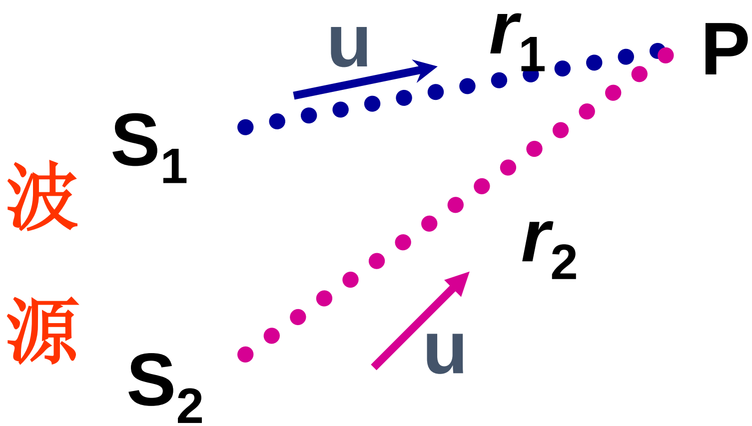
本节课作业

P81: 11-T21~24

已学内容回顾

波的干涉



$$A^2=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\phi$$

$$\Delta\phi=-\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r+\Delta\varphi \qquad \Delta\varphi=0$$

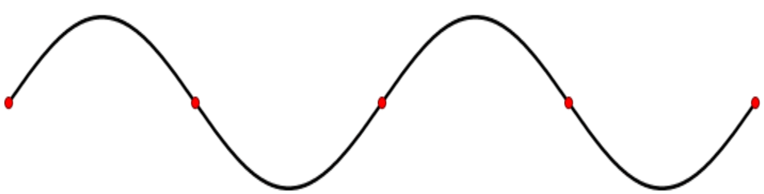
1） $\Delta\phi=\pm 2n\pi$ $\qquad \Delta r=\pm n\lambda$

振幅: $A=A_{\max}=A_1+A_2$

2） $\Delta\phi=\pm(2n+1)\pi$ $\qquad \Delta r=\pm(2n+1)\frac{\lambda}{2}$

振幅: $A=A_{\min}=|A_1-A_2|$

驻波

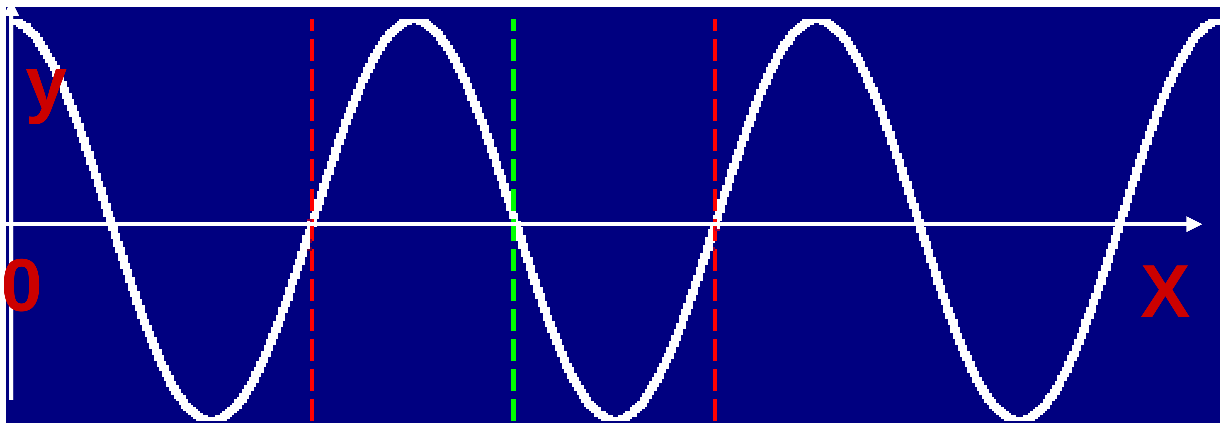


两列振幅相等的相干波相向而行，在相遇的区域迭加干涉。

2）驻波的波动方程：

设两列波为平面余弦波：
$$\begin{cases} y_1 = A\cos(\omega t - kx) \\ y_2 = A\cos(\omega t + kx) \end{cases}$$

