

第三篇 电磁学




电磁运动是物质的基本运动形式之一。

电磁相互作用是自然界四种基本相互作用之一。

理解和掌握电磁运动的基本规律具有重要意义。

电磁学：研究电磁现象的规律的学科。

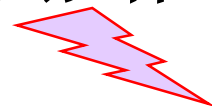
电磁现象  物体带电

运动电荷  **电场**和**磁场**

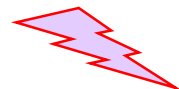
电荷处于静电平衡  **电场**

首先研究**静止电荷**激发的**静电场**。

实验规律



场的性质



场与物质的
相互作用

第8章 静电场

主要讨论真空中的静电场 { 库仑定律
电力叠加原理

第1节 电荷和库仑定律

一、电荷

1. 电荷的种类： 只有两种电荷：正电荷、负电荷

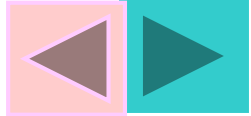
电荷对电荷的作用表现为：

同种电荷互相排斥，异种电荷互相吸引。

电量：物体所带电荷数量的多少。单位为库仑（C）

电荷是物质(或粒子)的基本属性。

电荷→电相互作用的本领



2. 电荷的量子化

量子化：某物理量的值不是连续可取值，而只能取一些分立值，则称其为量子化。

1913年，**密立根**用油滴法测定了电子电荷，证明微小粒子带电量的变化是不连续的，它只能是**电荷的基本单元 e** 的整数倍。即粒子的电荷是量子化的。

迄今为止，电子是自然界中存在的最小负电荷，质子是最小的正电荷。

自然界物体所带电荷： $q = ne$ $\left\{ \begin{array}{l} e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C} \\ n = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \end{array} \right.$

电荷量子化，已在相当高的实验精度下得到了检验。

电荷量子

注1: 在宏观电磁现象中电荷的不连续性不显著。

注2: 点电荷 ——理想模型

忽略物体（带电体）形状及电荷的分布，
看成一个具有电荷的几何点——点电荷。

注3: e 是不是基本量子？

近代粒子物理实验证实，一些粒子是由更小的粒子——**夸克**组成。所带电量为 $\pm \frac{1}{3}e$ 或 $\pm \frac{2}{3}e$ 。

分数电荷？ 分数电荷不影响电荷的量子性。



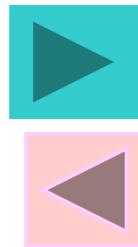
3. 电荷守恒定律

表述： 在一个与外界没有电荷交换的系统内，正负电荷的代数和在任何物理过程中保持不变。

电荷守恒定律适用于一切宏观和微观过程（例如核反应和基本粒子过程），是物理学中普遍的基本定律之一。

4. 电荷的相对论不变性

在不同的参考系中观察，同一个带电粒子的电量不变。



二、库仑定律、静电力的叠加原理

扭秤实验

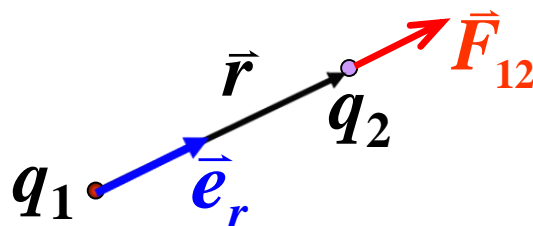
1. 库仑定律 ——研究静止电荷之间的作用力

在真空中两个点电荷 q_1 ， q_2 之间的相互作用力为

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r$$

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.988 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$



$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ ——真空中的介电常量(电容率)

注: 1) $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ 遵从牛顿第三定律

2) 库仑定律只适用两个点电荷

q_1 、 q_2 同号, $F > 0$ 排斥力 $\vec{F} \parallel \vec{r}$

q_1 、 q_2 异号, $F < 0$ 吸引力 $\vec{F} \parallel \vec{r}$

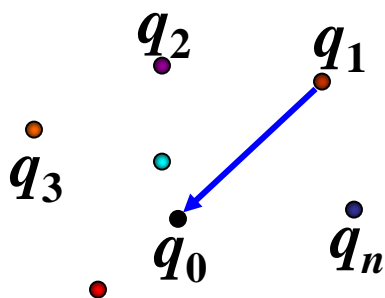
3) 空气近似为真空

4) 静止电荷间的电作用力称为库仑力(静电场力)

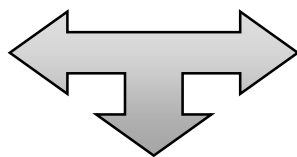
2. 电力叠加原理

实验证明：多个点电荷存在时，任意一个点电荷受的静电力等于其它各个点电荷对它的作用力的矢量和。

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n \\ &= \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_i}{r_i^2} \vec{e}_{ri}\end{aligned}$$



