

20.10.07 동아리 풀이

선린인터넷고등학교 소프트웨어과

30610 나정휘

<https://JusticeHui.github.io>

문제 목록

- A. 지구 온난화 - 크로아티아 올림피아드 2012/2013 #5 2번
- B. 유턴 싫어 - 크로아티아 올림피아드 2011/2012 #2 2번
- C. 아름다운 행렬 - 크로아티아 올림피아드 2011/2012 #1 2번
- D. 산책길 - 크로아티아 선발고사 2010 1번
- E. 폰트 - 크로아티아 올림피아드 2013/2014 #6 2번
- F. Tales of seafaring - 폴란드 올림피아드 2012/2013 Stage 2 4번
- G. 벽 칠하기 - 아시아 태평양 올림피아드 2020 A번
- H. Xtreme NP-Hard Problem - 2018 KAIST MOCK X번

A. 지구 온난화 (1)

- 단순 구현 문제
- <http://boj.kr/da3bb7e1c38b4095b9edbb10ef7570c2>

B. 유티 셉어 (1)

- 단순 구현 문제
- <http://boj.kr/d998fb066c0d471bba430b4a35b2ba20>

C. 아름다운 행렬 (1)

- 일단 N 이 홀수인 경우만 생각하자.
- 대각선의 교점을 고정하면 각 경우를 $O(N)$ 에 처리할 수 있다.
 - 4방향으로 팔을 한 칸 씩 뻗는다고 생각하면 좋다.
- 교점이 될 수 있는 점은 $O(N^2)$ 개이므로 $O(N^3)$ 에 풀 수 있다.

C. 아름다운 행렬 (2)

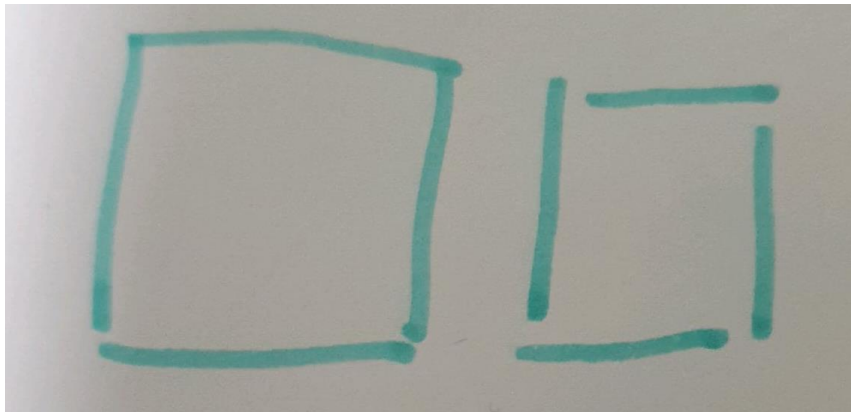
- 짝수인 경우도 비슷하게 할 수 있다.
- 행/열 사이에 공백을 한 칸 씩 넣어주면 된다.
 - $\begin{matrix} 1 & -2 \\ 4 & 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 5 \end{matrix}$
- N이 홀수($2N-1$)인 문제로 바뀌게 되었고, 똑같이 풀면 된다.
- Manacher Algorithm도 비슷한 기법을 쓰니 알고 있으면 좋다.
- <http://boj.kr/52d058affbff4475963b7e3afa19999e>

D. 산책길 (1)

- 정렬된 vector v에서 L 이상 R 이하인 개수를 찾는 방법은?
 - `upper_bound(v.begin(), v.end(), R) - lower_bound(v.begin(), v.end(), L)`
- x 기준으로 정렬한 배열과 y 기준으로 정렬한 배열 각각 만들고
- `lower_bound`와 `upper_bound`를 잘 하면 된다.

D. 산책길 (2)

- 구현 팁
 - 아래 그림처럼 안 겹치게 좌표를 한 칸 씩 밀어주면 구현할 때 편하다.



- <http://boj.kr/37d84b91273744f38df802862ecf28fe>

E. 폰트 (1)

- 알파벳의 사용 여부는 26bit로 표현할 수 있다.
- 각 단어마다 알파벳의 사용 여부를 비트로 표현하고 있으면
- 완전탐색 + 비트마스크로 문제를 풀 수 있다.
- $O(N * 2^N)$ 으로 구현하면 TLE 나니까 조심
- <http://boj.kr/e75ae0135c014793bc69c237d2ba7703>

F. Tales of seafaring (1)

- 길 x 개를 거쳐서 e 에 도착할 수 있다면
 - $x+2, x+4, x+6, \dots$ 개를 이용해도 도착할 수 있다.
 - $e \rightarrow e' \rightarrow e \rightarrow e' \rightarrow \dots$ 반복
- s 에서 e 로 가는 가장 짧은 홀수 길이와 짝수 길이만 알면 된다.
- BFS N 번 돌려서 전처리하면
- 각 쿼리마다 상수 시간에 답을 구할 수 있다.

