

第4节 狭义相对论时空观



狭义相对论时空观：时间和空间之间有着内在联系，时间、空间都与物质的运动有关，具有相对性。

一、同时性的相对性

| | S | S' |
|----------|----------------------------|-------------------------------|
| 事件A | (x_1, t_1) | (x'_1, t'_1) |
| 事件B | (x_2, t_2) | (x'_2, t'_2) |
| 两事件同时发生： | $t_1 = t_2$ | $\Delta t' = t'_2 - t'_1 = ?$ |
| | $\Delta t = t_2 - t_1 = 0$ | |

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \left(\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x \right)$$

已知 $\Delta t = 0$
若 $\Delta x \neq 0$ } $\Delta t' \neq 0$ 两事件不同时发生!

仅当 $\Delta t = 0$ 且 $\Delta x = 0$ 时, 有 $\Delta t' = 0$ 。

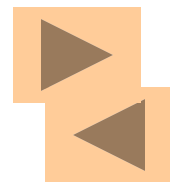
若两事件在 S 系中是同时、同地发生的, 则在 S' 系中也同时发生。

若两事件在 S 系中是同时、不同地发生的, 则在 S' 系中一定不同时发生。

同时性的相对性

$v \ll c \longrightarrow$ 牛顿力学

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma \left(\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x \right) \begin{cases} > 0 \\ = 0 \\ < 0 \end{cases}$$



在不同的参考系中，两事件的时间顺序可能颠倒！

因果事件时序的绝对性：

有因果关系的事件，它们之间一定是通过某种信号联系起来：

$$\Delta t' = \gamma \Delta t \left(1 - \frac{v}{c^2} \frac{\Delta x}{\Delta t} \right) = \gamma \Delta t \left(1 - \frac{v}{c^2} u_{\text{信号}} \right)$$

$\because v < c, u_{\text{信号}} \leq c$ 故 $\Delta t'$ 与 Δt 同号。

> 0

相对论结果符合因果关系要求。

二、时间膨胀



相对论中，时间的度量是相对的。

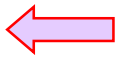
物理过程的时间： 通过钟来记录

研究的问题：

在某系中，**同一地点**
先后发生的两个事件
的时间间隔（**用一只钟**
测量）；

与另一系中，在**两个**
地点的这两个事件的
时间间隔（**两只钟分**
别测量）的关系。

固有时



原时

两地时

考察 S' 中的一只钟: $\Delta x' = 0$

两事件发生在同一地点: $\Delta t' \equiv \tau_0$ 为**原时**

Δt 为**两地时**

由洛伦兹逆变换:

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \left(\Delta t' + \frac{\beta}{c} \underline{\Delta x'} \right)$$

$= 0$

$$\Delta t = \gamma \tau_0$$

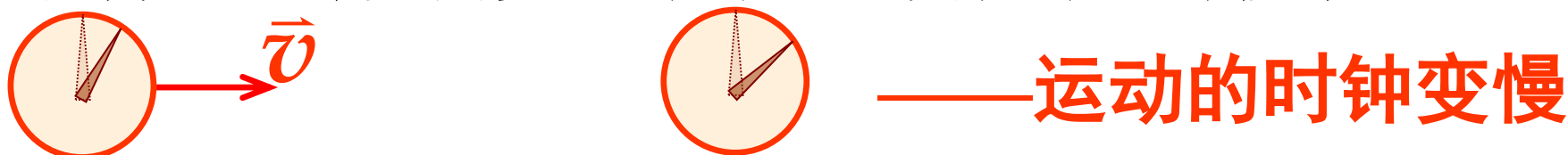
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1$$

