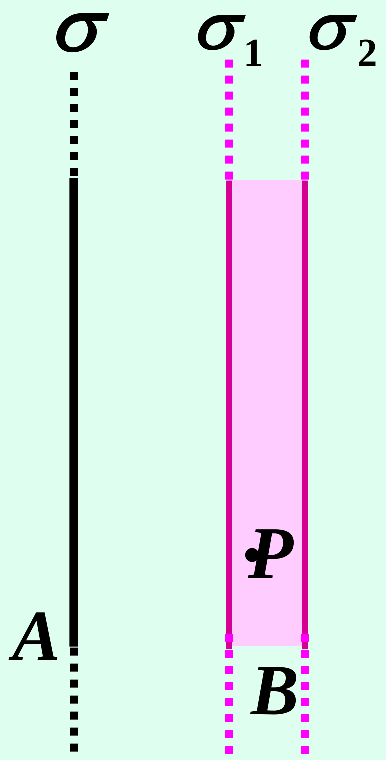
例. 无限大均匀带电平面A，其附近放置一块与它平行的有一定厚度的无限大平面导体板B。已知A上的电荷面密度为$+\sigma$，则在导体板B的两个表面上的电荷面密度为：



（A）$\sigma_1=-\sigma,\sigma_2=+\sigma$

√（B）$\sigma_1=-\frac{1}{2}\sigma,\sigma_2=+\frac{1}{2}\sigma$

（C）$\sigma_1=-\frac{1}{2}\sigma,\sigma_2=-\frac{1}{2}\sigma$

（D）$\sigma_1=-\sigma,\sigma_2=0$

$$\sigma_1+\sigma_2=0$$

$$\sigma+\sigma_1-\sigma_2=0$$

第7节 静电场中的电介质

绝缘体： 电子被所属原子核紧束缚，无自由电荷。

绝缘体不能导电，**但电场可以在其中存在**。

从电场这一角度，把绝缘体叫做**电介质**。

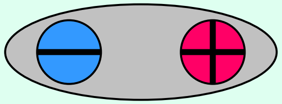
一、电介质的极化

1. 电介质的电结构

每个分子的正、负电荷： 分布在10^{-10} m范围

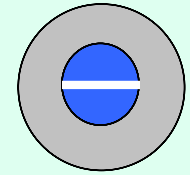
电荷分布复杂 $\left\{ \begin{array}{l} \text{所有负电荷} \rightarrow \text{负重心} \rightarrow \text{负点电荷} \\ \text{所有正电荷} \rightarrow \text{正重心} \rightarrow \text{正点电荷} \end{array} \right.$

