本节课作业

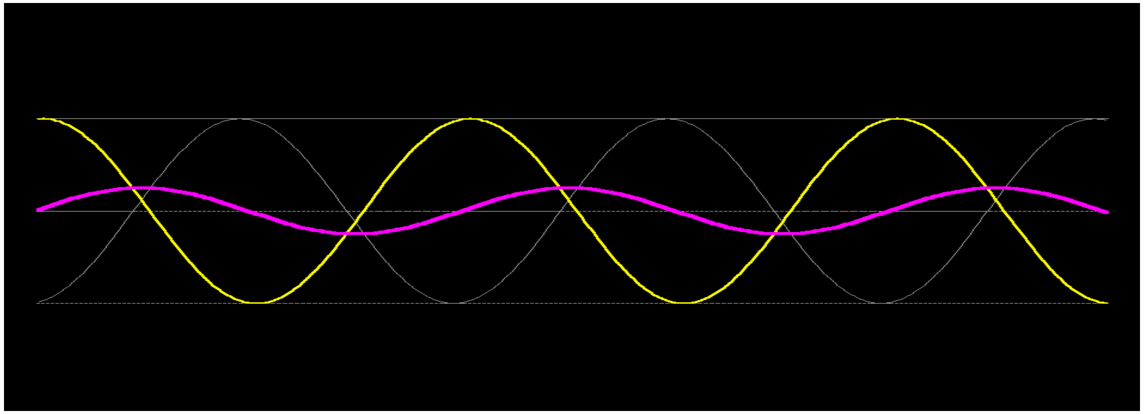
P83: 11-T25~T27

已学内容回顾

驻波的波动方程： $y = y_1 + y_2 = 2A\cos kx \cdot \cos\omega t$

$$y_1 = A\cos(\omega t - kx)$$

$$y_2 = A\cos(\omega t + kx)$$



波节: $\cos kx = 0 \quad kx = \pm(2n+1)\frac{\pi}{2} \quad x = \pm(2n+1)\frac{\lambda}{4}$

波腹: $\cos kx = \pm 1 \quad kx = \pm n\pi \quad x = \pm n\frac{\lambda}{2}$

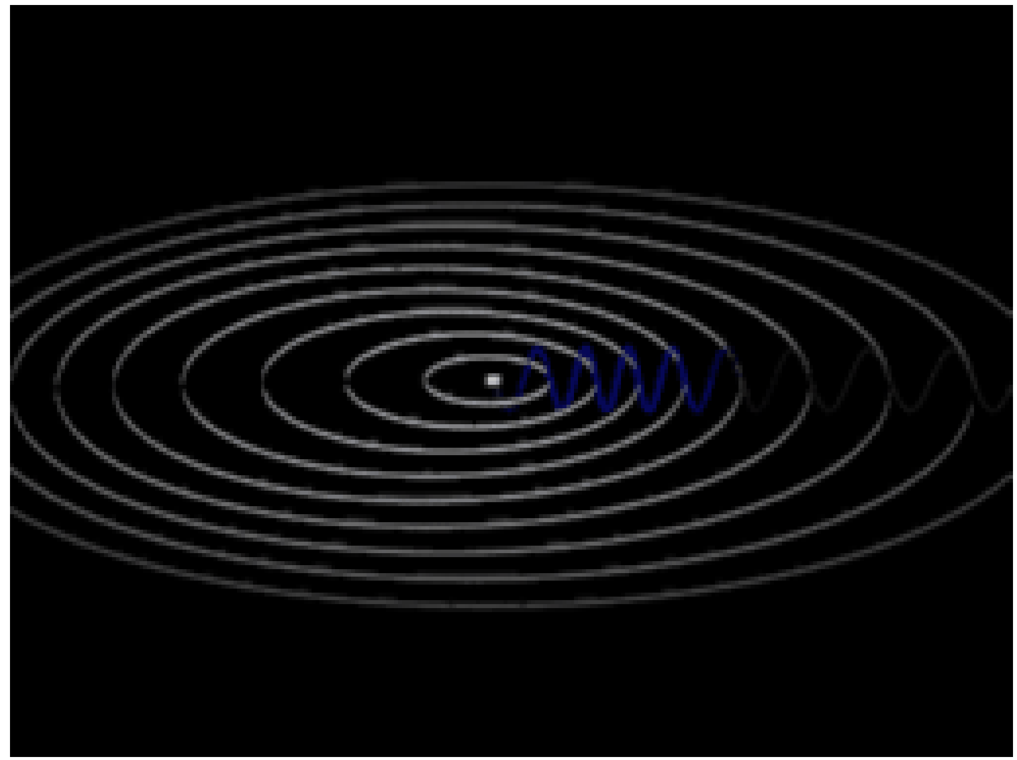
位相关系 波节之间同相，波节两侧反相！

无净能量传递

已学内容回顾

多普勒效应

- 参考系：媒质
- S: Source
- R: Receiver



$$\boxed{\nu_4 = \frac{u \pm V_R}{u \mp V_S}\nu}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{靠近运动，取上面符号} \\ \text{远离运动，取下面符号} \end{array} \right.$

