nulle
- Être indépendants
- Avoir une variance constante
- Suivre une distribution normale

2.6 Application : fonction de consommation keynésienne

2.6.1 Modèle de consommation

$$C = aY_d + b$$

où :

- C : Consommation
- Y_d : Revenu disponible
- a : Propension marginale à consommer (PMC)
- b : Consommation autonome

2.6.2 Estimation typique

Pour l'économie française :

$$C = 0,75Y_d + 200$$

Interprétation :

- PMC = 0,75 : 75% du revenu supplémentaire est consommé
- Consommation autonome = 200 unités monétaires

2.7 Exercices

2.7.1 Exercice 1 : Estimation manuelle

Données Revenu (X) et Consommation (Y) :

Revenu	Consommation
10	8
15	12
20	15
25	18
30	22

Calculer :

1. La droite de régression
2. Le coefficient R^2
3. La prévision pour X = 35

2.7.2 Exercice 2 : Interprétation économique

Un modèle donne : $\hat{Y} = 1,2X + 50$ avec $R^2 = 0,85$

1. Interpréter les coefficients
2. Évaluer la qualité du modèle
3. Discuter des limites

Chapitre 3

Probabilités et décision en incertitude

3.1 Rappels sur les probabilités

3.1.1 Définitions fondamentales

- **Expérience aléatoire** : Expérience dont le résultat est incertain
- **Événement** : Sous-ensemble des résultats possibles
- **Probabilité** : Mesure du degré de certitude qu'un événement se produise

3.1.2 Axiomes des probabilités

1. $0 \leq P(A) \leq 1$ pour tout événement A
2. $P(\Omega) = 1$ où Ω est l'ensemble des résultats possibles
3. Si $A \cap B = \emptyset$, alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

3.2 Variables aléatoires et espérance mathématique

3.2.1 Variable aléatoire discrète

Une variable aléatoire X est discrète si elle prend un nombre fini ou dénombrable de valeurs.

3.2.2 Espérance mathématique

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i P(X = x_i)$$

3.2.3 Variance

$$Var(X) = E[(X - E(X))^2] = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 P(X = x_i)$$

3.3 Décision sous incertitude : critères

3.3.1 Critère du maximax (optimiste)

Choisir l'alternative avec le gain maximum le plus élevé.

3.3.2 Critère du maximin (pessimiste ou Wald)

Choisir l'alternative dont le gain minimum est le plus élevé.

3.3.3 Critère de Laplace

Supposer que tous les états de la nature sont équiprobables et maximiser l'espérance.

3.3.4 Critère de Hurwicz

Combinaison optimisme-pessimisme :

$$H = \alpha \times \text{meilleur gain} + (1 - \alpha) \times \text{pire gain}$$

3.3.5 Critère de Savage (minimax regret)

Minimiser le regret maximum.

3.4 Décision sous risque : espérance de gain, variance, utilité

3.4.1 Espérance de gain

$$E(G) = \sum p_i \times g_i$$

où p_i est la probabilité du scénario i et g_i le gain associé.

3.4.2 Attitude face au risque

- **Averse au risque** : Préfère un gain certain à une espérance risquée
- **Neutre au risque** : Indifférent entre gain certain et espérance
- **Amateur de risque** : Préfère l'espérance risquée

3.4.3 Fonction d'utilité

- Averse au risque : $U(x)$ concave ($U''(x) < 0$)
- Neutre au risque : $U(x)$ linéaire ($U''(x) = 0$)
- Amateur de risque : $U(x)$ convexe ($U''(x) > 0$)

3.5 Arbres de décision et approche bayésienne

3.5.1 Construction d'un arbre de décision

1. Identifier les décisions et les états de la nature
2. Assigner les probabilités et les gains
3. Calculer les espérances de gain en remontant l'arbre
4. Choisir la décision optimale

3.5.2 Approche bayésienne

Mise à jour des probabilités à partir de nouvelles informations :

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

3.6 Cas pratique : choix entre projets économiques risqués

3.6.1 Scénario

Une entreprise doit choisir entre deux projets :

TABLE 3.1 – Projets d’investissement

Projet	Scénario	Probabilité	Gain (k€)
A	Succès	0,7	500
A	Échec	0,3	-200
B	Succès	0,6	400
B	Échec	0,4	-100

