本节课作业

P59: **10-T1~T4**

第8章 电磁感应

重点：根据法拉第电磁感应定律讨论变化的磁场产生电场的规律（电磁感应的几种类型）

1、法拉第电磁感应定律

2、感应电动势

3、自感与互感

4、磁场的能量

问题的提出

奥斯特 ⟶ 电的磁效应　　(电生磁)

(毕奥－萨伐尔定律)

$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

(对称性)　↓ ?

法拉第 ⟶ 磁的电效应　　(磁生电)

(法拉第电磁感应定律)

电磁感应

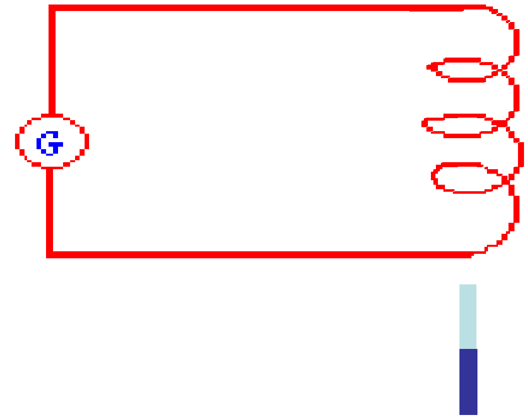
$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$$

$$\varepsilon_i=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$ (中学)

感应电动势

一、电磁感应现象

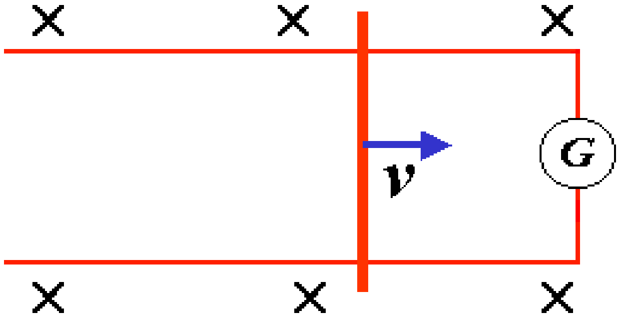
什么是电动势?

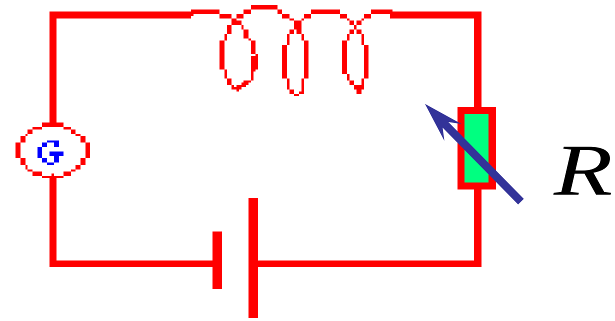


电磁感应的产生：

只要穿过闭合导体回路的磁通量发生变化回路中就产生感应电流。

条件





- 电磁感应的实质是产生感应电动势

大小和方向？

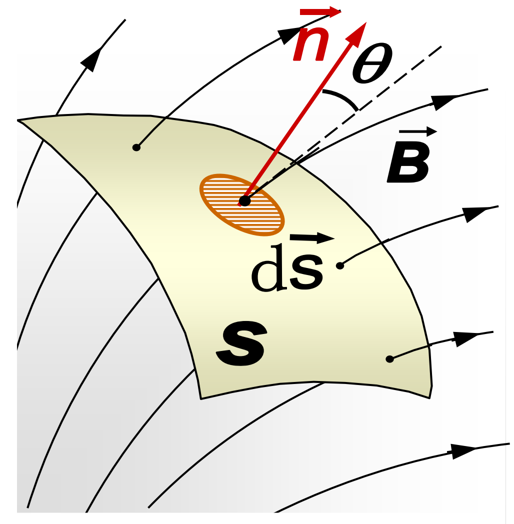
感应电动势

↓

感应电流

二. 电磁感应的规律

1. 法拉第电磁感应定律



（回路中的）感应电动势：$\varepsilon_i = -\dfrac{d\phi}{dt}$

任一回路中磁通量：$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int B\cos\theta\, ds$

$\vec{B}$、θ、s 中有一个量发生变化，回路中就有ε_i的存在。

由此可把感应电动势分为两类

- 动生电动势 ← 回路 (S,θ) 变， $\vec{B}$不变
- 感生电动势 ← $\vec{B}$变，回路(S,θ)不变

2. 电磁感应定律的一般形式

全磁通

若回路由N匝线圈组成： $\varepsilon_i=-\dfrac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}$

