本节课作业

P79: 11-T17~20

已学内容回顾

- 平面简谐波的波函数(向x轴正向传播的波)

$$y = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi]$$

- 已知参考点的振动 $y_a = A\cos\omega t$ ，求波函数。

找任意点*P*:

任意点*P*比参考点晚振动, 减去传播时间Δt;
任意点*P*比参考点早振动, 加上传播时间Δt。

- 波速= 相速 = 波形传播的速度 = *u*

$$y(x,t) = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\phi] = A\cos[\omega t - kx+\phi]$$

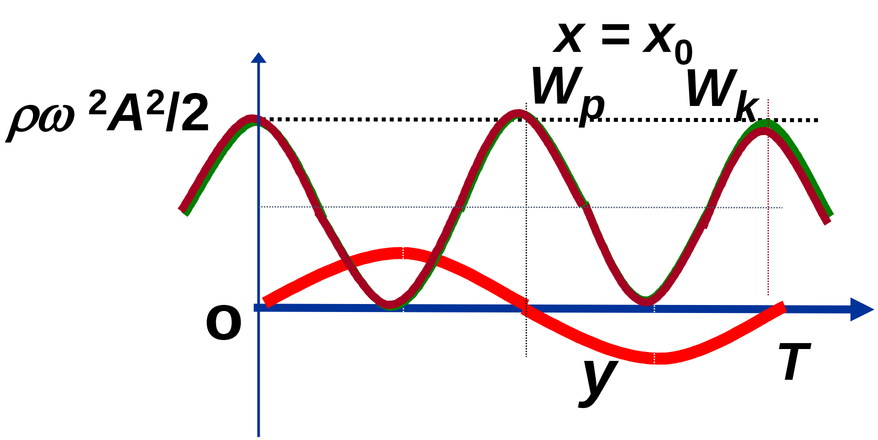
已学内容回顾

波的能量

简谐波

$$\begin{cases} \Delta W_k = \dfrac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2A^2\sin^2(\omega t - kx + \varphi) \\ \Delta W_p = \dfrac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2A^2\sin^2(\omega t - kx + \varphi) \end{cases}$$

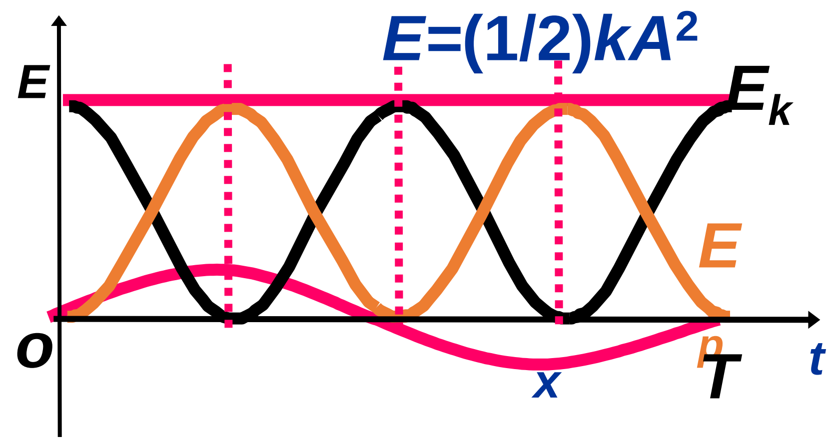
$E_{k\max} = E_{p\max}$ **能量不守恒!**



简谐振子

$$\begin{cases} E_k = \dfrac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \varphi) \\ E_p = \dfrac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

$E_{k\max} \Rightarrow E_{p\max}$ **能量守恒**



2. 能量密度： 单位体积内的能量

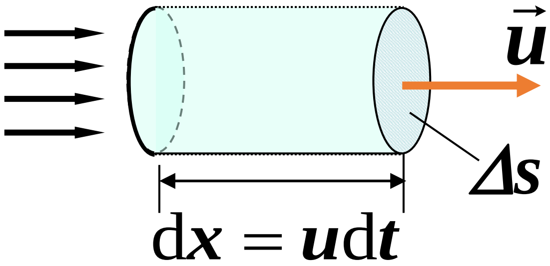
$$\boxed{W=\rho A^2\omega^2(\Delta V)\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})}$$

$$w=\frac{\Delta W}{\Delta V}=\rho\omega^2A^2\sin^2(\omega t-kx+\phi)$$

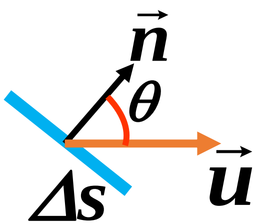
单位：J/m³

能量密度周期平均值 $\bar{w}=\frac{1}{T}\int_0^T w\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 \propto A^2,\omega^2$