3.6.2 Analyse

- Espérance A : $0,7 \times 500 + 0,3 \times (-200) = 290$ k€
- Espérance B : $0,6 \times 400 + 0,4 \times (-100) = 200$ k€
- Variance A : $0,7 \times (500 - 290)^2 + 0,3 \times (-200 - 290)^2 = 102.900$
- Variance B : $0,6 \times (400 - 200)^2 + 0,4 \times (-100 - 200)^2 = 60.000$

3.7 Exercices

3.7.1 Exercice 1 : Critères de décision

TABLE 3.2 – Matrice de gains

Décision	État 1	État 2	État 3
A	100	80	60
B	90	95	70
C	80	85	90

Appliquer :

1. Maximax
2. Maximin
3. Laplace ($p_1 = p_2 = p_3 = 1/3$)
4. Hurwicz ($\alpha = 0,6$)

3.7.2 Exercice 2 : Arbre de décision

Une entreprise doit décider d’investir (coût : 100 k€) ou non. Si elle investit :

- Marché favorable (60%) : gain 300 k€
- Marché défavorable (40%) : perte 50 k€

Construire l’arbre de décision et déterminer la décision optimale.

Chapitre 4

Estimation et tests statistiques

4.1 Notion d'échantillon et de population

4.1.1 Définitions

- **Population** : Ensemble complet des individus étudiés
- **Échantillon** : Sous-ensemble de la population
- **Paramètre** : Caractéristique numérique de la population
- **Statistique** : Caractéristique numérique de l'échantillon

4.1.2 Échantillonnage

TABLE 4.1 – Méthodes d'échantillonnage

Méthode	Description
Aléatoire simple	Tous les individus ont la même probabilité d'être sélectionnés
Stratifié	La population est divisée en strates homogènes
Par grappes	Sélection de groupes naturels
Systématique	Sélection selon un intervalle fixe

4.2 Estimateurs et propriétés

4.2.1 Estimateur

Fonction des observations de l'échantillon qui estime un paramètre de la population.

4.2.2 Propriétés souhaitables

- **Sans biais** : $E(\hat{\theta}) = \theta$
- **Efficace** : Variance minimale
- **Convergent** : $\hat{\theta} \rightarrow \theta$ quand $n \rightarrow \infty$
- **Suffisant** : Contient toute l'information sur θ

4.3 Estimation ponctuelle et par intervalle de confiance

4.3.1 Estimation ponctuelle

Valeur unique estimée pour le paramètre.

4.3.2 Intervalle de confiance pour la moyenne

$$IC_{1-\alpha}(\mu) = \left[\bar{X} - t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

4.3.3 Intervalle de confiance pour une proportion

$$IC_{1-\alpha}(p) = \left[\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

4.4 Tests d'hypothèses : principes et étapes

4.4.1 Étapes d'un test

1. Formulation des hypothèses H_0 et H_1
2. Choix du risque α
3. Calcul de la statistique de test
4. Détermination de la région critique
5. Décision et conclusion

4.5 Tests sur la moyenne, la proportion et la variance

4.5.1 Test sur la moyenne

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

4.5.2 Test sur la proportion

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

4.5.3 Test sur la variance

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

4.6 Erreurs de type I et II, p-value

4.6.1 Erreurs de décision

TABLE 4.2 – Types d'erreur dans les tests d'hypothèses

	H_0 vraie	H_0 fausse
Rejet H_0	Erreur de type I (α)	Décision correcte (Puissance)
Non rejet H_0	Décision correcte	Erreur de type II (β)

4.6.2 p-value

Probabilité d'obtenir une valeur au moins aussi extrême que celle observée, si H_0 est vraie.

4.7 Applications économiques

4.7.1 Test de performance

Test si le rendement moyen d'un fonds est supérieur au marché.

4.7.2 Étude de marché

Test si la proportion de clients satisfaits a augmenté après une campagne.

4.7.3 Contrôle de qualité

Test si la variance des dimensions respecte les tolérances.

4.8 Exercices

4.8.1 Exercice 1 : Test sur moyenne

Un échantillon de 25 salariés donne un salaire moyen de 2 800 € avec un écart-type de 400 €. Le salaire moyen du secteur est de 2 700 €. Tester au seuil de 5% si les salaires sont significativement différents.