库仑定律



电力叠加原理

是静止电荷相互作用的基本实验定律。

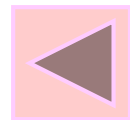
3. 有限大小的带电体间的相互作用力

在带电体上取电荷元

点电荷系

点电荷

库仑定律
积分



第2节 静电场 电场强度



库仑力如何传递？ 两种观点 { 近距作用
~~超距作用~~

一、场

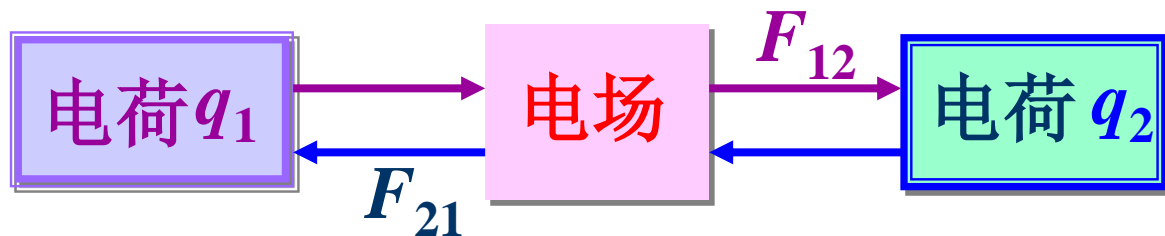
数学上： 场是一个与空间位置和时间有关的量。 { 温度场 $T(x, y, z, t)$
速度场 $\vec{v}(x, y, z, t)$

物理上： 场是弥漫在空间的一种物质。 { 引力场
与实物有不同的形态。 电磁场

实物之间的各种相互作用都是通过各种场来传递的。

二、静电场

近代物理学证明：

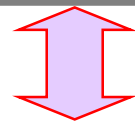


电荷之间的相互作用是通过电场传递的。或者说电荷周围存在电场，处于该电场的任何带电体，都受到电场的作用力，这是近代物理的**近距作用**。

场的物质性体现在：

电场具有能量、动量，体现了它的物质性。

- ① 给电场中的带电体施以力的作用。
- ② 当带电体在电场中移动时，电场力作功。表明**电场具有能量**。
- ③ 带电粒子受电磁力作用后，其动量发生变化，表明**电场具有动量**。



电动力学

三、静电场的电场强度

检验电荷 q_0 ：置于电场中不会对原有电场有显著的影响。**要求**：本身携带电量足够小；占据空间足够小。

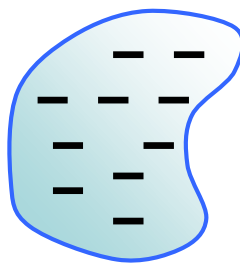
将 q_0 放在由点电荷系 $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ 产生的电场中， q_0 受到的作用力为 \vec{F} ，

定义电场强度： $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ 为**矢量**

与检验电荷无关，反映电场本身的性质。

将一个试验电荷 q_0 （正）放在带有负电荷的带电体附近 P 处，测得它受力为 F ，**若 q_0 不是足够小**，则

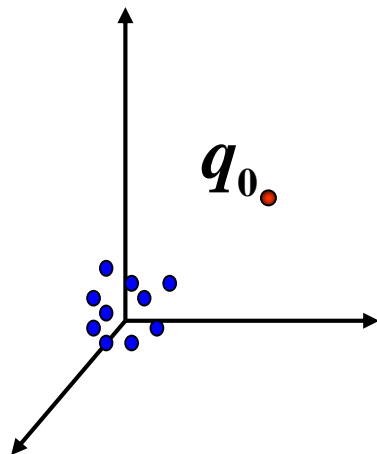
$\frac{F}{q_0}$ 比原先的场强数值**大**！



$^+q_0$
 P

电场强度矢量 \vec{E} : $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$

单位: N/C (牛顿 / 库仑) 或 V/m



若场中各点的 \vec{E} 大小方向都相同 \Rightarrow 均匀电场

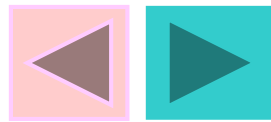
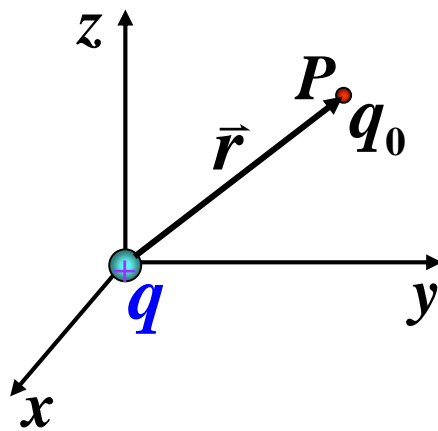
四、 \vec{E} 的计算:

1. 点电荷 q 的电场

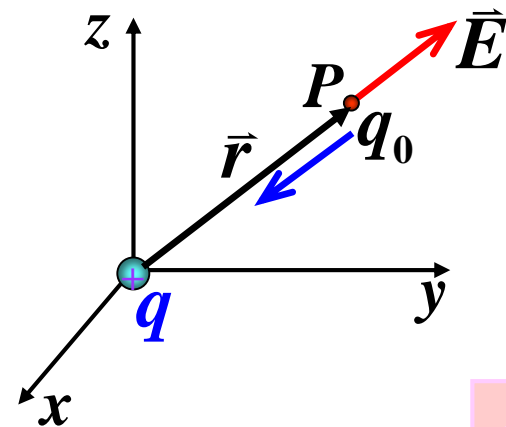
在任意点 P 放入一检验电荷 q_0

根据库仑定律 q_0 受力: $\vec{F} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$

P 点处的场强: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$



$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r \begin{cases} q > 0 & \vec{E} \parallel \vec{e}_r \\ q < 0 & \vec{E} \parallel \vec{e}_r \end{cases}$$



电场分布特点:

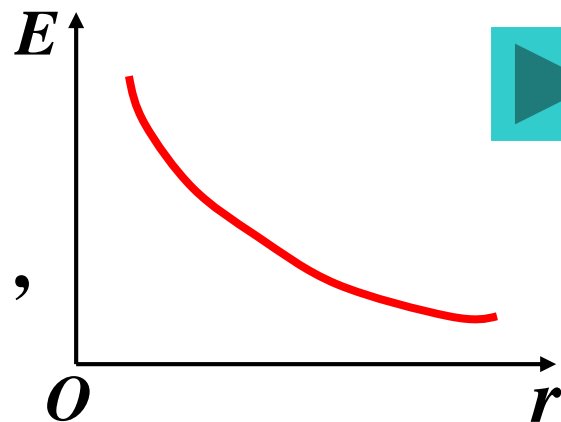
(1) \vec{E} 的方向，处处是以 q 为中心的矢径方向（或反方向）。

(2) q 一定时， \vec{E} 的大小只与 r 有关。
在相同 r 的球面上 \vec{E} 大小相等。

球对称

(3) $E \propto \frac{1}{r^2} \begin{cases} r \rightarrow \infty, E \rightarrow 0 \\ r \rightarrow 0, E \rightarrow \infty \end{cases}$

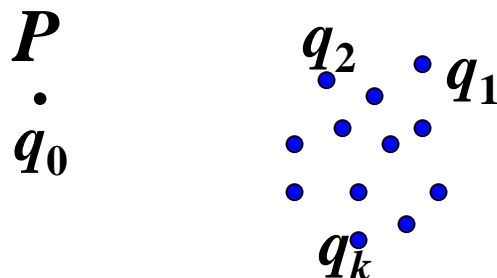
(4) 电场中每一点都对应有一个矢量 \vec{E} ，
这些矢量的总体构成一个矢量场。



研究电场的首要任务：寻求其关于空间坐标的函数。

例1. 求点电荷系 q_1 、 q_2 、 $\dots q_k$ 在空间任一点 P 处的电场。

解： 设 P 点放一检验电荷 q_0 ，
由电力叠加原理：



$$q_0 \text{ 受合力: } \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_k$$

$$P \text{ 点的电场: } \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{\vec{F}_1}{q_0} + \frac{\vec{F}_2}{q_0} + \dots + \frac{\vec{F}_k}{q_0}$$

$$= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_k$$

场强叠加原理

$$= \sum_{i=1}^k \vec{E}_i = \sum_{i=1}^k \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \vec{e}_{ri}$$

即：电场中一点的场强 = 各点电荷在该点各自产生的场强的矢量和

例2. 求电偶极子中垂线上任一点的电场强度。

电偶极子： 相隔一定距离的两等量异号点电荷的带电体系。

\vec{l} ：表示负电荷到正电荷的矢量线段。

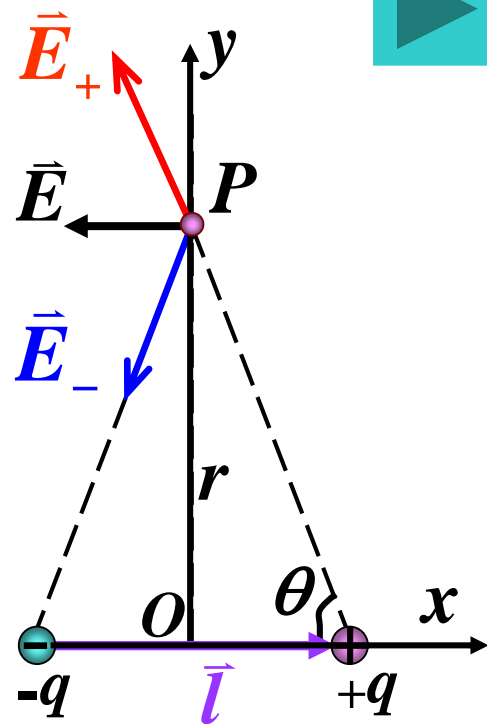
定义**电偶极矩**： $\vec{p} = q\vec{l}$

解： $E_+ = E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(r^2 + \frac{l^2}{4})}$