3. 能流密度: (单位时间通过垂直传播方向的单位截面上的能量)



$$i=wu=\rho\omega^2A^2u\sin^2(\omega t-kx+\phi)\cos\theta$$



单位：W/m²

4. 波的强度:

平均能流密度 (一个周期内能流密度的平均值)

$$I=\langle i\rangle=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2u=\bar{w}u$$

单位：W/m²

例：声波强度（声强）（W/m²）

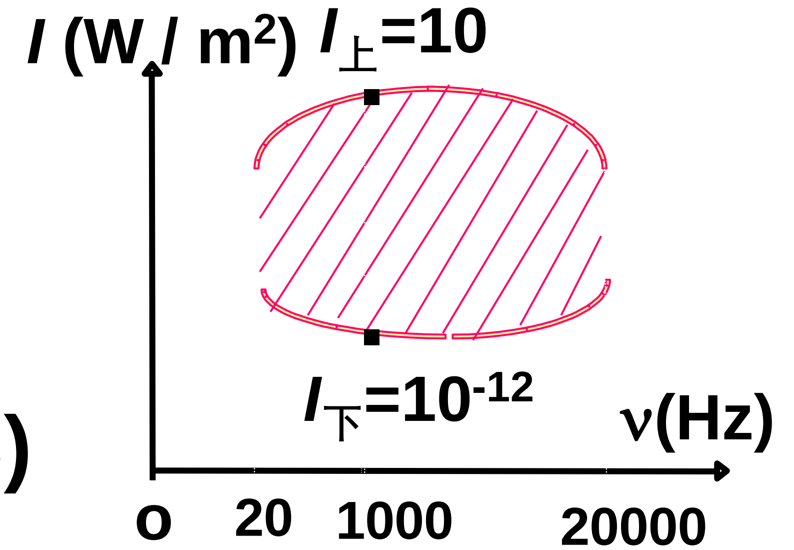
1. 正常人听声范围

$20 < \nu < 20000$ Hz.　　$I_{下} < I < I_{上}$　(13个量级)

- **声强级**

以1000 Hz 时的$I_{下}$作为基准声强I_0

$I_0 = 10^{-12}$ W/m²



$$L = 10\lg\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

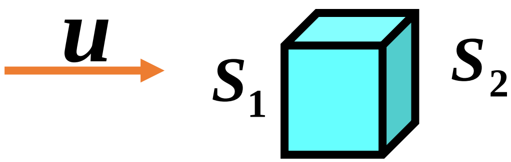
单位:分贝(dB)

语言：30-70dB　　ie. $10^{-9} \sim 10^{-5}$ W/m²

振幅与波阵面（无吸收的理想媒质） $<P_1> = <P_2>$

一周期内穿过各波面（S_1, S_2...） 的总能量相等

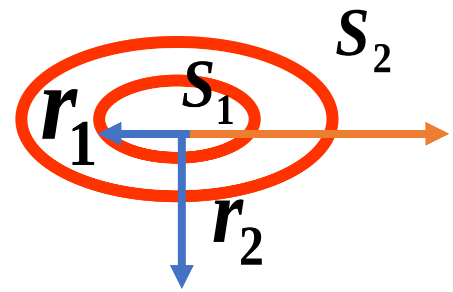
平面波



$$\frac{<P_1>}{<P_2>} = \frac{I_1}{I_2}\frac{S_1}{S_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2}\frac{S_1}{S_2} = 1$$

$$\boxed{\therefore A_1 = A_2}$$

球面波



$$\frac{<P_1>}{<P_2>} = \frac{I_1}{I_2}\frac{S_1}{S_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2}\frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = 1$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$\boxed{\therefore A(r) \propto \frac{1}{r}}$$

例: 图为一平面简谐机械波在 t 时刻的波形曲线。若此时A点处媒质质元的振动动能在增大，则 [B]

