第5章　狭义相对论

一、牛顿力学（经典力学）的成就

$$\left.\begin{array}{l}\text{经典力学}\\ \text{经典电磁学}\\ \text{经典统计力学}\end{array}\right\}\text{经典物理学}\left\{\begin{array}{l}\text{机械化}\\ \text{电气化}\end{array}\right.$$

在科学技术今后的发展中，仍将发挥不可替代的作用。

历史进入到20世纪，物理学开始深入到**微观、高速**领域，人们发现牛顿力学不再适用！

在这种形势下，**相对论**和**量子力学**应运而生。相对论和量子物理是近代物理的两大支柱。

本章学习惯性系内高速运动规律——**狭义相对论**。

二、牛顿力学中值得“推敲”的问题：

原则上，可以在任意参考系中，运用力学规律对同一物体的同一运动进行研究。——**运动的相对性**

问题：

1. 对于不同的参考系，基本力学定律的形式是完全一样的吗？

2. 对于不同的参考系，长度和时间的测量结果是一样吗？

对这些问题的回答，物理学经历了从**牛顿力学**到**相对论**的发展。

第1节　伽利略变换

一、伽利略相对性原理

牛顿力学回答：

对于任何惯性系，牛顿定律都成立；

对于不同的惯性系，力学的基本规律——牛顿定律，其形式都是一样的；

——伽利略（力学）相对性原理

在任何惯性系中观察，同一力学现象遵从相同的力学规律。

谈论某一惯性系的绝对运动或绝对静止是没有意义的。静止是相对的。不存在任何一个特殊的惯性系。

关于时间和空间的问题，牛顿力学认为：

空间与运动无关， 空间的度量与惯性系无关，绝对不变。

时间均匀流逝，与物质运动无关，所有惯性系有统一的时间。

绝对空间——长度的量度与参考系无关；
绝对时间——时间的量度与参考系无关；
时间和空间相互独立，均与运动无关。

绝对时空观

牛顿的绝对时空概念是人们对空间和时间认识的理论总结。

伽利略变换

力学相对性原理 和 绝对时空是直接联系在一起的。

二、伽利略坐标变换式

在两个惯性系中考察同一物理$\boxed{事件}$：(x, y, z, t)

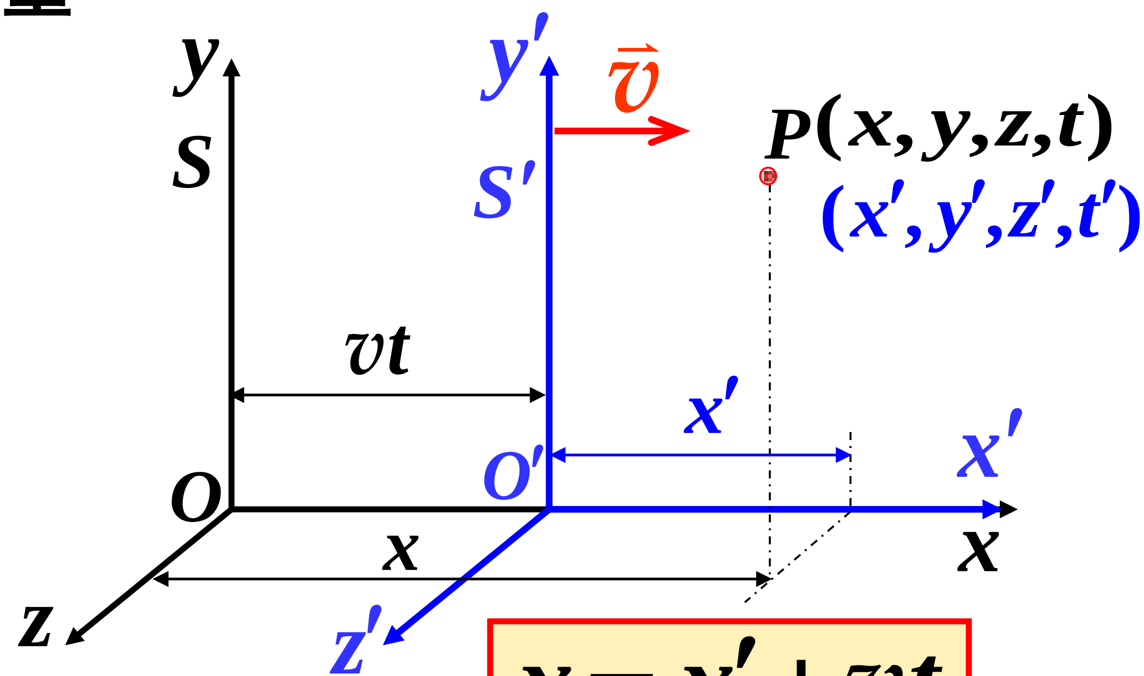
设有两个参考系 S，S'：

S'系相对于S系以恒定的速度 $\vec{v}$ 沿x轴正向运动。

令两坐标系的原点重合时为计时起点。

t 时刻，某质点到达P点。

$$t' = t$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$



$$\boxed{x = x' + vt}$$

$$x = x' + vt \qquad \text{或：} \qquad x' = x - vt$$

伽利略坐标变换式

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \qquad\qquad \begin{cases} x = x' + vt' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

