力学测验试题参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	B	C	A	B	A	C	B	D	D
题号	11	12	13							
答案	C	C	B							

二、填空题

1. $16Rt^2$， $4\ \text{rad/s}^2$

2. $10\sqrt{3}\ \text{m/s}$，$20\ \text{m/s}$

3. $GMm\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)=GMm\dfrac{r_2-r_1}{r_1r_2}$、$GMm\left(\dfrac{1}{r_2}-\dfrac{1}{r_1}\right)=GMm\dfrac{r_1-r_2}{r_1r_2}$

4. $a_t=\dfrac{4M}{mR}$， $a_n=\dfrac{16M^2t^2}{m^2R^3}$

5. $\dfrac{MR_2^2-M_fR_1R_2}{(m_1+m_2)R_1^2R_2^2}$

6. $J=\dfrac{9}{2}mr^2$， $\alpha=\dfrac{2g}{19r}$

7. $\dfrac{0.6L}{c}$、车头；

参考解答

一、选择题（单选题）

1. 质点在 xOy 平面上运动，其运动方程为：$x=2t$，$y=19-2t^2$，则质点位置矢量与速度矢量恰好垂直的时刻 t 为

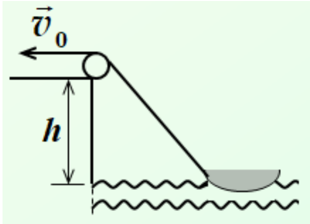
（A）0 秒和 3.16 秒　　（B）0 秒和 3 秒

（C）1.78 秒　　（D）没有这样的时刻

解析： $\vec{v}=2\vec{i}-4t\vec{j}$，质点位置矢量与速度矢量垂直时，$\vec{r}\cdot\vec{v}=0$，即：

$[2t\vec{i}+(19-2t^2)\vec{j}]\cdot(2\vec{i}-4t\vec{j})=0$，整理得：$t(t^2-9)=0$。

2. 如图所示，湖中有一个小船，有人用绳绕过岸上一定高度处的定滑轮拉湖中的船向岸边运动，设该人以匀速率 v_0 收绳，绳不伸长，湖水静止，则小船的运动是



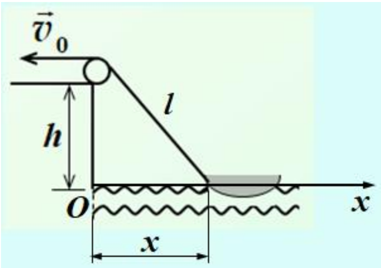
（A）匀加速运动；　　　（B）变加速运动；

（C）匀减速运动；　　　（D）变减速运动；

（E）匀速直线运动。

解析： 参考课本例题 1-2。

建坐标系如图，船在任意坐标 x 处，满足几何关系：



$l^2 = h^2 + x^2$，两边对时间 t 求导得：

$l\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = x\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，可见船速：

$u = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \dfrac{l}{x}\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{l}{x}v_0$，其中：$v_0 = -\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$。

加速度：

$a = \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{(l^2 - x^2)}{x^3}v_0^2$，为变量。小于零即与速度（运动方向）方向相同。

3. 一力学系统由两个质点组成，它们之间只有引力作用，若两质点所受外力的矢量和为零，则此系统

（A）动量、机械能以及对同一轴的角动量都守恒

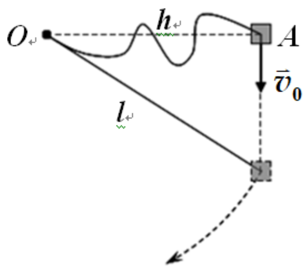
（B）动量、机械能守恒，但角动量是否守恒不能断定

（C）动量守恒，但机械能和角动量守恒与否不能断定

（D）动量和角动量守恒，但机械能是否守恒不能断定

解析： 两质点合外力为零，则动量守恒；但外力的功不一定为零，机械能不一定守恒；若外力作用线不共线（比如联线不沿匀强电场方向的两等量异号点电荷受电场力），则外力矩不为零。即角动量不一定守恒。

4. 长为 l 的轻绳，一端固定在光滑水平面上的 O 点，另一端系一质量为 m 的物体。开始时物体在 A 点，绳子处于松弛状态，物体以速度 $\vec{v}_0$ 垂直于 OA 运动，OA 长为 h。当绳子被拉直后物体做半径为 l 的圆周运动，如图所示。在绳子被拉直的过程中，物体的动量大小的增量和对 O 点的角动量大小的增量分别为



运动面为水平面

（A） $mv_0(\frac{h}{l}-1)$, 0　　　　（B） 0, 0

（C） 0, $mv_0(l-h)$　　　　（D） $mv_0(\frac{h}{l}-1)$, $mv_0(l-h)$

解析：物体在运动过程中，对 O 点的合外力矩为零，对 O 点角动量守恒：$mv_0h = mvl$，得：$v=\frac{h}{l}v_0$

5．用铁锤把质量很小的钉子敲入木板，设木板对钉子的阻力与钉子进入木板的深度成正比。在铁锤敲打第一次时，能把钉子敲入 1.00 cm，如果铁锤第二次敲打的速度与第一次完全相同，那么第二次敲打的深度为