每个电介质分子可模型化为微小的电偶极子。



2. 电介质分子的分类

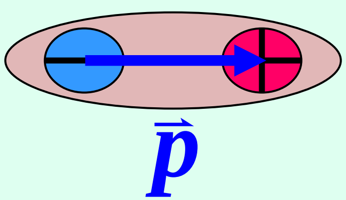
①无极分子：分子的正负电荷重心重合。



如：H_2、N_2、O_2、H_e

在无外场作用下整个分子**无电矩**。

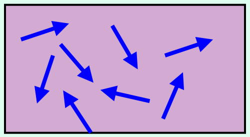
②有极分子：分子的正负电荷重心不重合，



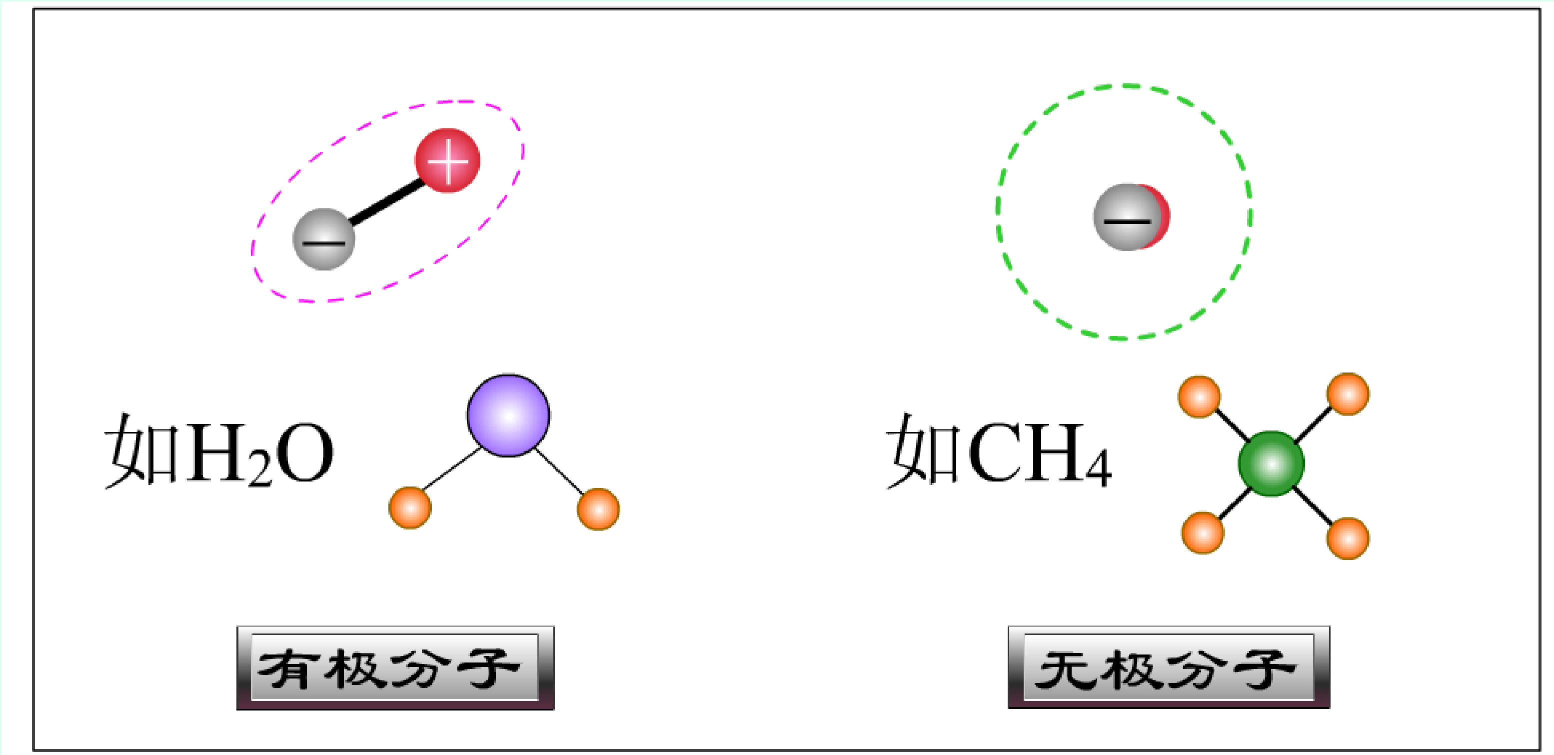
如：H_2O、HCl、CO、SO_2

在无外场作用下存在**固有电矩**。

因无序排列对外不呈现电性。



3. 电极化现象

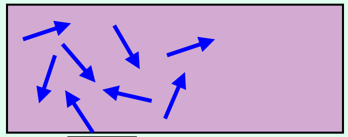


宏观效果： 电介质的**表面上出现电荷**

——极化电荷、束缚电荷

①有极分子

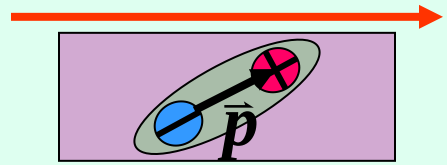
$\vec{E}_{外}=0$



不显电性

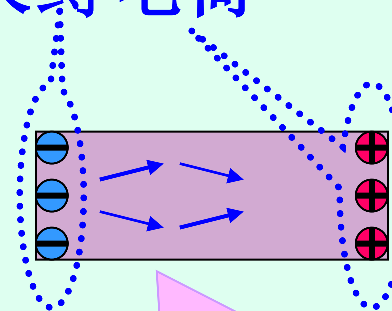
$\sum \vec{p}_i = 0$

$\vec{E}$



$\vec{M} = \vec{p}\times\vec{E}$

束缚电荷



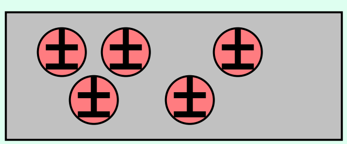
取向极化

可见：$\vec{E}_{外}$↑强， $\vec{p}$排列越整齐

端面上束缚电荷越多，电极化程度越高。

②无极分子

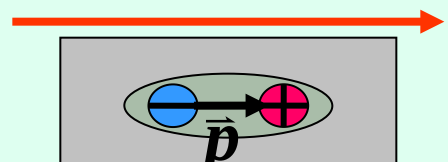
$\vec{E}_{外}=0$



不显电性

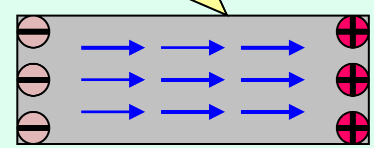
电中性

$\vec{E}$