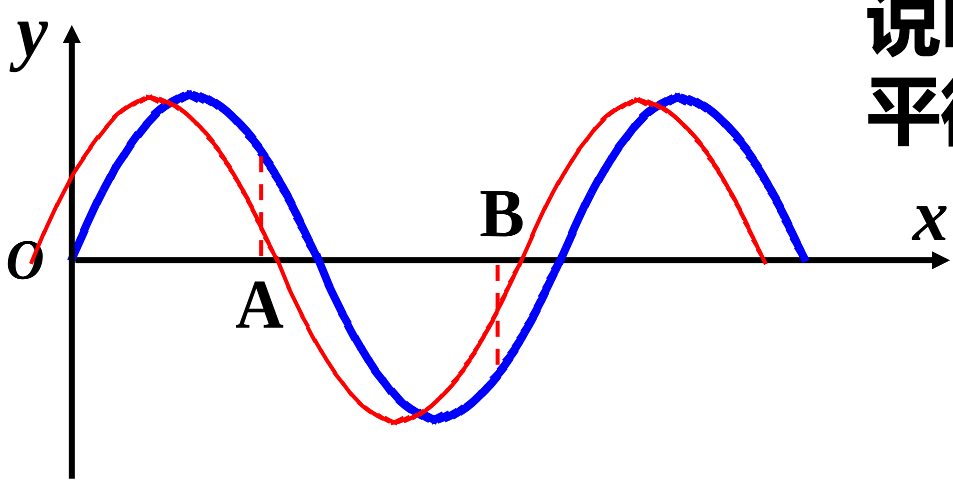
(A) A点处质元的弹性势能在减小

(B) 波沿 x 轴负方向传播

(C) B点处质元的振动动能在减小

(D) 各点的波的能量密度都不随时间变化

分析：　A点处媒质质元的振动动能在增大，



说明A点处媒质质元正向平衡位置运动，速度为负。

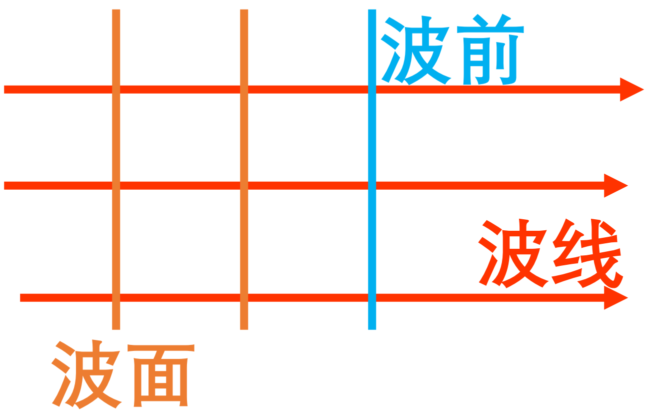
下一时刻的波形曲线向左平移。

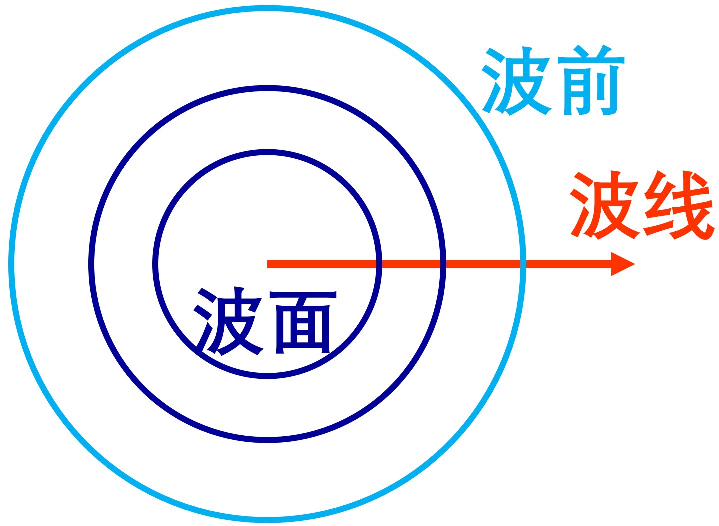
第7节　波的衍射和波的干涉