正变换　　　　**逆变换**

三、伽利略速度变换与加速度变换

$$\vec{u}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} \qquad \vec{u}'=\frac{\mathrm{d}\vec{r}'}{\mathrm{d}t'} \qquad t=t'$$

正
$$\begin{cases} u'_x=u_x-v \\ u'_y=u_y \\ u'_z=u_z \end{cases} \qquad a'_x=a_x-\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \qquad a'_y=a_y \qquad a'_z=a_z$$

$$\boxed{\begin{aligned} x'&=x-vt \\ y'&=y \\ z'&=z \\ t'&=t \end{aligned}}$$

逆
$$\begin{cases} u_x=u'_x+v \\ u_y=u'_y \\ u_z=u'_z \end{cases} \qquad a_x=a'_x+\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \qquad a_y=a'_y \qquad a_z=a'_z$$

惯性系 $\Longrightarrow$ $\begin{cases} a_x=a'_x \\ a_y=a'_y \\ a_z=a'_z \end{cases}$

$\boxed{\vec{v}=\text{常量}}$

$$\boxed{\vec{u}=\vec{u}'+\vec{v}}$$

四、力学定律对伽利略变换不变

由于同一质点的**加速度**在不同惯性系中的量值是一样的，牛顿定律在不同惯性系中具有完全相同的形式。因此，**牛顿三定律皆对伽利略变换不变**。

其它由牛顿运动定律导出的力学规律如动量守恒定律、能量守恒定律、角动量守恒定律等也对伽利略变换不变。即**力学定律对伽利略变换不变。**

——**力学相对性原理**

五、牛顿力学的时空观

由伽利略变换可得：

$$\begin{cases} \Delta x' = \Delta x - v\Delta t \\ \Delta y' = \Delta y \\ \Delta z' = \Delta z \\ \boxed{\Delta t' = \Delta t} \end{cases}$$

任何一个物理过程所经历的时间，在任何参考系中测量，结果完全相同。

时间的量度与参考系无关。

对空间中某两点之间的距离，在 S' 系和 S 系中的测量值分别是：

$$\Delta r' = \sqrt{(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2}$$

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

测量距离两端要求同时进行：$\Delta t = \Delta t' = 0$

$$\Delta r = \Delta r'$$

空间任何两点间的距离，在任何参考系中测量，结果完全相等。

空间的量度与参考系无关。

综上所述，时间的量度和空间的量度都与参考系无关，时间与空间无关，时间、空间与物质无关。

——牛顿力学的绝对时空观。

实践证明，绝对时空观是不正确的；

相对论扬弃了绝对时空观，并建立了新的时空概念。

第2节　狭义相对论基本原理

一、伽利略变换的局限性（牛顿力学的困难）

19世纪末电磁学有了长足发展，1865年麦克斯韦总结出电磁场方程组；预言了电磁波的存在；指出光是一种电磁波，真空中其速率各向均为 c；1888年赫兹在实验上证实了电磁波的存在。