电磁振荡与电磁波

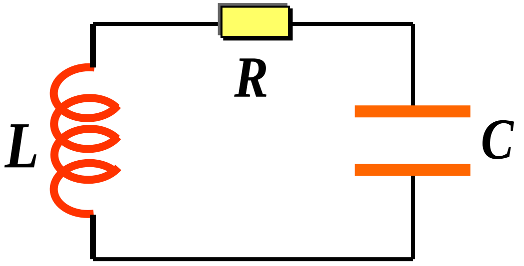
一、电磁振荡

机械振动： 物体在某一位置附近做周期性运动。

电磁振荡： 电路中电量和电流的周期性变化。

振荡电路：

产生电磁振荡的导体回路。



振荡电路

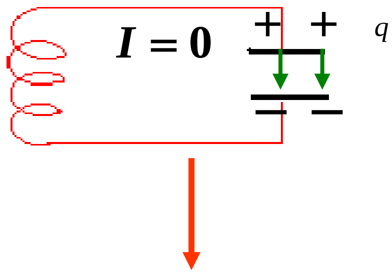
1. *LC*无阻尼自由振荡（*R*=0）

无阻尼振荡电路：

电路无电阻、无辐射，产生的电磁振荡是无阻尼自由振荡。

(1) 振荡过程

$t = 0$

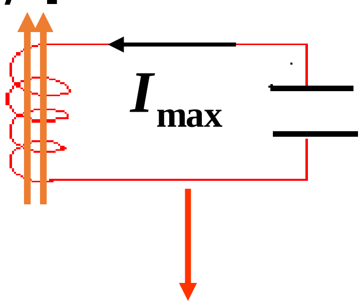


$I = 0,\quad W_e \Rightarrow \max,\quad W_m \Rightarrow 0$

放电, 自感作用, I 逐渐↑, q↓

W_e↓, W_m↑

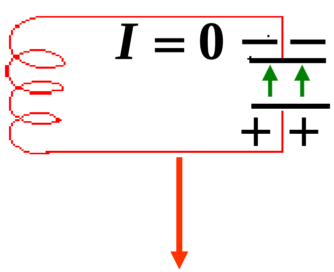
$t = T/4$



$I = \max,\quad W_e \Rightarrow 0,\quad W_m \Rightarrow \max$

放电完毕,电流本应终止, 因W_m↓
自感作用, 产生与原来方向相同
电流, 反向充电 q↑ We↑

$t = 2T/4$

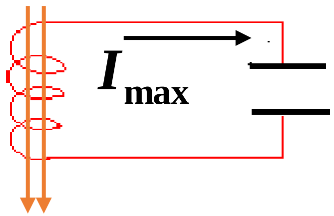


充电完毕 $I = 0,\quad W_e \Rightarrow \max,\quad W_m \Rightarrow 0$

反向放电, 电流与原方向相反因
自感作用 I 逐渐↑, q↓, W_e↓, W_m↑

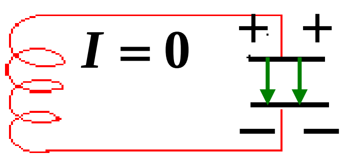
$t = 3T/4$

$I = \max, \quad W_e \Rightarrow 0, \quad W_m \Rightarrow \max$



放电完毕, 电流本应终止, 因$W_m \downarrow$自感作用，产生与原来方向相同的电流，电容器重新充电.

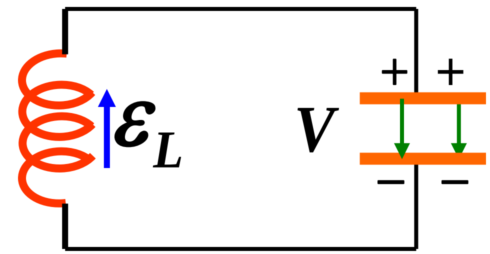
$t = 4T/4$



$t = T$ 时，回到 $t = 0$ 时的状态

电荷在极板间来回流动，q、I、We、Wm 都在周期性变化，产生电磁振荡。

(2) 振荡方程



***LC*电路中，任意 *t* 时刻都有** $\varepsilon_L = V$

即： $-L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\dfrac{q}{C}$ $\boxed{I=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}}$

$\dfrac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}+\dfrac{1}{LC}q=0$ 令：$\omega=\sqrt{\dfrac{1}{LC}}$

另： $\boxed{\dfrac{1}{2}LI^2+\dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C}=const}$

振荡方程： $\dfrac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2q=0$ （类似于 $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0$）

解为：

$\boxed{\varepsilon_L=-L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}}$

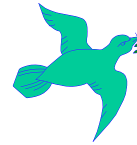
$\boxed{C=\dfrac{q}{V}}$

$$q=q_m\cos(\omega t+\varphi)$$

$$I=-\omega q_m\sin(\omega t+\varphi)=I_m\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$

式中，q_m、I_m、φ 是常量。

电磁振荡中，q、I、W_e、W_m 都作周期性变化。



$$q=q_m\cos(\omega t+\varphi)$$

$$I=I_m\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$

可见:

- 无阻尼自由振荡是**简谐振荡**，电流的变化超前电量 $\frac{\pi}{2}$
- **特征量**求法与弹簧振子相同

初始条件

q_0, I_0

$$q \sim x \quad q_m \sim A$$

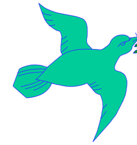
$$I \sim v \quad I_m \sim v_{max} \quad (I_m=q_m\omega)$$

$$\begin{cases} q_m=\sqrt{q_0^2+(\dfrac{I_0}{\omega})^2} \\ \varphi=tg^{-1}(-\dfrac{I_0}{q_0\omega}) \end{cases}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

——系统的固有频率

2. LC振荡电路的能量



$$\boxed{q=q_m\cos(\omega t+\varphi)}$$

$$\boxed{I=I_m\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})}$$

$$W_e=\frac{q^2}{2C}=\frac{1}{2C}q_m^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

$$=\frac{1}{2}L\omega^2q_m^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

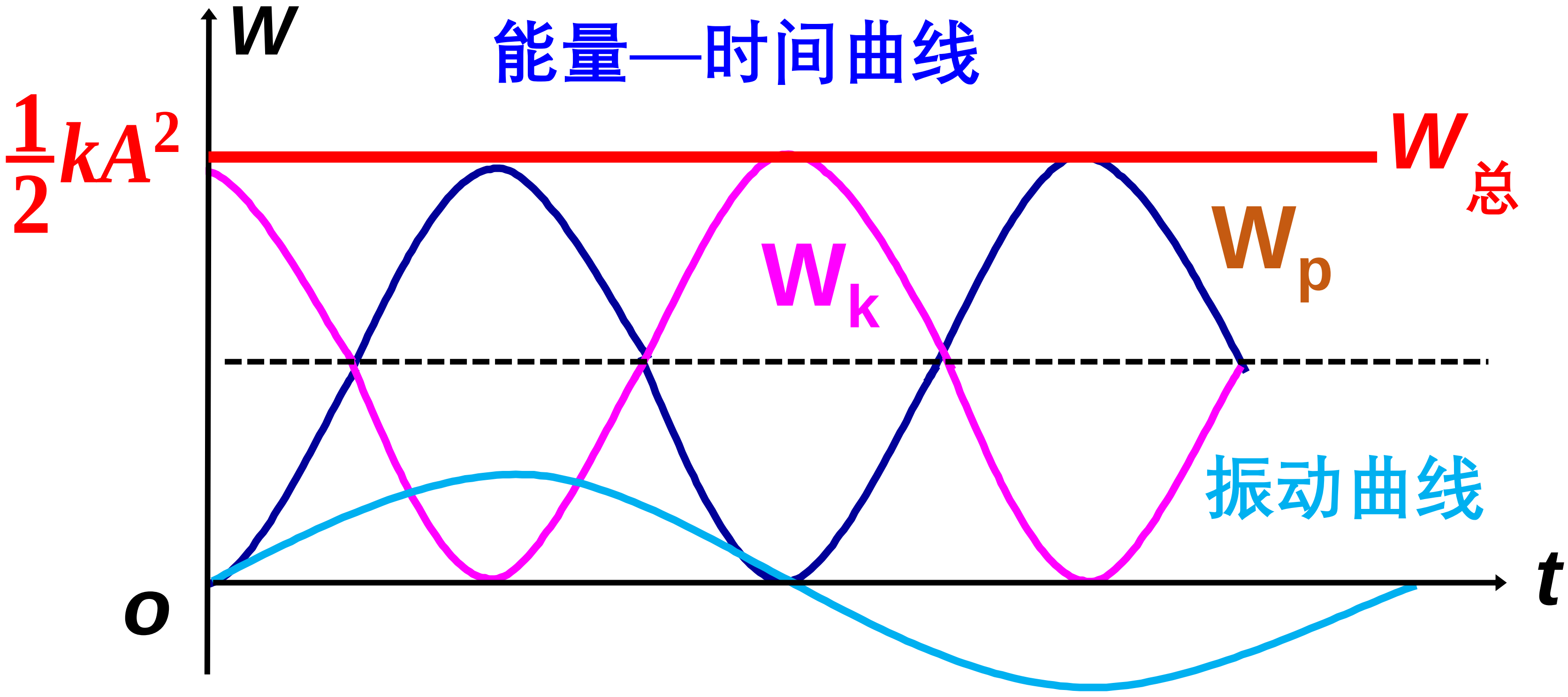
$$I=-\omega q_m\sin(\omega t+\varphi)$$

$$\begin{cases}\omega^2=\dfrac{1}{LC}\\ \dfrac{1}{C}=L\omega^2\end{cases}$$

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}Lq_m^2\omega^2\sin^2(\omega t+\varphi)$$