$\Delta t > \tau_0$
原时最短



用钟走的快慢来说明：

S 系中的观察者把相对于他运动的那只 S' 系的钟和自己的许多同步的钟对比，发现那只钟慢了。



S' 系的钟的1秒相当于 S 系的钟的几秒。

——时间膨胀、时间延缓

$\Delta t = \gamma \tau_0$ 中， γ 称为时间膨胀因子。

时间膨胀是一种相对效应。

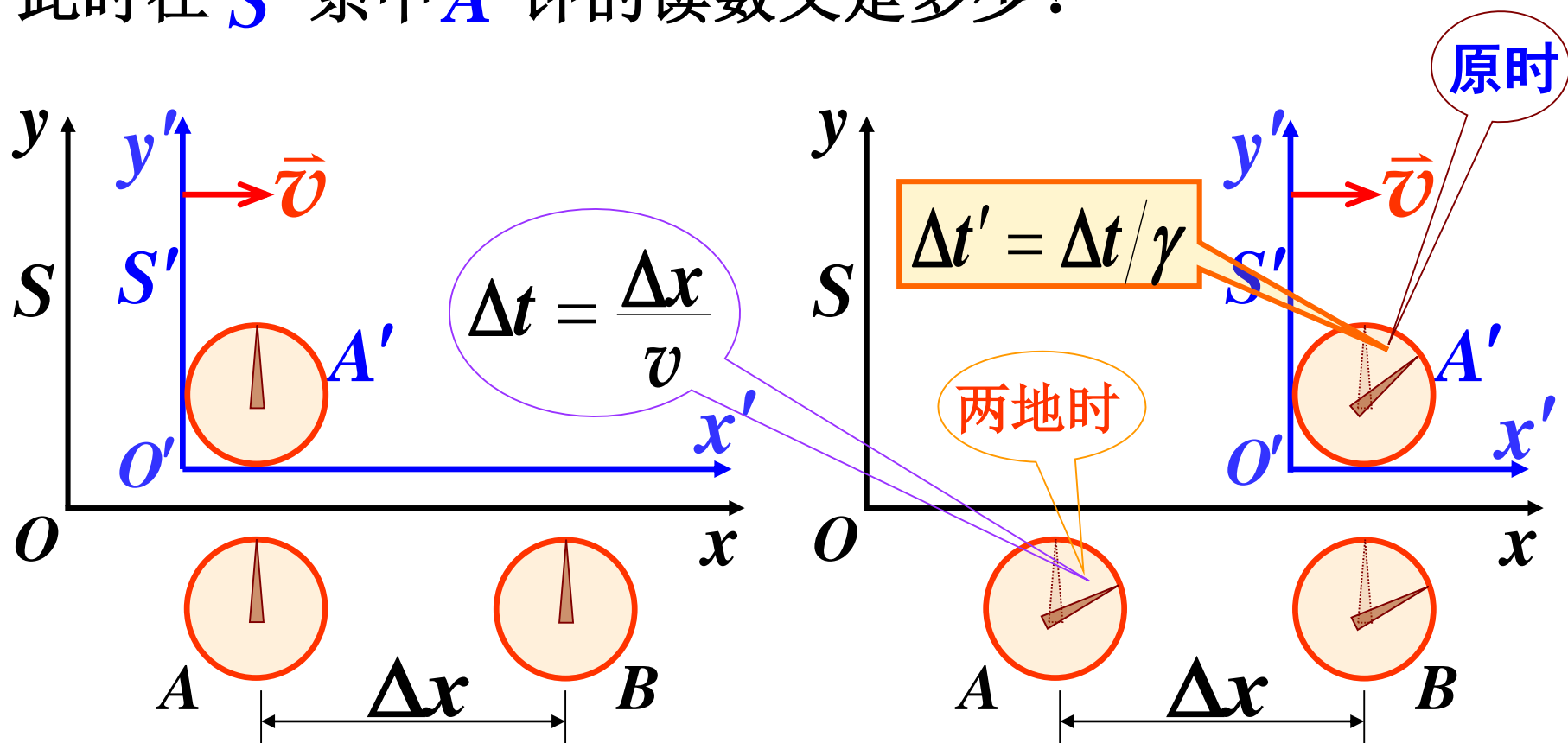
对 S 系中同一地点先后发生的两事件， S' 系中看：

在相对运动的惯性参考系中测量到对方的原时膨胀了。

原时 $\gamma \Delta t = \Delta t'$ 两地时

低速下 \Rightarrow 伽利略变换

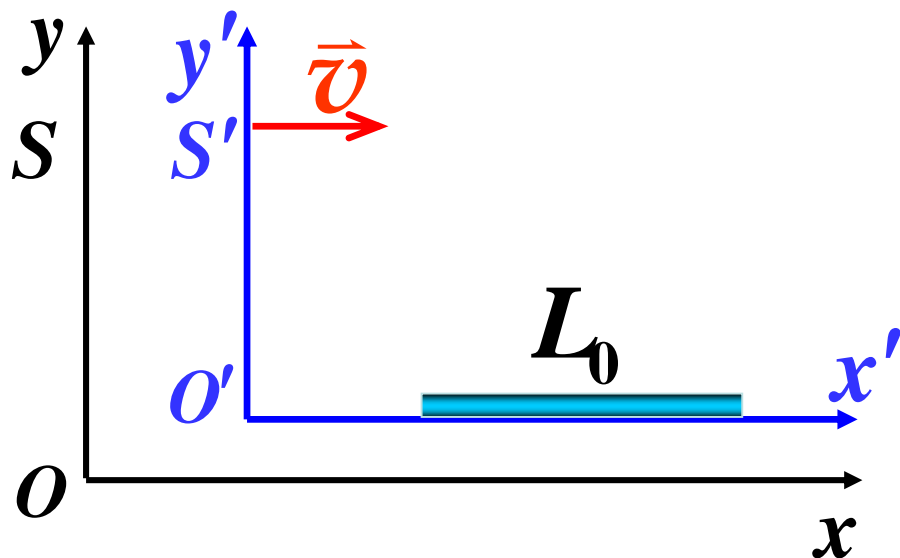
例1. 在 S 系中的 x 轴上相隔为 Δx 处有两只同步的钟 A 和 B ，读数相同，在 S' 系中的 x' 轴上也有一只同样的钟 A' ，若当 A' 与 A 相遇时，刚好两钟的读数为零，则当 A' 钟与 B 钟相遇时，在 S 系中 B 钟的读数是多少？此时在 S' 系中 A' 钟的读数又是多少？



三、长度收缩

S' 系中沿与 x' 轴平行方向放置一根直杆，杆静止于 S' 系中。

S' 系中测得杆的长度为 L_0 。



1. 原长： 杆静止时测得的它的长度（固有长度）

杆以极高的速度相对 S 系运动；

研究的问题： S 系测得杆的长度值 L ？