（A）0.50 cm　　（B）0.41 cm　　（C）0.73 cm　　（D）1.00 cm

解析：设第一次钉子被敲入的深度为 h_1=1.00 cm，第二次钉子被敲入处的深度为 h_2。依题意，在钉子二次被敲入的过程中，阻力所做的功相等。设阻力为 $f=-kx$，则有：$\int_{h_1}^{0}-kx\mathrm{d}x=\int_{h_2}^{h_1}-kx\mathrm{d}x$，即：$h_1^2=h_2^2-h_1^2$，所以第二次敲打的深度为：

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 0.414 \text{ cm}$$

6. 质量为 m、长为 l 的均匀细棒，静止平放在滑动摩擦系数为 μ 的水平桌面上，它可绕过其端点 O 且与桌面垂直的固定光滑轴转动。若 $t=0$ 时角速度为 ω_0，则细棒停止转动所需时间为

（A） $\frac{2l\omega_0}{3g\mu}$　　（B） $\frac{l\omega_0}{3g\mu}$　　（C） $\frac{4l\omega_0}{3g\mu}$　　（D） $\frac{l\omega_0}{6g\mu}$

解析：细棒在桌面转动时，所受摩擦阻力矩：

$M_f=\int x\cdot\mu\mathrm{d}mg=\int_0^l\frac{\mu gm}{l}x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mu mgl$，为恒力矩。

由角动量定理积分形式得：$-Mt=0-J\omega_0$。注意：阻力矩代公式时要带负号。

7. 有一半径为 R 的水平圆盘，可绕通过其中心的竖直固定光滑轴转动，转动惯量为 J，开始时圆盘以匀角速度 ω 转动，此时有一质量为 m 的人站在圆盘中心，随后人沿半径向外跑去，当人到达圆盘边缘时，圆盘的角速度为

（A） ω　　（B） $\frac{J\omega}{mR^2}$　　（C） $\frac{J\omega}{J+mR^2}$　　（D） $\frac{J\omega}{(J+m)R^2}$

解析： 在人的运动过程中，人和圆盘系统对轴的角动量守恒：$J\omega = J'\omega'$，注意，当人到达圆盘边缘时，人和圆盘系统对轴的转动惯量为 $J' = J + mR^2$。

8．如图所示，一静止的均匀细棒，质量为 M、长为 l，可绕通过棒的端点且垂直于棒长的固定光滑轴 O 在水平面内转动，转动惯量为 $\frac{1}{3}Ml^2$。一质量为 m 速率为 v 的子弹在水平面内沿与棒垂直的方向射入棒的自由端，设击穿棒后子弹的速率减为 $\frac{1}{2}v$，则此时棒的角速度为：

（A）$\dfrac{mv}{Ml}$　　（B）$\dfrac{3mv}{2Ml}$　　（C）$\dfrac{5mv}{3Ml}$　　（D）$\dfrac{7mv}{4Ml}$

解析： 子弹与细棒碰撞过程，子弹与细棒系统对轴的角动量守恒。选水平面向上为轴向正方向，则碰撞前后，子弹及细棒对轴的角动量均为正，有：

$mvl = \frac{1}{2}mvl + J\omega$，其中，$J = \frac{1}{3}Ml^2$。

9-13 略。

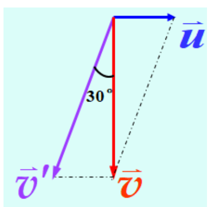
二、填空题

1. 质点沿半径为 R 的圆周运动，运动方程 $\theta = 3 + 2t^2$ (SI)，则 t 时刻质点的法向加速度 a_n=______________；角加速度 α =________________。

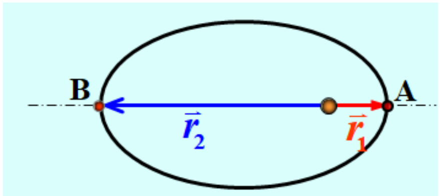
解析： $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 4t$，　$a_n = R\omega^2 = 16Rt^2$，$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 4$ rad/s^2

2．当一列火车以 10 m/s 的速率向东行驶时，若相对于地面竖直下落的雨滴在列车车窗上形成的雨滴偏离竖直方向 30°，则雨滴相对于地面的速率是_______________，雨滴相对于列车的速率是________________。

解析： 参考课本例题 1-5。地面为静系、列车为动系、雨滴为运动物体。要求雨滴的绝对速度和相对速度。依题意，由速度变换式，作图如下。由图可知：$v = 10\sqrt{3}$ m/s，$v' = 20$ m/s。