建坐标系如图： $E_y=0$

$$E = E_x = -2E_+ \cos \theta \quad \cos \theta = \frac{l/2}{(r^2 + l^2/4)^{1/2}}$$

$$\therefore E = -\frac{ql}{4\pi\epsilon_0(r^2 + l^2/4)^{3/2}} \xrightarrow{\text{当 } r \gg l} = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$



$$\vec{E} = -\frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

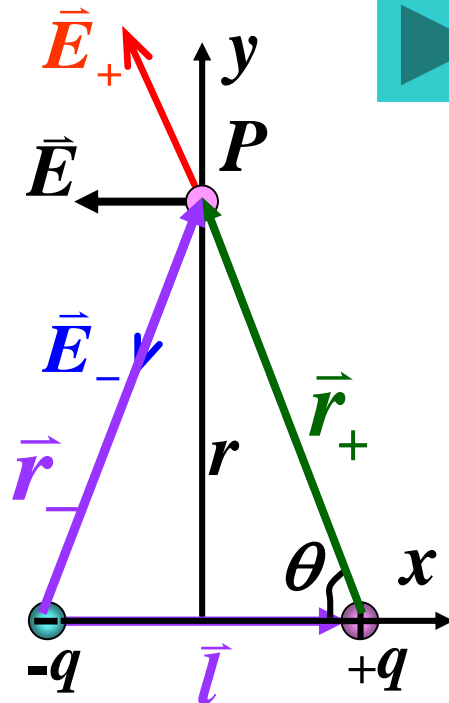
方法二

$$\because \vec{E}_+ = \frac{q\vec{r}_+}{4\pi\epsilon_0 r_+^3} \quad \vec{E}_- = \frac{-q\vec{r}_-}{4\pi\epsilon_0 r_-^3}$$

$$\because r \gg l \quad \therefore |\vec{r}_+| = |\vec{r}_-| \approx |\vec{r}|$$

$$\therefore \vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} (\vec{r}_+ - \vec{r}_-)$$

$$(\vec{r}_+ - \vec{r}_-) = -\vec{l} \quad \therefore \vec{E} = \frac{-q\vec{l}}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{-\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

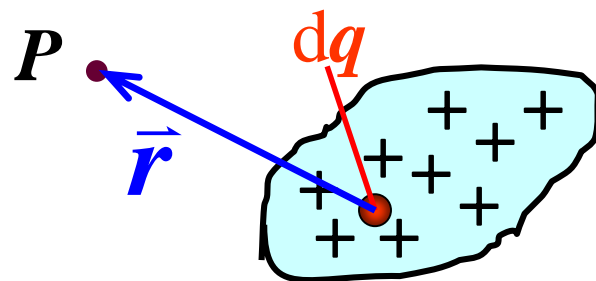


结论：电偶极子中垂线上距离中心较远处一点的场强，与电偶极子的电矩成正比，与该点离中心的距离的三次方成反比，方向与电矩方向相反。

$$\vec{E} = -\frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left\{ \begin{array}{l} E \text{ 与 } r^3 \text{ 成反比，比点电荷电场递减得快} \\ E \propto p \quad \text{场强由电矩完全确定} \\ \vec{p} = q\vec{l} \quad \text{是描述电偶极子电属性的物理量} \end{array} \right.$$

2. 任意带电体的电场 \vec{E} 的计算

对连续分布的带电体，可将其无限划分成许多电荷元 dq 组成。



dq 在任意点 P 处产生的电场为: $d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$

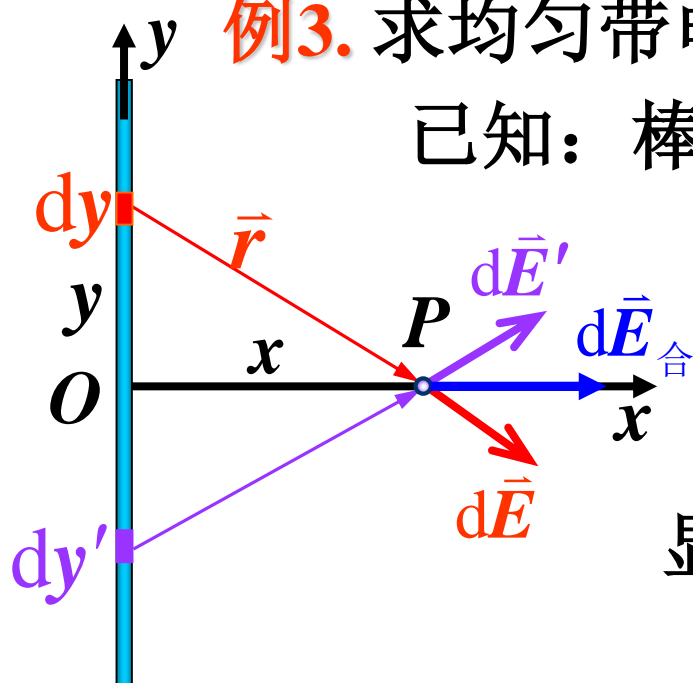
所有 dq 产生的电场: $\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r \rightarrow \begin{cases} E_x = \int dE_x \\ E_y = \int dE_y \\ E_z = \int dE_z \end{cases}$

例3. 求均匀带电细棒中垂面上的电场分布。

已知: 棒长 L , 电荷线密度 λ 。

解: 建坐标系, **对称性分析:**

将细棒分成一对对电荷线元!