一）惠更斯原理——解决波的传播问题

波阵面（等位相面）、 波前、 波线

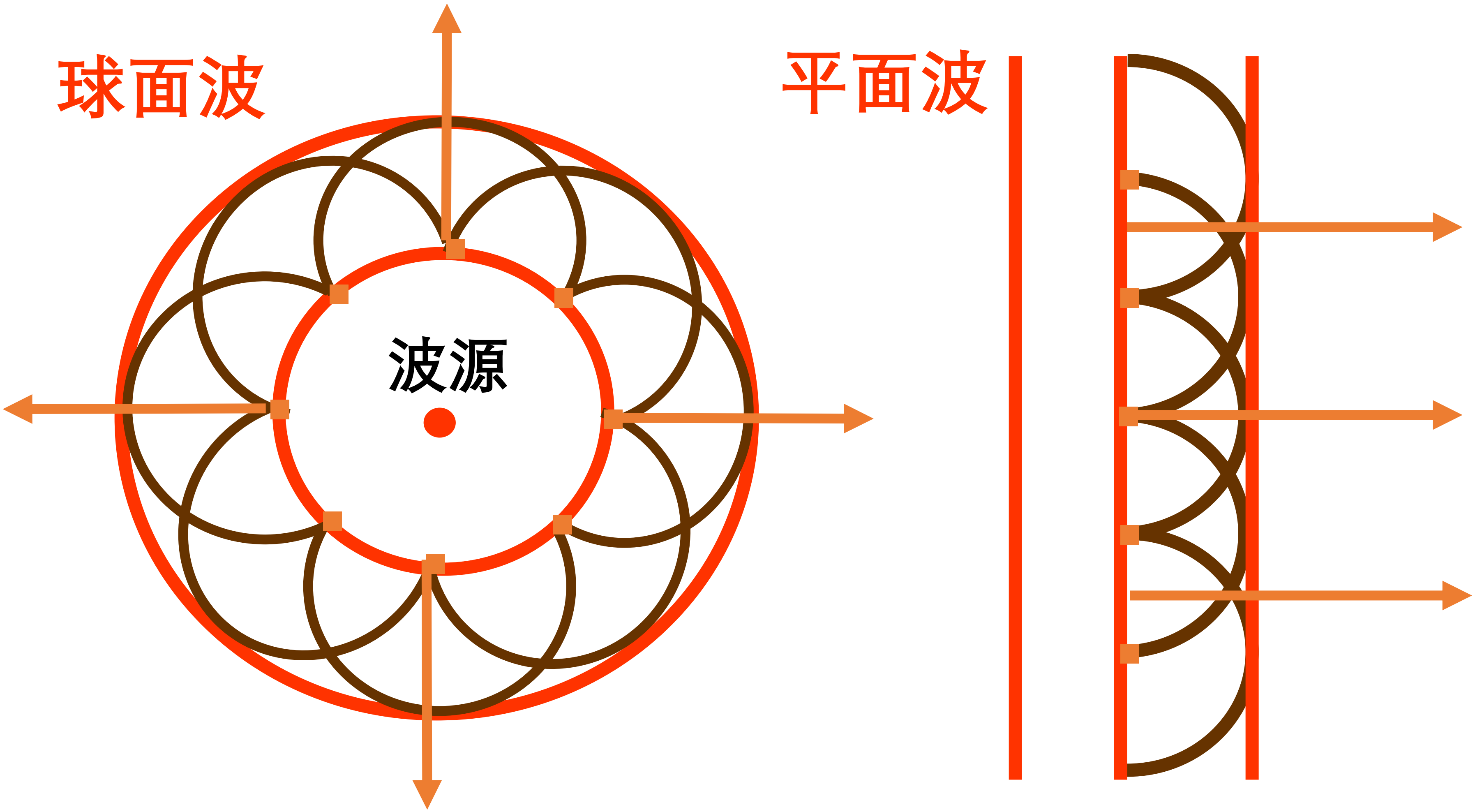
平面波





点波源产生球面波

2. 惠更斯原理：媒质中任一波阵面上的各点，都可以看作是发射子波的波源，其后任一时刻，这些子波的包迹就是新的波阵面。



•惠更斯原理解决了波的传播方向、而各子波的强度分布未能定量给出。还有后退波问题？

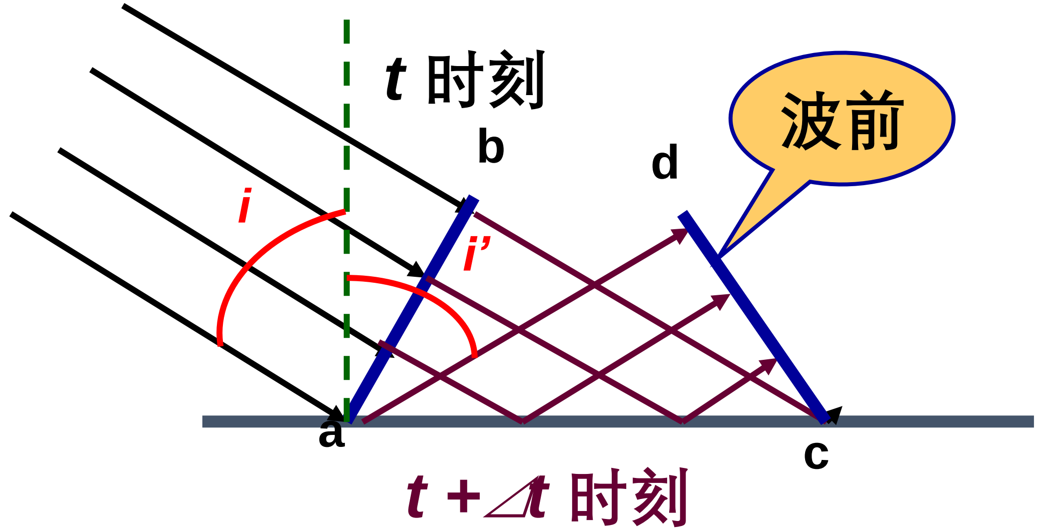
•惠更斯原理提出子波概念，并借此解决波形成过程，几何上解决光的直线传播、反射和折射现象。

