# 本节课作业

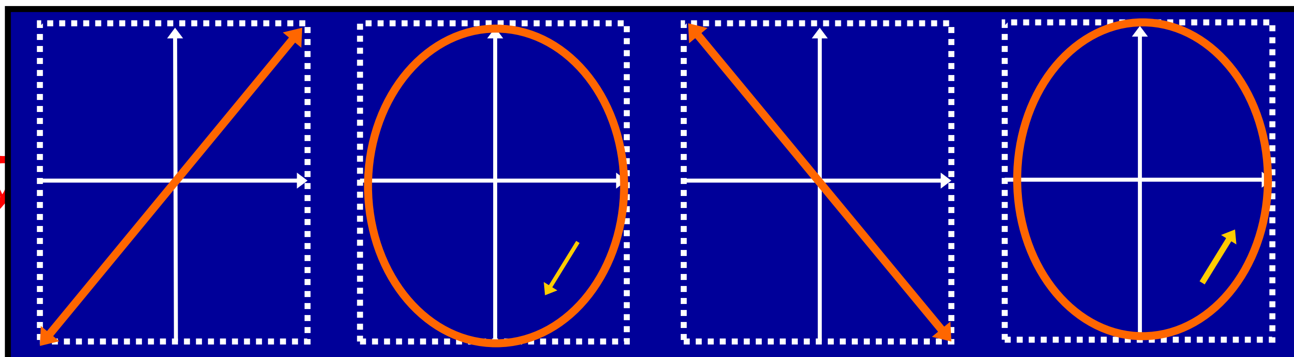
P77: 11-T13~16

# 已学内容回顾

❖ 同方向、同频率的两个简谐运动的合成

同相增强，反相减弱

❖ 同振动方向、不同频率的两个简谐振动的合成



❖ 振动 … 的合成

… 椭圆方程

$\Delta\varphi = 0$ ‖ $\pi/2$ ‖ $\Delta\varphi = \pi$ ‖ $3\pi/2$

❖ 振动方向垂直、不同频率的谐振动的合成

李萨如图

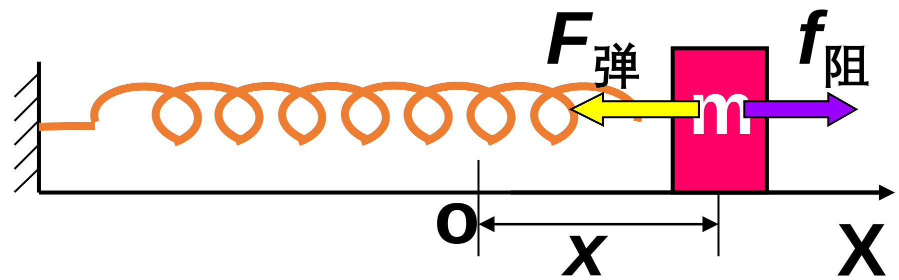
$\Delta\phi$ 将从 $0 \rightarrow \pi/2 \rightarrow \pi \rightarrow 3\pi/2 \rightarrow 2\pi$