4.8.2 Exercice 2 : Test sur proportion

Un sondage sur 400 personnes montre que 55% sont favorables à une réforme. Les précédentes études indiquaient 50%. Tester si l'opinion a significativement évolué ($\alpha = 5\%$).

Chapitre 5

Aide à la Décision Multicritère

5.1 Introduction

5.1.1 Pourquoi une approche multicritère ?

Dans la réalité économique, les décisions impliquent rarement un seul objectif. Les décideurs doivent considérer plusieurs dimensions souvent conflictuelles.

Exemple concret : Une municipalité choisissant un projet d'investissement doit considérer :

- Le coût budgétaire
- L'impact environnemental
- La création d'emplois
- L'acceptabilité sociale
- Les retombées économiques

5.1.2 Limites des approches traditionnelles

TABLE 5.1 – Comparaison approche monocritère vs multicritère

Approche Monocritère	Approche Multicritère
Réductionnisme excessif	Prise en compte de la complexité
Optimisation mathématique simple	Recherche de compromis
Ignore les aspects qualitatifs	Intègre critères quantitatifs et qualitatifs
Décision parfois inacceptable	Meilleure acceptation sociale
Risque de sous-optimisation	Vision globale et systémique

5.2 Composantes d'un problème multicritère

5.2.1 Éléments fondamentaux

- **Alternatives (A)** : Options parmi lesquelles choisir
- **Critères (C)** : Dimensions d'évaluation
- **Poids (w)** : Importance relative des critères
- **Performances** : Évaluation des alternatives sur chaque critère

5.2.2 Matrice de décision

Structure fondamentale de tout problème multicritère :

TABLE 5.2 – Matrice de décision générique

Alternatives	Critère 1	Critère 2	...	Critère m
Alternative 1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1m}
Alternative 2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2m}
...
Alternative n	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nm}

5.3 Étapes de la démarche multicritère

5.3.1 Processus structuré

1. **Définition du problème** : Identification des enjeux et parties prenantes
2. **Identification des alternatives** : Recensement des options possibles
3. **Sélection des critères** : Choix des dimensions d'évaluation
4. **Évaluation des performances** : Mesure ou estimation des impacts
5. **Pondération des critères** : Attribution des importances relatives
6. **Aggrégation des préférences** : Application d'une méthode de décision
7. **Analyse de sensibilité** : Test de la robustesse des résultats
8. **Recommandation** : Proposition argumentée

5.4 Méthodes de pondération

5.4.1 Méthode directe

Attribution directe des poids par le décideur.

Exemple : Pour un projet d'investissement :

- Rentabilité : poids = 0,4
- Risque : poids = 0,3
- Impact environnemental : poids = 0,2
- Innovation : poids = 0,1

5.4.2 Méthode AHP (Analytic Hierarchy Process)

Comparaisons par paires des critères selon une échelle de Saaty :

TABLE 5.3 – Échelle de Saaty pour les comparaisons par paires

Valeur	Signification
1	Importance égale
3	Importance faible
5	Importance forte
7	Importance très forte
9	Importance absolue
2,4,6,8	Valeurs intermédiaires

5.4.3 Méthode SWING

Basée sur l'importance des écarts entre les performances.

5.5 Méthodes d'agrégation simples

5.5.1 Somme pondérée (Weighted Sum Model)

Principe

$$S_i = \sum_{j=1}^m w_j \times x'_{ij}$$

où x'_{ij} est la valeur normalisée du critère j pour l'alternative i.

Étapes de calcul

1. **Normalisation des critères :**
 - Pour un critère à maximiser : $x'_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max(x_j)}$
 - Pour un critère à minimiser : $x'_{ij} = \frac{\min(x_j)}{x_{ij}}$
2. **Pondération** : Attribution des poids w_j avec $\sum w_j = 1$
3. **Calcul du score** : $S_i = \sum w_j \times x'_{ij}$
4. **Classement** : Ordonner les alternatives par score décroissant

Exemple concret

TABLE 5.4 – Évaluation de projets d'investissement

Projet	Rentabilité (%)	Risque (1-10)	Emplois	Environnement (1-10)
A	15	6	50	7
B	12	4	80	8
C	18	8	30	5
D	10	3	100	9

Poids : Rentabilité (0,4), Risque (0,3), Emplois (0,2), Environnement (0,1)