F. Tales of seafaring (2)

- 간단한 반례가 존재하는데, 직접 생각해보자.
- <http://boj.kr/a749f405e5e0432bbfa0effcb47bf9a6>

G. 벽 칠하기 (1)

- $\text{sum}(f(k)^2) \leq 4e5$ 이므로 $f(k) \leq \sqrt{4e5}$ 다.
- $T(i, j) := i$ 번째 구간을 j 번째 일꾼으로 칠할 수 있는가?
 - T 에서 1의 개수는 최대 $N * \sqrt{4e5}$ 개
- 어떤 위치에 지령을 내릴 수 있는 조건
 - T 를 원통처럼 둥글게 말았을 때
 - 1로 구성된 길이 M 이상인 우하향 대각선이 존재

G. 벽 칠하기 (2)

- $D(i, j) := T(i, j)$ 로 끝나는 우하향 대각선의 최대 길이
- $O(N * \sqrt{4e5})$ 시간에 D 를 채울 수 있다.
 - 공간 복잡도는 토글링을 사용해 $O(M)$ 로 할 수 있다.
- $D(i, *) \geq M$ 이라면 지령을 통해 구간 $[i-M+1, i]$ 를 칠할 수 있다.
 - 칠할 수 있는 구간을 다 모은 다음 그리디하게 칠해주면 된다.
- <http://boj.kr/b16fffeae4cd14efa8034e1568b26f1aa>

H. Xtreme NP-hard Problem (1)

- $N < K$ 이거나 $M < K$ 이면 간선 K 개로 이루어진 경로가 없다.
- $\min(N, M, K) \leq X$ 라는 조건은 $K \leq X$ 로 생각할 수 있다!
- $K = 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때 풀이를 각각 알아보자.

H. Xtreme NP-hard Problem (2)

- $K = 1$ 인 경우
 - 1과 N을 연결하는 간선이 있는지 확인/있으면 가중치 출력
- $K = 2$ 인 경우
 - 1과 N에서 동시에 갈 수 있는 정점 리스트 추출
 - $\text{dst}(1, X) + \text{dst}(X, N)$ 의 최솟값 출력

H. Xtreme NP-hard Problem (3)

- $K = 3 : 1 \rightarrow x \rightarrow y \rightarrow N$ 형태
- $a[x] := 1$ 과 x 를 연결하는 간선의 가중치 / 없으면 inf
- $b[y] := y$ 와 N 을 연결하는 간선의 가중치 / 없으면 inf
- 모든 간선 (x, y) 를 보면서
- $a[x] + \text{dst}(x, y) + b[y]$ 의 최솟값을 구하면 된다.

H. Xtreme NP-hard Problem (4)

- $K = 4 : 1 \rightarrow x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow N$ 형태
 - $a[x], b[z]$ 는 $K = 3$ 일 때와 똑같이 정의한다.
- 1 초과 N 미만인 모든 자연수 y 를 보면서
 - y 와 연결된 두 정점 x, z 에 대해 ($x \neq z$)
 - $\{a[x] + \text{dst}(x, y)\} + \{\text{dst}(y, z) + b[z]\}$ 의 최솟값을 구하면 된다.
 - $\{a[x] + \text{dst}(x, y)\}$ 중 가장 작은 2개, $\{\text{dst}(y, z) + b[z]\}$ 중 가장 작은 2개 구해서
 - $x \neq z$ 인 경우 최솟값을 갱신해주면 된다.

H. Xtreme NP-hard Problem (5)

- $K = 5 : 1 \rightarrow w \rightarrow x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow N$ 형태
 - $a[w]$, $b[z]$ 는 $K = 3$ 일 때와 똑같이 정의한다.
- $a'[x][*] := 1 \rightarrow w \rightarrow x$ 경로의 가중치가 가장 작은 3개
- $b'[y][*] := y \rightarrow z \rightarrow N$ 경로의 가중치가 가장 작은 3개
- a' 에서는 (거리, w)를, b' 에서는 (거리, z)를 저장해야 한다.

H. Xtreme NP-hard Problem (6)

- $a'[x][*] + \text{dst}(x, y) + b'[y][*]$ 의 최솟값을 구하면 된다.
- 모든 간선 (x, y) 를 보면서
 - $a'[x][*] + \text{dst}(x, y) + b'[y][*]$ 를 구해서 최솟값을 갱신하면 된다.
 - w, x, y, z 가 모두 다 다른 경우에만 갱신을 해야 한다.
- <http://boj.kr/3ec887f36b5a43229d81d80ffbf68088>