合成波：$y = y_1 + y_2 = 2A\cos kx \cdot \cos \omega t$



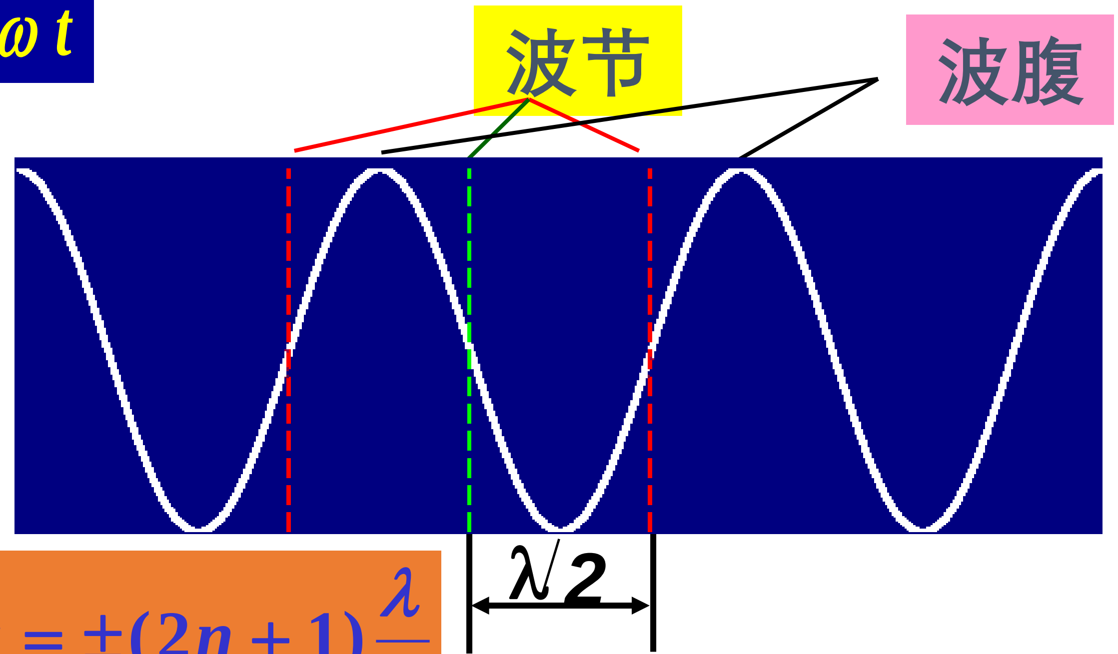
驻波的
波动方程

3）驻波的特征

(1)各点均作简谐振动，但振幅不同。

振幅 $A_{驻}$是 x 的函数：$A_{驻} = 2A\cos kx$
$$\begin{cases} A_{驻\max} = 2A \\ A_{驻\min} = 0 \end{cases}$$

$$y = 2A\cos kx \cdot \cos\omega t$$



$*\ A_{驻} = 0$处 —波节

波节的位置：

$$\Rightarrow\ 2A\cos kx = 0$$

$$kx = \pm(2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{x = \pm(2n+1)\frac{\lambda}{4}}\quad (n = 0,1,2\cdots)$$

$*\ A_{驻} = 2A$处 —波腹

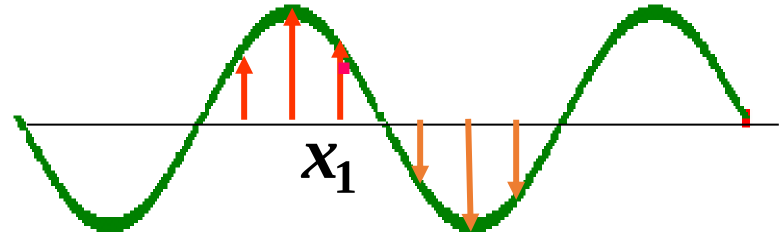
波腹的位置： $\cos kx = \pm 1$ $\quad \frac{2\pi}{\lambda}x = \pm n\pi$

$$\Rightarrow \boxed{x = \pm n\frac{\lambda}{2}}\quad (n = 0,1,2\cdots)$$

相邻 波节 / 波腹 间距：$\Delta x = \frac{\lambda}{2}$ 波节与相邻波腹间隔：$\Delta x = \frac{\lambda}{4}$

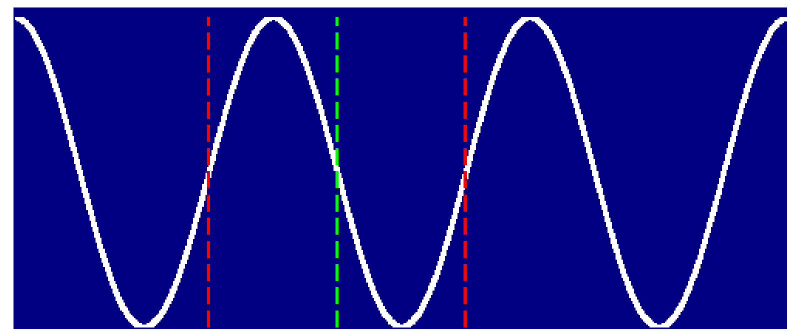
(2)驻波的位相关系

某 t 时刻，在 x_1 处其位移：



$$y_{x_1} = 2A\cos kx_1 \cdot \cos\omega t$$

$$y_{x_1+\frac{\lambda}{2}} = -y_{x_1}$$



同时刻 $x_1+\lambda/2$ 处的位移：

$$y_{x_1+\frac{\lambda}{2}} = 2A\cos k(x_1 + \frac{\lambda}{2})\cos\omega t$$

$$= -2A\cos kx_1 \cdot \cos\omega t$$

结论

相邻波节之间的各点同相，任一波节两侧的质点反相.