直线→斜椭圆→正椭圆→斜椭圆→直线

$$\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{N_y}{N_x}\ 2$$

# 已学内容回顾

## 谐振子的阻尼振动




$$\ddot{x}+2\beta\dot{x}+\omega_0^2 x=0$$

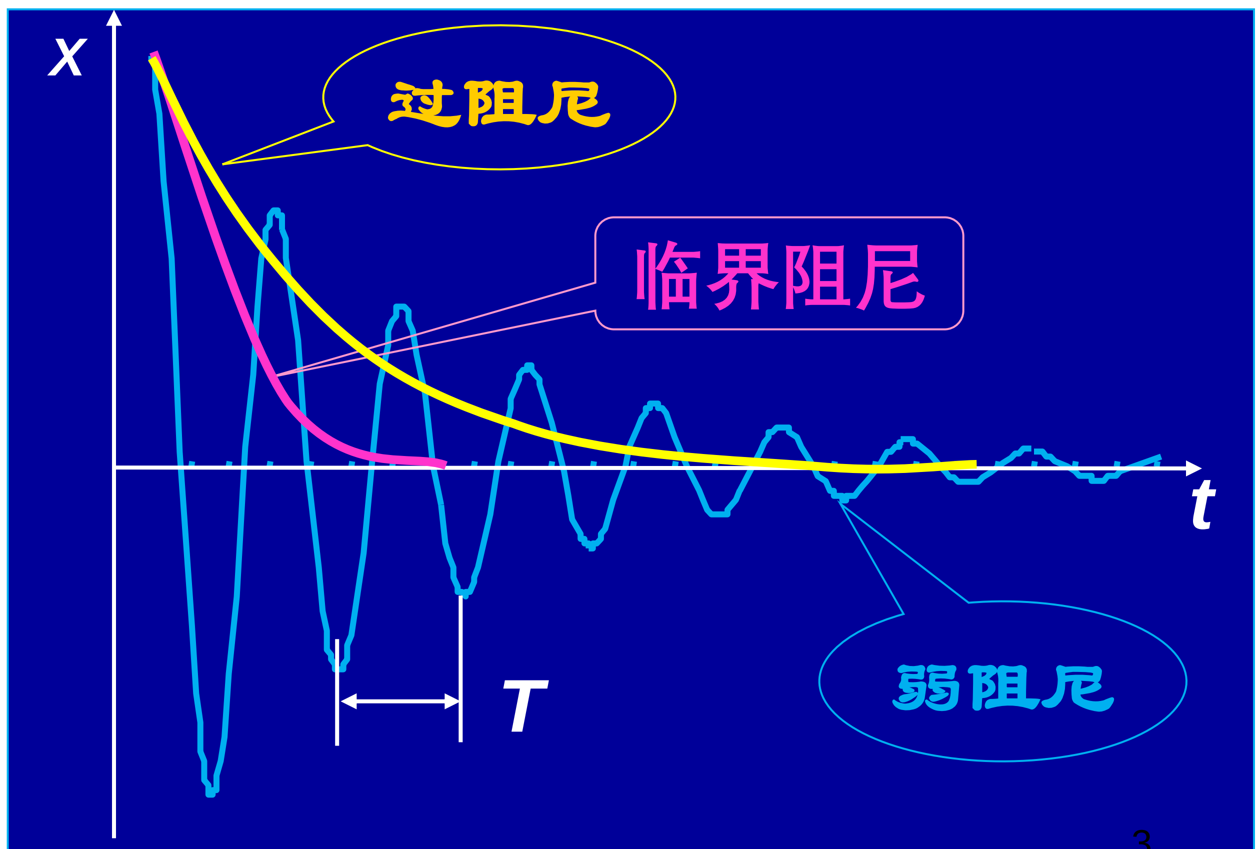
$$\omega_0^2=\frac{k}{m}$$

$$2\beta=\frac{\gamma}{m}$$

$\beta<\omega_0$，弱阻尼

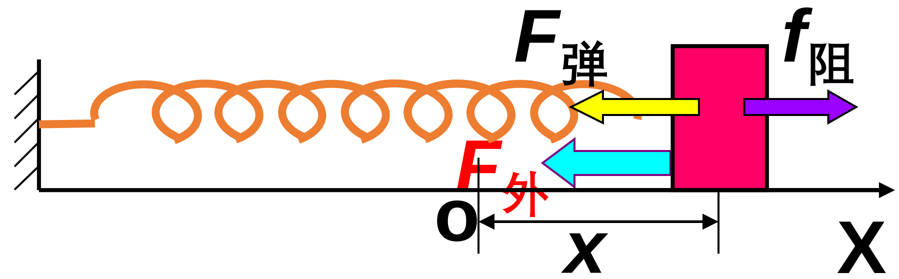
$\beta>\omega_0$，过阻尼

$\beta=\omega_0$，临界阻尼



## 2. 谐振子的受迫振动

### (1) 谐振子的受迫振动方程




设强迫力 $F_{外} = F_0 \cos\omega_{外} t$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_{弹} + f_{阻} + F_{外} \qquad \omega_0^2 = \frac{k}{m} \qquad 2\beta = \frac{\gamma}{m} \qquad a_0 = \frac{F_0}{m}$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = a_0 \cos\omega_{外} t}$$ ——动力学方程

**方程的通解=齐次微分方程的解+非齐次的一个特解**

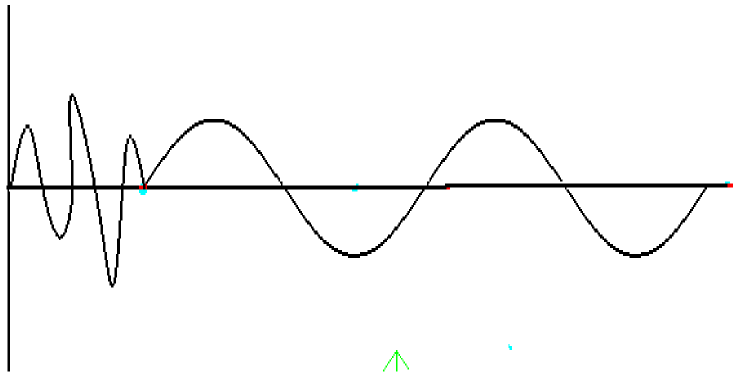
$$x(t) = \underbrace{A_0 e^{-\beta\cdot t}\cos(\omega t + \varphi_0)}_{\text{反映系统的暂态行为}} + A_p \cos(\omega_{外} t + \alpha)$$

反映系统的暂态行为

系统的稳定振动状态

经过足够长的时间，稳态解：

$$\boxed{x(t)=A_{p}\cos(\omega_{外}t+\alpha)}$$



即：稳态时的受迫振动按简谐振动的规律变化.

稳态频率：$\omega=\omega_{外}$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\beta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=a_0\cos\omega_{外}t$$

将稳态解代入方程可得：

振幅：$$A_p=\frac{a_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega_{外}^2\right)^2+4\beta^2\omega_{外}^2}}$$

位相：$$tg\alpha=\frac{-2\beta\omega_{外}}{\omega_0^2-\omega_{外}^2}$$

## 2) 稳定受迫振动与简谐振动的区别：

* 受力不同：　弹簧振子— $F_{弹}$，　受迫振动—$F_{外}$

**三特征量的本质不同：

弹簧振子 $\begin{cases} \omega_0 & \text{—系统固有} \\ A & \\ \varphi & \end{cases}$ $A$、$\varphi$ 由初始条件决定

受迫振动 $\begin{cases} \omega_{外} & \text{—外力决定} \\ A & \\ \alpha & \end{cases}$ $A$、$\alpha$ 解方程求得

***能量情况不同：

简谐振动系统能量守恒

受迫振动系统阻力消耗的能量 = 外力作功

## 3. 共振—— 位移共振

**在一定条件下，振幅出现极大值，振动剧烈的现象。**

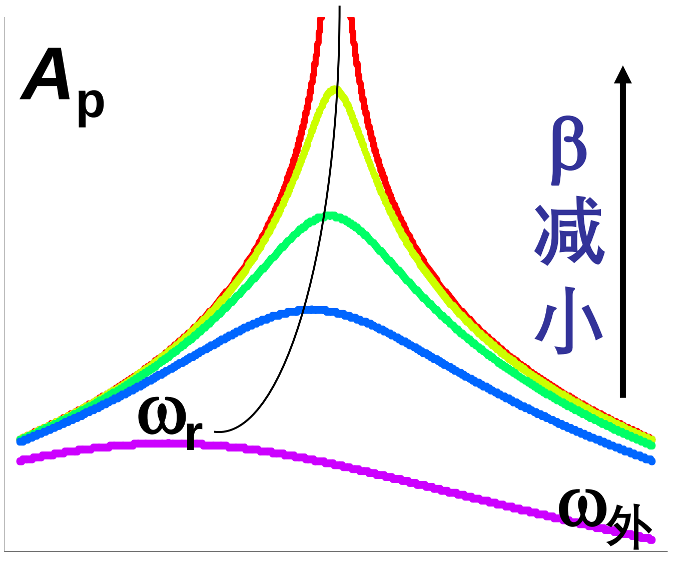
$$A_p = \frac{a_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_{外}^2\right)^2 + 4\beta^2\omega_{外}^2}}$$

令： $\dfrac{dA_p}{d\omega_{外}} = 0$

$$\omega_r = \omega_{外} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

$$A_{p\max} = \frac{a_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$ 共振振幅

$\omega_r < \omega_0$，与 $\beta$ 有关



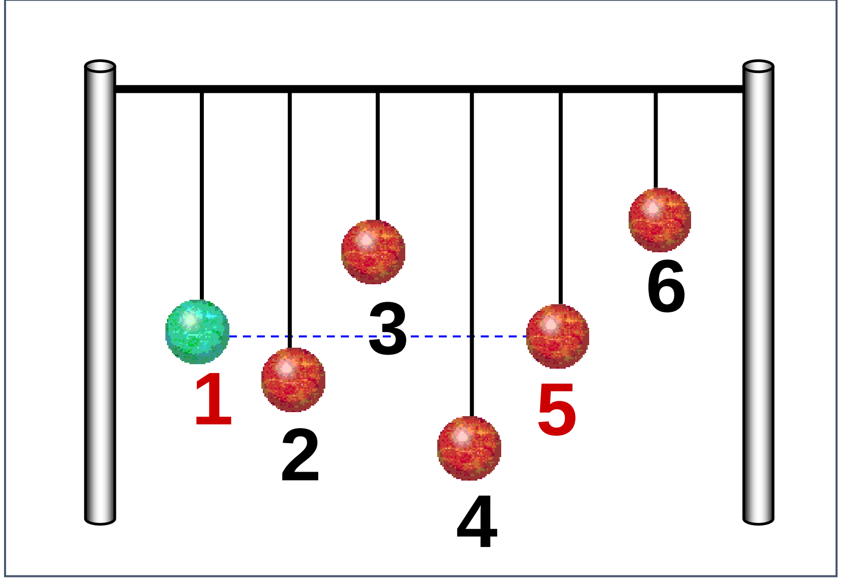

$\beta$ 大， $\omega_r$ 小　　$A_{max}$—小

$\beta$ 小， $\omega_r$ 大　　$A_{max}$—大

若 $\beta \ll \omega_0$，则 $\omega_r \approx \omega_0$

$A_r \approx a_0/(2\beta\,\omega_0)$ ~称尖锐共振

## 共振演示实验




单摆1作垂直于纸面的简谐运动时，单摆5将作相同周期的简谐运动，其它单摆基本不动.