Normalisation :

- Rentabilité : à maximiser → diviser par 18
- Risque : à minimiser → diviser le minimum (3) par la valeur
- Emplois : à maximiser → diviser par 100
- Environnement : à maximiser → diviser par 9

Calcul détaillé pour le projet A :

$$\text{Rentabilité} : 15/18 = 0,833$$

$$\text{Risque} : 3/6 = 0,500$$

$$\text{Emplois} : 50/100 = 0,500$$

$$\text{Environnement} : 7/9 = 0,778$$

$$\text{Score A} = 0,4 \times 0,833 + 0,3 \times 0,500 + 0,2 \times 0,500 + 0,1 \times 0,778 = 0,666$$

5.5.2 Méthode du classement

Ordonnancement des alternatives selon chaque critère, puis agrégation des rangs.

5.5.3 Notion de dominance

Une alternative A domine B si :

$$\forall j, x_{Aj} \geq x_{Bj} \quad \text{et} \quad \exists j, x_{Aj} > x_{Bj}$$

5.6 Méthodes avancées

5.6.1 ELECTRE (ÉLIMINATION ET CHOIX TRADUISANT LA REALITÉ)

Principe général

Méthode de surclassement qui compare les alternatives deux à deux en utilisant des seuils de préférence.

Concepts clés

- **Concordance** : Mesure l'accord en faveur de la supériorité d'une alternative
- **Discordance** : Mesure le désaccord contre cette supériorité
- **Seuils** : Niveaux minimums de concordance et maximum de discordance

Étapes de la méthode ELECTRE I

1. Calcul des indices de concordance :

$$c_{kl} = \sum_{j \in C_{kl}} w_j$$

où C_{kl} est l'ensemble des critères pour lesquels l'alternative k est au moins aussi bonne que l.

2. Calcul des indices de discordance :

$$d_{kl} = \max_{j \in D_{kl}} \left(\frac{x_{lj} - x_{kj}}{R_j} \right)$$

où D_{kl} est l'ensemble des critères pour lesquels l est strictement meilleure que k, et R_j l'étendue du critère j.

3. Définition des relations de surclassement : k surclasse l si $c_{kl} \geq \bar{c}$ et $d_{kl} \leq \bar{d}$

4. Élimination des alternatives dominées

Exemple ELECTRE

TABLE 5.5 – Données pour l'exemple ELECTRE

Alternative	Critère 1	Critère 2	Critère 3
A	8	6	7
B	6	8	5
C	7	5	9

Poids : C1=0,5, C2=0,3, C3=0,2 Seuils : $\bar{c} = 0,6$, $\bar{d} = 0,2$

Calcul de concordance A vs B :

- C1 : $A > B \rightarrow$ inclus
- C2 : $A < B \rightarrow$ exclu
- C3 : $A > B \rightarrow$ inclus
- $c_{AB} = 0,5 + 0,2 = 0,7 \geq 0,6$

5.6.2 PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHOD)

Principe

Méthode basée sur les fonctions de préférence qui mesurent l'intensité de préférence entre alternatives.

Fonctions de préférence

- **Usuelle** : Préférence seulement si différence positive
- **Quasi-critère** : Seuil d'indifférence
- **Critère linéaire** : Préférence proportionnelle à la différence
- **Niveau** : Seuils d'indifférence et de préférence

Indices de préférence

$$\pi(a, b) = \sum_{j=1}^m w_j P_j(a, b)$$

où $P_j(a, b)$ est le degré de préférence de a sur b pour le critère j.

Flux de surclassement

- **Flux sortant** : $\phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{b \neq a} \pi(a, b)$
- **Flux entrant** : $\phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{b \neq a} \pi(b, a)$
- **Flux net** : $\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a)$

5.6.3 Méthode AHP (Analytic Hierarchy Process)

Processus

1. Structuration hiérarchique du problème
2. Comparaisons par paires des éléments
3. Calcul des vecteurs propres pour les poids
4. Vérification de la cohérence
5. Agrégation des scores

Indice de cohérence

$$IC = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$$

$$IRC = \frac{IC}{IR}$$

où IR est l'indice aléatoire.

Un IRC < 0,10 est généralement acceptable.