•惠更斯原理对任何波动过程都适用。

用惠更斯证明反射定律

$$\Delta abc \cong \Delta adc$$

$\Rightarrow$ $\boxed{i = i'}$



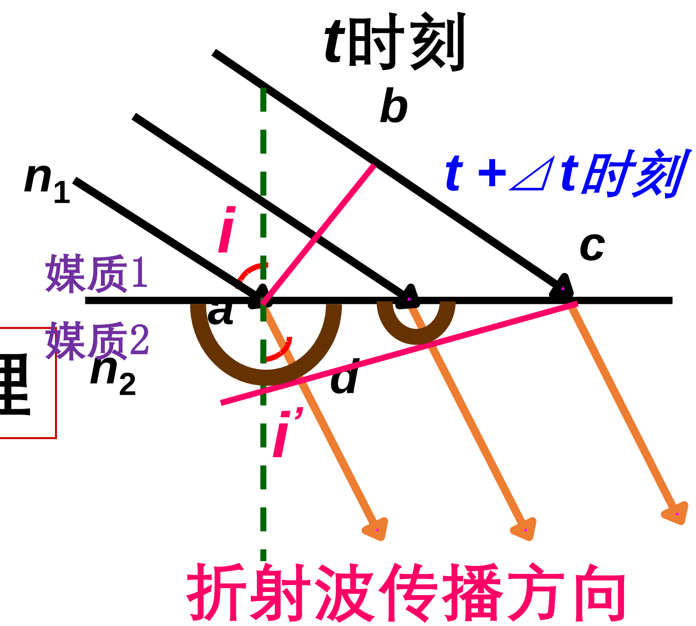
用惠更斯证明折射定律

$$bc = c_1 \Delta t,\ \ ad = c_2 \Delta t$$

$$bc = ac \sin i,\ \ ad = ac \sin i'$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\dfrac{\sin i}{\sin i'} = \dfrac{bc}{ad} = \dfrac{c_1}{c_2} = \dfrac{n_2}{n_1}}$ 折射定理