其中 $\Psi=\phi_1+\phi_2+\cdots+\phi_N$，回路的<u>总磁通匝链数</u>

$\boxed{\varepsilon_i=-\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}}$

感应电动势的大小为 $\varepsilon_i=\left|\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}\right|$ $\varepsilon_i=\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$(中学)

回路中相应的感应电流：$I_i=\dfrac{\varepsilon_i}{R}=-\dfrac{1}{R}N\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$

从$t_1\rightarrow t_2$时间内，通过回路导线任一横截面的电量：

$$q=\int_{t_1}^{t_2}I_i\mathrm{d}t=-\int_{\Phi_1}^{\Phi_2}\frac{N}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}t=-\frac{N}{R}(\Phi_1-\Phi_2)$$

磁通计原理

若已知N、R、q，便可知$\Delta\Phi=$？

若将Φ_1定标，则Φ_2为t_2时回路的磁通量

$\boxed{I=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}}$ $\boxed{\mathrm{d}q=I\mathrm{d}t}$

感应电动势，感应电流的方向如何?

3. 楞次定律 ⟵ 判断感应电流方向的定律。

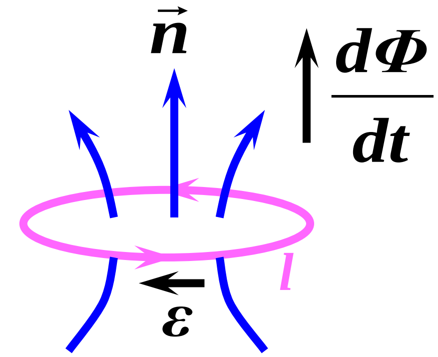
闭合回路中感应电流的方向，总是使它所激发的磁场来阻止引起感应电流的磁通量的变化。楞次定律是能量守恒定律在电磁感应现象上的具体体现。

● 也可以直接根据法拉第电磁感应定律判断感应电动势的方向

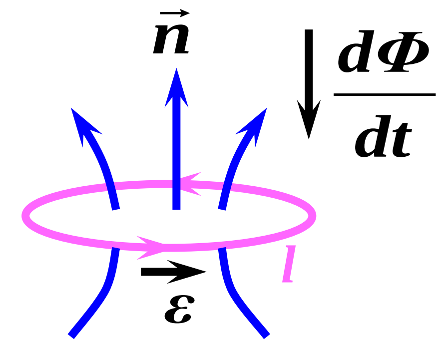
法拉第电磁感应定律：

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

任取回路绕行方向l，回路的单位正法线矢量n由右螺旋定则确定。



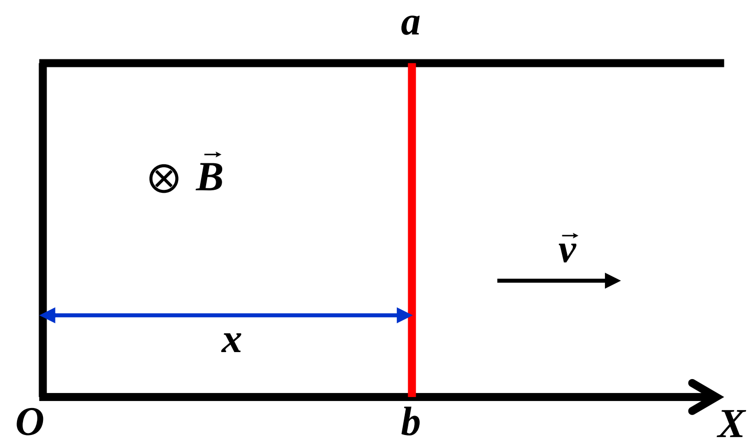
$$\Phi > 0, \frac{d\Phi}{dt} > 0, \varepsilon < 0$$



$$\Phi > 0, \frac{d\Phi}{dt} < 0, \varepsilon > 0$$

规定：
- ε沿l 方向为正，反之为负；
- Φ 沿 $\vec{n}$ 方向为正，反之为负。

例：如图所示，均匀磁场$\vec{B}$中有一与之垂直的矩形导体回路．B随时间线性增加，即$B=kt$（$k>0$），ab边长为L且以速度$\vec{v}$向右滑动，另三边不动．以下有两种解法求任意时刻回路中的感应电动势的大小（$t=0$时，$x=0$）．哪个解法正确？为什么？



解一：

$$\phi=\int_S\vec{B}\cdot d\vec{S}=B\int_S dS=B\cdot Lx=kt\cdot Lvt=kvLt^2$$

$$\therefore\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=-2kvLt$$

解二：

$$\phi=\int_S\vec{B}\cdot d\vec{S}=\int_0^x kt\cdot L\,dx\cancel{=}\int_0^t ktL\frac{dx}{dt}dt$$