5.7 Analyse de sensibilité

5.7.1 Importance

L'analyse de sensibilité teste la robustesse des résultats aux variations :

- Des poids des critères
- Des méthodes d'agrégation
- Des données d'entrée

5.7.2 Techniques

- Variation systématique des poids
- Analyse de scénarios
- Méthode Monte Carlo
- Comparaison des méthodes

5.8 Applications économiques concrètes

5.8.1 Choix d'investissement en entreprise

Critères typiques

TABLE 5.6 – Critères pour l'évaluation d'investissements

Catégorie	Critères
Financier	VAN, TRI, Délai de récupération, Rentabilité
Risque	Volatilité, Sensibilité marché, Liquidité
Stratégique	Alignement stratégique, Avantage concurrentiel
Opérationnel	Complexité, Ressources nécessaires, Délais
Environnemental	Impact CO2, Conformité réglementaire, Image
Social	Emplois créés, Formation, Conditions travail

5.8.2 Évaluation de politiques publiques

Exemple : Choix d'un mode de transport

TABLE 5.7 – Évaluation comparative de modes de transport

Mode	Coût (M€)	Temps (min)	CO2 (t/an)	Emplois	Accessibilité
Métro	500	15	1000	200	9/10
Bus	50	25	2000	100	8/10
Vélo	10	30	0	20	6/10
Voiture	200	20	5000	50	10/10

5.8.3 Sélection de fournisseurs

Critères d'évaluation

- Prix et conditions financières

- Qualité des produits
- Délais de livraison
- Service client
- Innovation et R&D
- Stabilité financière
- Références et réputation

5.9 Étude de cas détaillée

5.9.1 Cas : Sélection d'un projet de développement local

Contexte

Une commune de 20,000 habitants doit choisir un projet de développement pour son territoire.
Budget disponible : 5 millions d'euros.

Alternatives

1. **Projet A** : Pôle numérique (cyber-base, formation, espaces coworking)
2. **Projet B** : Équipement sportif (piscine municipale, terrains)
3. **Projet C** : Zone artisanale (ateliers, incubateur d'entreprises)
4. **Projet D** : Parc écologique (jardin pédagogique, biodiversité)

Critères d'évaluation

TABLE 5.8 – Critères et pondérations

Critère	Poids	Description
Création d'emplois	0,25	Nombre d'emplois directs et indirects créés
Coût d'investissement	0,20	Coût total du projet (à minimiser)
Retombées économiques	0,15	Impacts économiques locaux
Impact environnemental	0,15	Bilan carbone, biodiversité
Acceptation sociale	0,10	Sondage auprès de la population
Durabilité	0,10	Maintenance et pérennité
Innovation	0,05	Caractère innovant du projet

Évaluation des performances

TABLE 5.9 – Matrice d'évaluation complète

Projet	Emplois	Coût (M€)	Économie	Environ.	Social	Durab.	Ind.
A	45	4,5	8/10	7/10	6/10	8/10	9/10
B	25	3,8	6/10	5/10	9/10	7/10	4/10
C	60	4,2	9/10	4/10	5/10	8/10	7/10
D	15	2,5	4/10	10/10	8/10	9/10	6/10

Application méthode somme pondérée

Normalisation (critères à maximiser sauf coût) :

TABLE 5.10 – Matrice normalisée

Projet	Emplois	Coût	Économie	Environ.	Social	Durab.	Ind.
A	0,750	0,556	0,889	0,700	0,667	0,889	1,000
B	0,417	0,658	0,667	0,500	1,000	0,778	0,400
C	1,000	0,595	1,000	0,400	0,556	0,889	0,700
D	0,250	1,000	0,444	1,000	0,889	1,000	0,600

Calcul des scores :

$$S_A = 0,25 \times 0,750 + 0,20 \times 0,556 + 0,15 \times 0,889 + 0,15 \times 0,700 + 0,10 \times 0,667 + 0,10 \times 0,889 + 0,05 \times 1,000$$

$$S_B = 0,25 \times 0,417 + 0,20 \times 0,658 + 0,15 \times 0,667 + 0,15 \times 0,500 + 0,10 \times 1,000 + 0,10 \times 0,778 + 0,05 \times 0,400$$

$$S_C = 0,25 \times 1,000 + 0,20 \times 0,595 + 0,15 \times 1,000 + 0,15 \times 0,400 + 0,10 \times 0,556 + 0,10 \times 0,889 + 0,05 \times 0,700$$

$$S_D = 0,25 \times 0,250 + 0,20 \times 1,000 + 0,15 \times 0,444 + 0,15 \times 1,000 + 0,10 \times 0,889 + 0,10 \times 1,000 + 0,05 \times 0,600$$