问题1：关于光速

但按伽利略变换，光速在一个参考系中若是c，在另一参考系中必不是c。

$$c' = c \pm v$$

问题2：伽利略变换对电磁规律不适用。

问题3：关于真空中的电磁波

人们**假设**：宇宙中充满了叫“以太(ether)”的物质，电磁波靠“以太”传播。

“以太”是一切运动的绝对静止的参考系；电磁场方程组只在“以太”参考系成立；光波在“以太”参考系中速率各向为c。

按伽利略变换，电磁波相对于其他参考系（如地球）速率就不会各向均匀，而和此参考系相对于“以太”的速度有关。

若此，如在地球上测光速，可能 $> c$或$< c$。

迈克耳孙—莫雷实验

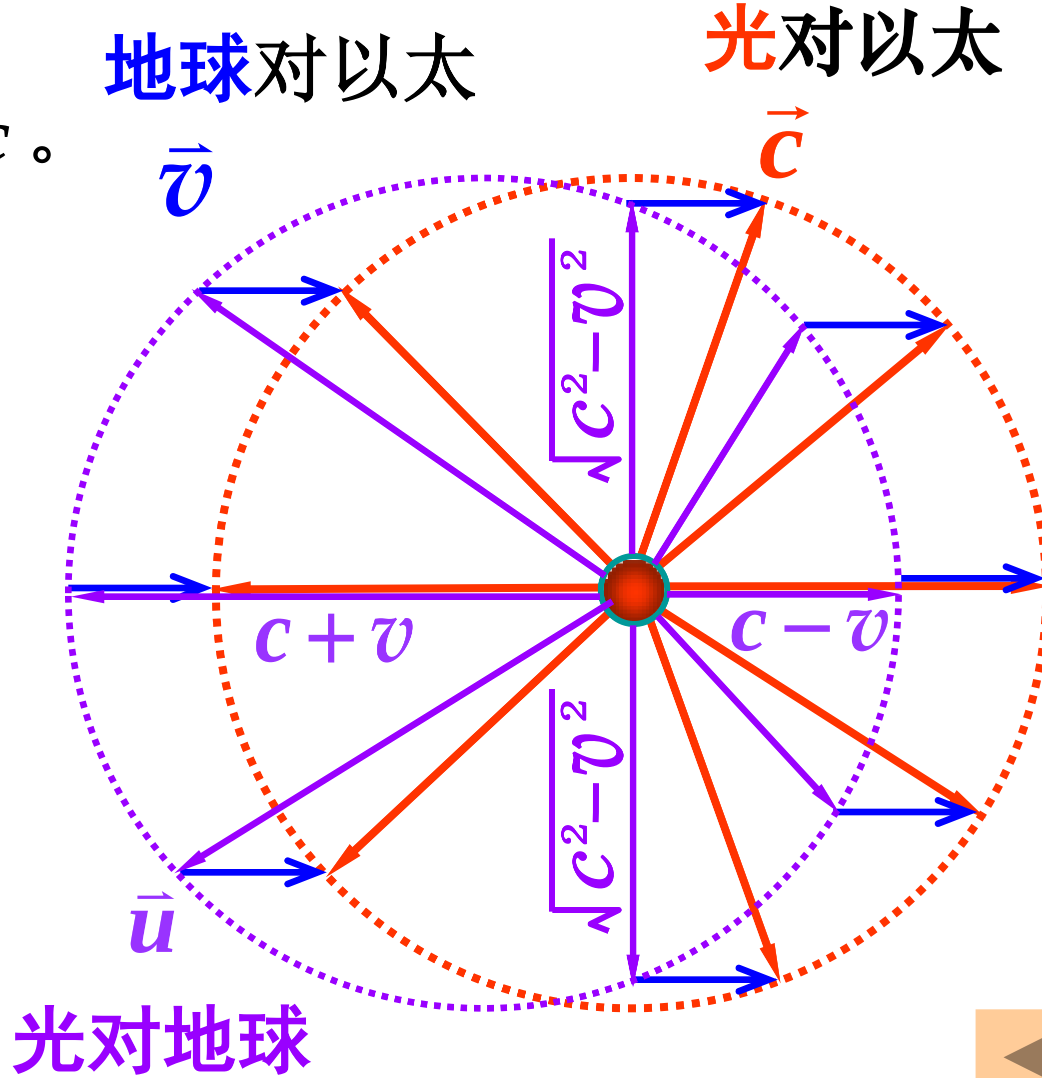
光波靠“以太”传播，光对“以太”的绝对速度为c。

若在**地球**上固定一光源

按伽利略的速度变换，**地球上测出的光速**满足：

$$\vec{u}=\vec{c}-\vec{v}$$

若能用实验证明光波对地球的相对运动符合上述规律，则**地球对以太的绝对运动**将被证实，“以太”观点成立。



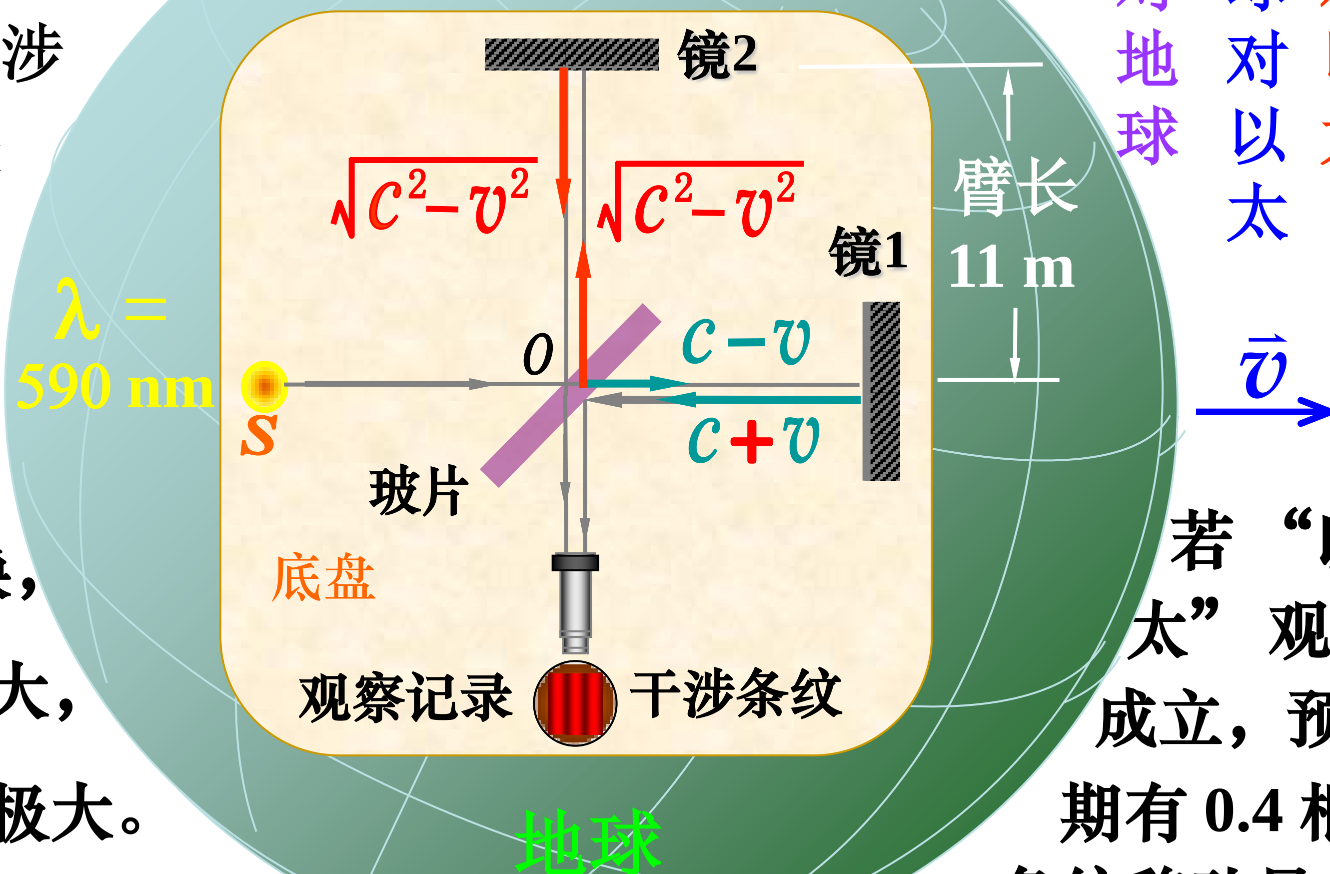
迈克耳孙设计了一种检验方法

假如存在“以太”，$\vec{u}$ 的大小必与传播方向有关。

迈克耳孙干涉仪

$\vec{u}$ 光对地球　$\vec{v}$ 地球对以太　$\vec{c}$ 光对以太

绕中心O 转动干涉仪，两臂时间差必改变，干涉条纹必有移动。



干涉仪转过 90°
两臂位置取向互换，
时间差改变达极大，
条纹移动量亦达极大。

若“以太”观点成立，预期有 0.4 根条纹移动量。

实验结果：

经过不同季节、不同时间反复仔细观测，没有发现预期的条纹移动。在历史上曾被称为有关寻找“以太”著名的“零结果”。

是伽利略变换正确而电磁规律不符合相对性原理?

还是电磁规律符合相对性原理而伽利略变换该修正?