(3)振动状态不传播。波形不动，分段振动.

(4) 驻波中没有净能量传递，能流密度为0

$$\vec{i}_{驻}=\vec{i}_{入}+\vec{i}_{反}=w\vec{u}+(-w\vec{u})=0$$

驻波系统不向任何方向传播能量

或波强：$I_{驻}=I_{入}+I_{反}=I_{入}-I_{入}=0$

平面简谐波（右行波）能量

$$y=A\cos(\omega t-kx+\varphi)$$

$$\Delta W_k=\Delta W_p=\frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2A^2\sin^2(\omega t-kx+\varphi)$$

驻波能量

$$\boxed{y=2A\cos kx\cdot\cos\omega t}$$

$$\Delta W_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\rho\Delta V(2A\omega)^2\cos^2 kx\ \sin^2\omega t$$

$$\Delta W_p=\frac{1}{2}k_s y^2=\frac{1}{2}\rho\Delta V(2A\omega)^2\sin^2 kx\ \cos^2\omega t$$

$$\Delta W_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V (2A\omega)^2 \cos^2 kx \sin^2 \omega t$$

$$\Delta W_p = \frac{1}{2} k_s y^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V (2A\omega)^2 \sin^2 kx \cos^2 \omega t$$

$$\boxed{y = 2A\cos kx \cdot \cos\omega t}$$

位移最大 $\boxed{\cos\omega t = \pm 1}$

$$\Delta W_k \propto \sin^2 \omega t = 0$$

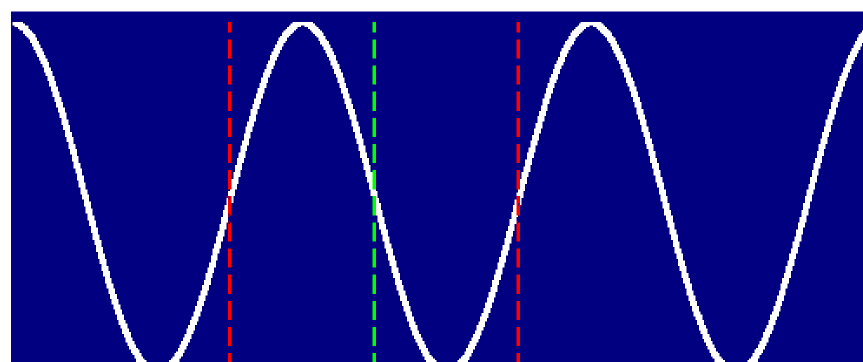
$$\Delta W_p \propto \sin^2 kx$$

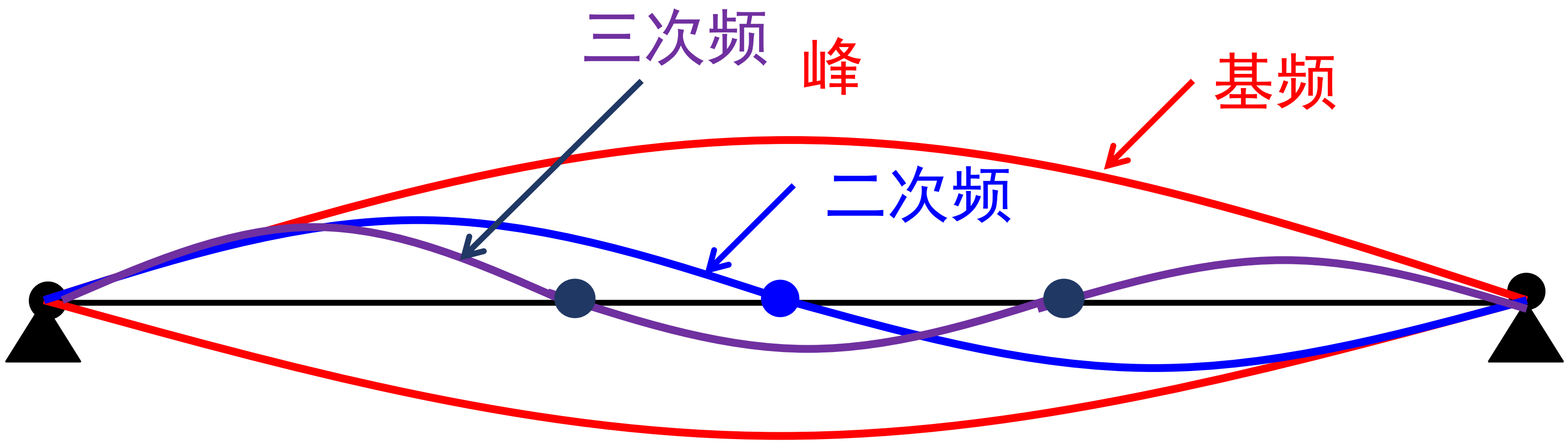
平衡位置 $\boxed{\cos\omega t = 0}$

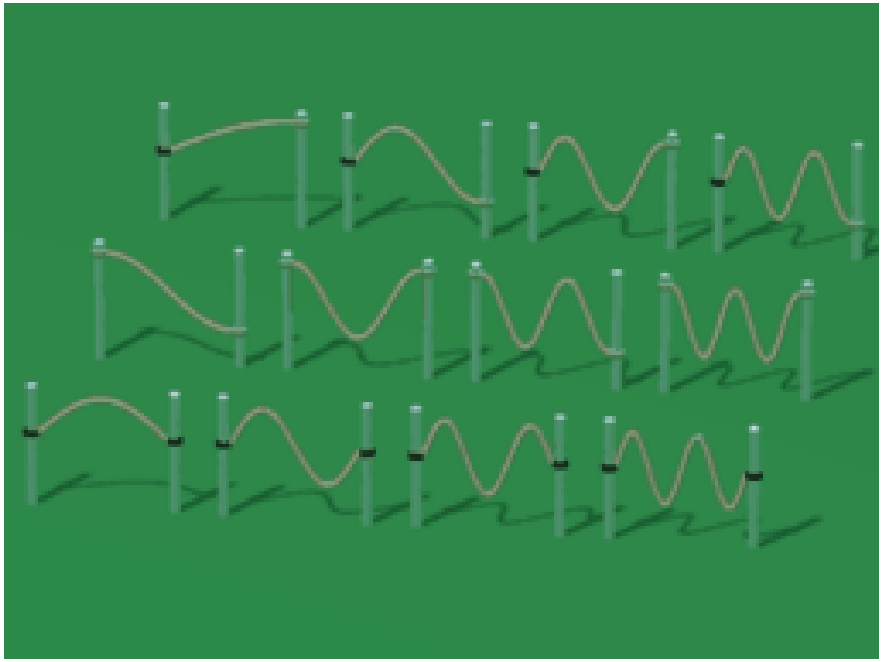
$$\Delta W_k \propto \cos^2 kx$$

$$\Delta W_p \propto \cos^2 \omega t = 0$$

能量从波腹传到波节，又从波节传到波腹，往复循环。所以驻波不传播能量，它是媒质的一种特殊的运动状态，**稳定态**。




三次频
峰
基频
二次频



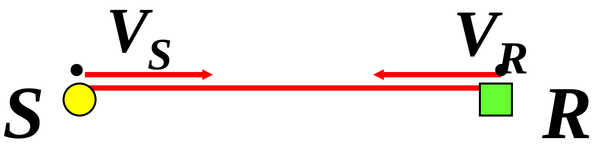
第7节 多普勒效应
Doppler Effect

低沉，音调变低

尖锐，音调变高

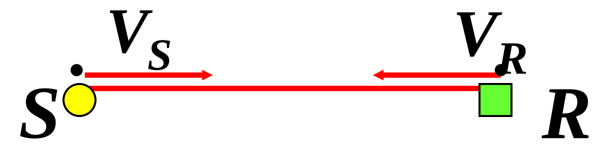
当波源S和接收器R有相对运动时，接收器所测得的频率不等于波源振动频率的现象。

- 参考系：媒质
- S: Source
- R: Receiver



- **波源的频率**：波源单位时间内振动的次数；
- **接收器收到的频率**：接收器在单位时间内收到的完整波的个数
- **波的频率**：单位时间内通过介质某点的完整波的个数。