Classement : C (0,758) > A (0,728) > D (0,683) > B (0,599)

Analyse de sensibilité

Test avec augmentation du poids de l'environnement à 0,25 :

$$S_A = 0,719 \quad S_B = 0,574 \quad S_C = 0,698 \quad S_D = 0,758$$

Classement : D > A > C > B

5.9.2 Conclusion du cas

Le projet C (zone artisanale) est optimal dans le scénario de base, mais le projet D (parc écologique) devient meilleur si l'environnement est prioritaire.

5.10 Exercices et problèmes corrigés

5.10.1 Exercice 1 : Méthode somme pondérée

Énoncé

Une entreprise doit choisir entre 3 logiciels de gestion. Critères et évaluations :

TABLE 5.11 – Évaluation des logiciels

Logiciel	Prix (k€)	Fonctions	Support	Formation
Alpha	50	8/10	9/10	7/10
Beta	35	6/10	7/10	8/10
Gamma	70	9/10	8/10	6/10

Poids : Prix (0,4), Fonctions (0,3), Support (0,2), Formation (0,1)

Questions :

1. Normaliser les critères (prix à minimiser)
2. Calculer les scores pondérés
3. Classer les logiciels
4. Analyser la sensibilité si le poids des fonctions passe à 0,4

Corrigé détaillé

1. Normalisation :

- Prix : à minimiser → min / valeur
- Autres critères : à maximiser → valeur/10

TABLE 5.12 – Matrice normalisée

Logiciel	Prix	Fonctions	Support	Formation
Alpha	35/50 0,700	= 0,8	0,9	0,7
Beta	35/35 1,000	= 0,6	0,7	0,8
Gamma	35/70 0,500	= 0,9	0,8	0,6

2. Calcul des scores :

$$S_{Alpha} = 0,4 \times 0,700 + 0,3 \times 0,800 + 0,2 \times 0,900 + 0,1 \times 0,700 = 0,770$$

$$S_{Beta} = 0,4 \times 1,000 + 0,3 \times 0,600 + 0,2 \times 0,700 + 0,1 \times 0,800 = 0,800$$

$$S_{Gamma} = 0,4 \times 0,500 + 0,3 \times 0,900 + 0,2 \times 0,800 + 0,1 \times 0,600 = 0,690$$

3. Classement : Beta (0,800) > Alpha (0,770) > Gamma (0,690)

4. Sensibilité (poids fonctions = 0,4, prix = 0,3) :

$$S_{Alpha} = 0,3 \times 0,700 + 0,4 \times 0,800 + 0,2 \times 0,900 + 0,1 \times 0,700 = 0,780$$

$$S_{Beta} = 0,3 \times 1,000 + 0,4 \times 0,600 + 0,2 \times 0,700 + 0,1 \times 0,800 = 0,760$$

$$S_{Gamma} = 0,3 \times 0,500 + 0,4 \times 0,900 + 0,2 \times 0,800 + 0,1 \times 0,600 = 0,730$$

Nouveau classement : Alpha (0,780) > Beta (0,760) > Gamma (0,730)

5.10.2 Exercice 2 : Méthode ELECTRE

Énoncé

Trois projets avec 3 critères (tous à maximiser) :

TABLE 5.13 – Performances des projets

Projet	Rentabilité	Risque	Innovation
P1	8	6	7
P2	6	8	5
P3	7	5	9

Poids : Rentabilité=0,5, Risque=0,3, Innovation=0,2 Seuils : Concordance=0,6, Discordance=0,2

Questions :

1. Calculer la matrice de concordance
2. Calculer la matrice de discordance
3. Déterminer les relations de surclassement
4. Identifier le noyau (ensemble des meilleures alternatives)