爱因斯坦深入分析了此问题，于1905年发表了《**论动体的电动力学**》作出了对整个物理学都有变革意义的回答。

二、爱因斯坦的狭义相对论基本假设

1. 一切物理规律在任何惯性系中形式相同；

——爱因斯坦相对性原理

2. 在任何惯性系中，光在真空中传播的速率都相等。

——光速不变原理

① 爱因斯坦的相对性理论是牛顿理论的发展。

一切物理规律　　　　力学规律

② 光速不变与伽利略变换　　$c' \cancel{=} c \pm v$

③ 观念上的变革

牛顿力学

时间量度

长度量度

质量的测量

$\Rightarrow$ 与参考系无关

（绝对性）

狭义相对论

光速不变

$\Rightarrow$ 长度、时间、质量

与参考系有关

（相对性）

第3节　洛仑兹变换

牛顿力学的伽利略变换服从伽利略相对性原理。

但不服从爱因斯坦相对性原理，

必须寻求新的变换以代替伽利略变换！

新变换应该满足，在所有惯性系中：

①所有物理规律对这种变换不变；

②光在真空传播的速率对这种变换不变；

③在低速情况下，简化为伽利略变换。

洛仑兹变换

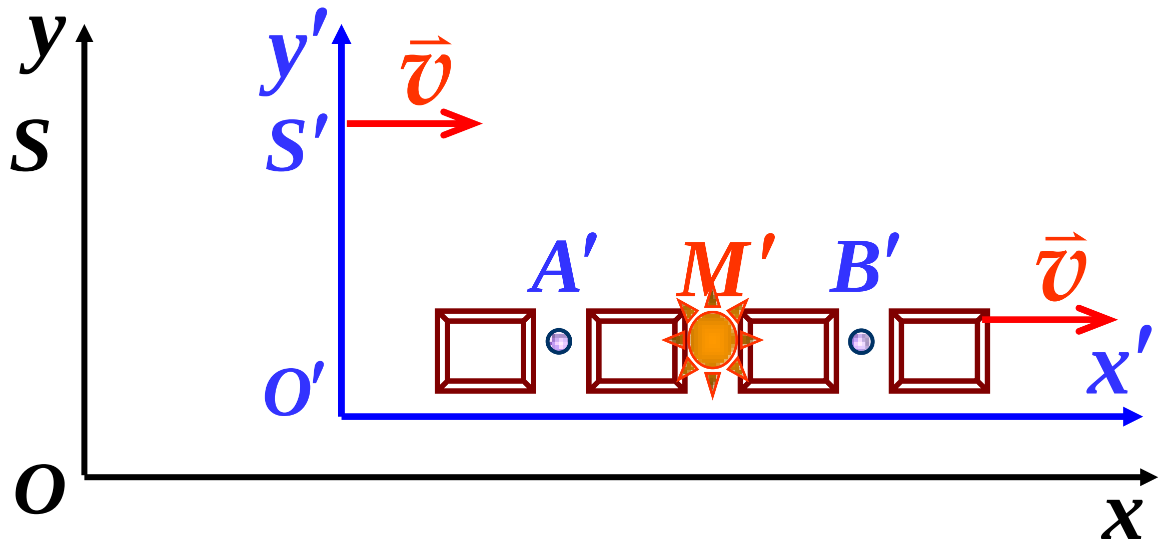
一、$\Delta t = \Delta t'$ 与 $\Delta r = \Delta r'$不成立