有个故事：从前有座山，山里有个庙，庙里有个和尚…

庙里的中经常不敲自响…，和尚害怕…

乐器的共鸣箱，如二胡、钢琴、提琴等

电磁共振：收音机

共振武器？让你的五脏六腑破裂…

## ◆ 共振现象的危害

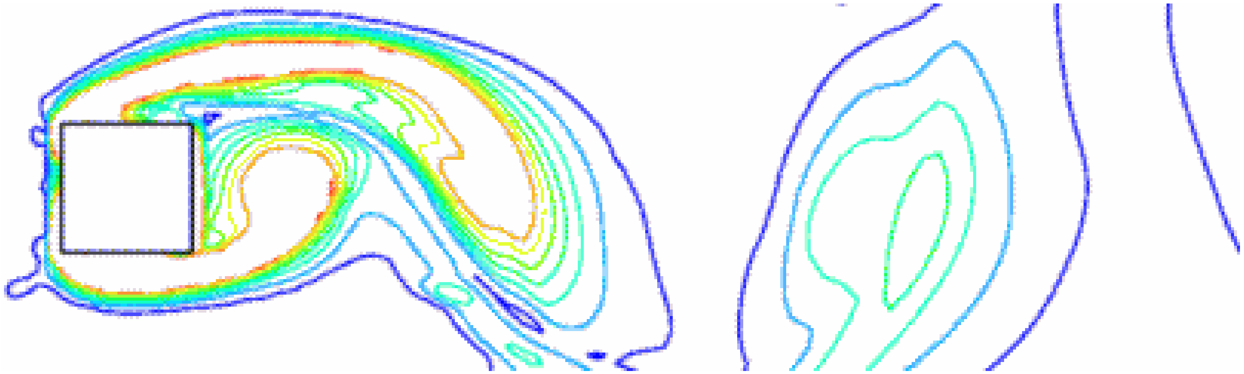
**1831年英国骑兵队通过曼彻斯特一座桥时倒塌…**
**1906年俄国一支全副武装的沙皇军队…**

1940 **年**7**月**1**日美国** Tocama **悬索桥因共振而坍塌**

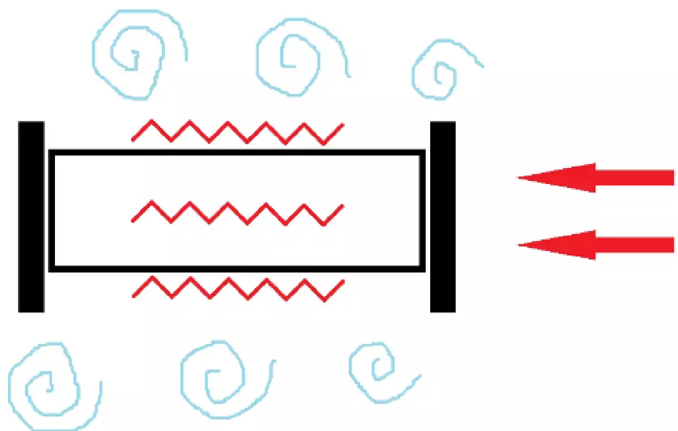
路面一侧翘起达8.5米，倾斜达到45度。

尽管科茨沃斯（记者）与朋友多次尝试营救，车里的卡宾犬仍然成为了事故唯一的牺牲者。

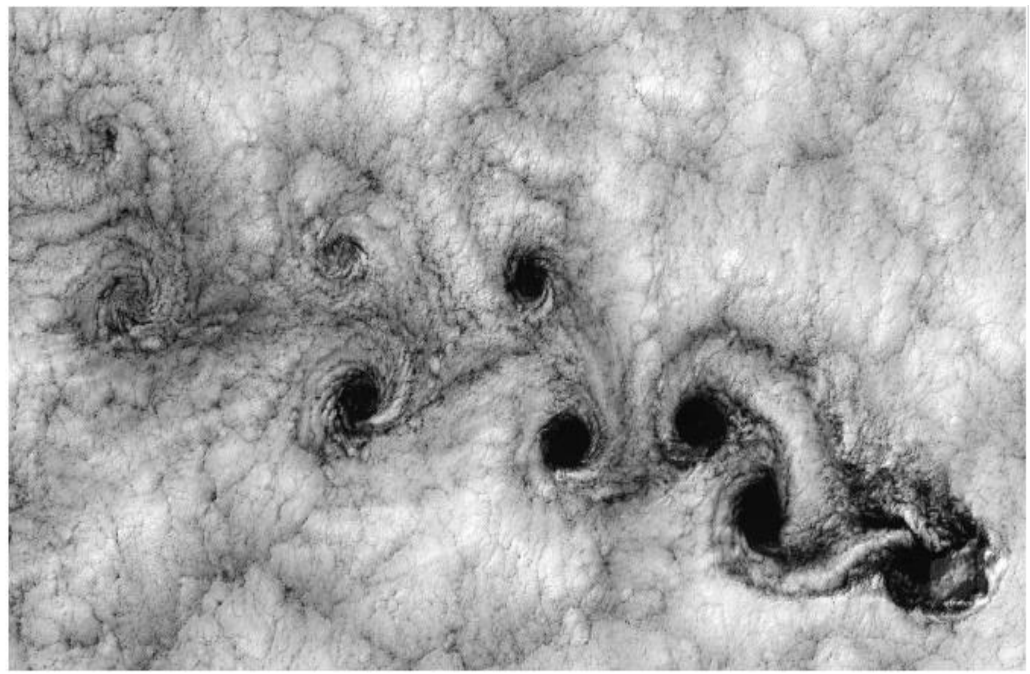
# 空气动力学家冯·卡门（Theodore von Kármán）



卡门涡街



卡门涡街是有规律的周期性现象，也就是说漩涡的形成和侧向力的作用，是具有一定频率的。



从太空俯瞰智利海岸的卡门涡街

## 国庆假期：旗帜为何会迎风飘扬

1911年，著名物理学家普朗特，交给博士生卡尔·希门兹一个任务：建造一个水道，以观察水稳定流过圆柱时的流动分离。

Über den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt.

