

离散数学一（第四次作业）

1. 函数 f 是集合 A 到 B 的函数，函数 g 是集合 B 到 C 的函数，请分别说明以下论断是否正确，如正确则给出证明；如错误则给出反例：(1) 如 $f \circ g$ 是 A 到 C 的满射，则 f 是 A 到 B 的满射；(2) 如 $f \circ g$ 是 A 到 C 的单射，则 g 是 B 到 C 的单射；(3) 如 $f \circ g$ 是 A 到 C 的双射，则 f 是 A 到 B 的单射， g 是 B 到 C 的满射。（30 分）
2. 设函数 f, g, h 均为实数集合 \mathbb{R} 到 \mathbb{R} 上的函数，其中 $f(x)=x^2-2$, $g(x)=x+4$, $h(x)=x^3-1$, (1) 求 $f \circ g$ 和 $g \circ f$ ，并分别判断这两个复合函数是否为单射、满射和双射；(2) f, g, h 中哪些有反函数，如果有请给出相应反函数。（40 分）
3. 设有正方形田字格，求经过旋转和翻转能使之重合的所有置换函数。（30 分）
4. 分别举例给出一对不可数集合 A 与 B ，使得 $A \cap B$ 具有以下性质：
 - 1) 有限
 - 2) 可数无限
 - 3) 不可数
5. 证明可数个可数集合的并集仍然是可数的。