思想实验：

S'：爱因斯坦列车

S：地面参考系

火车上设置：



中点 M'放置光信号发生器；

A'、B' 分别放置光信号接收器。

设 $t = t' = 0$ 时，

M' 发出一闪光。

事件1：A'接收到闪光

事件2：B'接收到闪光

研究的问题：

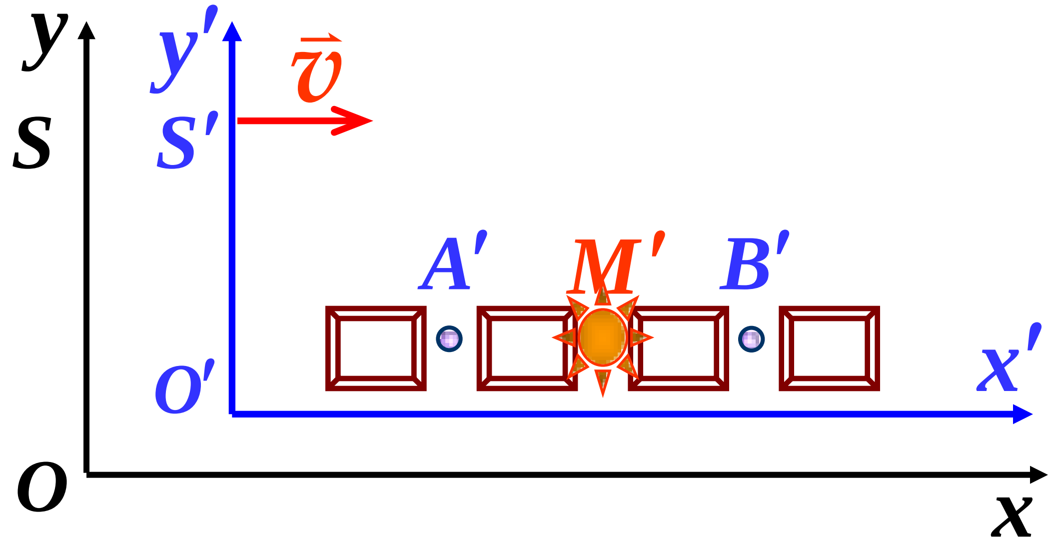
两系中两事件发生的时间间隔？

S'：M'发出的闪光，光速为 c

$\because \quad \overline{A'M'}=\overline{B'M'}$

A'与B'同时接收到光信号

事件1、事件2 同时发生



S：M'发出的闪光，
光速也为 c

A' 和 B' 随 S' 运动，A'迎着光、比B'早接收到光。

事件1、事件2 不同时发生！ 事件1先发生！

——同时性的相对性

对不同的参考系，沿相对速度方向配置的同样的两个事件的时间间隔是不同的。 **时间的度量是相对的。**

按速度的定义：

$$\text{光速}=\frac{\text{光传播的距离}}{\text{光传播该距离的时间}}$$

空间的度量是相对的。

伽利略变换中，$\Delta t=\Delta t'$ 和 $\Delta r=\Delta r'$ 对相对论不成立。

讨论

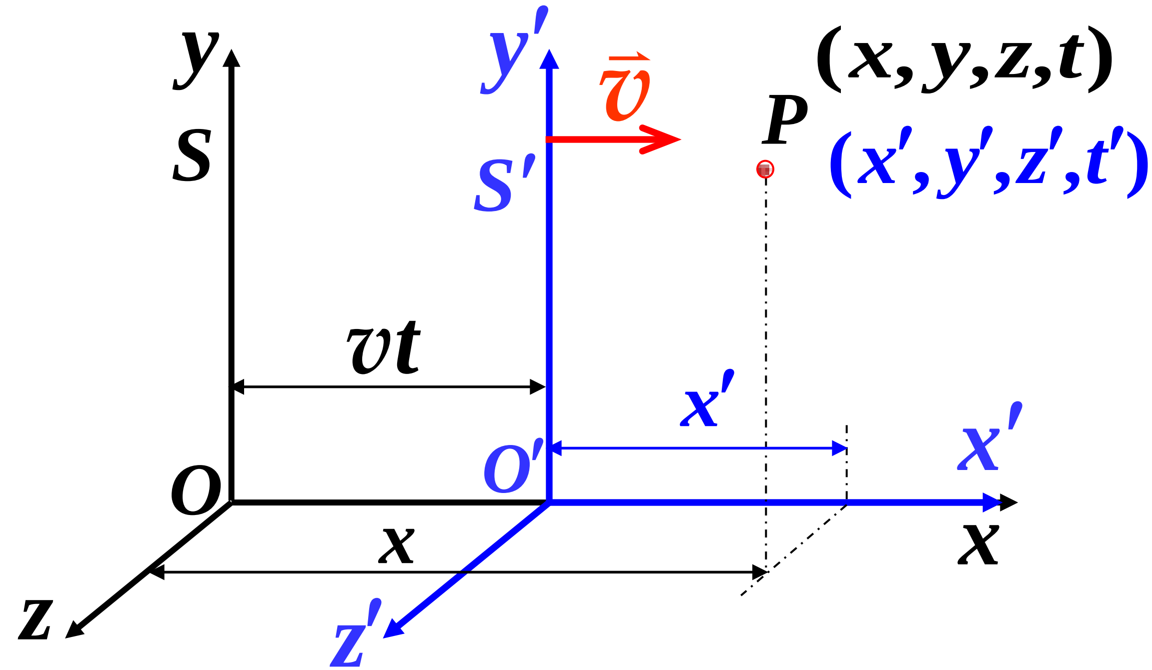
1. 同时性的相对性是光速不变原理的直接结果；

2. 是相对效应。

二、洛仑兹时空坐标变换式

设 $t=t'=0$ 时，

O 与 O' 重合



事件P的时空坐标：

S： $P(x,y,z,t)$

S'： $P(x',y',z',t')$

寻求

两个参考系中相应的时空坐标值之间的关系

时空坐标变换式：

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$

洛仑兹变换

令：

$$\boxed{\beta \equiv \frac{v}{c}} \qquad \boxed{\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= \gamma (x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} x \right) \end{aligned}}$$

洛仑兹时空坐标变换式

正变换

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)$$

逆变换

$$x = \gamma(x' + vt')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{\beta}{c}x'\right)$$

讨论：

$$\boxed{\beta \equiv \frac{v}{c}}$$