同时测的条件是必要的！

2. 原长最长

事件1: 测杆的左端

事件2: 测杆的右端

S

x_1, t_1

x_2, t_2

$$L = x_2 - x_1$$

$$\Delta t = 0$$

S'

x'_1, t'_1

x'_2, t'_2

$$L_0 = x'_2 - x'_1$$

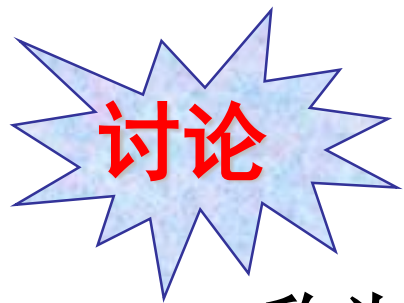
$\Delta t'$ 可取任意值

由洛仑兹变换 $\Delta x' = \gamma (\Delta x - v \Delta t)$

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1$$

$$L < L_0$$

原长最长



1.
$$L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < L_0$$

称为**长度收缩**效应。——**洛伦兹收缩**

γ^{-1} 称为长度收缩因子。

2. 长度收缩是同时性的相对性的直接结果。

3. 长度收缩是**相对效应**：

S 系中沿与 x 轴平行方向放置一根直杆，杆静止于 S 系中。

S' 中同时测! $\Delta x = \gamma (\Delta x' + v \Delta t')$

$l' = \frac{l}{\gamma}$ **原长**

在相对运动的惯性参考系中
测量到对方的原长缩短了。

= 0

4. 纵向效应:

垂直于相对运动方向的长度测量与运动无关。

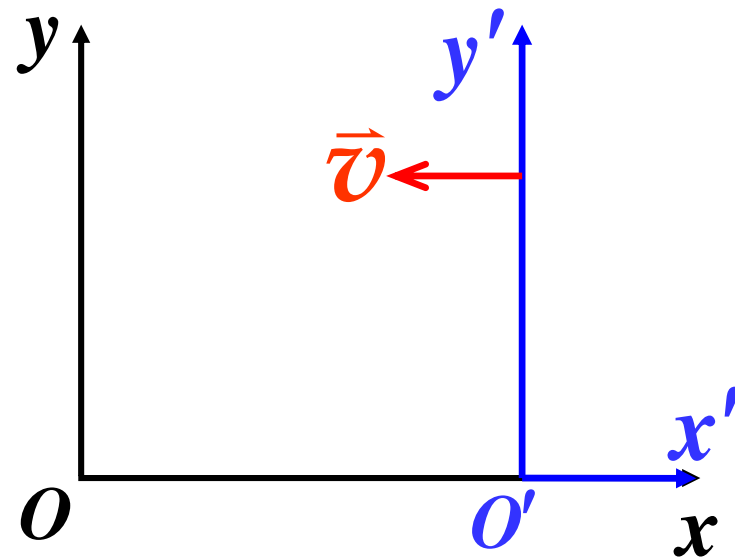
5. 在低速下 \Rightarrow 伽利略变换

例2. 两个惯性系中的观察者 O 和 O' 以 $0.6c$ 的相对速度互相接近, 如果 O 测得两者之间的初始距离是20m, 求 O' 测得两者相遇的时间间隔。

解: 由于长度收缩, O' 测得 O, O' 间的距离为:

$$\Delta x' = \gamma^{-1} \Delta x = \Delta x \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta x'}{v} = \frac{\Delta x}{\gamma v} = 8.89 \times 10^{-8} \text{ s}$$



例2. 两个惯性系中的观察者 O 和 O' 以 $0.6c$ 的相对速度互相接近，如果 O 测得两者之间的初始距离是20m，求 O' 测得两者相遇的时间间隔。

解： O' 长度收缩： $\Delta x' = \gamma^{-1} \Delta x$ $\Delta t' = \frac{\Delta x'}{v} = \frac{\Delta x}{\gamma v}$

O 时间膨胀： $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$ $\Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{\Delta x}{\gamma v}$