$\sum \vec{p} \neq 0$

位移极化



感应电偶极矩

同样：$\vec{E}_{外}$↑强，$\vec{p}$→大，端面上束缚电荷越多，电极化程度越高。

说明：

(1)微观机制不同，但宏观效果束缚电荷是一样的。

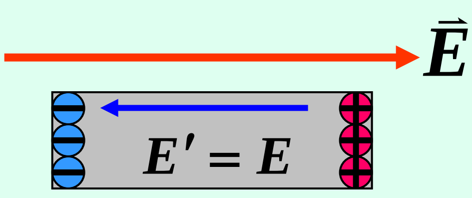
(2)均匀电介质体内无净电荷，

束缚电荷只出现在表面上。

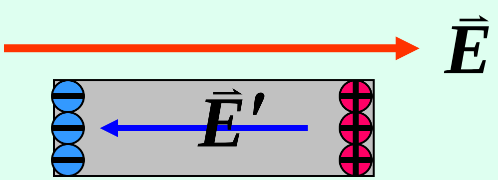
(3)束缚电荷要激发电场。

方式与自由电荷完全相同。

(4)电介质的电极化与导体的区别：



$\vec{E}_{内} = 0$



$\vec{E}' < \vec{E}$ $\quad \vec{E}_{内} \neq 0$

二、电极化强度与极化电荷

1.电极化强度矢量 $\vec{P}$

① $\vec{P}$ 的定义： $\vec{P}=\dfrac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}$

单位体积内所有分子的电偶极矩矢量和

单位：C/m²

显然：$\vec{E}_{外}=0$ $\sum \vec{p}_i=0$ $\vec{P}=0$

② $\vec{P}$与$\vec{E}$成正比

实验结论：对各向同性的电介质有：$\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\vec{E}$

$\varepsilon_r \rightarrow$ 相对介电常数 真空 $\varepsilon_r=1$ 其它介质 $\varepsilon_r>1$

$\chi_e=\varepsilon_r-1$ χ_e —电极化率 即：$\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$