$$\boxed{W_{总}=W_m+W_e}=\frac{1}{2}L\omega^2q_m^2=\frac{1}{2}\frac{1}{C}q_m^2$$ 电能极大值（常数）

$$\boxed{W_{总}=W_m+W_e}=\frac{1}{2}L\omega^2q_m^2=\frac{1}{2}LI_m^2$$ 磁能极大值（常数）



注意：

（1） $W_总 \propto q_m^2$ （电荷振幅）

（2） 能量变化的频率是振荡频率的 2 倍

（3） $\overline{W_e} = \overline{W_m} = \frac{1}{2} W_总$

简谐运动对应物理量对比

弹簧振子	位移 x	速度 v	质量 m
LC 电路	电荷 q	电流 I	电感 L

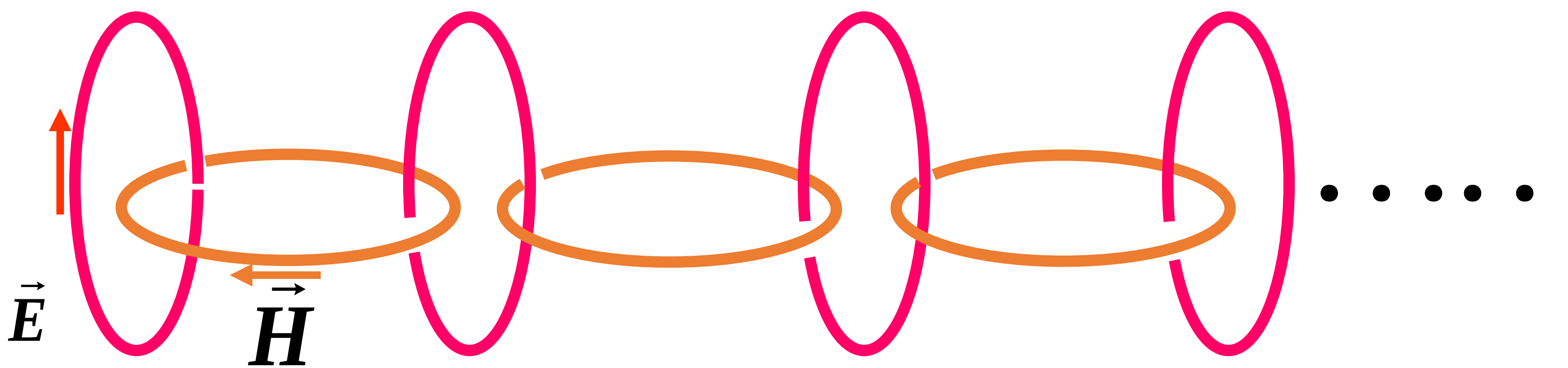
弹簧振子	劲度系数 K	阻力系数 γ	弹性势能 $\frac{1}{2}kx^2$	振动动能 $\frac{1}{2}mv^2$
LC 电路	电容倒数 1/C	电阻 R	电场能量 $\frac{1}{2C}q^2$	磁场能量 $\frac{1}{2}LI^2$

二、电磁波

1. 电磁波产生的条件

只要波源 ——电磁振荡源

根据麦克斯韦理论： 变化的磁场与变化的电场互相激发形成电磁波



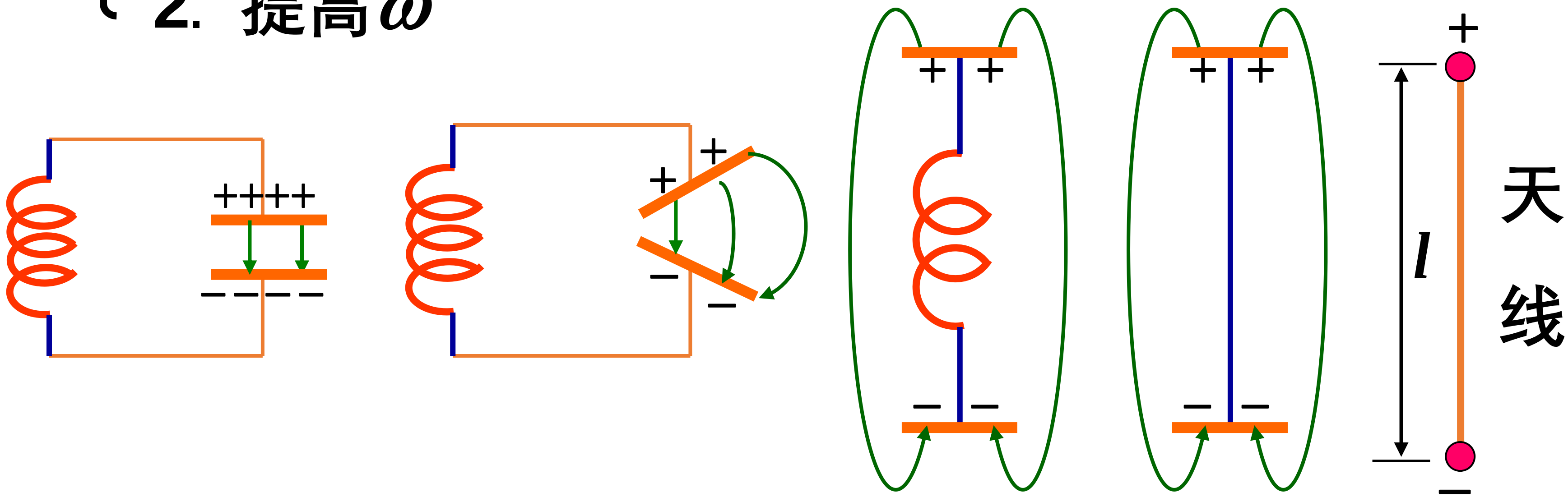
*LC*振荡电路理论上可以发射电磁波(实际上不能)。

原因：
- 电场、磁场分别集中在电容器、自感线圈中
- $I \propto \omega^4$　ω 太小，辐射功率很低

平均能流密度

1. 开放电路 $\omega = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}$ $\downarrow C = \dfrac{\varepsilon S}{d}$ $\downarrow L \propto N^2$