$$\boxed{\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

1. 当 $v << c$ 时，$\beta \to 0$，$\gamma \to 1$，

洛仑兹变换成为：

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

与伽利略变换一致

伽利略变换是洛仑兹变换的低速极限。

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)$$

2. 当 $v > c$ 时，变换无意义，说明速度有极限。

即物体的运动速度不能超过真空中的光速。

例1、甲乙分别静止于两惯性系 S 和 S' 中，甲测得同一地点发生的两个事件的时间间隔为4 s，而乙测得这两个事件的时间间隔为5 s，求：

1. S' 相对于 S 的速度。

解： 设 S' 相对于S 运动的速度v 沿x 轴方向。

设两事件的时空坐标分别为： $S:\quad (x_1, t_1)\ (x_2, t_2)$

$S':\quad (x_1', t_1')\ (x_2', t_2')$

已知： $x_1 = x_2$ ， $t_2 - t_1 = 4$， $t_2' - t_1' = 5$

由 $$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$ 或 $$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

得:

$$t_2' - t_1' = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t_2' - t_1' = \frac{(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v = \frac{3}{5}c = 1.8 \times 10^8 \ \ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

2. 乙测得这两个事件发生的地点的距离。

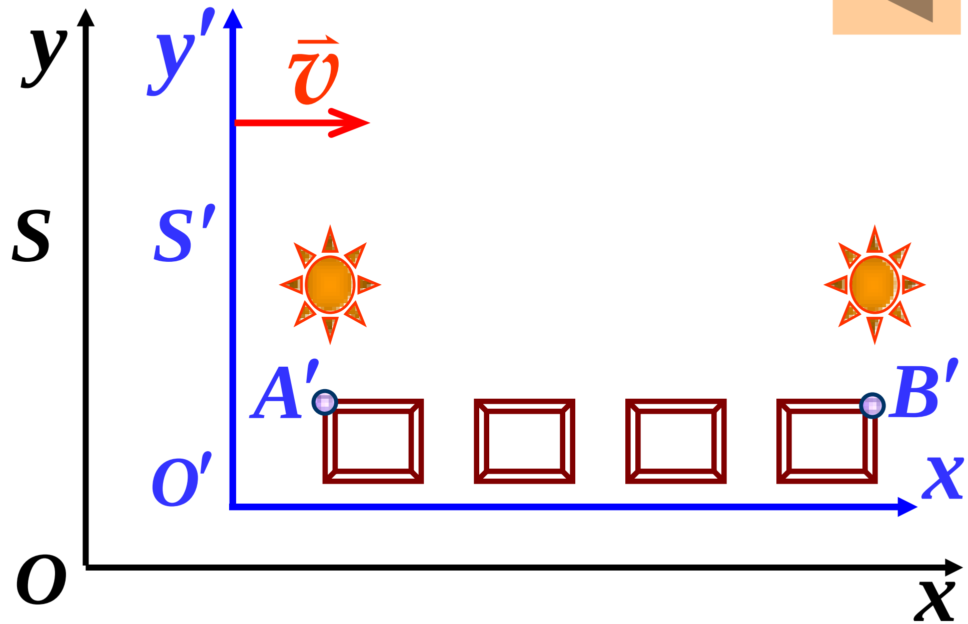
$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad 或 \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x_2' - x_1' = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x_2' - x_1' = \frac{-v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = -\frac{3}{4}c(t_2 - t_1)$$