Von

**Th. v. Kármán** in Göttingen.

Vorgelegt von F. Klein am 14. September 1911.

Seit Osborne Reynolds' Untersuchungen über die mechanische Ähnlichkeit von Bewegungszuständen zäher Flüssigkeiten ist es bekannt, daß der Widerstand, den ein fester Körper in einer unbegrenzten, inkompressiblen Flüssigkeit erfährt, wenn er sich mit der gleichförmigen Geschwindigkeit $U$ geradlinig fortbewegt, durch eine allgemeine Formel von der Form

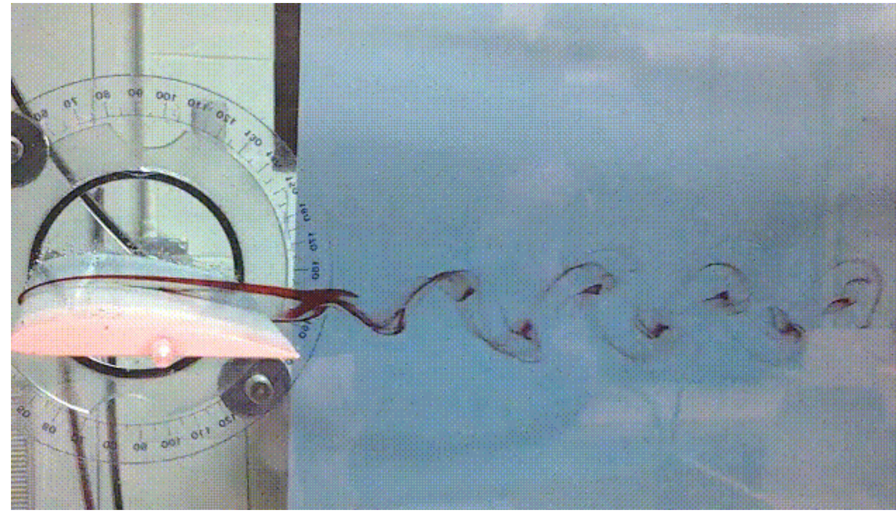
$$W = \mu l U f\left(\frac{Ul\varrho}{\mu}\right)$$

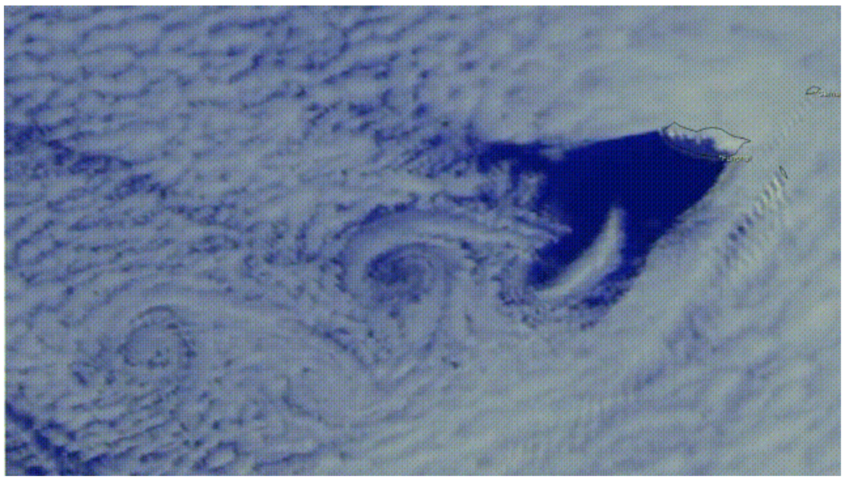
gegeben wird, wobei

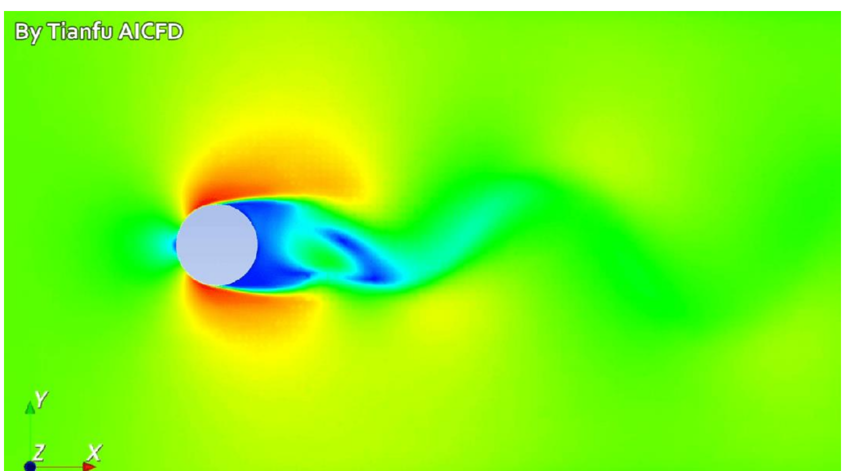
$\mu$ die Zähigkeitskonstante
$\varrho$ die Dichte der Flüssigkeit
$l$ eine beliebig gewählte lineare Abmessung des Körpers bedeutet und $f\left(\frac{Ul\varrho}{\mu}\right)$ eine von der Gestalt des Körpers und der Wahl von $l$ abhängige Funktion der einzigen Variablen $R = \frac{Ul\varrho}{\mu}$ bezeichnet, welche letztere wir als Reynolds'schen Parameter einführen wollen.

Die Erfahrung zeigt, daß diese Funktion $f(R)$ für sehr kleine Werte von $R$, d. h. für den Fall sehr großer Zähigkeit, bezw. sehr langsamer Bewegung nahezu einen konstanten Wert hat. Den Grenzfall $R = 0$ haben die Stokes'schen Untersuchungen wenigstens für Körper mit einfacher Begrenzung in der Tat erledigt und führten zu Widerstandsformeln, die besonders

论文证明，流体流过圆柱等物体后，会在其后方产生两排旋涡串，并且两排旋涡还是交错排列，而非对称。
这篇论文成为冯·卡门的成名作，奠定了他在流体力学领域的地位。
因为两排交错排列的旋涡像街道两旁的路灯，所以人们将这个现象称为“卡门涡街”。









视频


视频


南沙
37+436
119

当 $\beta \to 0$ 时，则 $\omega_r \approx \omega_0$

$$A_p = \frac{a_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_{外}^2\right)^2 + 4\beta^2\omega_{外}^2}} \qquad tg\alpha = \frac{-2\beta\omega_{外}}{\omega_0^2 - \omega_{外}^2}$$

$$\therefore \omega_r = \omega_0, \quad A_p \longrightarrow \infty, \quad \alpha_r = -\pi/2$$

