Institut Supérieur de Comptabilité et
d'Administration des Entreprises

2024-2025

TD S1 Mathématiques
1ère Année Finance Comptabilité et 1ère Année Banque Assurance
Série 2

Exercice 1 : Déterminer les nombres a et b pour que la fonction f, définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x < -2 \\ a & \text{si } x = -2 \\ (2x+b)^2 & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

soit continue sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 : Soit $f : [0,1] \longrightarrow [0,1]$ continue, montrer qu'il existe $a \in [0,1]$ tel que $f(a) = a$.

Exercice 3 : Les fonctions suivantes sont elles prolongeables par continuité sur $\mathbb{R}$?

(a) $f(x) = \sin(x)\sin\left(\frac{1}{x}\right)$, (b) $g(x) = \frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2}$.

Exercice 4 : Sur quelles parties de $\mathbb{R}$, les fonctions suivantes sont-elles continues, dérivables ?

(a) $f(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$ (b) $f(x) = \begin{cases} x\sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$

(c) $f(x) = \begin{cases} x^2\sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$ (d) $f(x) = \begin{cases} x\sin(x)\sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

Exercice 5 : Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$f_1(x) = \cos^5(3x^3 - 1),\ f_2(x) = \frac{2}{\sqrt{2+x^2}},\ f_3(x) = \ln(2 + \sin(x^2 - 1)).$$

Exercice 6 : Donner la dérivée n-ième de chacune des fonctions suivantes :

1. $f_1(x) = \frac{1}{1-x}$.
2. $f_2(x) = \frac{1}{1-x^2}$.
3. $f_3(x) = (x^2+1)e^{2x}$.
4. $f_4(x) = \cos(x)e^x$.
5. $f_5(x) = x^2(1+x)^n$.

Exercice 7 :

1. En dérivant n fois $e^{3x} = e^x \times e^{2x}$, montrer que $3^n = \sum_{k=0}^{N} 2^k C_n^k$.
2. Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \sin(x)e^{x\sqrt{3}}$. Montrer que $f^{(n)}(x) = 2^n e^{x\sqrt{3}} \sin\left(x + \frac{n\pi}{6}\right)$.