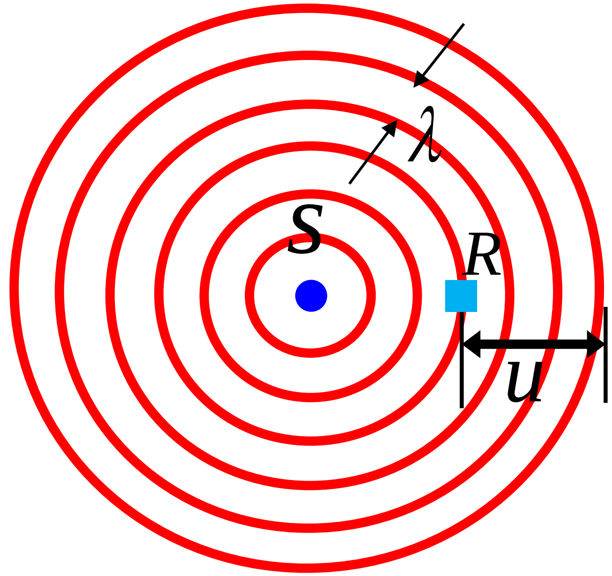
7.1 波源和接收器都静止 (V_S=0,V_R =0)



波一发出就会脱离波源运动

每隔一周期画一波面, 间隔为λ,

波速*u*与波源和接收器无关。



单位时间通过*R* 的波的个数,

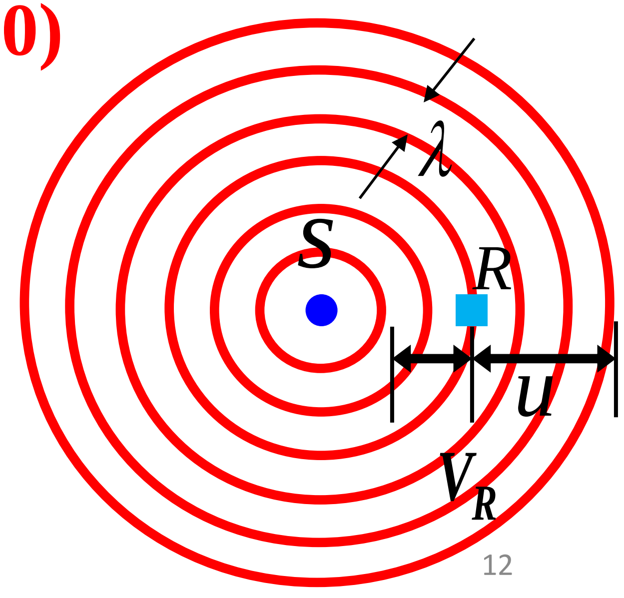
即为*R*收到的频率 $\nu_1 = \dfrac{u}{\lambda} = \nu$

7.2 波源静止,接收器运动 (V_S =0, $V_R \neq 0$)

R 收到的频率为: 变大

$$\nu_2 = \frac{u+V_R}{\lambda} = \frac{u+V_R}{u/\nu} = \frac{u+V_R}{u}\nu$$

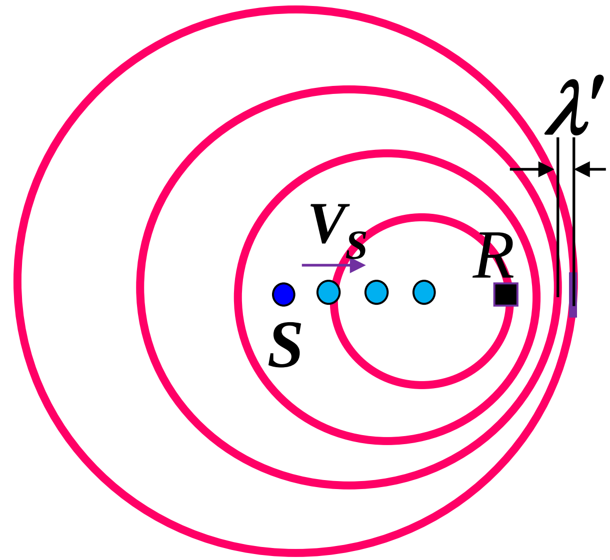
*R*远离*S*则 $\nu_2 = \dfrac{u-V_R}{u}\nu$ 变小



7.3 接收器静止,波源运动($V_R=0,V_S\neq0$)

波长变化，左边变长，右边变短

$$\lambda' = \lambda - V_S T = uT - V_S T = \frac{u - V_S}{\nu}$$



R **收到的频率为：**

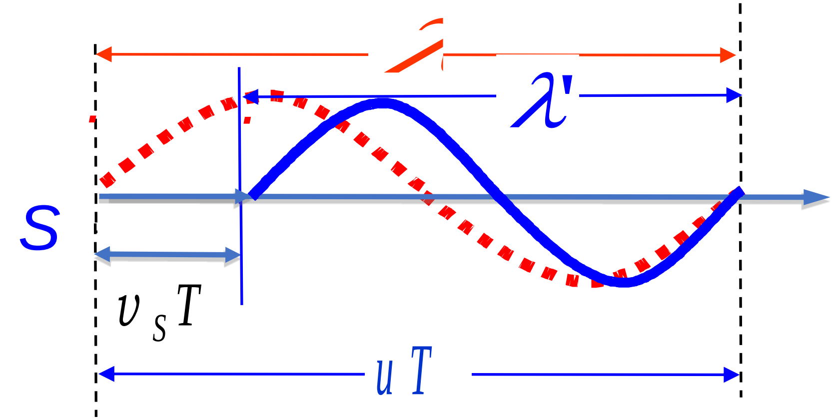
$$\nu_3 = \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{u - V_S}\nu$$ 变大