**共振时，受迫振动相位落后于强迫力相位π/2，即振动速度与强迫力同位相，那么外力始终对系统作正功，对速度的增大有最大的效率。**

**这正是振动振幅急剧增大的原因。**

**但是，随着振幅的增大，阻力的功率也不断增大，最后与强迫力的功率相抵，从而使振幅保持恒定。从能量观点看在共振时，这能量转变为共振质点的能量，也叫共振吸收。**

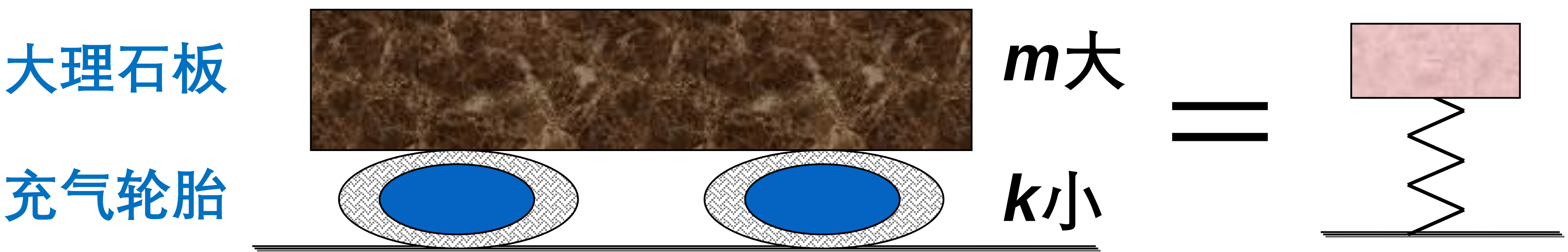
$\boxed{若\beta \to 0 \quad A_{max} \to \infty}$ → 实际上不可能

# 阻尼振动 ⟶ 受迫振动 ⟶ 共振（ $\omega_{外} = \omega_0$ ）

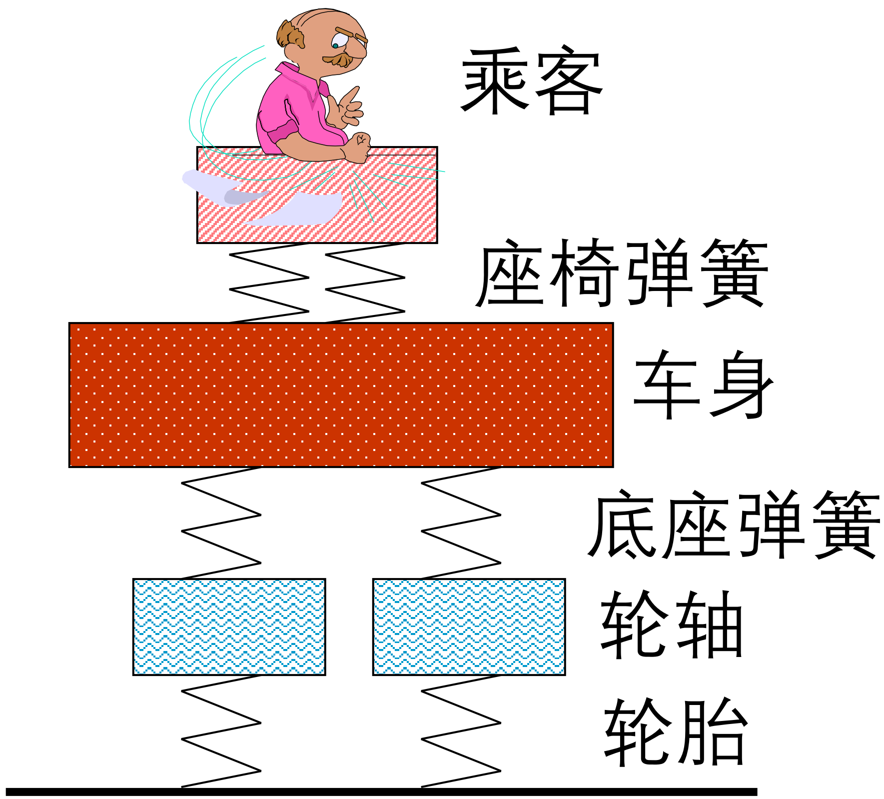
如何设计一防振台?