③电介质内的静电场 $\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'$

自由电荷的电场

极化电荷的退极化场

实验证明：$\vec{E}=\dfrac{1}{\varepsilon_r}\vec{E}_0$

$E<E_0$

④电击穿——电介质的击穿

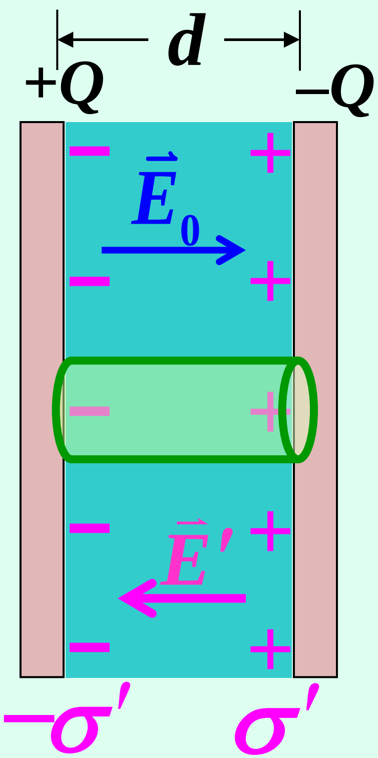
当E↑↑很强时，分子中正负电荷被拉开—自由电荷

电介质→导体 ⟹ 电介质击穿

电介质所能承受不被击穿的最大电场强度 ➡ 击穿场强

例： 尖端放电，即空气电极穿 E=3 kV/mm

介质中总是场强最大的地方首先被击穿。



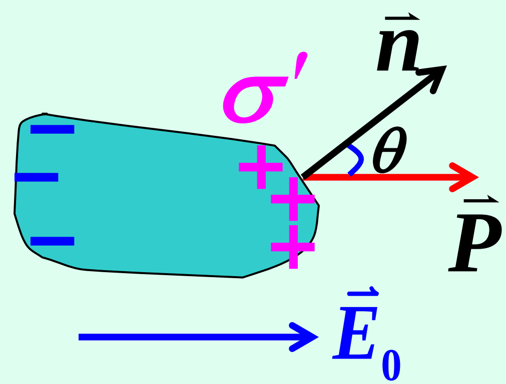
2. 极化强度与束缚电荷面密度的关系

极化强度的大小：$P = \dfrac{\left|\sum \vec{p}_i\right|}{\Delta V} = \dfrac{\sigma' \Delta S d}{\Delta S d} = \sigma'$

P与σ'的一般关系为：

$$\sigma' = P_n = P\cos\boxed{\theta}$$

$\vec{P}$与介质表面外法线的夹角



三、电介质中静电场的基本规律

1. 有介质存在时的高斯定理：

电介质存在空间的电场由 $\begin{cases} \text{自由电荷} \\ \text{束缚电荷} \end{cases}$ 共同产生

由高斯定理：

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

$$\left.\begin{aligned} \oint_S \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} &= \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{自} \\ \oint_S \vec{E}' \cdot d\vec{S} &= \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{束} \end{aligned}\right\} \boxed{\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q_{自} + \sum q_{束}\right)}$$

实验结论：$\vec{E} = \dfrac{1}{\varepsilon_r}\vec{E}_0$　　则有：$\oint_S \varepsilon_r \vec{E} \cdot d\vec{S} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{自}$

即：$\oint_S \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum q_{自}$

引入：$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 & \text{介质介电常数} \\ \vec{D} = \varepsilon \vec{E} & \text{电位移矢量} \end{cases}$

$$\boxed{\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_{自}}$$

D的单位：C/m^2

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum q_{自}$$ → 有介质空间的高斯定理

说明：(1) $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$ $\vec{D}$与$\vec{E}$处处对应，且方向一致

(2) $\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum q_{自}$ 与 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\sum q_{自}+\sum q_{束})$ 等价

2. 环路定理 → $\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$

束缚电荷$q_{束}$产生的电场与
自由电荷$q_{自}$产生的电场性质相同 → 保守力场

3. 归纳 (1) 有介质存在时，出现三个物理量 $\vec{E}$、$\vec{P}$、$\vec{D}$

$$\left.\begin{aligned}\vec{P} &= \chi_e\varepsilon_0\vec{E}\\ \vec{D} &= \varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}\end{aligned}\right\}\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$$