2. 提高ω



发射天线上电流在往复振荡，两端出现正、负交替等量异号电荷

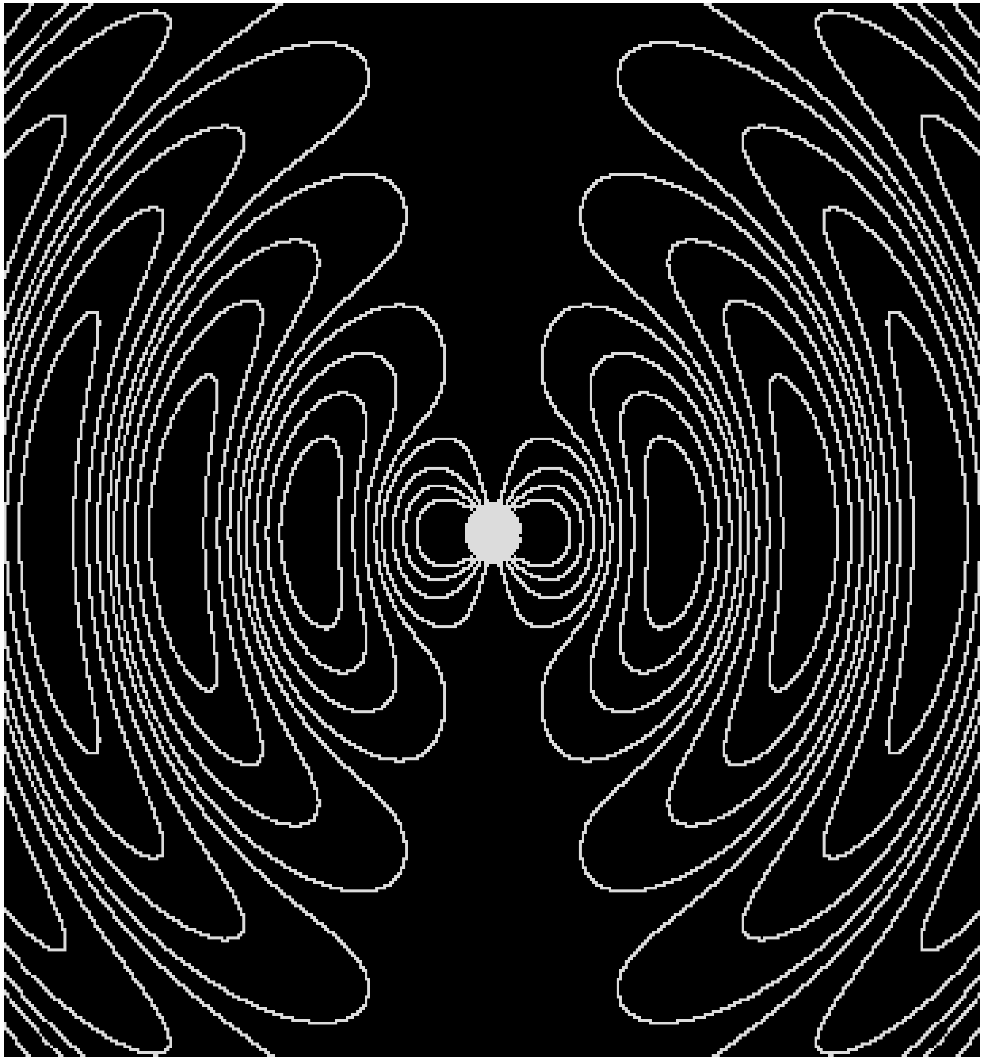
$$q = q_0 \cos \omega t$$

天线上存在振荡的电偶极子：$p = ql = q_0 l \cos \omega t$

$$p = p_0 \cos \omega t$$

发射天线 = 振荡的电偶极子
(产生电磁振荡，发射电磁波)

2. 振荡电偶极子辐射的电磁波

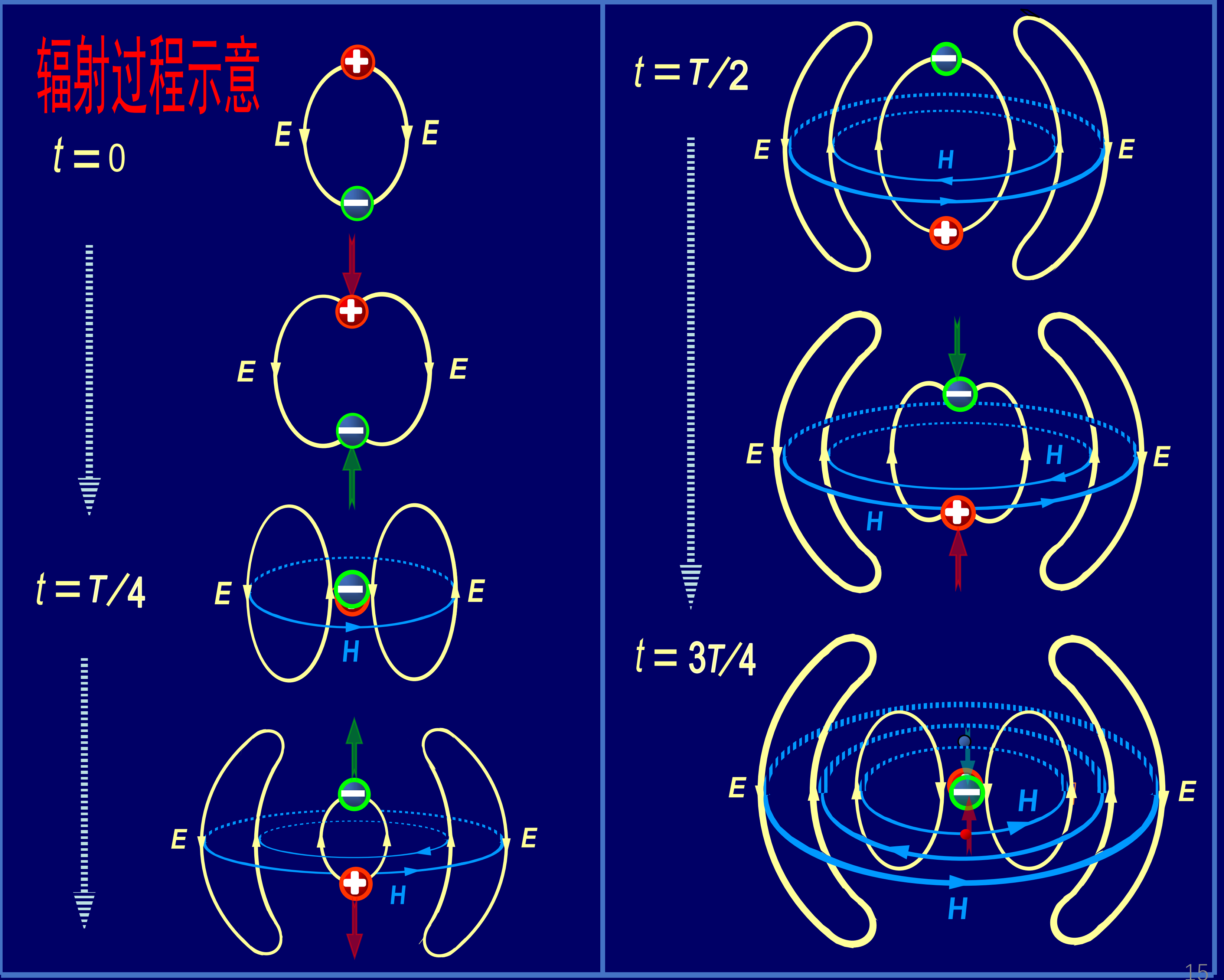


(电场线)

沿电偶极子方向辐射为零;