$$= -9 \times 10^8 \text{ m}$$

例2、设有一列火车以速度v匀速地通过车站，从车站中观察到两个闪电同时击中车头和车尾，问在火车上观察两闪电是否同时击中?



解：S' 火车，S 车站。

事件A：闪电击中车尾

事件B：闪电击中车头

S：**两事件同时发生，**时空坐标分别为：(x_A, t) (x_B, t)

S'：时空坐标分别为：(x'_A, t'_A) (x'_B, t'_B)

由：$t'_B - t'_A = \gamma\left(\Delta t - \frac{\beta}{c}\Delta x\right) = -\frac{\gamma\beta}{c}(x_B - x_A) < 0$

$t'_B < t'_A$ **不同时击中！** 车头先被闪电击中

三、洛仑兹速度变换

1. 速度变换式

$$x' = \gamma(x - vt)$$
$$y' = y, z' = z$$
$$t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)$$

定义 $u_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \cdots \quad u'_x = \dfrac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'}, \cdots$

由洛仑兹

坐标变换 → $\dfrac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t} = \dfrac{u_x - v}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \qquad \dfrac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1 - \dfrac{v}{c^2}u_x}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$

上面两式之比

$$\boxed{u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \dfrac{v}{c^2}u_x}}$$

由洛仑兹变换知：

$$\frac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t'}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t'}=\frac{\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}}{\dfrac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t}}$$

$$\frac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t}=\frac{1-\dfrac{v}{c^2}u_x}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

由上两式得

$$u'_y=\frac{u_y}{1-\dfrac{v}{c^2}u_x}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

同理得

$$u'_z=\frac{u_z}{1-\dfrac{v}{c^2}u_x}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

相对论速度变换式

正变换

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}$$

$$u'_y = \frac{u_y}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$u'_z = \frac{u_z}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

逆变换

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x}$$

$$u_y = \frac{u'_y}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$u_z = \frac{u'_z}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

关于光在真空中的传播速率：

已知光对 S 系的速率是 c

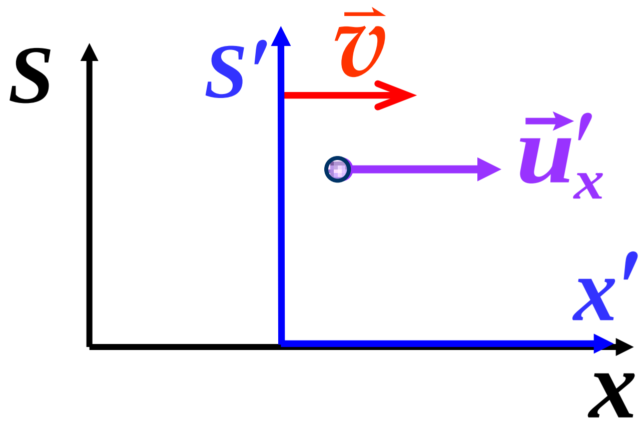
$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c^2} c} = c$$

即光对于 S 系和对于 S'系的速率相等。

符合实验事实和光速不变原理。

例3、设想一飞船以0.80c 的速度在地球上空飞行，如果这时从飞船上沿速度方向发射一物体，物体相对飞船速度为0.90c 。

问：从地面上看，物体速度多大?



解：选飞船参考系为 S'系

地面参考系为 S系

$v = 0.80c \qquad u'_x = 0.90c$

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x} = \frac{0.90c + 0.80c}{1 + 0.80 \times 0.90} = 0.99c$$