S**接近*****R*****则**

$$\nu_3 = \frac{u}{u - V_S}\nu$$ 变大

S**远离*****R*****则**

$$\nu_3 = \frac{u}{u + V_S}\nu$$ 变小



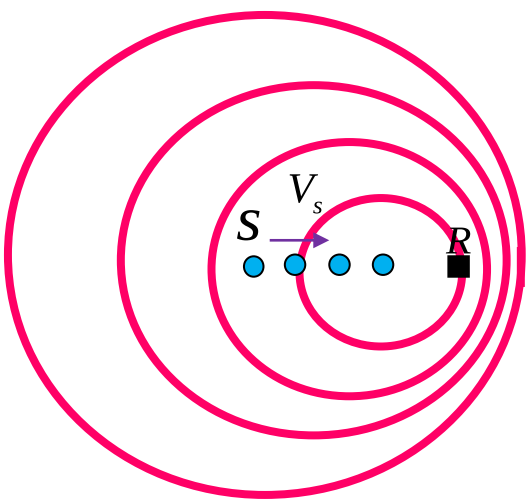
7.4 接收器、波源都运动

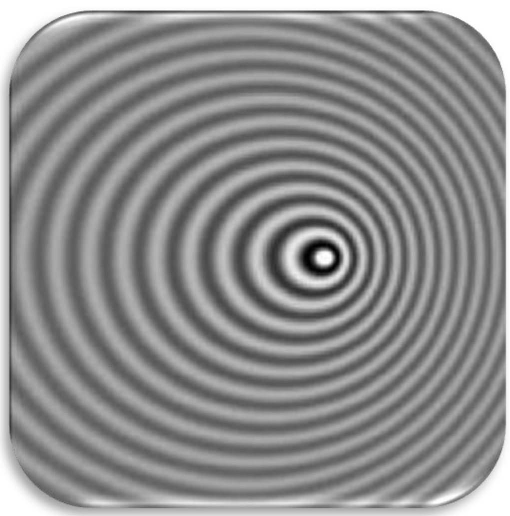
R收到的频率为 $$\boxed{\nu_4=\frac{u\pm V_R}{u\mp V_S}\nu}$$

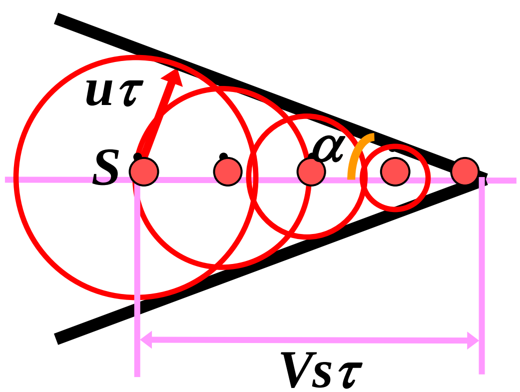
Christian A. Doppler

- 靠近运动，取上面符号
- 远离运动，取下面符号

若波源速度小于波速 ($V_S < u$)







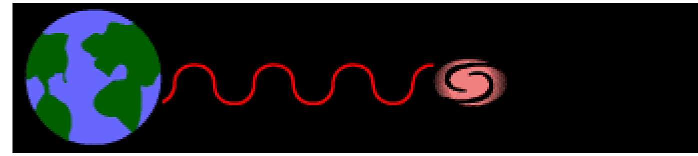
$$\sin a=\frac{u}{V_S}$$

若波源速度超过波速 ($V_S > u$)