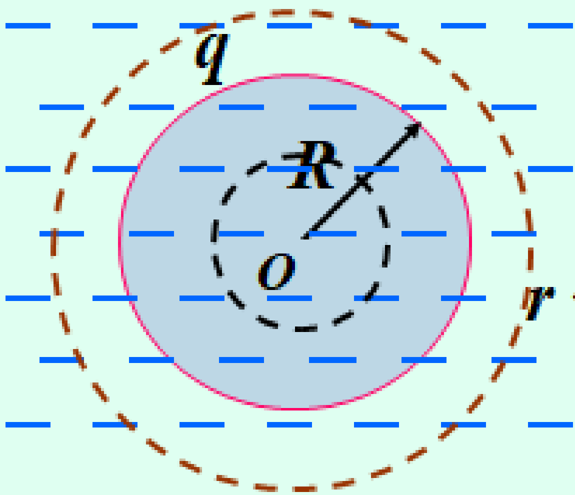
(2) 四个常量之间的关系 $\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$ $\varepsilon_r = 1+\chi_e$

(3) 解题一般步骤

$$由q_{自} \longrightarrow \oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum q_{自} \longrightarrow \vec{D} \longrightarrow \vec{E}=\frac{\vec{D}}{\varepsilon} \longrightarrow \vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E} \longrightarrow \sigma'$$

由$q_{自}$ $\longrightarrow \oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_{自} \longrightarrow \vec{D} \longrightarrow \vec{E}=\dfrac{\vec{D}}{\varepsilon} \longrightarrow \vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$

例1. 一个带正电的金属球，半径为R电量为q，浸在一个大油箱中，油的相对介电常数为ε_r。求E、V、P。



分析： 电荷q及电介质呈球对称分布

则E、D也为球对称分布

解： 取半径为r的同心高斯球面

$r<R$ $\quad \oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=4\pi r^2 D=\sum q_i=0 \quad \therefore D=0$

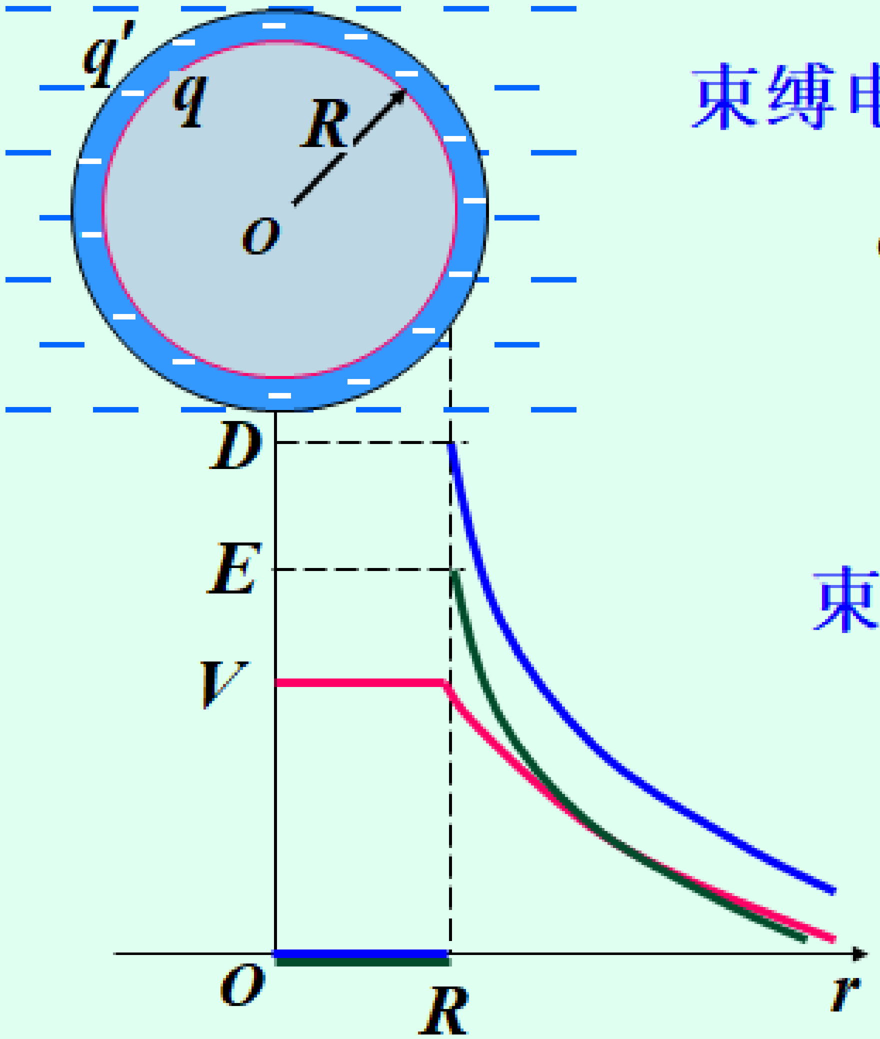
$r>R$ $\quad \left.\begin{array}{l}\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=D\cdot 4\pi r^2 \\ \sum q_i=q\end{array}\right\} \vec{D}=\dfrac{q}{4\pi r^2}\vec{e}_r$