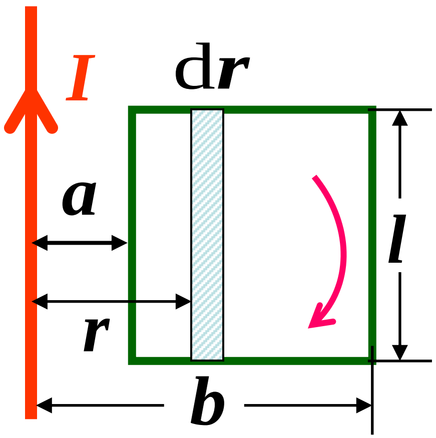
$$=\int_0^t ktLv\,dt=\frac{1}{2}kvLt^2$$

$$\therefore\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=-kvLt$$

ϕ应为t时刻的磁通量

$$\varepsilon_i=-\frac{d\phi}{dt}$$

例: 长直导线通有电流I，在它附近放有一矩形导体回路. 求1）穿过回路中的ϕ；　2）若$I=kt$（k=常数），回路中ε_i=？　3）若I=常数，回路以v向右运动，ε_i=？ 4）若$I=kt$，且回路又以v向右运动时，求ε_i=？



解: 设回路绕行方向为顺时针，

1）　$$\phi=\int_a^b B\cdot l\mathrm{d}r=\int_a^b\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I l}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

2）$I=kt$时，在t时刻，　$$\phi=\frac{\mu_0 lk}{2\pi}t\ln\frac{b}{a}$$

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0 lk}{2\pi}\ln\frac{b}{a}<0$$ 逆时针方向

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$$

3）I=常数，t时刻，此时回路的磁通：

$$\phi=\int_{a+vt}^{b+vt}\frac{\mu_0 Il}{2\pi r}\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{b+vt}{a+vt}$$

$$\phi=\int\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=\int B\cos\theta\,\mathrm{d}s$$

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\frac{(a-b)v}{(a+vt)(b+vt)}>0.$$ 顺时针方向

2) $\varepsilon_i = -\frac{\mu_0 lk}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$　　3) $\varepsilon_i = -\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\frac{(a-b)v}{(a+vt)(b+vt)}$

4）综合2）、3），t时刻回路的磁通：$\phi=\frac{\mu_0 ktl}{2\pi}\ln\frac{b+vt}{a+vt}$

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}=\frac{\mu_0 kl}{2\pi}\left(\frac{(b-a)vt}{(a+vt)(b+vt)}-\ln\frac{b+vt}{a+vt}\right)$$

此题若这样考虑：$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$ 而：$\mathrm{d}\phi=\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l\,\mathrm{d}r$

全微分

微小量

含义不同

则：$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l\cancel{\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}}=-\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l\cdot v.$

这样就有：

~~2）~~ $\xcancel{v=0,\ \therefore\varepsilon_i=0}$

~~3）~~ $\xcancel{\varepsilon_i=-\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l\cdot v}$

~~4）~~ $\xcancel{\varepsilon_i=-\frac{\mu_0 kt}{2\pi r}l\cdot v}$

错在何处？

$\mathrm{d}\phi\neq\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$

$\mathrm{d}\phi=\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}+\vec{S}\cdot\mathrm{d}\vec{B}$

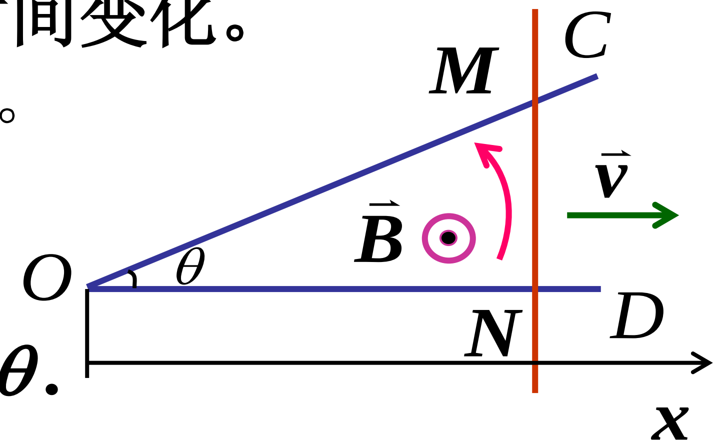
$\phi=\vec{B}\cdot\vec{S}$

考虑特例，均匀磁场中的平面回路。则

例: 弯成θ角的金属架COD, 导体棒MN垂直OD以恒定速度v在金属架上向右滑动，且$t=0, x=0$，已知磁场的方向垂直纸面向外，求下列情况中金属架内的ε_i .