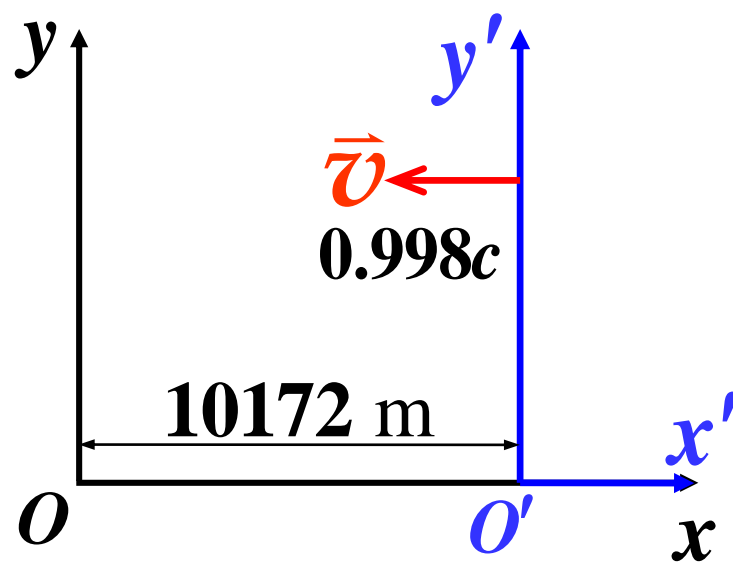
实验证明（例5-1.）

平均（固有）寿命 $\tau = 2.15 \times 10^{-6} \text{s}$

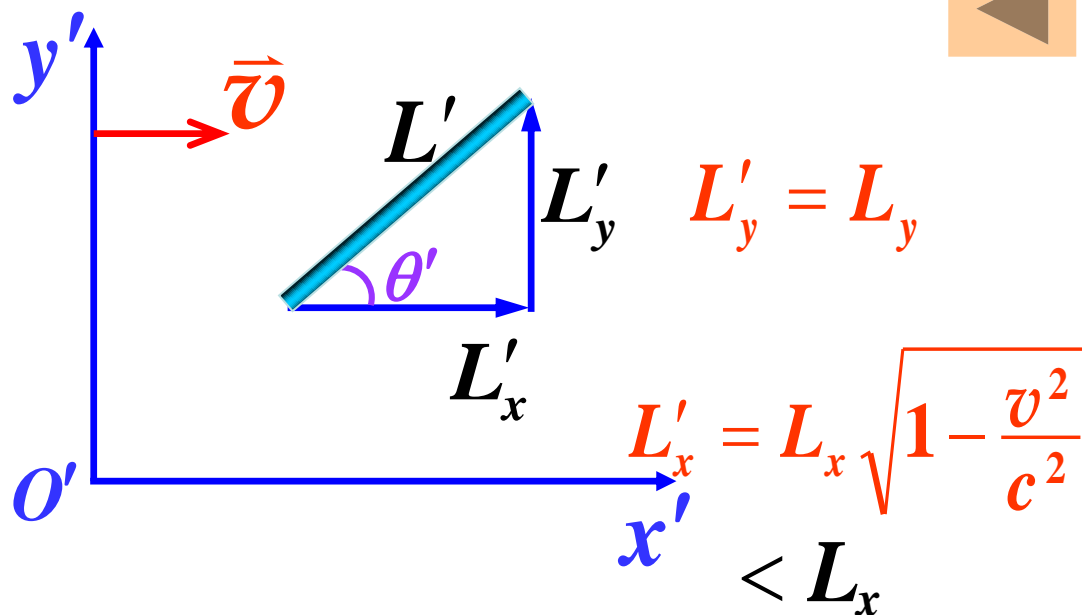
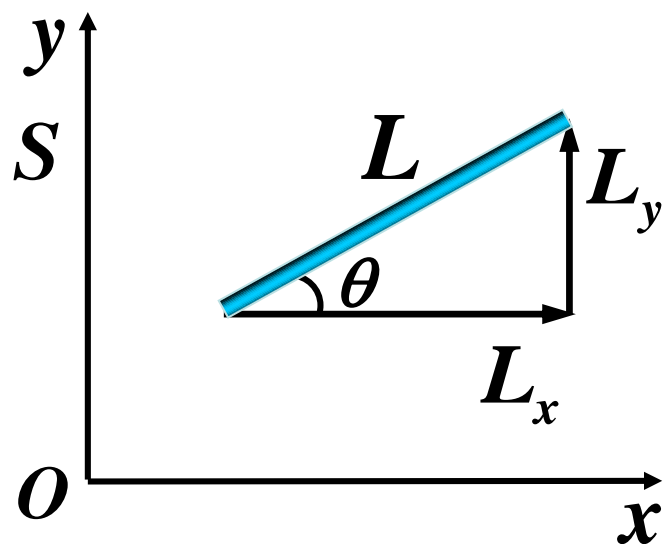
O' 长度收缩： $\Delta x' = \gamma^{-1} \Delta x = v\tau$

O 时间膨胀： $\Delta t = \gamma\tau$

$\Delta x = v\Delta t = \gamma v\tau$



例3.一根直杆在S系中观察，其静止长度为 L ，与 x 轴的夹角为 θ ，则它在相对S系以速率 v 沿 x 轴正向运动的 S' 系中的长度是？



$$L' = \sqrt{L_x'^2 + L_y'^2}$$

$$= L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \theta}$$

$$\theta' > \theta$$

斜的直杆，动杆与相对运动方向的夹角大于静杆

例4. 在 O 参考系中，有一个静止的正方形，其面积为 100 cm^2 ，观察者 O' 以 $0.8c$ 的匀速度沿正方形的对角线运动，求 O' 测得该图形的面积。