垂直于电偶极子方向辐射最强。

辐射过程示意



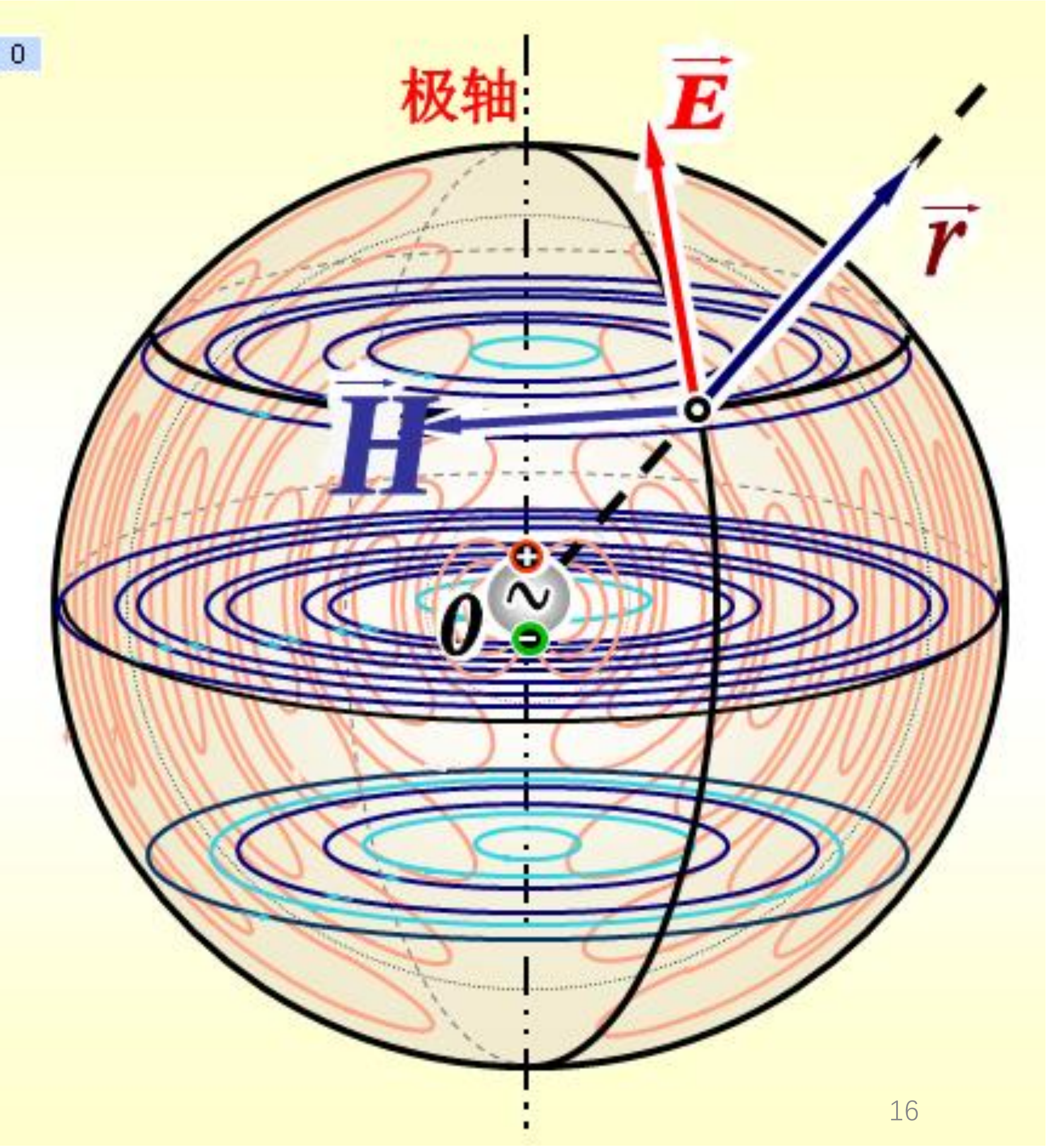
振荡电偶极子发射的电磁波

- $\vec{E}$ 在子午面(一系列包含极轴的平面)内。

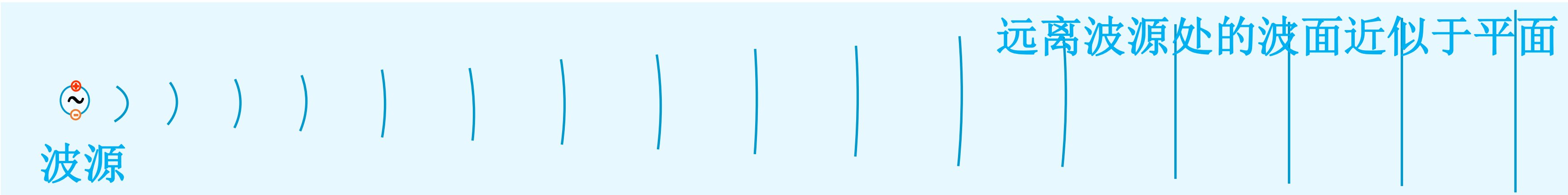
- $\vec{H}$ 在与赤道面平行的平面内。

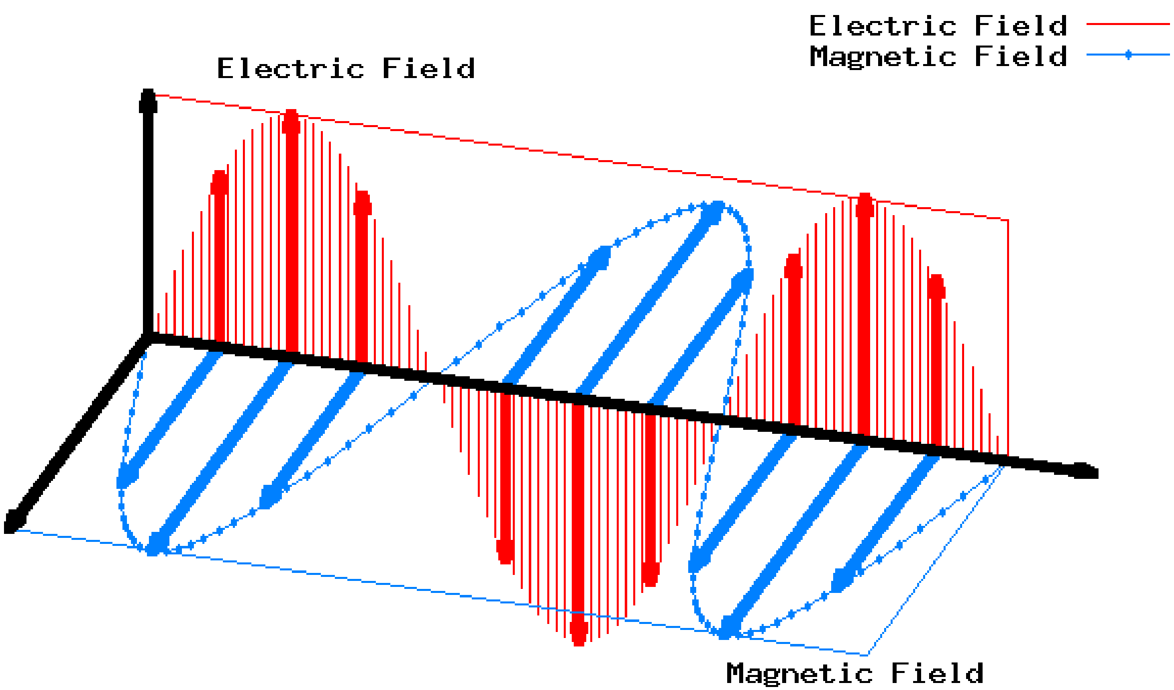
- 任意点的 $\vec{H}$ 与 $\vec{E}$ 相互垂直。

- 电磁波的传播方向 $\vec{r}$ 沿 $\vec{E}\times\vec{H}$ 的方向。



3. 平面电磁波





$\vec{E}\times\vec{H}$ 的方向就是电磁波的传播方向

$\vec{u} // \vec{E}\times\vec{H}$

皮速 方向?