多普勒效应的应用

哈勃定律与宇宙膨胀

来自遥远星系光线的红移与他们的距离成正比



报警和监测车速

在医学上，利用超声波的多普勒效应对心脏跳动情况进行诊断，如做超声心动、多普勒血流仪等。

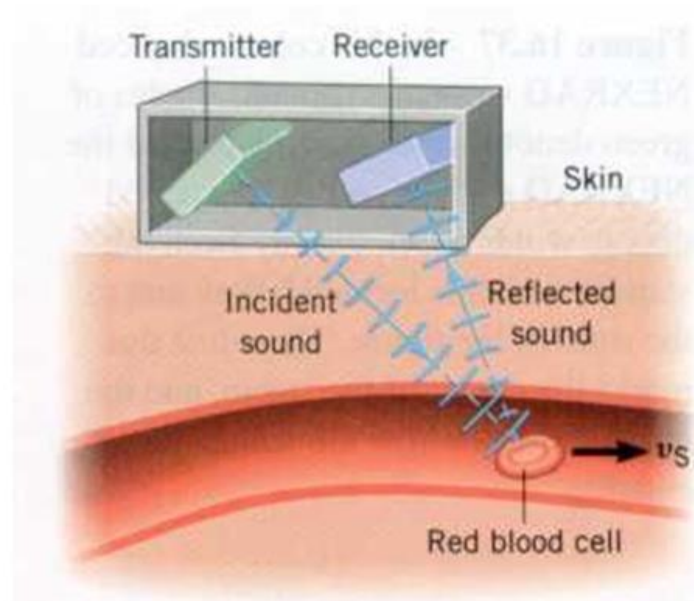


Figure 16.35 A Doppler flow meter measures the speed of red blood cells.

颜色	频率范围 (THz)	真空中波长 (nm)
红	384-482	622-780
橘	482-503	597-622
黄	503-520	577-597
绿	520-610	492-577
蓝	610-659	455-492
紫	659-769	390-455

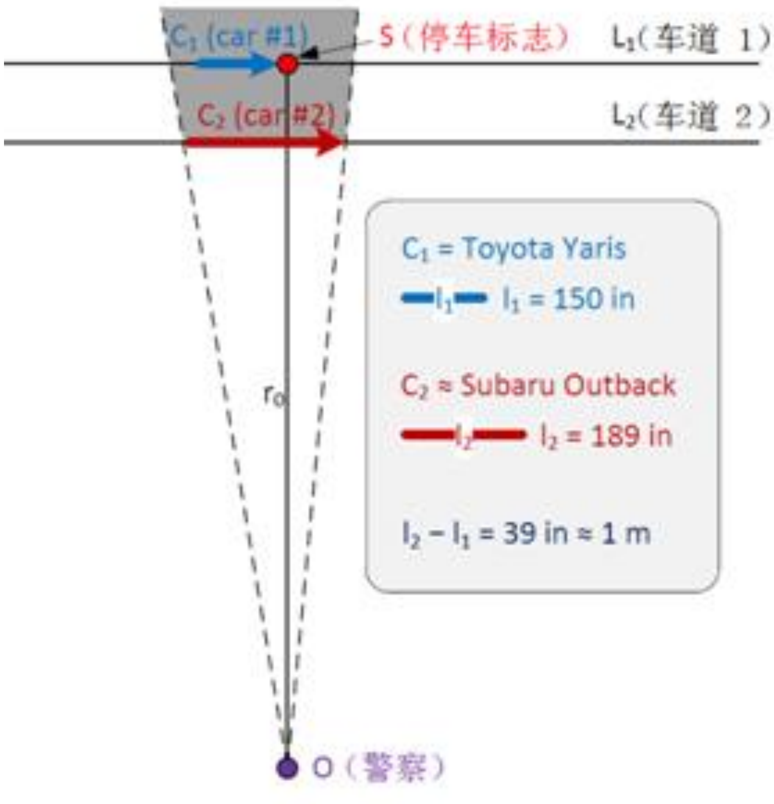
$$\nu_R = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}\,\nu_S \Rightarrow v \sim 0.076\mathrm{c} \sim 2\times 10^{7}\,\mathrm{m/s}$$