若 $\boxed{\sin i \geq \dfrac{n_2}{n_1}}$ 全反射条件



二）波的叠加原理与干涉

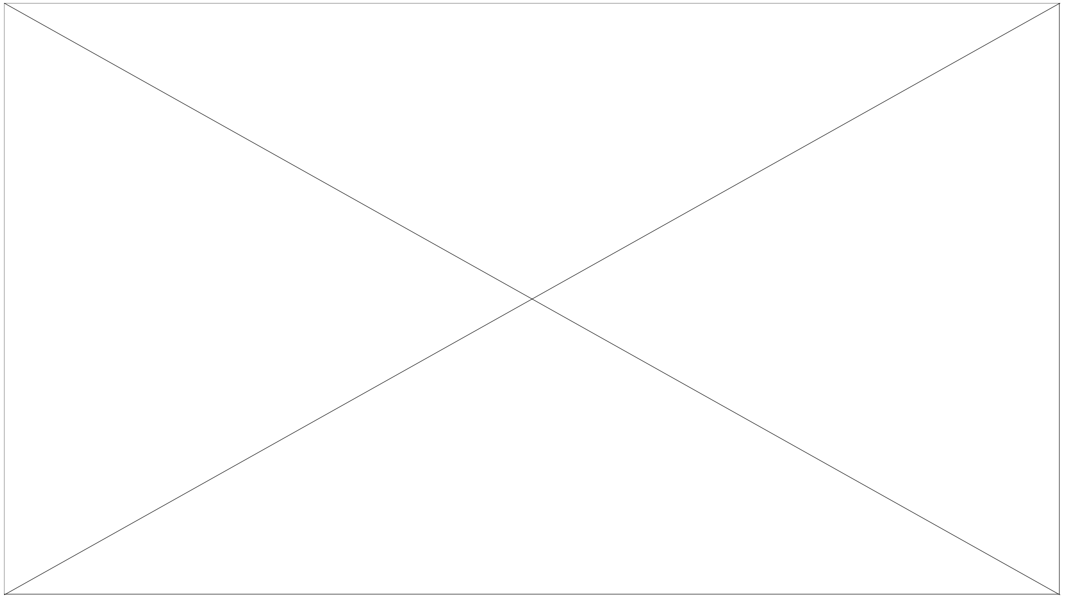
- 波的叠加原理（独立性原理）

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

波动方程: 是平面波所必须满足的线性偏微分方程。

若 y_1、y_2分别是它的解，则$\left(y_1+y_2\right)$ 也是它的解，即上述波动方程遵从叠加原理。

能分辨不同的声音正是这个原因；叠加原理的重要性在于可以将任一复杂的波分解为简谐波的组合。



$$f(x,t)=\sum A_i\cos(\omega_i t-k_i x+\varphi_i)$$

- 波的叠加原理含义

1）波传播的独立性：

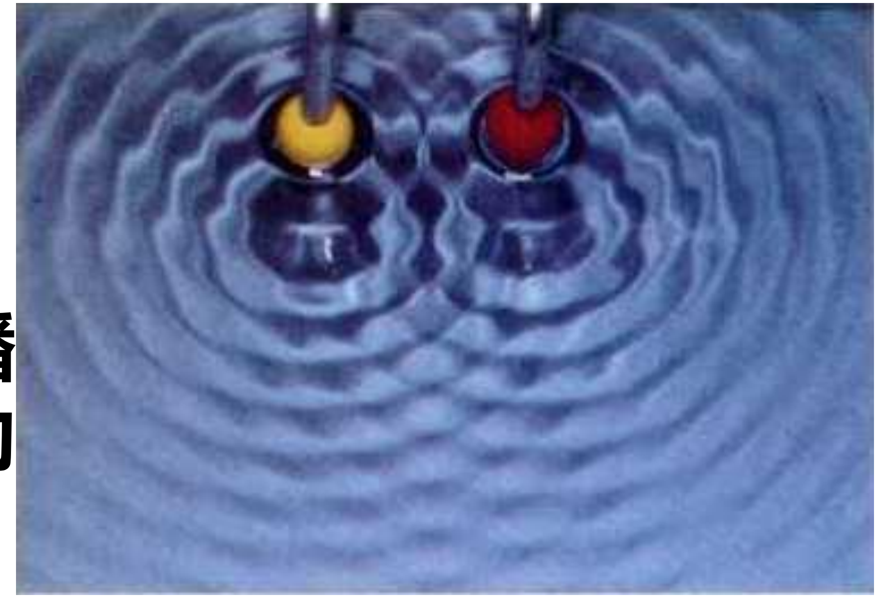
当几列波同时在同一媒质中传播时，每一列波不受同时存在的其它波的影响，各自保持原有特性（振幅、频率和波长）继续沿原来的传播方向前进。

2）波的叠加原理：

在几列波相遇的区域中，质元的振动是各个波单独在该点产生的振动的合成。即：任一时刻质点的位移是各个波在该点引起的分位移的矢量和。

波的叠加实质上是空间不同位置处各质元振动的叠加！

3. 波的干涉



1）什么是波的干涉?

当几列波同时在某一区域传播
动始终加强，另一些点的振动
有规则的稳定分布的现象。

2）产生的条件：相干波源发出的波在空间相遇

满足相干条件的波源称为相干波源

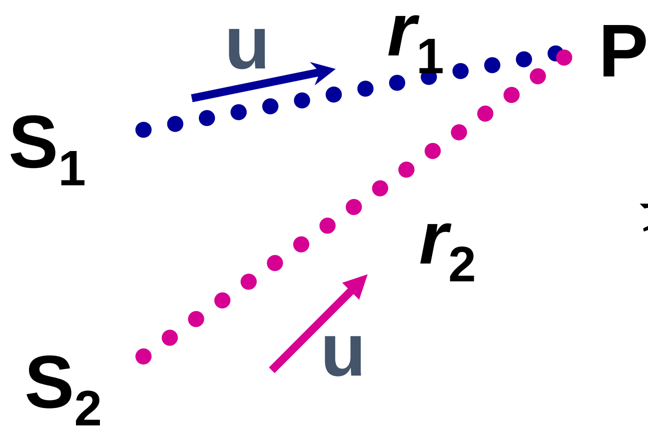
- 两波源具有相同的频率；
- 具有恒定的相位差；
- 有相同振动方向（或具有相同的偏振面）

两波源的相同方向振动的振幅相近或相等时干涉现象明显。

设两相干波源S_1、S_2，其振动方程为：

$$\begin{cases} y_1 = A_1\cos(\omega t+\varphi_1) \\ y_2 = A_2\cos(\omega t+\varphi_2) \end{cases}$$

波源



考察P点的振动情况

ϕ_1

有：
$$\begin{cases} y_{1p} = A_1\cos(\omega t - kr_1+\varphi_1) \\ y_{2p} = A_2\cos(\omega t - kr_2+\varphi_2) \end{cases}$$