解： 令 O 参考系中测得正方形边长为 a ，以对角线为 x 轴正方向。

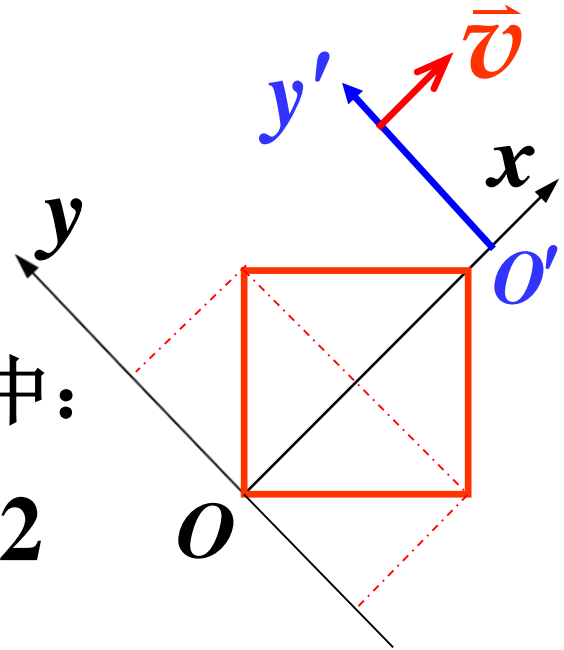
在相对 O 系沿 x 轴正方向运动的 O' 系中：

$$a'_x = a_x \sqrt{1 - (v/c)^2} \quad a'_y = a_y = \sqrt{2}a/2$$

$$\text{面积为：} S' = 2a'_x \cdot a'_y = 0.6a^2 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\text{或：} S' = \frac{1}{2} LL' = \frac{1}{2} L \cdot L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

在 O' 系中测得的图形为菱形？



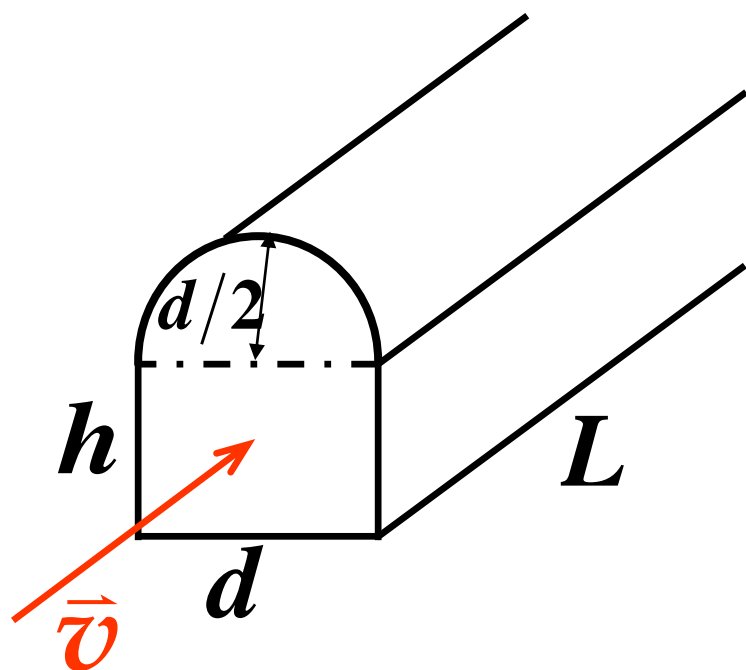
例5. 一隧道，拱顶为半圆。设想一列车以高速 v 沿隧道长度方向通过隧道，若从列车上观测，