Corrigé détaillé

1. Matrice de concordance :

c_{12} : P1 vs P2

- Rentabilité : $8 > 6 \rightarrow$ inclus (0,5)
- Risque : $6 < 8 \rightarrow$ exclu
- Innovation : $7 > 5 \rightarrow$ inclus (0,2)
- $c_{12} = 0,5 + 0,2 = 0,7$

c_{13} : P1 vs P3

- Rentabilité : $8 > 7 \rightarrow$ inclus (0,5)
- Risque : $6 > 5 \rightarrow$ inclus (0,3)
- Innovation : $7 < 9 \rightarrow$ exclu
- $c_{13} = 0,5 + 0,3 = 0,8$

c_{21} : P2 vs P1

- Rentabilité : $6 < 8 \rightarrow$ exclu
- Risque : $8 > 6 \rightarrow$ inclus (0,3)
- Innovation : $5 < 7 \rightarrow$ exclu
- $c_{21} = 0,3$

c_{23} : P2 vs P3

- Rentabilité : $6 < 7 \rightarrow$ exclu
- Risque : $8 > 5 \rightarrow$ inclus (0,3)
- Innovation : $5 < 9 \rightarrow$ exclu
- $c_{23} = 0,3$

c_{31} : P3 vs P1

- Rentabilité : $7 < 8 \rightarrow$ exclu
- Risque : $5 < 6 \rightarrow$ exclu
- Innovation : $9 > 7 \rightarrow$ inclus (0,2)
- $c_{31} = 0,2$

c_{32} : P3 vs P2

- Rentabilité : $7 > 6 \rightarrow$ inclus (0,5)

- Risque : $5 < 8 \rightarrow$ exclu
- Innovation : $9 > 5 \rightarrow$ inclus (0,2)
- $c_{32} = 0,7$

2. Matrice de discordance :

Étendues : Rentabilité=2, Risque=3, Innovation=4

d_{12} : P1 vs P2

- Rentabilité : $(6-8)/2 = -1 \rightarrow 0$
- Risque : $(8-6)/3 = 0,67$
- Innovation : $(5-7)/4 = -0,5 \rightarrow 0$
- $d_{12} = 0,67$

d_{13} : P1 vs P3

- Rentabilité : $(7-8)/2 = -0,5 \rightarrow 0$
- Risque : $(5-6)/3 = -0,33 \rightarrow 0$
- Innovation : $(9-7)/4 = 0,5$
- $d_{13} = 0,5$

d_{21} : P2 vs P1

- Rentabilité : $(8-6)/2 = 1,0$
- Risque : $(6-8)/3 = -0,67 \rightarrow 0$
- Innovation : $(7-5)/4 = 0,5$
- $d_{21} = \max(1,0; 0,5) = 1,0$

d_{23} : P2 vs P3

- Rentabilité : $(7-6)/2 = 0,5$
- Risque : $(5-8)/3 = -1,0 \rightarrow 0$
- Innovation : $(9-5)/4 = 1,0$
- $d_{23} = \max(0,5; 1,0) = 1,0$

d_{31} : P3 vs P1

- Rentabilité : $(8-7)/2 = 0,5$
- Risque : $(6-5)/3 = 0,33$
- Innovation : $(7-9)/4 = -0,5 \rightarrow 0$
- $d_{31} = \max(0,5; 0,33) = 0,5$

d_{32} : P3 vs P2

- Rentabilité : $(6-7)/2 = -0,5 \rightarrow 0$
- Risque : $(8-5)/3 = 1,0$
- Innovation : $(5-9)/4 = -1,0 \rightarrow 0$
- $d_{32} = 1,0$

3. Relations de surclassement ($c \geq 0,6$ et $d \leq 0,2$) :

- P1 → P2 : $c = 0,7 \geq 0,6$ mais $d = 0,67 > 0,2 \rightarrow$ NON
- P1 → P3 : $c = 0,8 \geq 0,6$ mais $d = 0,5 > 0,2 \rightarrow$ NON
- P2 → P1 : $c = 0,3 < 0,6 \rightarrow$ NON
- P2 → P3 : $c = 0,3 < 0,6 \rightarrow$ NON
- P3 → P1 : $c = 0,2 < 0,6 \rightarrow$ NON
- P3 → P2 : $c = 0,7 \geq 0,6$ mais $d = 1,0 > 0,2 \rightarrow$ NON

Aucune relation de surclassement ! Toutes les alternatives sont incomparables.