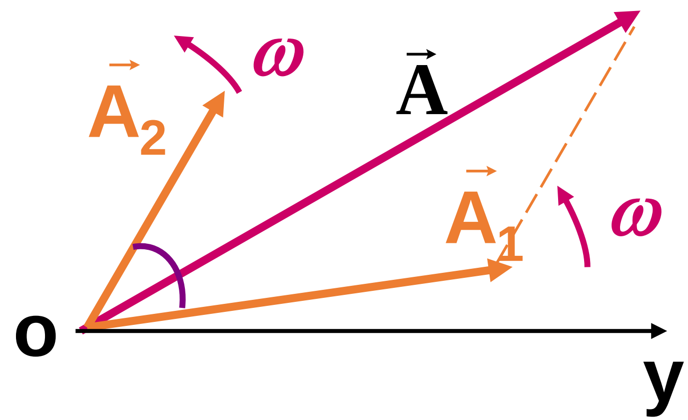
ϕ_2

P点的合振动：$y_p = y_{1p}+y_{2p} = A\cos(\omega t+\varphi)$

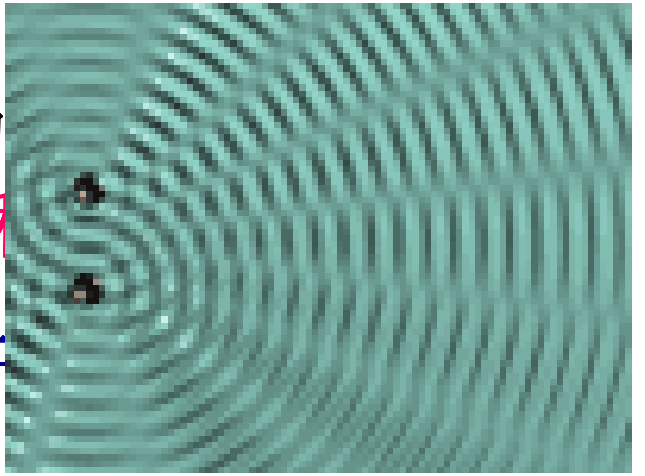
$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\phi$$

$$\Delta\phi = \phi_2-\phi_1 = -\frac{2\pi(r_2-r_1)}{\lambda}+\varphi_2-\varphi_1$$

波程差Δr



可见：对于空间不同的点，合振动的
且A不随时间变化。——合振幅形成



这个稳定分布就称之为两列波的干

结论：$A^2=A_1^{\ 2}+A_2^{\ 2}+2A_1A_2\cos\Delta\phi$　　$\Delta\phi=-\dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta r+\Delta\varphi$

1）$\Delta\phi=\pm 2n\pi \quad n=0,1,2,\cdots$　　$\Delta r=\pm n\lambda$，$if\ \Delta\varphi=0$

振幅：$A=A_{\max}=A_1+A_2$

波强：$I=I_{\max}=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}$

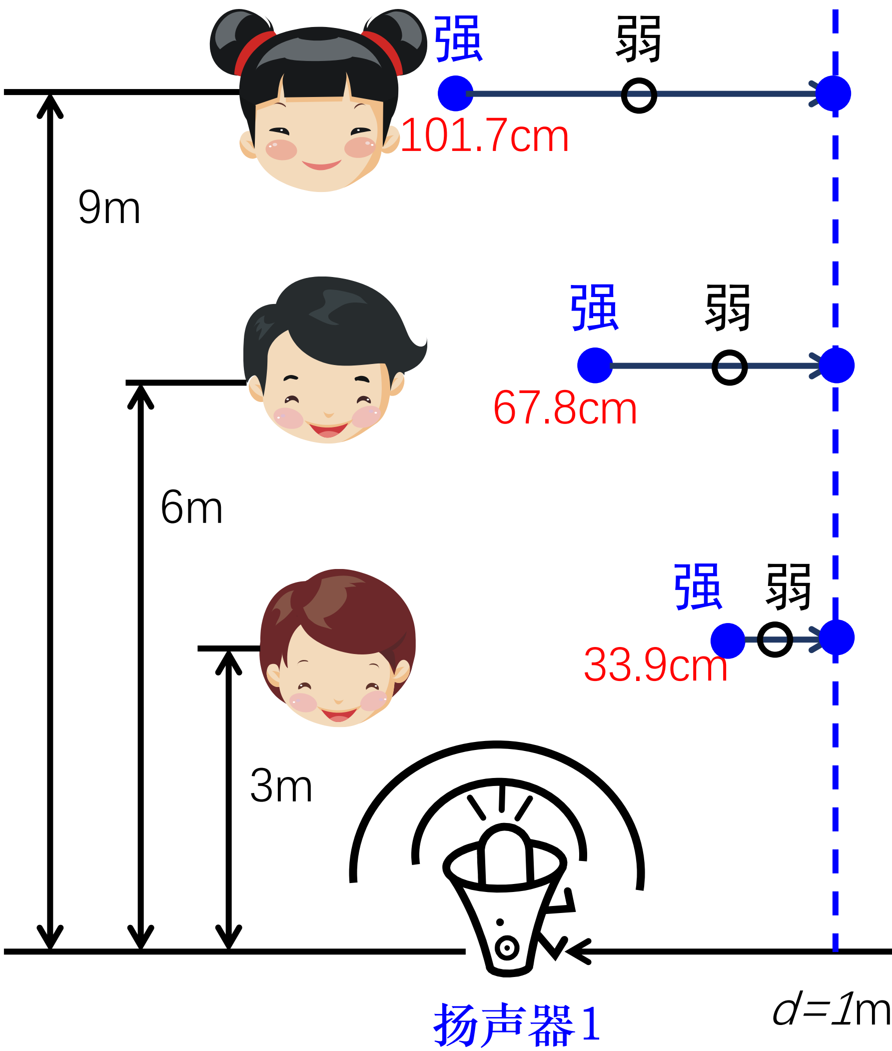
干涉加强
或干涉相长

2）$\Delta\phi=\pm(2n+1)\pi \quad n=0,1,2,\cdots$　　$\Delta r=\pm(2n+1)\dfrac{\lambda}{2}$，$if\ \Delta\varphi=0$