要使 $\omega_{外} >> \omega_0$ ！

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ 小}$$

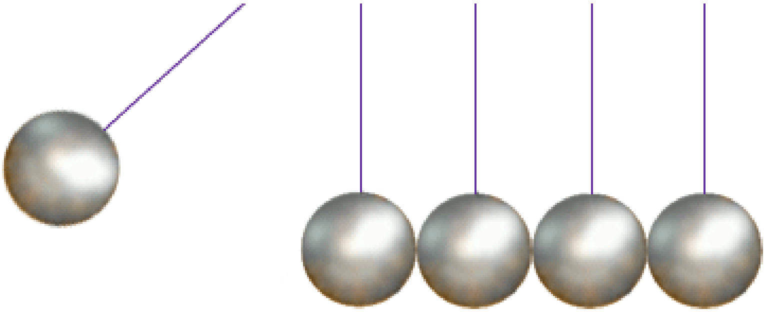


# 还有多级隔振!

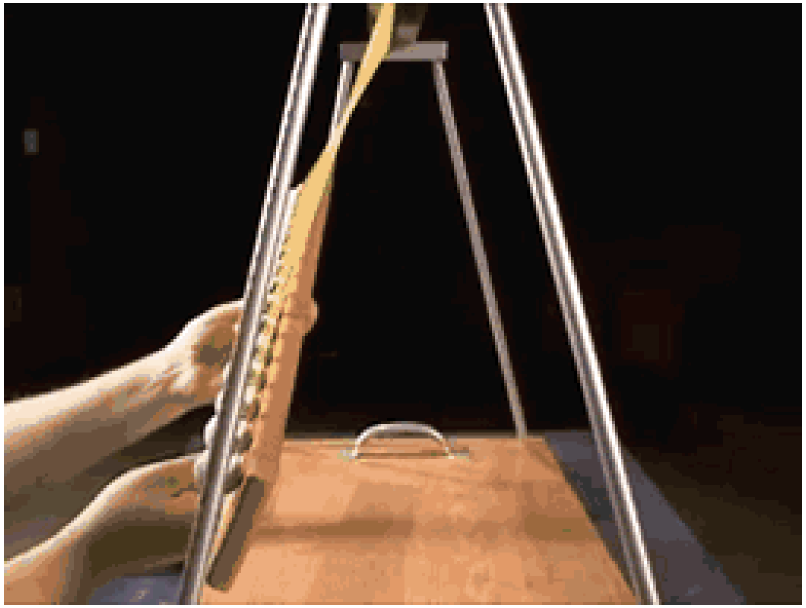



汽车的减振系统

1851年 傅科摆——
证明地球自转



1760年代：牛顿摆



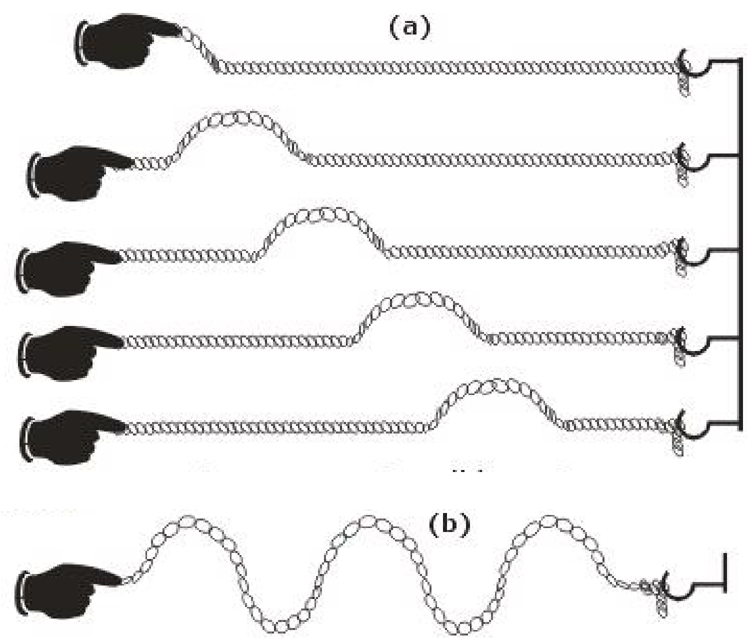
蛇摆

# 第5节 机械波

## 一、波动简介

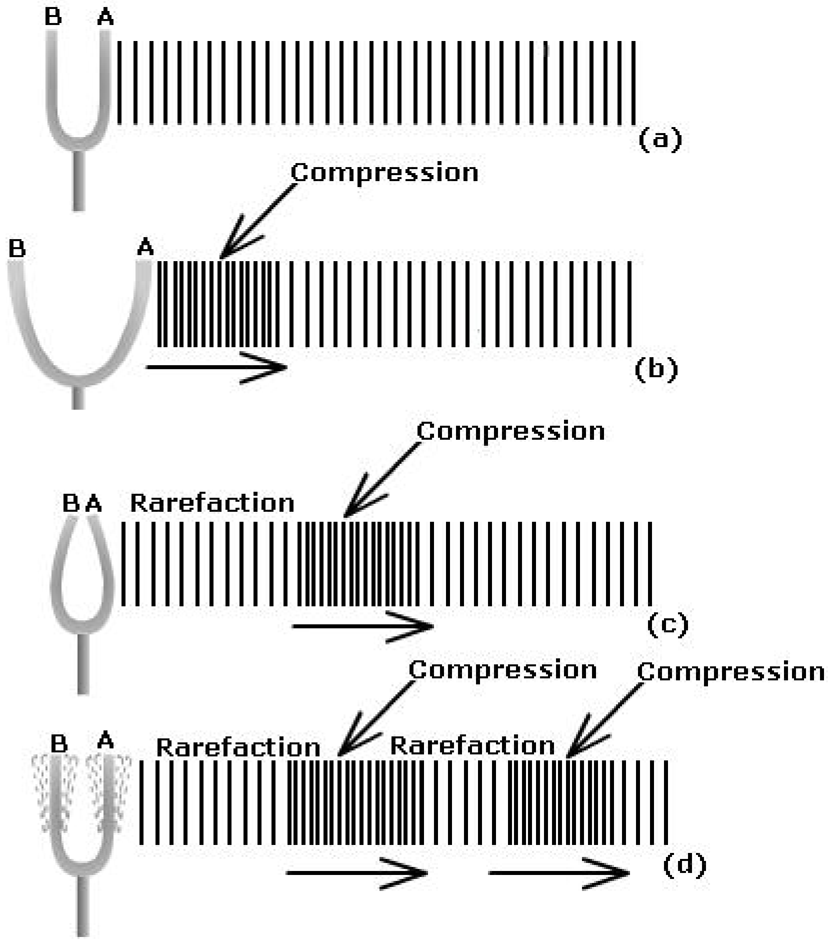
### 1、波动例子

绳波



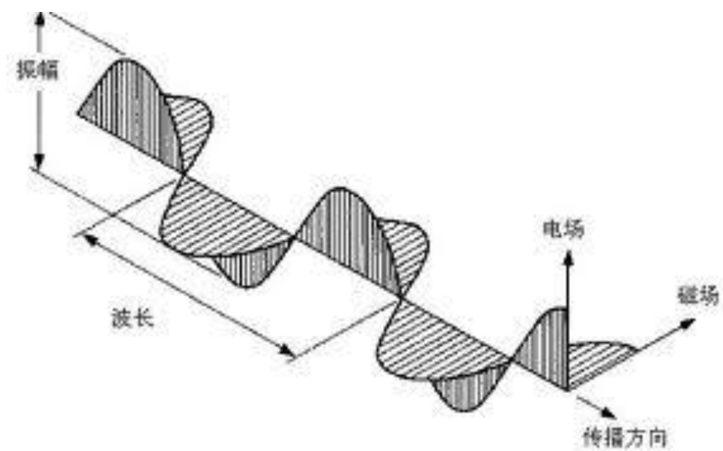

墨西哥波
(Mexican Wave)

## 声波



B
A
(a)
Compression
B
A
(b)
Compression
B A
Rarefaction
(c)
Compression
Compression
B
A
Rarefaction
Rarefaction
(d)