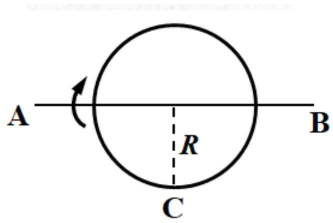


3. 一人造地球卫星绕地球作椭圆轨道运动，设卫星质量为 m，地球质量为 M，则 $E_{pB}-E_{pA}$=________________，$E_{kB}-E_{kA}$=________________。



解析： $\Delta E_p=-GMm\dfrac{1}{r_2}-\left(-GMm\dfrac{1}{r_1}\right)=GMm\dfrac{r_2-r_1}{r_1r_2}$；机械能守恒：$\Delta E_k=-\Delta E_p$。

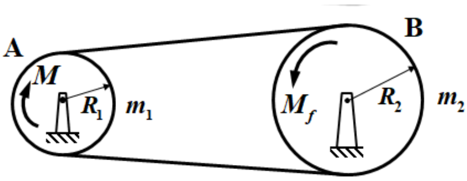
4. 一质量为 m、半径为 R 的薄圆盘，可绕通过其直径的光滑固定轴 AB 转动。该圆盘从静止开始在恒力矩 M 的作用下转动。t 秒后位于圆盘边缘上与轴的垂直距离为 R 的 C 点的切向加速度 $a_t=$__________，法向加速度 $a_n=$__________。



解析： 由转动定律：$M=J\alpha$，其中：$J=\dfrac{1}{4}mR^2$！得 $\alpha=\dfrac{4M}{mR^2}$，为定值。则：

$\omega=\alpha t=\dfrac{4Mt}{mR^2}$。所以：$a_t=R\alpha=\dfrac{4M}{mR}$，$a_n=R\omega^2=\dfrac{16M^2t^2}{m^2R^3}$。

5. 两均质轮的半径分别为 R_1、R_2，质量分别为 m_1、m_2。两轮用皮带（质量不计）连接。如在主动轮 A 上作用一外力矩 M，在被动轮 B 上则有摩擦力矩 M_f，并设皮带与轮之间无相对滑动。则 A 轮的角加速度 α=________________。

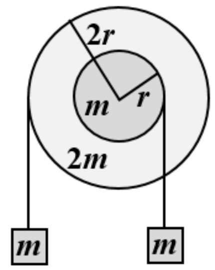


解析： 设上、下段绳中张力大小分别为 T_1、T_2，对两轮分别列转动定律：

$(T_1-T_2)R_1+M=J_1\alpha_1$，$(T_2-T_1)R_2-M_f=J_2\alpha_2$，且：$R_1\alpha_1=R_2\alpha_2$。注意：

$J_1=m_1R_1^2$，$J_2=m_2R_2^2$（轮子看做圆环而不是圆盘）。解得：$\alpha_1=\dfrac{MR_2^2-M_fR_1R_2}{(m_1+m_2)R_1^2R_2^2}$

6. 质量分别为 m 和 $2m$，半径分别为 r 和 $2r$ 的两个均匀圆盘，同轴地粘在一起可以绕通过盘心且垂直盘面的水平光滑轴转动，则粘在一起的两圆盘对转轴的转动惯量为_________。大小圆盘边缘都绕有绳子，绳下端都挂一质量为 m 的重物，盘的角加速度的大小



$\alpha=$____________________。

解析：粘在一起的两圆盘对转轴的转动惯量为 $J=\frac{1}{2}mr^2+\frac{1}{2}\cdot 2m\cdot(2r)^2=\frac{9}{2}mr^2$。

对两重物和粘在一起两圆盘受力分析。不难判定圆盘作逆时针方向转动。设左、右两绳张力大小分别为 T_1、T_2 ，左、右两重物的加速度分别为 a_1、a_2 。取运动方向为正方向，则有：左物：$mg-T_1=ma_1$；右物：$T_2-mg=ma_2$；圆盘：$T_1\cdot 2r-T_2\cdot r=J\alpha$。重物与圆盘动力学关系为：$a_1=2r\alpha$ 以及 $a_2=r\alpha$。

联立解得：$\alpha=\frac{2g}{19r}$。

7. 一列火车静止长度为 L，以速度 $v=0.6\,c$ 相对于地面匀速向前行驶，地面上观察者发现有两个闪电同时击中火车的前后两端。 而火车上的观察者测得闪电击中火车前后两端的时刻并不同时，其时间间隔为____________________，且应该是先击中____________（填车头或车尾）。

解析：设地面为 S 系，车为 S' 系，已知 $\Delta t=0,\Delta x'=L$,求 $\Delta t'$

$$\Delta t=t_2-t_1=\frac{\Delta t'+\frac{v}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}，得\ \Delta t'=-\frac{v}{c^2}\Delta x'=-\frac{0.6L}{c}<0。$$

或：$\Delta x=L\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\Delta x'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$，$\Delta t'=\frac{\Delta t-\frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=-\frac{v}{c^2}L$