1）磁场分布均匀，且磁场不随时间变化。

2）非均匀时变磁场，$B=kx\cos\omega t$。



解: 设回路绕向为逆时针

1） t 时刻，$x=vt$

$$\phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot\frac{1}{2}x\cdot x\,tg\theta=\frac{1}{2}Bv^2t^2tg\theta.$$

$$\varepsilon_i=-\frac{d\phi}{dt}=-Bv^2t\cdot tg\theta<0$$

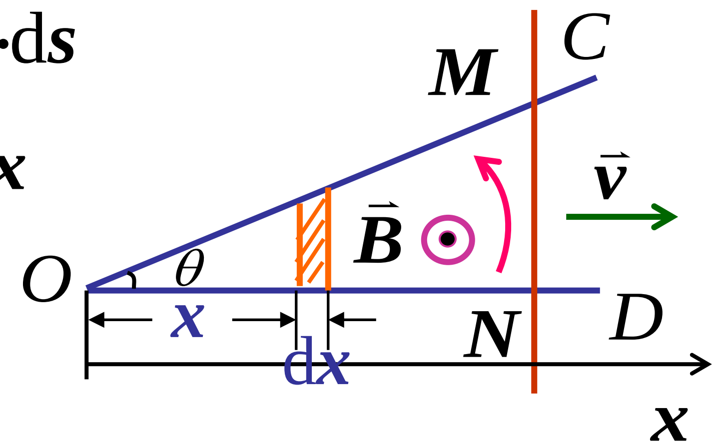
方向与绕向相反，只出现在MN上。

此处可直接利用对均匀场的公式:

$$\phi=\vec{B}\cdot\vec{S}\qquad d\phi=\vec{B}\cdot d\vec{S}+\vec{S}\cdot d\vec{B}$$

$$\varepsilon_i=-\frac{d\phi}{dt}=-B\frac{dS}{dt}=-B\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}x^2tg\theta\right)=-Bv^2t\cdot tg\theta$$

2） B不均匀， $\phi \neq \vec{B} \cdot \vec{S}$ $\mathrm{d}\phi = B \cdot \mathrm{d}s$



$$\phi = \int \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_0^x kx\cos\omega t \cdot x \mathrm{tg}\theta \cdot \mathrm{d}x$$

$$= \frac{1}{3} k x^3 \cos\omega t \cdot \mathrm{tg}\theta.$$

$$\phi(t) = \frac{1}{3} k \mathrm{tg}\theta v^3 t^3 \cos\omega t.$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{3} k\omega \mathrm{tg}\theta \sin\omega t \cdot v^3 t^3 - k \mathrm{tg}\theta \cos\omega t \cdot v^3 t^3$$