4. Noyau : P1, P2, P3 (toutes les alternatives)

5.10.3 Exercice 3 : Problème complet

Énoncé

Une entreprise familiale doit choisir son successeur parmi 3 candidats. Critères :

TABLE 5.14 – Critères de sélection

Critère	Poids	Description
Compétence	0,30	Expertise métier, formation
Expérience	0,25	Ancienneté, diversité expériences
Leadership	0,20	Capacité à motiver, vision
Innovation	0,15	Ouverture au changement, créativité
Loyauté	0,10	Attachement à l'entreprise familiale

Évaluations sur 10 :

- Candidat A : Comp(8), Exp(7), Lead(6), Inn(9), Loy(8)
- Candidat B : Comp(6), Exp(9), Lead(8), Inn(5), Loy(9)
- Candidat C : Comp(9), Exp(6), Lead(7), Inn(8), Loy(6)

Travail demandé :

1. Appliquer la méthode de la somme pondérée
2. Classer les candidats
3. Réaliser une analyse de sensibilité sur le poids du leadership
4. Discuter les limites de l'approche pour ce type de décision

Corrigé détaillé

1. Somme pondérée :

Normalisation : diviser par 10 (tous les critères à maximiser)

$$S_A = 0,30 \times 0,8 + 0,25 \times 0,7 + 0,20 \times 0,6 + 0,15 \times 0,9 + 0,10 \times 0,8 = 0,755$$

$$S_B = 0,30 \times 0,6 + 0,25 \times 0,9 + 0,20 \times 0,8 + 0,15 \times 0,5 + 0,10 \times 0,9 = 0,730$$

$$S_C = 0,30 \times 0,9 + 0,25 \times 0,6 + 0,20 \times 0,7 + 0,15 \times 0,8 + 0,10 \times 0,6 = 0,740$$

2. Classement : A (0,755) > C (0,740) > B (0,730)

3. Analyse de sensibilité :

Si leadership passe à 0,30 et compétence à 0,20 :

$$S_A = 0,20 \times 0,8 + 0,25 \times 0,7 + 0,30 \times 0,6 + 0,15 \times 0,9 + 0,10 \times 0,8 = 0,720$$

$$S_B = 0,20 \times 0,6 + 0,25 \times 0,9 + 0,30 \times 0,8 + 0,15 \times 0,5 + 0,10 \times 0,9 = 0,750$$

$$S_C = 0,20 \times 0,9 + 0,25 \times 0,6 + 0,30 \times 0,7 + 0,15 \times 0,8 + 0,10 \times 0,6 = 0,720$$

Nouveau classement : B (0,750) > A = C (0,720)

4. Limites de l'approche :

- Subjectivité des évaluations et des poids
- Aspects qualitatifs difficiles à quantifier
- Dynamique familiale et relations personnelles
- Considérations à long terme
- Nécessité de consensus familial

5.11 Conclusion et synthèse

5.11.1 Avantages des méthodes multicritères

- **Transparence** : Processus décisionnel explicite et documenté
- **Rigueur** : Approche structurée et reproductible
- **Flexibilité** : Adaptation aux spécificités du problème
- **Communication** : Facilite le dialogue entre parties prenantes
- **Apprentissage** : Meilleure compréhension des enjeux

5.11.2 Limites et précautions

- **Subjectivité** : Les poids et évaluations restent subjectifs
- **Complexité** : Mise en œuvre parfois lourde
- **Illusion de précision** : Risque de surquantification
- **Sensibilité** : Résultats dépendants des paramètres
- **Compétences** : Nécessite une expertise pour l'application

5.11.3 Recommandations pratiques

1. **Impliquer les parties prenantes** dans tout le processus
2. **Combiner plusieurs méthodes** pour plus de robustesse
3. **Réaliser systématiquement** des analyses de sensibilité
4. **Documenter soigneusement** toutes les étapes
5. **Utiliser comme aide à la décision**, pas comme substitut

5.11.4 Perspectives d'évolution

- **Intégration IA** : Algorithmes d'apprentissage pour les poids
- **Approches hybrides** : Combinaison avec d'autres méthodes
- **Outils collaboratifs** : Plateformes en ligne pour décision collective
- **Dynamique temporelle** : Prise en compte de l'évolution dans le temps
- **Incertitude** : Méthodes robustes face à l'imprécision des données