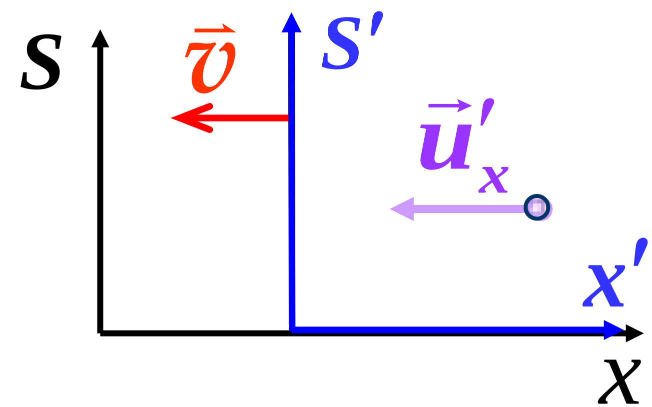
例4、两只完全相同的飞船A和B，在A中的观察者测得B接近它的速度为$0.80c$，则B中的观察者测得A接近它的速度为多少？在两只飞船质心的观察者测得每一飞船趋近质心的速率是多少？

解： A对B的速率与B对A的速率相等。

A，B完全相同，质心为它们之间正中的位置。

它们对质心的速率相等，设为v。

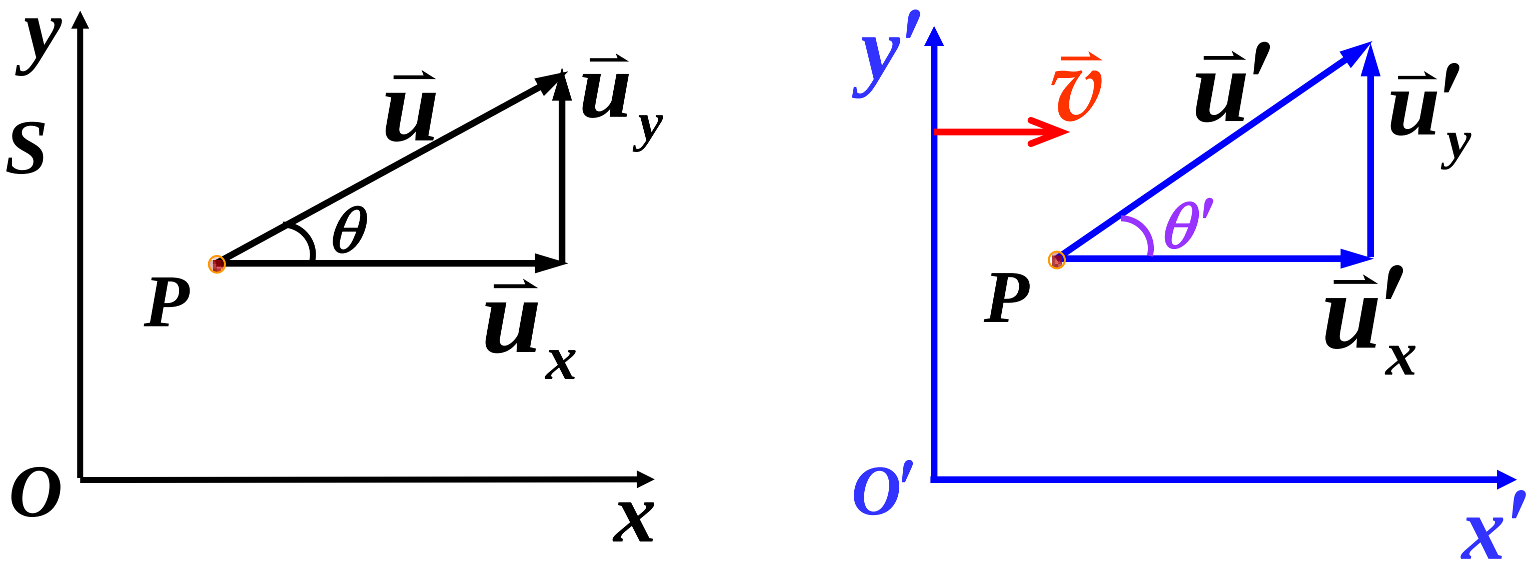
选任一飞船为 S系，质心为S'系。



$$u_x = -0.80c \qquad u'_x = -v$$

$$u_x = \frac{u'_x + (-v)}{1 + \frac{(-v)}{c^2} u'_x} \qquad 0.8c = \frac{v + v}{1 + \frac{v^2}{c^2}} \qquad v = 0.5c$$

2. 速度方向的变换关系



由：$u'_x = \dfrac{u_x - v}{1 - \dfrac{v}{c^2}u_x} = \dfrac{u_x - v}{1 - \beta\dfrac{u_x}{c}}$

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \dfrac{v}{c^2}u_x\right)} = \frac{u_y\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \beta\dfrac{u_x}{c}}$$

$$\tan\theta' = \frac{u_y'}{u_x'} = \frac{u_y\sqrt{1-\beta^2}}{u_x - v} = \frac{u\sin\theta\sqrt{1-\beta^2}}{u\cos\theta - v}$$

光速的大小不因参考系的改变而改变，但传播方向将改变。将u=c 代入得：

$$\tan\theta' = \frac{c\sin\theta\sqrt{1-\beta^2}}{c\cos\theta - v} = \frac{\sin\theta\sqrt{1-\beta^2}}{\cos\theta - \beta}$$

仅 $\theta = 0$ 时，才有 $\theta' = 0$ 。