若 $\varepsilon_i > 0$, 与绕向相同。

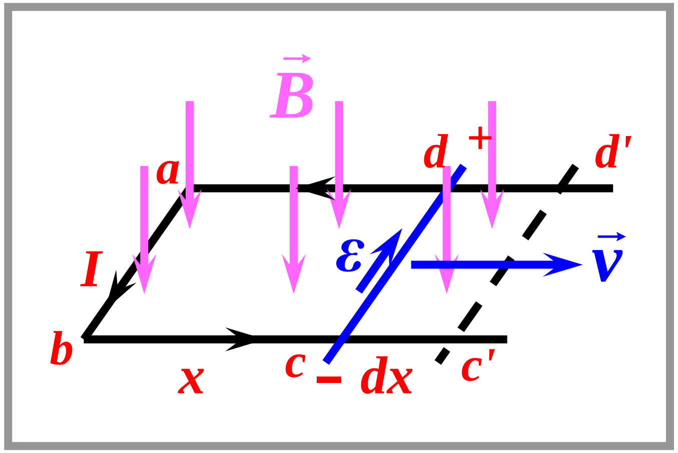
若 $\varepsilon_i < 0$, 与绕向相反。

动生电动势和感生电动势

1、动生电动势：

磁场不变，导体或线圈在磁场中运动而产生的感应电动势称为**动生电动势**。

导线cd可在固定导线框上左、右自由滑动。



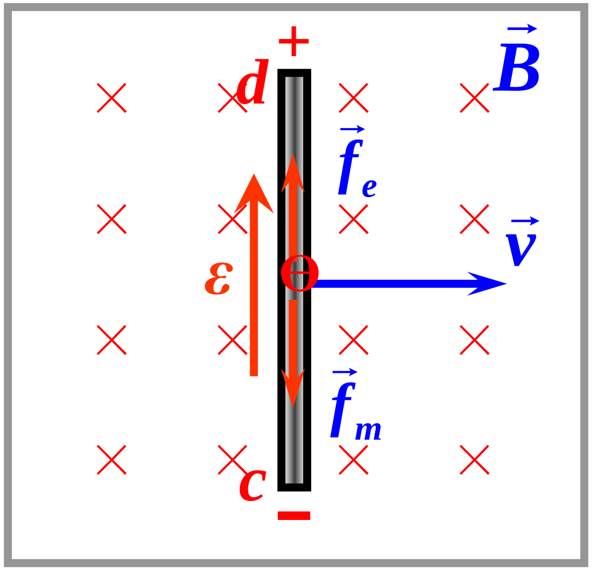
$$\Phi = BS = Blx$$

由法拉第电磁感应定律：

$$\boxed{|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = Bl\frac{dx}{dt} = Blv}$$

方向：$c \rightarrow d$

动生电动势的产生机制：



导线cd在磁场中运动时，自由电子受洛仑兹力：

$$\vec{f}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$$ **方向：**$d \rightarrow c$

导线两端电荷积累产生电场，使电子受电场力：

$$\vec{f}_e = -e\vec{E}$$ **方向：**$c \rightarrow d$

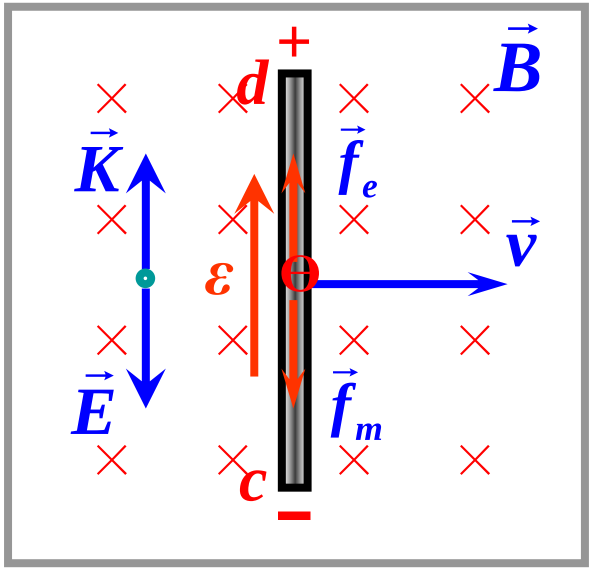
当$\vec{f}_m = -\vec{f}_e$**时：** $\boxed{\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B})}$ **使cd间维持电势差。**

导线cd相当于一个电源，d为正极、 c为负极。

可见：产生动生电动势的原因为洛仑兹力。

导线cd中的非静电力：

$$\vec{K}=\frac{\vec{f}_m}{-e}=\vec{v}\times\vec{B}$$



由电动势的定义：

$$\boxed{\varepsilon=\oint\vec{K}\cdot d\vec{l}=\oint(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}}$$

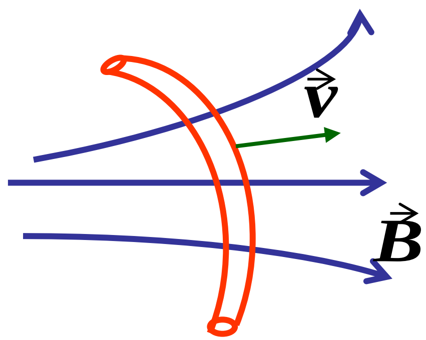
当导体回路的一部分产生感应电动势时：（如本例）

$$\varepsilon=\int_c^d(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=Bv\int_c^d d\vec{l}=Blv$$