①隧道的尺寸如何？



②设列车的长度为 l_0 ，它全部通过隧道的时间是多少？

解：从列车上观测，隧道的长度缩短，其它尺寸不变。



$$L' = L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

从列车上观测，隧道以速度 v 经过列车，经过列车全长所需要的时间为：

$$t' = \frac{L'}{v} + \frac{l_0}{v}$$



列车全部通过隧道的时间为：

$$t' = \frac{L\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + l_0}{v}$$

前例、 设有一列火车以速度 v 匀速地通过车站，从车站中观察到两个闪电同时击中车头和车尾，问在火车上观察两闪电是否同时击中？ S

解： S' 火车， S 车站。

事件A： 闪电击中车尾

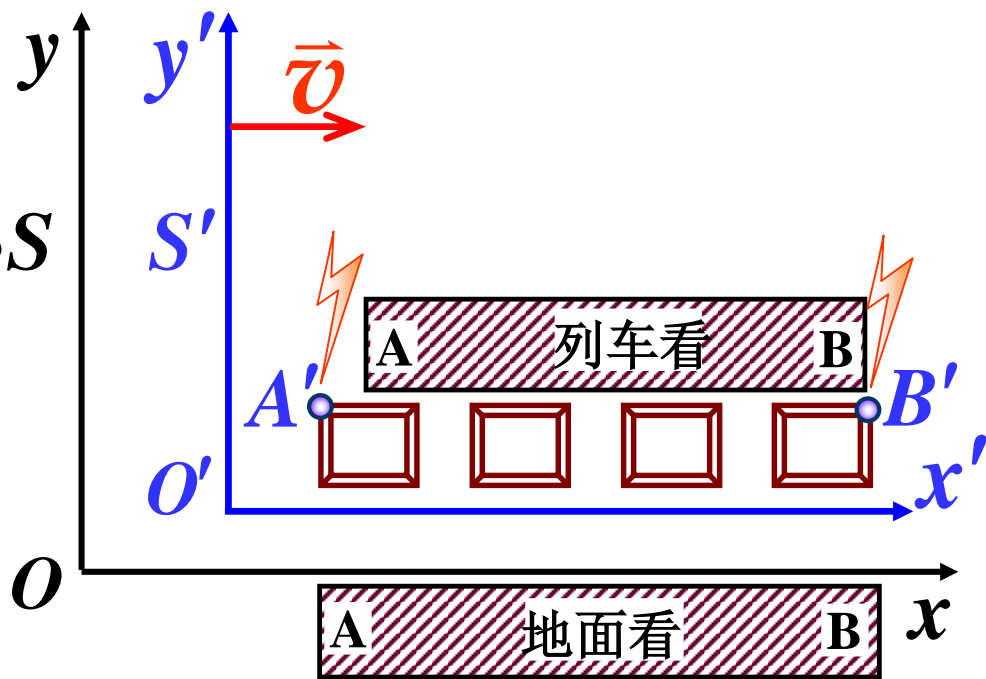
事件B： 闪电击中车头

S : **两事件同时发生** 时空坐标分别为: (x_A, t) (x_B, t)

S' : 时空坐标分别为: (x'_A, t'_A) (x'_B, t'_B)

$$\text{由: } t'_B - t'_A = \gamma \left(\Delta t - \frac{\beta}{c} \Delta x \right) = -\frac{\gamma\beta}{c} (x_B - x_A) < 0$$

$t'_B < t'_A$ **不同时击中！** 车头先被闪电击中



狭义相对论时空观：时间和空间之间有着内在联系，时间、空间都与物质的运动有关，具有相对性。

由洛仑兹变换所表达，推论：

一、同时性的相对性

二、时间膨胀

$$\Delta t = \gamma \tau_0 > \tau_0$$

原时最短

三、长度收缩

$$L = \frac{L_0}{\gamma} < L_0$$

原长最长

四、时间膨胀与长度收缩的实验证明（例5-1）

五、洛仑兹变换是求解狭义相对论时空问题的key



例6. 一宇宙飞船相对地球以 $0.80c$ 的速度飞行，一光脉冲从船尾传到船头，飞船上的观察者测得飞船长为 90m ，地球上的观察者测得光脉冲从船尾发出和到达船头两个事件的空间间隔为：

A、 90 m ； B、 54 m ； C、 270 m ； D、 150 m

解： 设光脉冲从船尾发出为事件A，到达船头为事件B，

选飞船参考系为 S' 系， $A(x'_1, t'_1)$, $B(x'_2, t'_2)$

地面参考系为 S 系 $A(x_1, t_1)$, $B(x_2, t_2)$

$$v = 0.80c \quad x'_2 - x'_1 = 90\text{m} \quad t'_2 - t'_1 = \frac{90}{c} \text{ s}$$

$$x_2 - x_1 = \gamma [(x'_2 - x'_1) + v(t'_2 - t'_1)] = 270\text{m}$$