## 电磁波



振幅
波长
电场
磁场
传播方向

# LIGO: ervatory

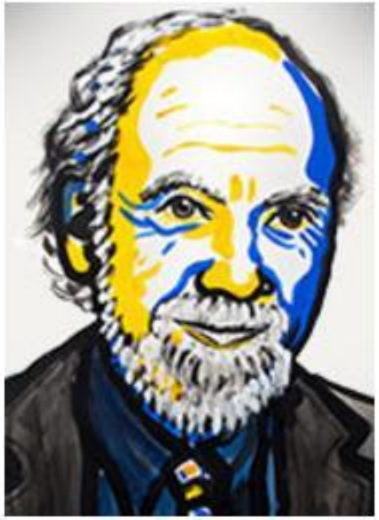
激光干涉

# The Nobel Prize in Physics 2017

© Nobel Media. Ill. N. Elmehed

**Rainer Weiss**

Prize share: 1/2



© Nobel Media. Ill. N. Elmehed

**Barry C. Barish**

Prize share: 1/4

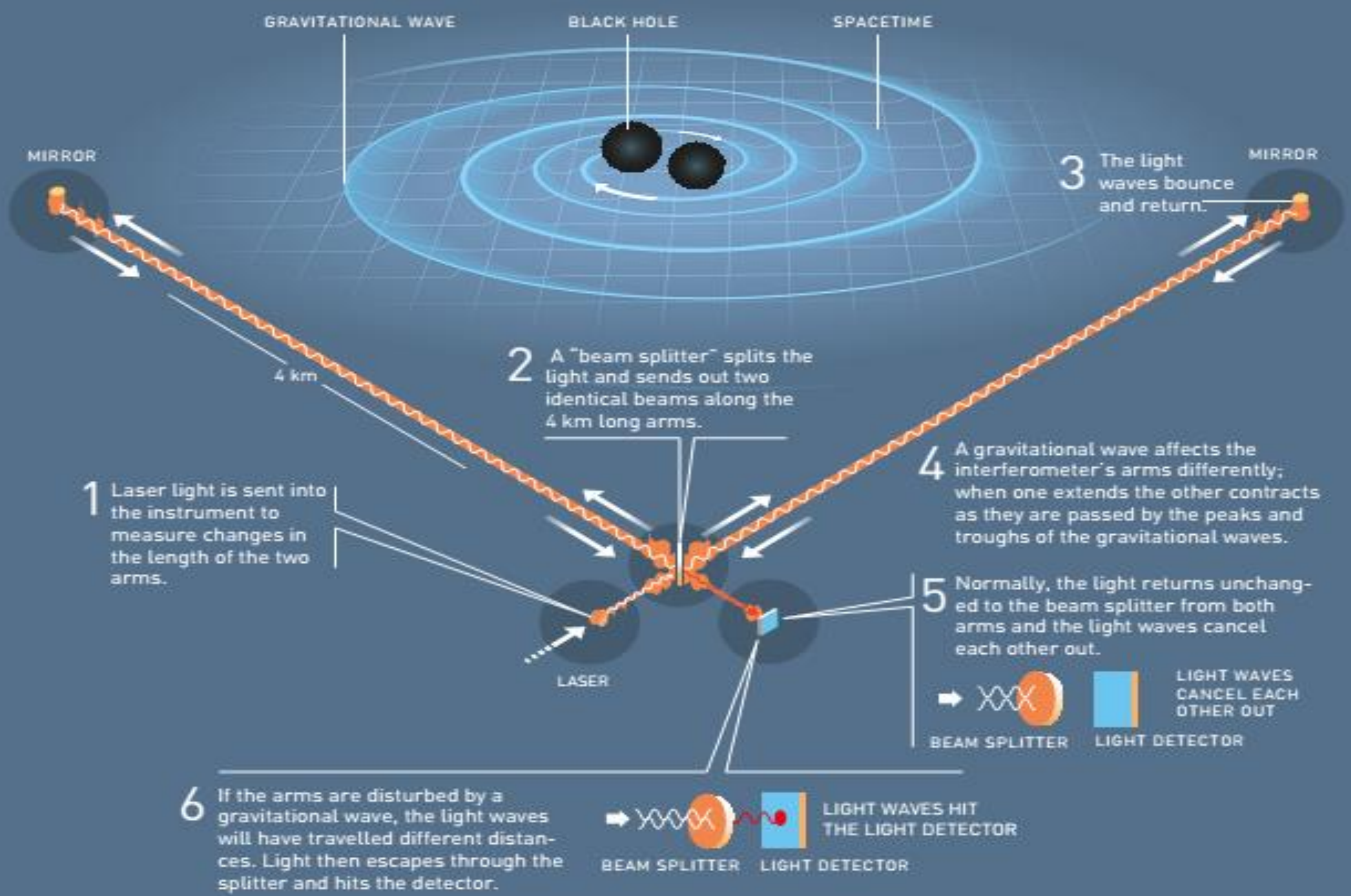
© Nobel Media. Ill. N. Elmehed

**Kip S. Thorne**

Prize share: 1/4

***"for decisive contributions to the LIGO detector and the observation of gravitational waves"***

# LIGO – A GIGANTIC INTERFEROMETER



# GRAVITATIONAL WAVES FROM COLLIDING BLACK HOLES

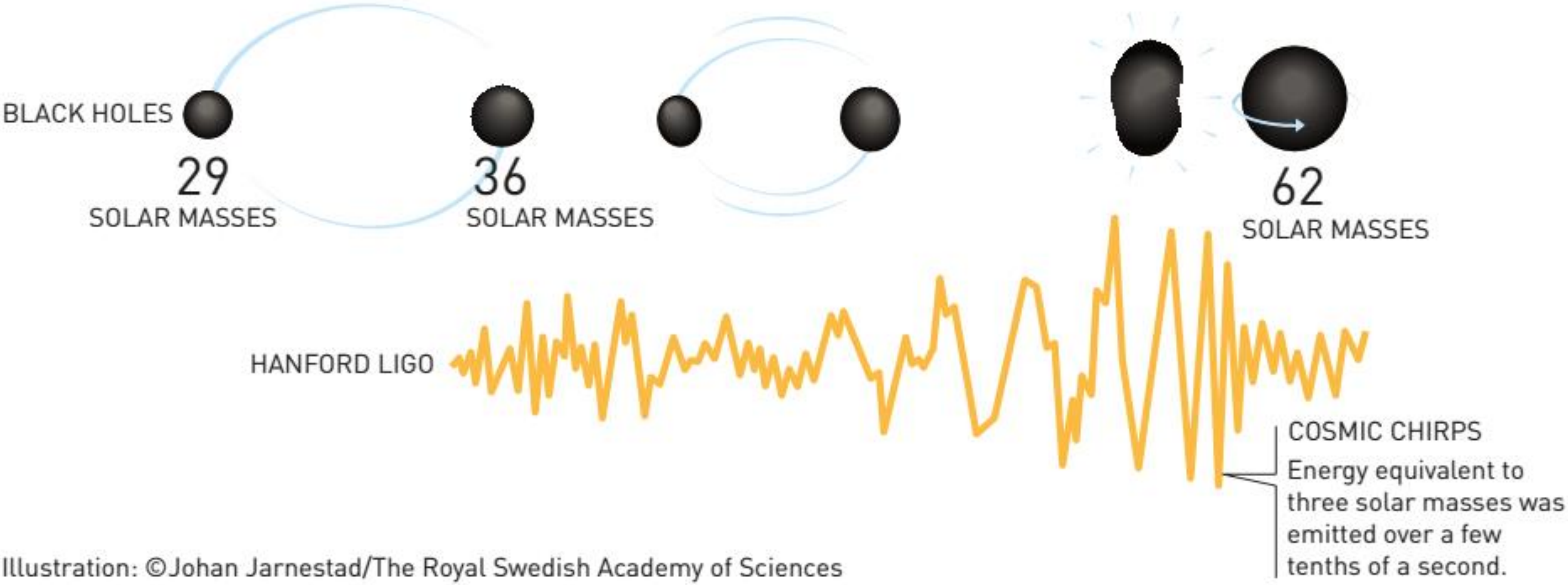
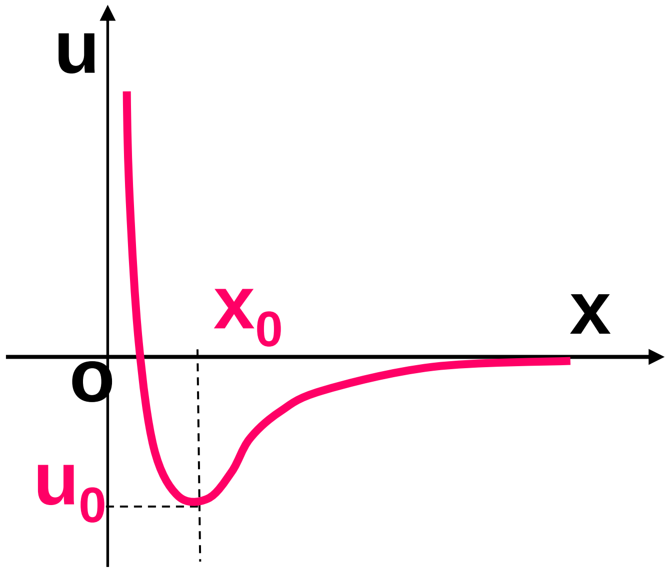