➢**当导线速度在垂直于磁场方向的分量不为零时才能产生感应电动势。可形象地说：导线因切割磁感应线而产生电动势。**

非均匀场任意形状：

导线l在外磁场中运动时，l内自由电子受到磁场力作用：



$$\vec{f}_{洛}=-e(\vec{v}\times\vec{B})$$

类比静电场： $\vec{E}_e=\dfrac{\vec{F}}{q}$

定义非静电场：$\vec{E}_k=\dfrac{\vec{f}_{洛}}{-e}=\vec{v}\times\vec{B}$

$\left|\vec{E}_k\right|=vB\sin\theta$， 方向$\vec{v}\times\vec{B}$,正电荷受力方向。

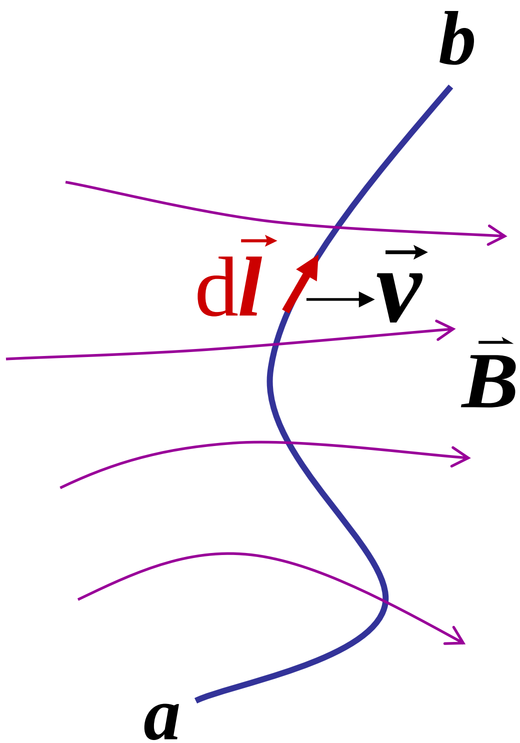
2）动生电动势的定义： $\varepsilon_i=\int_L\vec{E}_k\cdot d\vec{l}=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

说明：

- $d\vec{l}$ ： 导线上任意选定的一小段（足够短）
- $\vec{v}$ ： 以上这段导线的速度
- $\vec{B}$ ： 以上这段导线处的磁感应强度

2. $\varepsilon_{动}$的计算

$$\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$



第1步：取线元 $d\vec{l}$ (同时假定了ε的方向)

第2步：确定线元处的磁感应强度和线元的运动速度

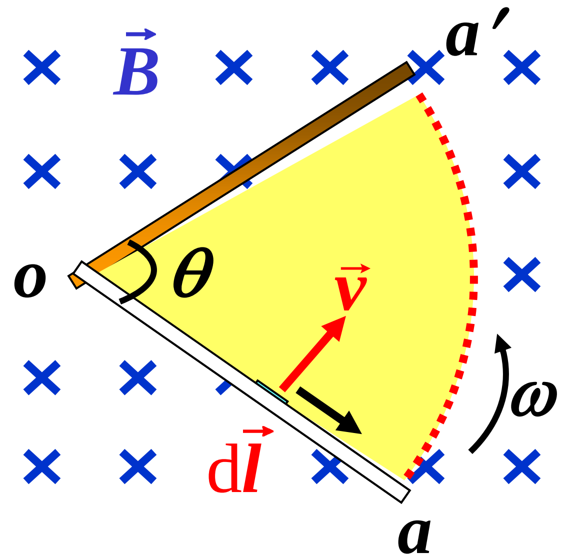
第3步：计算 $\vec{v}\times\vec{B}$

第4步：计算 $(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

第5步：完成积分

第6步：确定电动势的方向(根据ε的符号)

例. 金属杆oa长L，在匀强磁场$\vec{B}$中以角速度ω反时针绕o点转动。求杆中的感应电动势。



解: 用动生电动势计算公式，任取线元 $\mathrm{d}\vec{l}$

$$\mathrm{d}\varepsilon_i=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=-\omega lB\cdot\mathrm{d}l$$

$$\varepsilon_i=-\int_0^a\omega lB\cdot\mathrm{d}l=-\frac{1}{2}\omega BL^2$$

方向: $a\longrightarrow o$

$$\boxed{\varepsilon_i=\int_L\underbrace{(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}}_{\mathrm{d}\varepsilon_i}}$$

(**物理意义？**)

另解: 用法拉第电磁感应定律

任意时刻通过扇形截面的磁通量

$$\phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\frac{1}{2}(L^2\theta)\qquad \varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{1}{2}BL^2\omega$$

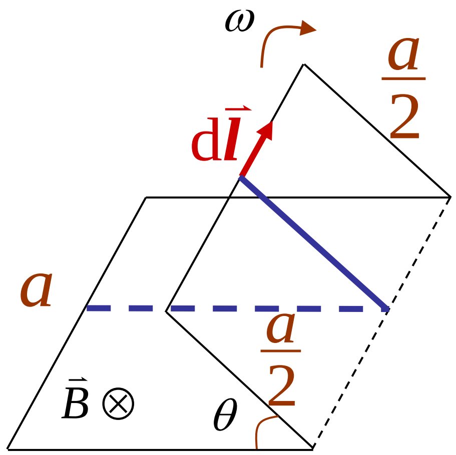
例: $\vec{B}$ 均匀，则在打开过程中回路里的电动势是多少？

回路是边长为a的正方形，磁场与回路垂直。

解: 在转动的三段导线中，对长度为$a/2$的两段，始终有 $(\vec{v}\times\vec{B})\perp \mathrm{d}\vec{l}$

$$\therefore(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$$ **(不切割磁力线)**