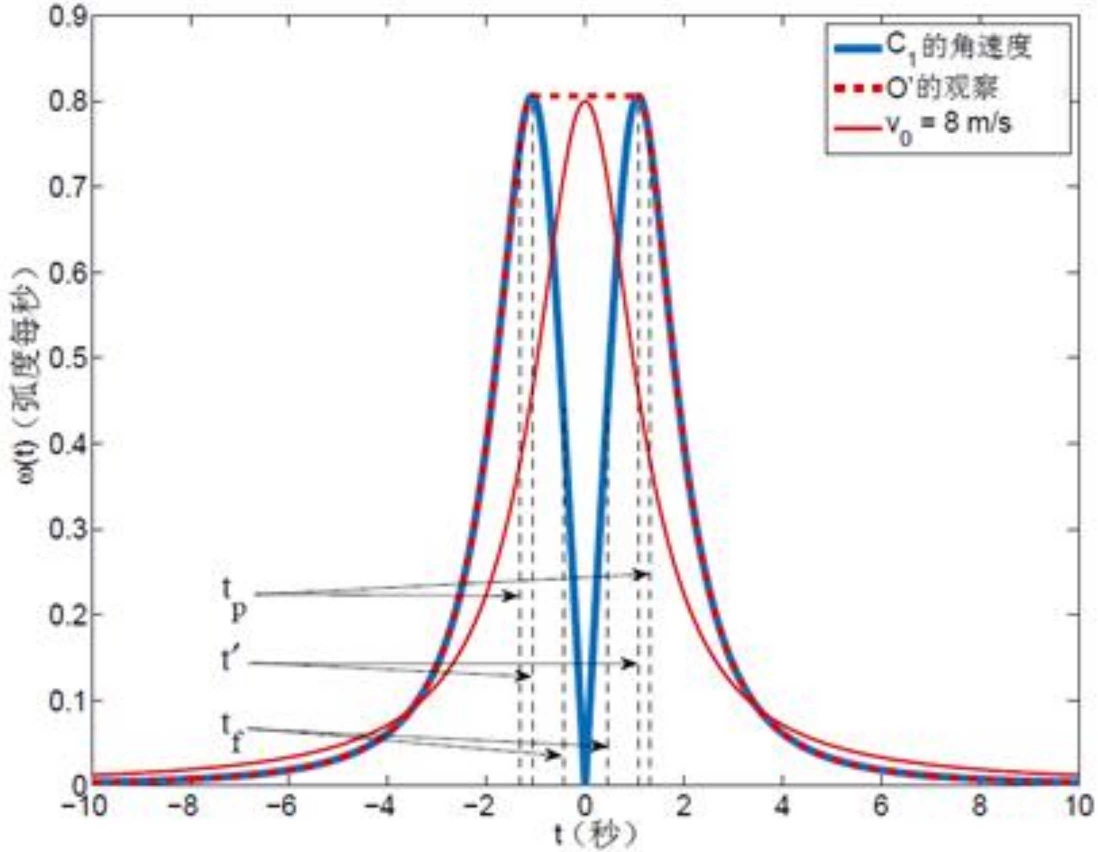
交警看了物理学家一眼，说：“说的好……

那么请你去交一下超速的罚款。”

The Proof of Innocence

Dmitri Krioukov





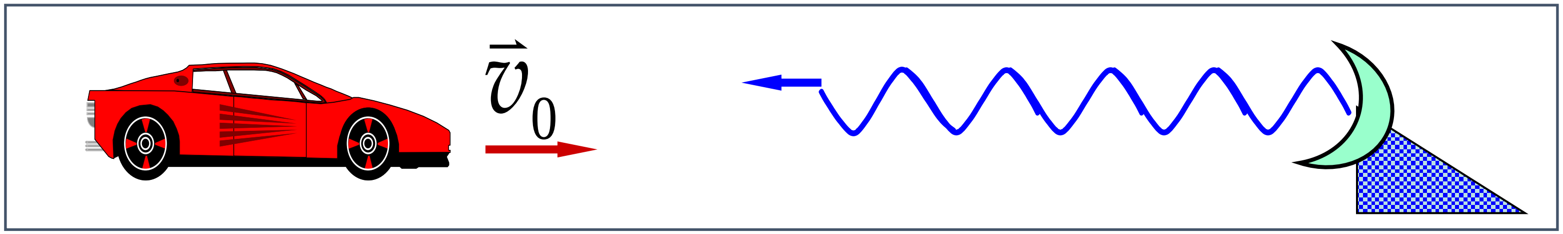
警察的视线可能受到了另外一辆车的阻挡而没有观察到Dmitri停车的过程

在另一辆车遮挡视线情况下，警察可能会把观察到的角速度和预想的匀速运动混淆起来

一名高级研究员 Dmitri Krioukov

arXiv:1204.0162

例. 利用多普勒效应监测车速，固定波源发出频率为ν=100kHz的超声波，当汽车向波源行驶时，与波源安装在一起的接收器接收到从汽车反射回来的波的频率为ν''=110kHz。已知空气中的声速为u=330m/s， 求车速。



解： 1）车为接收器 $$\nu' = \frac{u+v_O}{u}\nu$$

2）车为波源 $$\nu'' = \frac{u}{u-v_s}\nu' = \frac{v_O+u}{u-v_s}\nu$$

车速 $$v_O = v_s = \frac{\nu''-\nu}{\nu''+\nu}u = 56.8\ \mathrm{km/h}$$

已知：一沿x正方向传播的平面波，1/3 s时的波形如图所示，且周期T=2s。求：

（1）写出O点的振动表达式；

（2）写出A点的振动表达式；

（3）写出A点离O点的距离；