振幅：$A=A_{\min}=\left|A_1-A_2\right|$

波强：$I=I_{\min}=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2}$

干涉减弱
或干涉相消

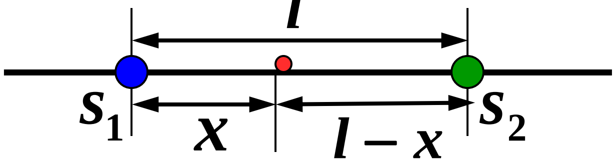


$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}}{3000\mathrm{s}^{-1}} = 11.3\mathrm{cm}$$

$$\boxed{x = \frac{Dk\lambda}{d}}$$

$$f = 3000\mathrm{Hz}$$

例6. 设两相干波源 s_1、s_2



$l = 10\,\text{m},\ A_1 = A_2 = 0.02\,\text{m}$

$\nu = 5\,\text{Hz},\ \varphi_{10} = \varphi_{20} = 0,\ u = 10\,\text{m/s}$

求：(1) 它们连线上振动加强的位置及其合振幅？

$$\because \varphi_{20} = \varphi_{10} \qquad \lambda = \frac{u}{\nu} = \frac{10}{5} = 2\,\text{m}$$

由 $r_1 - r_2 = \pm k\lambda \longrightarrow x - (l - x) = \pm k\lambda$

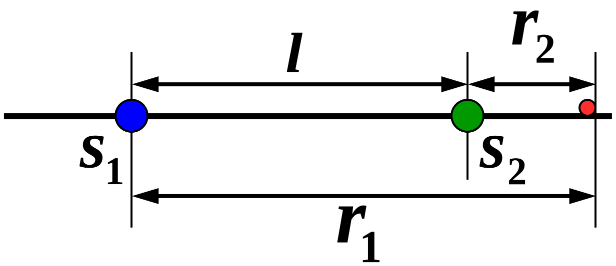
$$x = \frac{l}{2} \pm k\frac{\lambda}{2} = 5 \pm k\,(\text{m})$$

x取值在$0 — l$之间

$$k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\left.\begin{matrix} x = 5, 6, 7, 8, 9, 10 \\ 4, 3, 2, 1, 0 \end{matrix}\right\}(\text{m})$$ 加强 $A = 2A_1 = 0.04\,\text{m}$

（2）延长线上合振动如何？



$r_1 - r_2 = l = 10\,\mathrm{m} = 5\lambda$ 加强

两边延长线上合振动始终加强

（3）能否改变 l 使延长线上合振动减弱？

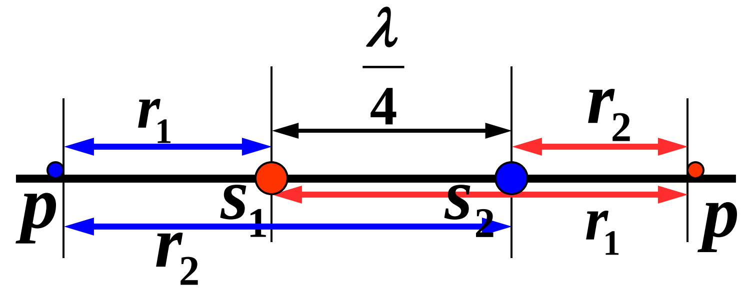
可以！ $l = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ 半波长的奇数倍即可。

（4）能否使延长线上合振动一边加强、一边减弱？

如果不改变题目条件，不行！

这在无线电波定向辐射中很有用！

例7. 两相干波源 s_2 超前 s_1 $\dfrac{\pi}{2}$，相距 $l=\dfrac{\lambda}{4}$，$A_1=A_2$。讨论延长线上干涉情况



解： 左边延长线上 p 点

$$\Delta\varphi=\varphi_{20}-\varphi_{10}-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\underline{\frac{\lambda}{4}}=0$$ 加强

合振幅 $A=2A_1$

右边延长线上 p' 点：

$$\Delta\varphi=\varphi_{20}-\varphi_{10}-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\underline{(-\frac{\lambda}{4})}=\pi$$ 减弱

合振幅 $A=0$

合成波能量向左传加强——定向辐射 (二元端式天线)

波个数愈多则定向性愈好！(天线列阵)

三） 驻 波

1）驻波的形成：

两列振幅相等的相干波相向而行，在相遇的区域迭加干涉，形成驻波.