故只需考虑以上三段导线中长为a一段。



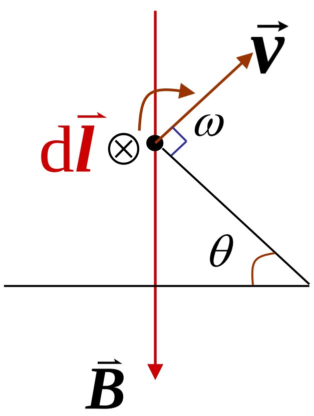
$$\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

显然， $(\vec{v}\times\vec{B})/\!/\,\mathrm{d}\vec{l}$

$$\therefore(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|\cdot \mathrm{d}l\cdot\cos 0$$

$$=\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|\cdot \mathrm{d}l=\left|vB\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}-\theta\right)\right|\cdot \mathrm{d}l$$

$$=\frac{a}{2}\omega\cdot B\sin\theta\cdot \mathrm{d}l$$

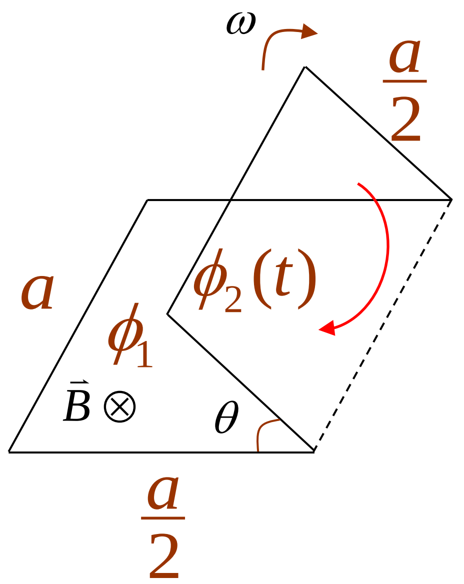


$$\therefore\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_0^a\frac{a}{2}\omega\cdot B\sin\theta\cdot \mathrm{d}l$$

$$=\frac{a}{2}\omega\cdot B\sin\theta\int_0^a \mathrm{d}l=\frac{\omega Ba^2}{2}\sin\theta$$

例: $\vec{B}$ 均匀，则在打开过程中回路里的电动势是多少？

回路是边长为a的正方形，磁场与回路垂直。



$$\boxed{\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

解:

$$\phi=\phi_1+\phi_2(t)$$

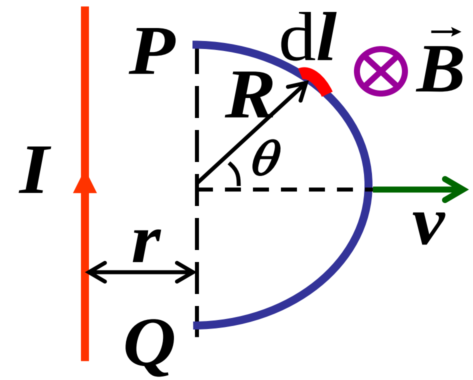
$$=\phi_1+B\cdot a\cdot\frac{a}{2}\cos\theta$$

$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}\quad=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\phi_1+B\cdot a\cdot\frac{a}{2}\cos\theta\right)$$

$$=-B\frac{a^2}{2}\frac{\mathrm{d}\cos\theta}{\mathrm{d}t}\quad=B\frac{a^2}{2}\sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

$$=\frac{\omega Ba^2}{2}\sin\theta$$ 方向如何？

例:在真空中，有一无限长直导线电流I旁，有一半圆弧导线以v向右运动。已知r，R。求 E_k、ε_{QP}， P与Q哪点电势高？



解：1）在导线上任意dl处的E_k

距电流为r'： $r'=r+R\cos\theta$

$$E_k=\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|=vB=v\frac{\mu_0 I}{2\pi r}=\frac{\mu_0 I v}{2\pi(r+R\cos\theta)}$$

方向向上

2） $$\varepsilon_{QP}=\int\vec{E}_k\cdot d\vec{l}=\int\frac{\mu_0 I v}{2\pi(r+R\cos\theta)}\cdot\cos\theta\cdot dl$$

$dl=Rd\theta$

$$=\frac{\mu_0 I v}{2}\left(1-\frac{4r}{\pi\sqrt{r^2-R^2}}tg^{-1}\sqrt{\frac{r-R}{r+R}}\right).$$

3）显然： ε_i从$Q\rightarrow P$，$U_P>U_Q$。

能否用直线$\overline{PQ}$来代替$\overset{\frown}{PQ}$？ 否！ $\varepsilon_{\overline{PQ}}=\frac{\mu_0 I v}{2\pi r}2R\neq\varepsilon_{\overset{\frown}{PQ}}$