显然: $dq = \lambda dy$ $dE = \frac{\lambda dy}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

$$dE = \frac{\lambda dy}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$E_{\text{合}} = \int dE_x = 2 \int \cos\alpha dE$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}; \quad r^2 = x^2 + y^2$$

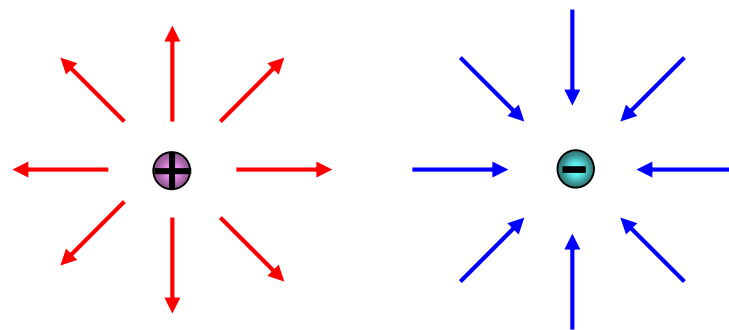
$$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad dE = \frac{\lambda dy}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2)}$$

$$E_{\text{合}} = 2 \int_0^{L/2} \frac{x \lambda dy}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$E_{\text{合}} = \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_0 x \sqrt{x^2 + L^2/4}} \quad \text{方向沿} x \text{轴}$$

当 $L \rightarrow \infty$ (或 $L \gg x$) , 则:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} \xrightarrow{x=r} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$



方向垂直于细棒沿径向向外（或向内）。柱对称电场

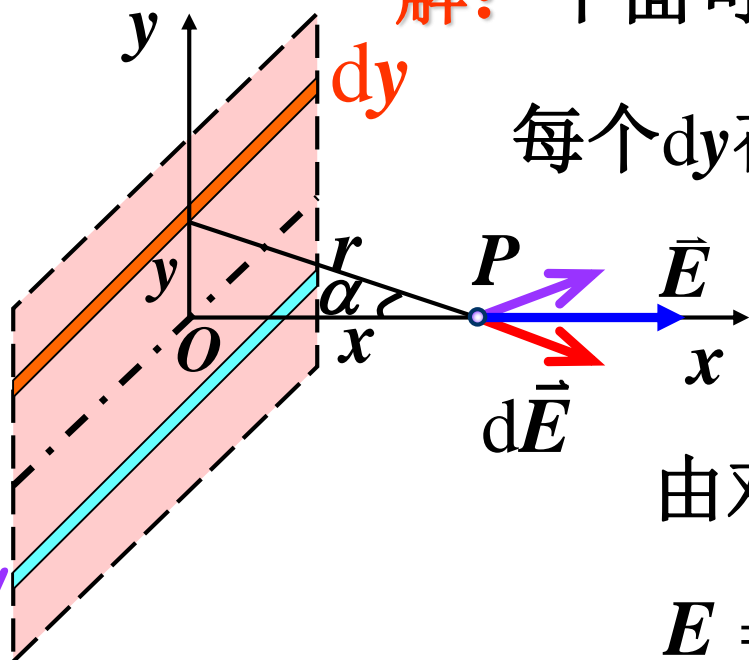
例4. 一无限大带电平面，面电荷密度 σ ，求其电场分布。

解： 平面可看成无数条宽为 dy 的细线组成

每个 dy 在 P 点产生的场为：



$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$



$$\lambda = \sigma dy \quad dE = \frac{\sigma dy}{2\pi\epsilon_0 r}$$

由对称性： $E_y = \int dE_y = 0$

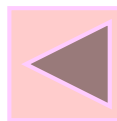
$$E = \int dE_x = \int dE \cos \alpha$$

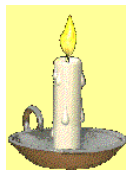
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\sigma dy}{2\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2)} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