$$则有：\vec{E}=\frac{\vec{D}}{\varepsilon}\begin{cases} r<R & E=0 \\ r>R & \vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \end{cases}$$

$$V=\int_P^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}\begin{cases} r<R & V=(\overset{0}{\cancel{\int_r^R}}+\int_R^\infty)\vec{E}\cdot d\vec{r}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 R} \\ r\geq R & V=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r} \end{cases}$$

$$r>R\quad \vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0\vec{E}=\left(\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}\right)\frac{q}{4\pi r^2}\vec{e}_r$$

球面外介质油面上出现了束缚电荷q'



束缚电荷面密度：

$$\sigma'=P_n=-P\big|_{r=R}$$

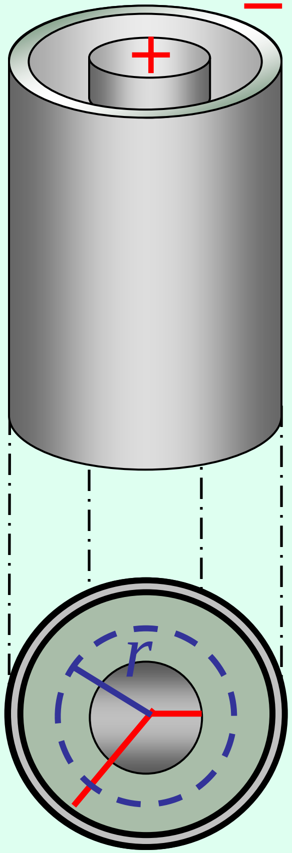
$$\sigma'=-\frac{q}{4\pi R^2}\left(\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}\right)$$

束缚电荷电量：

$$q'=4\pi R^2\sigma'=-\left(\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}\right)q$$

$$|q'|<q$$

例2. 图中是由半径为R_1的长直圆柱导体和同轴的半径为R_2的薄导体圆筒组成，其间充以相对**电容率**为ε_r的电介质。设直导体和圆筒单位长度上的电荷分别为$+\lambda$和$-\lambda$。**求(1)** 电介质中的电场强度、电位移和极化强度；**(2)** 电介质内外表面的极化电荷面密度。