Illustration: ©Johan Jarnestad/The Royal Swedish Academy of Sciences

# 从振动到波动：从单一质点到连续介质

**机械波：** 在弹性介质中，一个质元的振动会引起邻近质元的振动，而邻近质元的振动又会引起较远质元的振动，这样就会形成振动由近到远的传播。这种传播就是机械波




## 机械波产生的条件

1）波源——产生振动的物体

2）弹性媒质：传播振动的介质

分子间的作用势能

$$u(x)-u(x_0)\approx\frac{1}{2}k\Delta x^2,\ k\sim u''(x_0)$$

分子力是准弹性力

## 2. 波的分类

性质分类
- 机械波：机械振动在弹性媒质中的传播过程
- 电磁波：电磁场周期性变化在空间的传播
- 引力波：时空形变，以c的速度在空间传播

按动方向与传播方向分类
- 横波：振动方向与传播方向垂直 如 电磁波
- 纵波：振动方向与传播方向相同 如 声波
- 混合波： 如水波、地震波

注： 波动与振动是两个概念

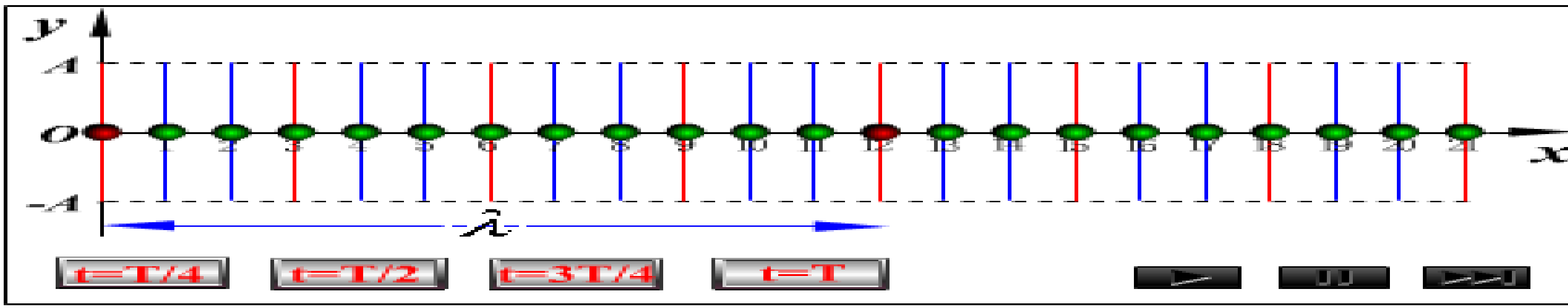
振动是波动的基础，波动是振动的传播

"随波逐流"：波和流是有区别的

随波：振动状态 逐流：水的运动

## 3、横波和纵波

**横波**：质点振动方向与波的传播方向相**垂直**的波.

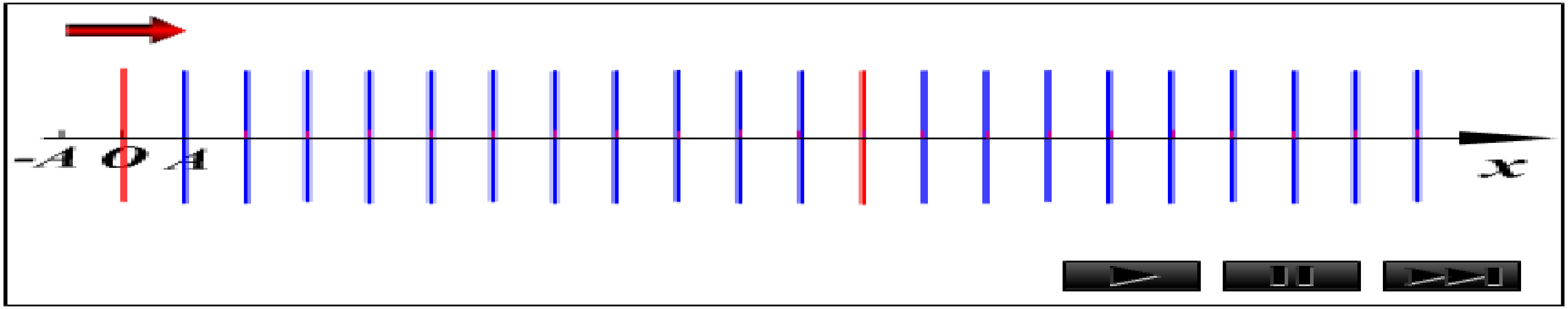



- 特征：具有交替出现的波峰和波谷.

**波长** λ：沿波的传播方向，两个相邻的、相位差为2π的振动质点之间的距离

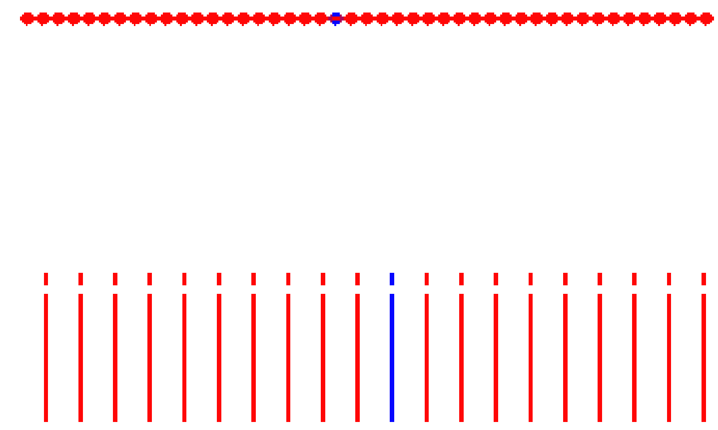
**纵波**：质点振动方向与波的传播方向互相**平行**的波.

（可在固体、液体和气体中传播）




- **特征：具有交替出现的密部和疏部.**

**注意：**



$1^o$ 波的传播过程是振动状态的传播过程。

（质点本身不随波运动）

是位相的传播，能量的传播。

$2^o$ 波是指媒质整体表现的运动状态，其特点是：相邻质点的振动位相依次落后。