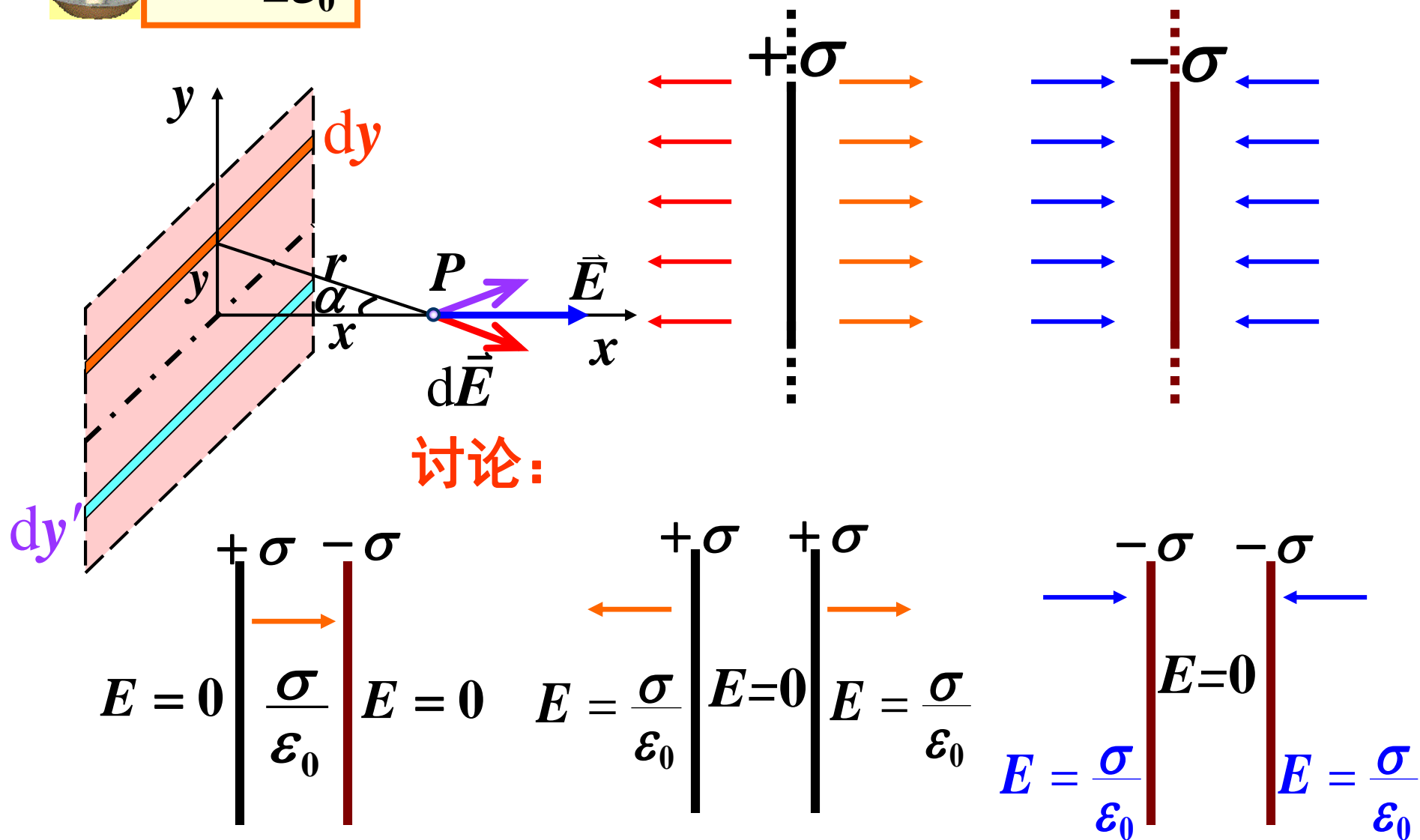
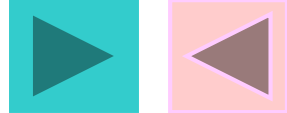
方向垂直于平面





$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

均匀场



例5. 求均匀带电圆弧圆心处的场强，已知 α 、 R 、 λ 。

解： 电荷元在圆心 dq 产生的场强：

$$dE = \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

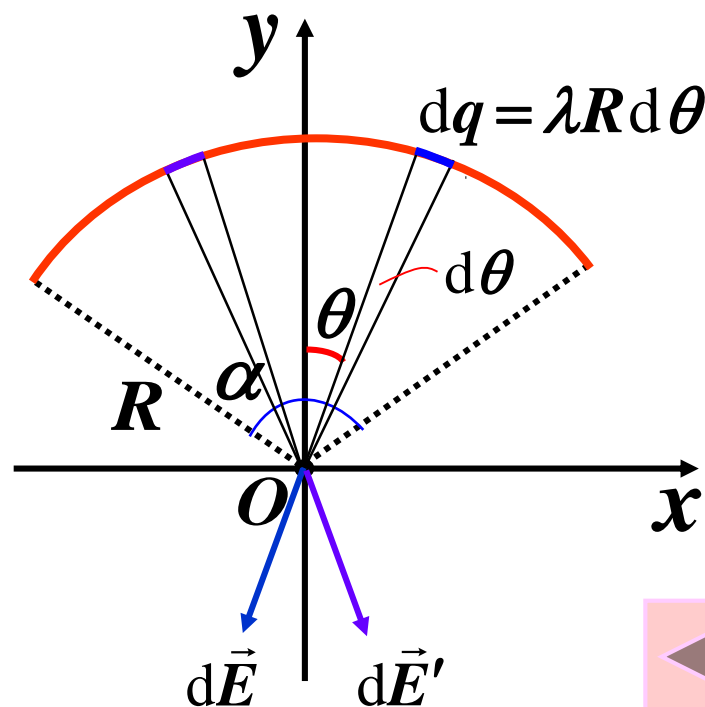
由对称性： $\int dE_x = 0$

$$E = \int dE_y = -\int \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos\theta$$