平面电磁波的性质：

$$E_y = E_{ym}\cos\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$
$$H_z = H_{zm}\cos\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

1. 电磁波的**速度**：$u = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$

电磁波在真空中的速度：

$u_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 3\times10^8 m\cdot s^{-1}$

$\sqrt{E_x^2+E_y^2+E_z^2}$ $\sqrt{H_x^2+H_y^2+H_z^2}$

2. $\vec{E}$ 和 $\vec{H}$ 的变化是**同步**的，位相相同：

$$\sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H \qquad H = \frac{B}{\mu} \Longrightarrow E = \frac{B}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = uB$$

$$\sqrt{\varepsilon}E_x \neq \sqrt{\mu}H_x$$

在真空中：$E = cB \quad B \ll E$

3. $\vec{E}\perp\vec{H}\perp\vec{u}$ $\quad \vec{E}\times\vec{H}$ 的方向就是u的方向

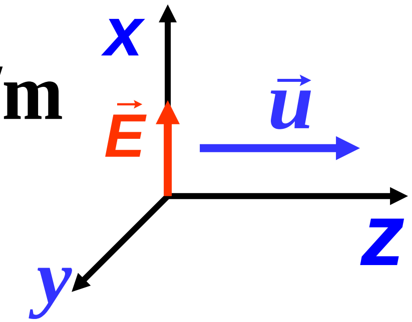
$\vec{E}$ $\vec{H}$在各自的平面上振动，是**横波**。

4. 电磁波的**频率**，等于偶极子的振动频率。

5. 电磁波具有反射、折射、干涉、衍射、偏振等特性。

例: 已知真空中电磁波的电场表达式:

$$E_x = 0.5\cos[2\pi\times 10^8(t-\frac{z}{3\times 10^8})] \ \ \text{V/m}$$



$$E_y = 0 \qquad E_z = 0$$

求:(1)$\vec{E}$的振幅、频率、波长、波速、传播方向?

(2)$\vec{H}$ 的表达式?

解: (1) $E_m = 0.5 \ \ \text{V/m}$

$$\nu = 10^8\text{Hz}$$

$$u = c = 3\times 10^8\text{m/s}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = 3\text{m}$$

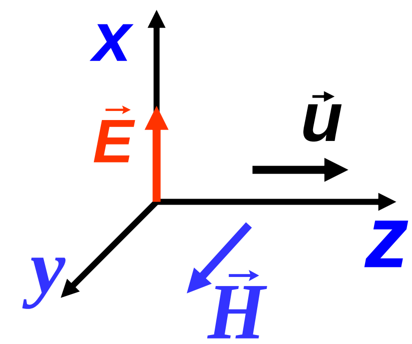
沿 z 正向传播

(2) $\vec{H}$ 的表达式

$$\boxed{\sqrt{\varepsilon_0}E_m=\sqrt{\mu_0}H_m}$$

$\because \vec{H}\perp\vec{E}$　且 $\vec{E}\times\vec{H}$ 沿 $\vec{u}$

$\therefore \vec{H}$ 沿 y 轴振动　$H_x=H_z=0$



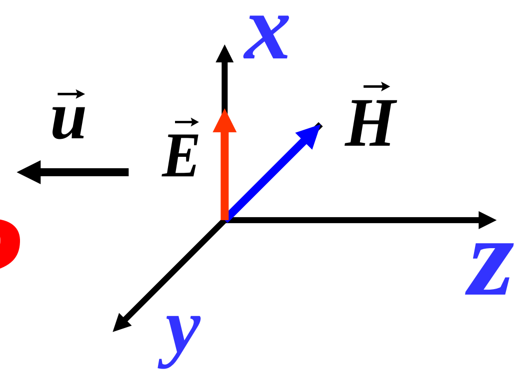
$$H_y=\underline{\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_m}\cos[2\pi\times10^8(t-\frac{z}{3\times10^8})]$$

$$=1\cdot32\times10^{-3}\cos[2\pi\times10^8(t-\frac{z}{3\times10^8})]\ \text{A/m}$$

问：若波沿 z 轴反方向传播，方程如何写？

$$E=E_x=E_m\cos\omega(t+\frac{z}{u})$$

$$H=H_y=\quad H_m\cos\omega(t+\frac{z}{u})\ ?$$



4. 电磁波的能量

1）能量密度：$w = w_e + w_m = \frac{1}{2}(\vec{D}\cdot\vec{E} + \vec{B}\cdot\vec{H})$

总能量：$W = \int_V w \mathrm{d}V$

定 义：单位时间内通过与传播方向垂直的单位面积的能量，指向能量传播的方向。

2）能流密度矢量(坡印廷矢量)：

$$\boxed{\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H}}$$

$$S = EH$$

对于 $\begin{cases} E = E_m\cos\omega(t - \frac{r}{u}) \\ H = H_m\cos\omega(t - \frac{r}{u}) \end{cases}$

平均能流密度：$I = \boxed{\bar{S} = \frac{1}{2}E_m H_m} \begin{matrix} \propto E_m^2 \\ \propto H_m^2 \end{matrix}$

光强正比于振幅的平方

$$\because \sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H$$

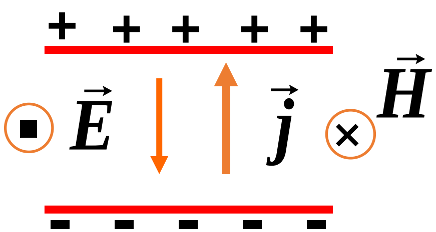
$$\bar{S} \propto E_m^2 \qquad \bar{S} \propto H_m^2$$

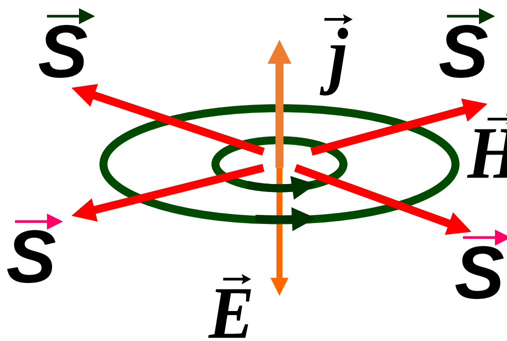
$$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$$

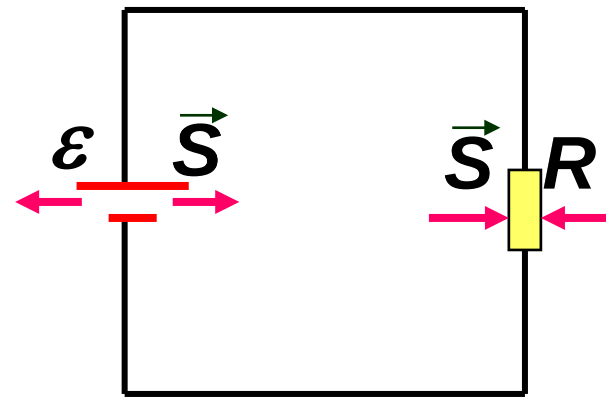
注：$\vec{S}$不仅适用于变化的电磁场，也适用于稳恒场。
在稳恒场中，电磁能也是场传播的。