解：(1) 电场分布具有轴对称性。取半径r，高h的高斯柱面。

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q_{自}$$

$$D2\pi rh = \lambda h \qquad D = \frac{\lambda}{2\pi r}$$

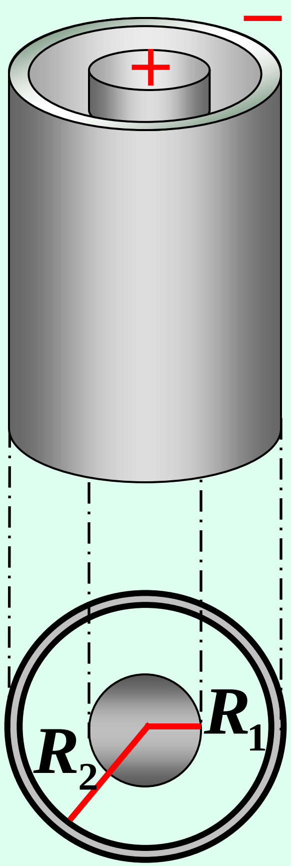
$$E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$$ $(R_1 < r < R_2)$ 方向沿径向向外

$$P = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 E = \frac{\varepsilon_r - 1}{2\pi\varepsilon_r r}\lambda$$

(2) 电介质内外表面的极化电荷面密度。

$$\boxed{\sigma' = P_n}$$

$$P = \frac{\varepsilon_r - 1}{2\pi\varepsilon_r r}\lambda$$



内表面： $(r = R_1)$

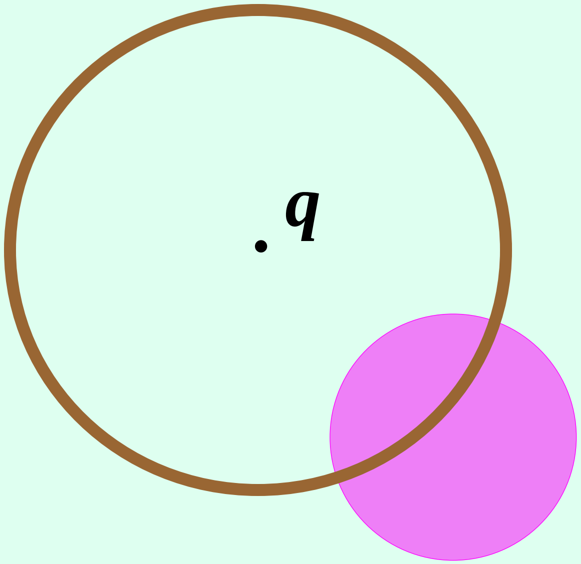
$$\sigma' = P_n\Big|_{r=R_1}$$

$$= -P\Big|_{r=R_1} = -\frac{(\varepsilon_r - 1)\lambda}{2\pi\varepsilon_r R_1}$$

外表面： $(r = R_2)$

$$\sigma' = P\Big|_{r=R_2} = \frac{(\varepsilon_r - 1)\lambda}{2\pi\varepsilon_r R_2}$$

例3. 在一点电荷产生的静电场中，一块电介质如图放置，以点电荷为球心作一球形闭合面，则对于此球形闭合面：



A、高斯定理成立，且可用它求出闭合面上各点的场强

B、高斯定理成立，但不能用它求出闭合面上各点的场强

C、由于电介质不对称分布，高斯定理不成立

D、即使电介质对称分布，高斯定理也不成立

课堂练习：

1. 一导体球外充满相对介电常数ε_r的均匀电介质，若测得导体表面附近场强大小为E，则导体球面上的自由电荷面密度σ为

电介质内的场强

（A）$\varepsilon_0 E$ （B）$\varepsilon_0\varepsilon_r E$ √

（C）$\varepsilon_r E$ （D）$(\varepsilon_0\varepsilon_r-\varepsilon_0)E$

$$E_0=\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Leftarrow E_0=\varepsilon_r E \Leftarrow \vec{E}=\frac{1}{\varepsilon_r}\vec{E}_0$$

2. 静电场中，电位移线从__正自由电荷__出发，终止于__负自由电荷__。