$$= -2 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \frac{\lambda R \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} d\theta$$

$$= \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \sin \frac{\alpha}{2} \quad \uparrow \quad = \frac{-\sqrt{2}\lambda}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$\alpha = 90^\circ$

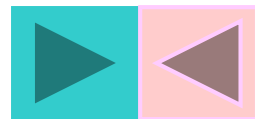


场强沿y轴负方向。

$$\vec{E} = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \sin \frac{\alpha}{2} \vec{j}$$

例6. 均匀带电圆环轴线上任意点的场强。

(圆环带电量为 q ，半径为 R)



解： 由对称性可知， P 点场强只有 x 分量

$$E = \int_q dE_x = \int dE \cdot \cos \theta = \int_L \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta = \frac{\cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int_L dq$$

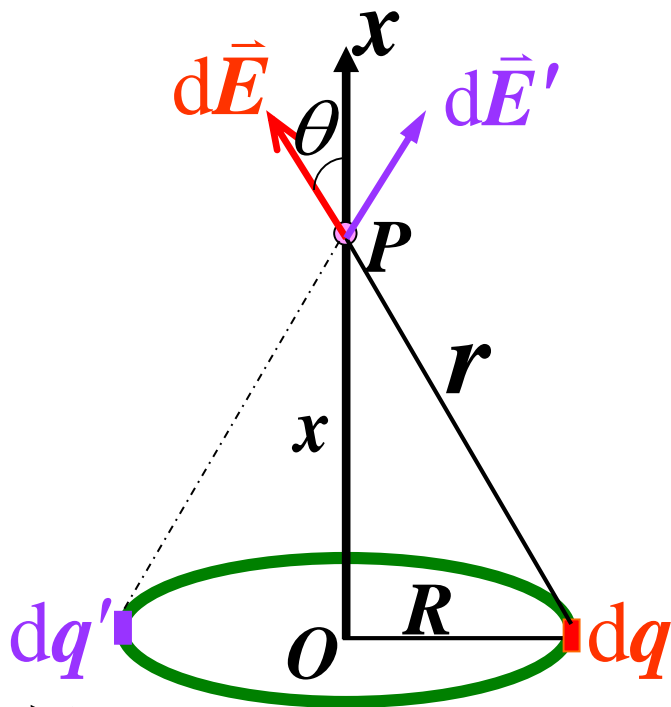
$$E = \frac{\cos \theta \cdot q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}$$

方向沿轴向由 q 的正负决定。

讨论：

$$(1) \quad x \gg R \quad E \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

说明远离环心的场强相当于点电荷的场。



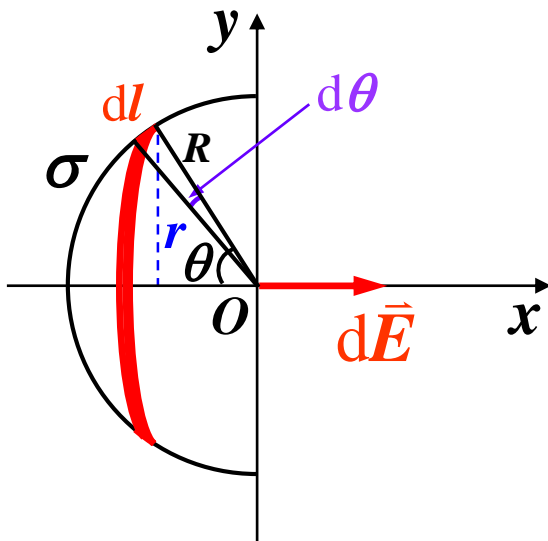
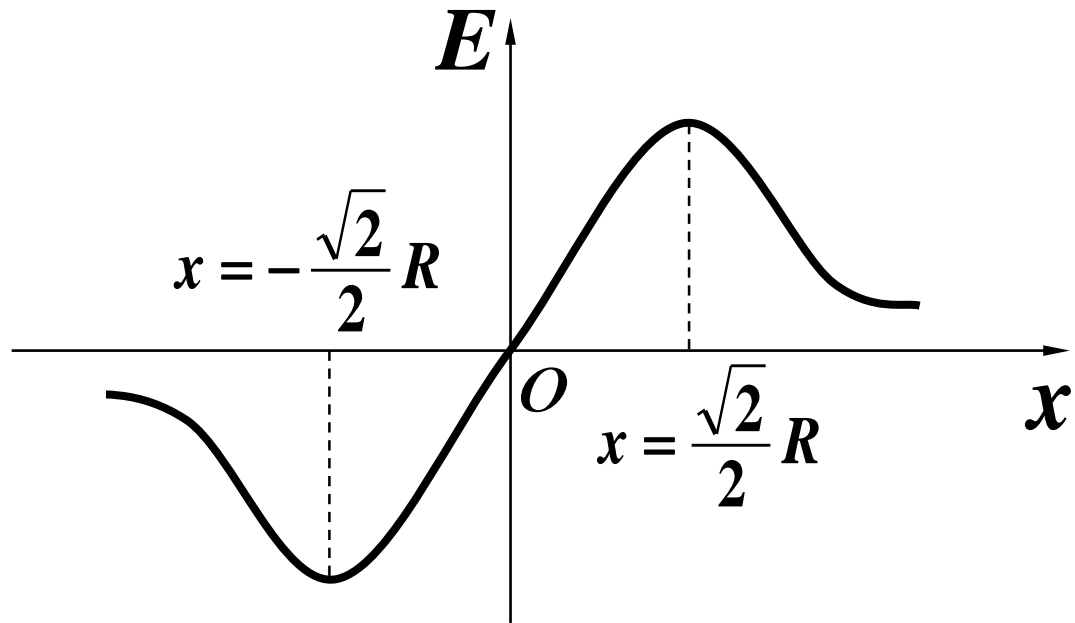
$$(2) \quad x = 0$$