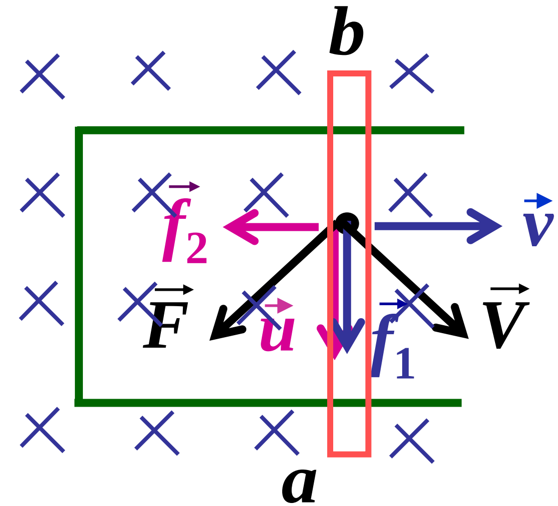
3. 回路中产生动生电动势时谁为回路提供电能?

运动导体上的电动势 $\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

但是: $\vec{f}_{洛}=-e\vec{v}\times\vec{B}\perp\vec{v}$ 不做功

矛盾?

$\varepsilon_{动}$的出现是什么力做功呢?



电子同时参与两个方向的运动:

$\vec{v}$ 方向，随导体运动;

$\vec{u}$方向，在导体内的漂移形成电流。

电子受到的总洛仑兹力: $\vec{F}=\vec{f}_1+\vec{f}_2$,

$\vec{F}\perp\vec{V}$ $\quad\therefore\vec{F}\cdot\vec{V}=0$,

即: $(\vec{f}_1+\vec{f}_2)\cdot(\vec{v}+\vec{u})=\vec{f}_1\cdot\vec{u}+\vec{f}_2\cdot\vec{v}=0$

显然: $\vec{f}_1//\vec{u}$, $\vec{f}_1\cdot\vec{u}>0$, $\vec{f}_1$做正功，即非静电力$\vec{E}_k$做功。

$\vec{f}_2\cdot\vec{v}=-\vec{f}_1\cdot\vec{u}$, $\vec{f}_2\cdot\vec{v}<0$, $\vec{f}_2$做负功

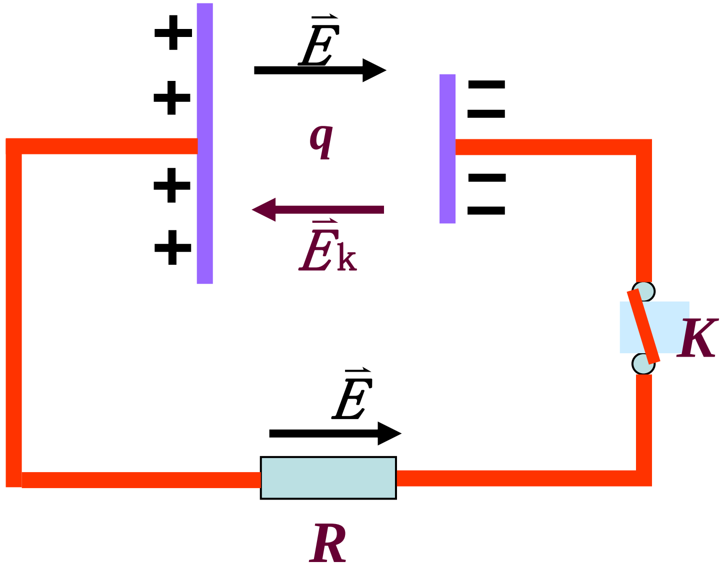
要使棒ab保持$\vec{v}$运动，则必有外力做功: $\vec{f}_{外}=-\vec{f}_2$

即: $\vec{f}_{外}\cdot\vec{v}=\vec{f}_1\cdot\vec{u}$

电源及电动势

$\vec{E}$：静电场场强，单位正电荷所受的静电力。电源内外都存在。

$\vec{E}_{\mathrm{k}}$：非静电场场强，单位正电荷所受的非静电力。只存在于电源内部。



要维持电流，必须使正电荷经电源内部从负极不断补充到正极。显然，这个力不是静电力，而是一种不同于静电力的所谓的非静电力。

电源的电动势 ε 的定义：把单位正电荷从负极经过电源内部移到正极，非静电力所做的功。

即：
$$\varepsilon = A = \int_{-}^{+} \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

对闭合回路，
$$\varepsilon = A = \oint \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$