例：直流电路中的能量传递。

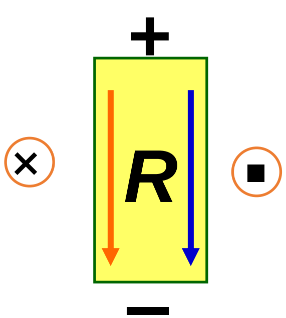
电源：

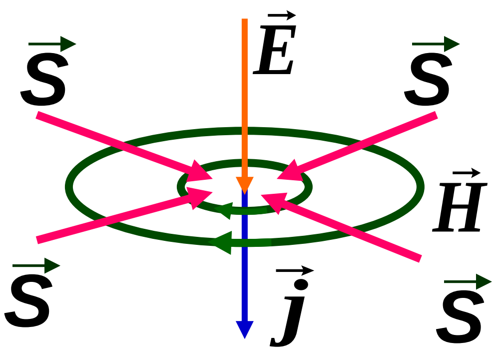






负载：





结论：

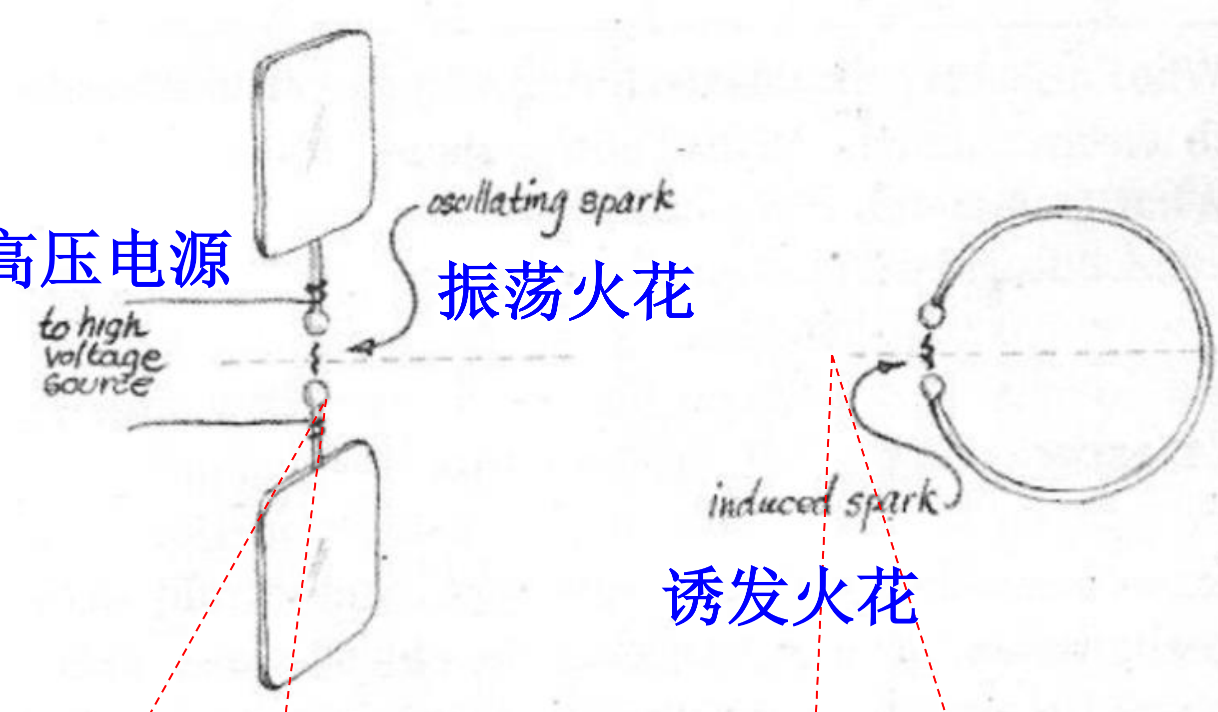
(1)电源的能量是通过电磁场从电源的侧面传出。

(2)电阻消耗的能量是通过电磁场从电阻的侧面传入。

导线起引导场能的作用。

麦克斯韦于1862年预言电磁波的存在。25年后，赫兹首次用实验证实了电磁波的存在。

赫兹(1857-1894)