$$E = 0$$

$$E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$(3) \quad \frac{dE}{dx} = 0$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} R$$



例7. 均匀带电圆盘轴线上一点的场强。
设圆盘带电量为 q (面密度 σ), 半径为 R 。

解: 带电圆盘可看成许多同心的圆环组成, 取一半径为 r , 宽度为 dr 的细圆环

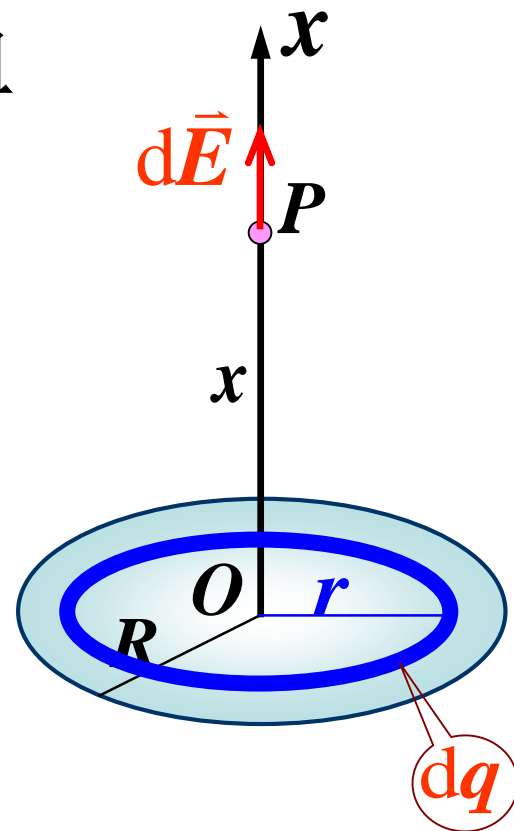
其电量: $dq = \sigma 2\pi r \cdot dr$

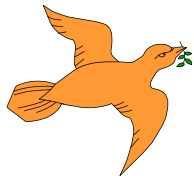
$$dE = \frac{dqx}{4\pi\epsilon_0(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{rdr}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

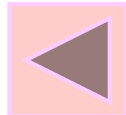
$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}} \right]$$

方向沿轴向由 q 的正负决定。





$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}} \right]$$



讨论：1. 当 $x \ll R$, 或 $R \rightarrow \infty$ $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

相当于无限大均匀带电平面的电场。

讨论：2. 当 $x \gg R$,

$$\frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}} = \left(1 + \frac{R^2}{x^2} \right)^{-1/2} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{x} \right)^2 + \dots$$

$$E \approx \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \times \frac{1}{2} \left(\frac{R}{x} \right)^2 = \frac{1}{2\epsilon_0} \times \frac{q}{\pi R^2} \times \frac{1}{2} \left(\frac{R}{x} \right)^2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

在远离带电圆面处, 相当于点电荷的场强。

小结： 1. 三个公式：

(1) 点电荷： $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$ 球对称

(2) 无限长均匀带电细棒： $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{e}_r$ 轴对称

(3) 无限大均匀带电平面： $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ 面对称

2. 求电场的基本方法：点电荷的场强求和或积分

任意带电体系 $\begin{cases} \vec{E} = \sum_{i=1}^k \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \vec{e}_{ri} \\ \vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r \end{cases}$

