

TD S1 Mathématiques
BA et FC
Série 1

Exercice 1 :

1. Déterminer les domaines de définition des fonctions réelles suivantes :

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \sqrt{x^2 - 2}, \quad f_2(x) = \sqrt{x - x^3}, \quad f_3(x) = \sqrt{1 + x + x^2} - \sqrt{1 - x - x^2}, \\ f_4(x) &= \sqrt{1 + x - x^2} - \sqrt{1 - x - x^2}, \quad f_5(x) = \sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}}, \\ f_6(x) &= \sqrt{\sin(2x)}, \quad f_7(x) = \sqrt{1 + \cos(x)}, \quad f_8(x) = \cos(\sqrt{x}), \quad f_9(x) = \ln(\tan(x)), \\ f_{10}(x) &= \ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right) \text{ et } f_{11}(x) = \ln\left(\frac{x^2+3x+2}{x^2+3x-4}\right). \end{aligned}$$

2. Les fonctions suivantes sont-elles paires, impaires et périodiques ?

$$f_1(x), f_2(x), \dots, f_{11}(x).$$

Exercice 2 : Montrer que toute fonction périodique et non constante n'admet pas de limite en $+\infty$.

Exercice 3 : En utilisant la définition de la limite montrer que :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$.
2. $\lim_{x \rightarrow 1} (5x - 3) = 2$.
3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = -2$.
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 5} = 0$.

Exercice 4 :

Montrer que $x \mapsto \frac{x^2 + 2|x|}{x}$ n'a pas de limite en 0.

Montrer que $x \mapsto \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ n'a pas de limite en 0.

Exercice 5 : Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.
2. $\lim_{x \rightarrow 0} x \frac{\sin(x)}{\sqrt{x}}$.
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{(x-a)(x-b)(x-c)} - x, \quad (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$.
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1} - 1}{x^2}$.
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x}$.
6. Soient m, n des entiers positifs. Étudier $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^m} - \sqrt{1-x^m}}{x^n}$.