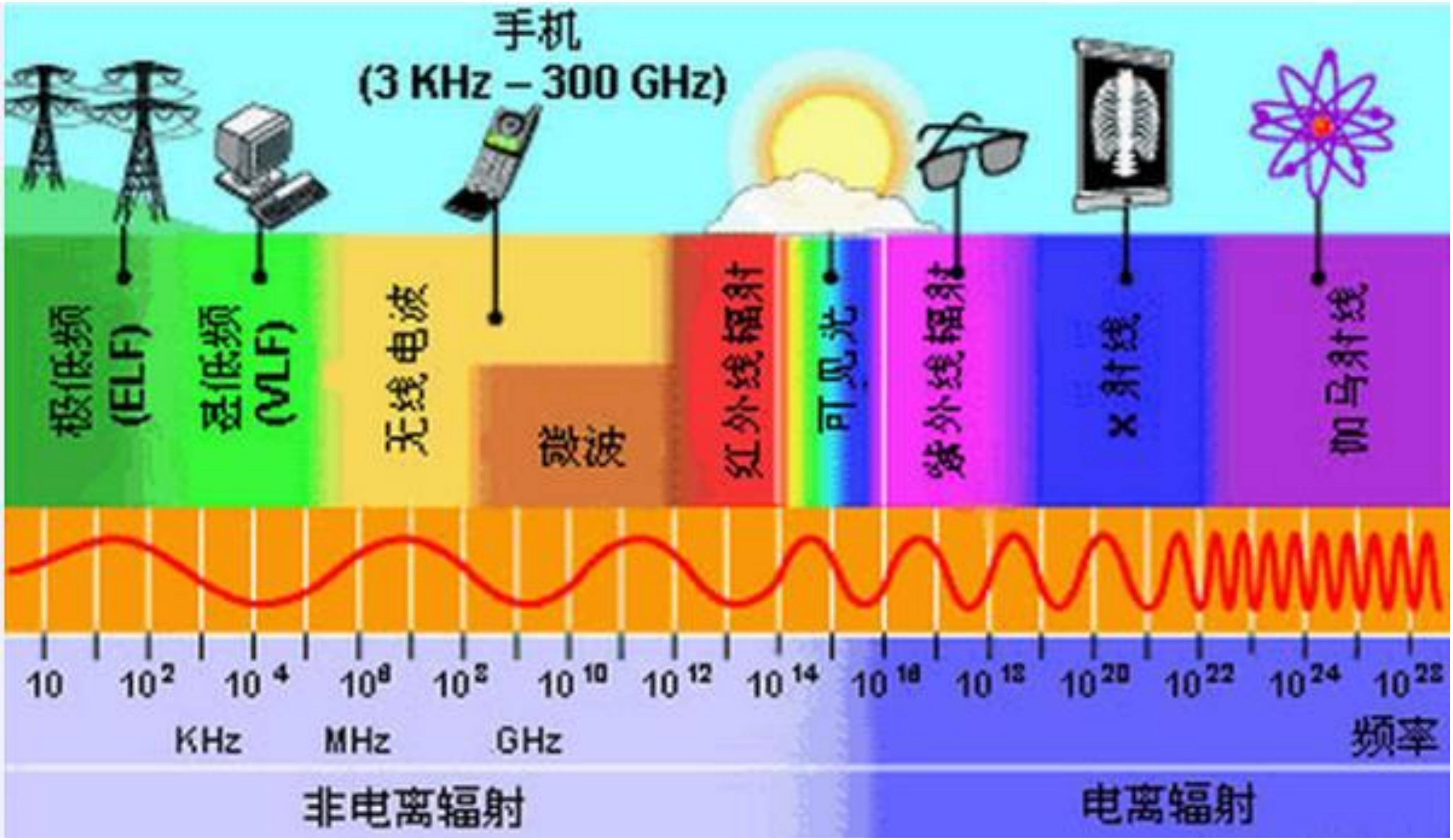
发射

将感应线圈电极产生的振荡高压，接至带有铜球和锌板的导体棒，两铜球之间产生振荡火花，发射电磁波。

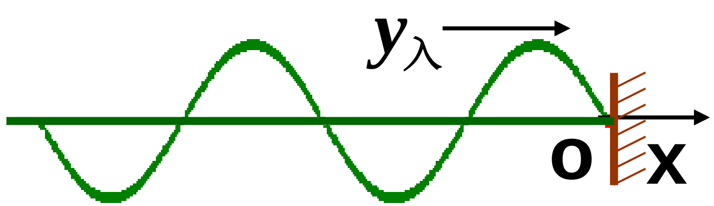
接收

弯成圆弧形的铜线两端接有铜球，调节铜球间的距离，能产生诱发火花，表明接收到电磁波。

电磁波谱


手机
(3 KHz – 300 GHz)
极低频 (ELF)
甚低频 (MLF)
无线电波
微波
红外线辐射
可见光
紫外线辐射
X射线
伽马射线
10
10²
10⁴
10⁶
10⁸
10¹⁰
10¹²
10¹⁴
10¹⁶
10¹⁸
10²⁰
10²²
10²⁴
10²⁶
KHz
MHz
GHz
频率
非电离辐射
电离辐射

5）反射与半波损失



一弦线一端固定在墙上，如图示：

设入射波：$y_入 = A_入\cos(\omega t - kx)$

反射波为：$y_反 = A_反\cos(\omega t + kx)$

选固定点O为坐标原点（$x = 0$）

$$y\big|_{x=0,合} = (A_入 + A_反)\cos\omega t$$

=0

则：$A_入 = -A_反$

$$y_反 = A_反\cos(\omega t + kx) = -A_入\cos(\omega t + kx) = A_入\cos(\omega t + kx + \pi)$$

入射波在界面发生反射时有π的位相突变

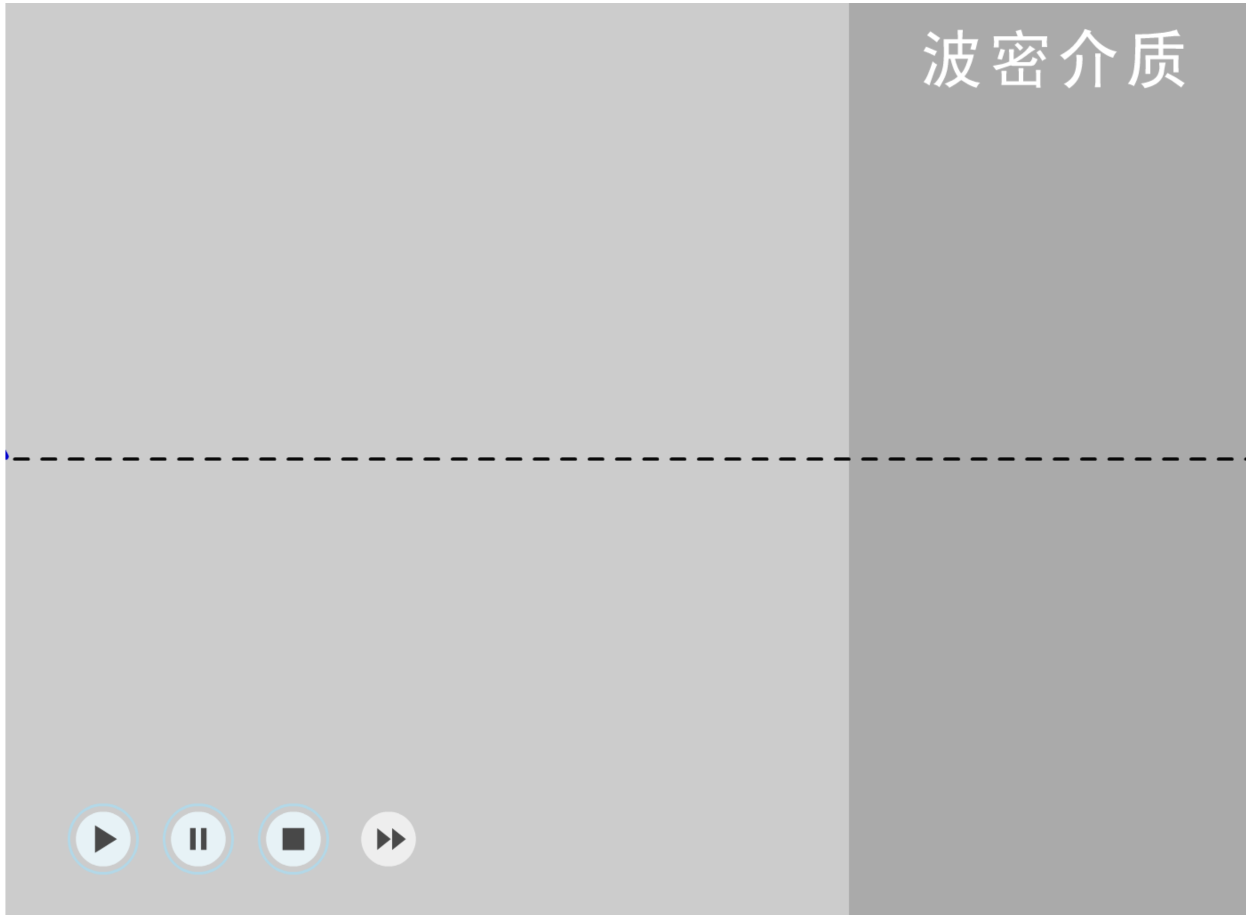
$$\left.\begin{array}{l}\Delta\phi = k\Delta x = \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \pi \qquad \Delta x = \dfrac{\lambda}{2}\end{array}\right\} \text{半波损失}$$

一般地：入射波由波疏媒质→ 波密媒质：有半波损失(波节)

由波密媒质→ 波疏媒质：无半波损失(波腹)

波由波疏媒质传到波密媒质，
在分界面上发生反射时，反射点一定是波节。

半波损失



波在两媒质表面反射时