

Άσκηση D

Με στόχο να δημιουργηθεί μια βιβλιοθήκη με διάφορες επικαλύψεις τελεστών οι οποίες να διαχειρίζονται πράξεις με πίνακες να οριστούν οι κλάσεις **matrix** και **vector**.

Η κλάση **matrix**, η οποία να υλοποιεί έναν πίνακα **m** δύο διαστάσεων, να ορίζει τις ακέραιες μεταβλητές **r** και **c** και ως έναν **pointer σε pointer** σε στοιχεία τύπου **float** τη μεταβλητή **m**. Ως συναρτήσεις μέλη της κλάσης **matrix** να οριστούν:

α) Μια επικάλυψη του τελεστή **()** τέτοια ώστε η έκφραση **a(n,k)**, όπου **a** αντικείμενο τύπου **matrix** και **n** και **k** ακέραιοι αριθμοί, να δεσμεύει δυναμικά μνήμη για έναν πίνακα δύο διαστάσεων, με στοιχεία τύπου **float**, με **n** γραμμές και **k** στήλες. Η επικάλυψη να θέτει **r=n** και **c=k** και να διαβάσει τιμές για τα στοιχεία του πίνακα.

β) Μια επικάλυψη του τελεστή **!** τέτοια ώστε η έκφραση **!a**, όπου **a** αντικείμενο τύπου **matrix** το οποίο υλοποιεί ένα τετραγωνικό πίνακα, να επιστρέφει την τιμή **0** αν ο πίνακας είναι διαγωνίως υπερτερών. Διαφορετικά να επιστρέφει την τιμή **1**.

γ) Μια επικάλυψη του τελεστή **[]** τέτοια ώστε η έκφραση **a[i][j]**, όπου **a** αντικείμενο τύπου **matrix** και **i** και **j** ακέραιοι αριθμοί, να επιστρέφει την τιμή του στοιχείου του πίνακα που ορίζει το αντικείμενο **a**, το οποίο βρίσκεται στην **i** γραμμή και στην **j** στήλη του πίνακα.

Η κλάση **vector**, η οποία να υλοποιεί ένα διάνυσμα, να ορίζει την ακέραια μεταβλητή **n** και ως έναν **pointer** σε στοιχεία τύπου **float** τη μεταβλητή **v**. Ως συναρτήσεις μέλη της κλάσης **vector** να οριστούν :

α) Μια επικάλυψη του τελεστή **()** τέτοια ώστε η έκφραση **b(k)**, όπου **b** αντικείμενο τύπου **vector** και **k** ακέραιος αριθμός, να δεσμεύει δυναμικά μνήμη για ένα πίνακα με **k** στοιχεία τύπου **float** χρησιμοποιώντας τον **pointer v**, να θέτει **n=k** και να διαβάσει τιμές για τα στοιχεία του πίνακα.

β) Μια δεύτερη επικάλυψη του τελεστή **()** τέτοια ώστε η έκφραση **b(d,e)**, όπου **b** και **d** αντικείμενα τύπου **vector** και **e** αριθμός τύπου **float**, να επιστρέφει την τιμή **1** αν $|b.v[i]-d.v[i]| < e$ για $i=0,...,n-1$. Διαφορετικά να επιστρέφεται την τιμή **0**.

γ) Μια επικάλυψη του τελεστή **=** τέτοια ώστε η έκφραση **b=a**, όπου **b** αντικείμενο τύπου **vector** και **a** αντικείμενο τύπου **matrix** να καταχωρεί ως τιμές για τις συνιστώσες του διανύσματος που υλοποιεί το αντικείμενο **b** τα διαγώνια στοιχεία του πίνακα που υλοποιεί το αντικείμενο **a**.

δ) Μια επικάλυψη του τελεστή ***** τέτοια ώστε η έκφραση **b*d**, όπου **b** και **d** αντικείμενα τύπου **vector**, να επιστρέφει ένα αντικείμενο του ίδιου τύπου για το οποίο, ως τιμές των συνιστωσών του διανύσματος που υλοποιεί, να έχουν καταχωρηθεί τα γινόμενα των αντιστοίχων συνιστωσών των διανυσμάτων που υλοποιούν τα αντικείμενα **b** και **d**.

ε) Μια επικάλυψη του τελεστή **-** τέτοια ώστε η έκφραση **b-d**, όπου **b** και **d** αντικείμενα τύπου **vector**, να επιστρέφει ένα αντικείμενο του ίδιου τύπου για το οποίο, ως τιμές των συνιστωσών του διανύσματος που υλοποιεί, να έχουν καταχωρηθεί οι διαφορές των αντιστοίχων συνιστωσών των διανυσμάτων που υλοποιούν τα αντικείμενα **b** και **d**.

στ) Μια επικάλυψη του τελεστή **+** τέτοια ώστε η έκφραση **b+d**, όπου **b** και **d** αντικείμενα τύπου **vector**, να επιστρέφει ένα αντικείμενο του ίδιου τύπου για το οποίο, ως τιμές των συνιστωσών του διανύσματος που υλοποιεί, να έχουν καταχωρηθεί τα αθροίσματα των αντιστοίχων συνιστωσών των διανυσμάτων που υλοποιούν τα αντικείμενα **b** και **d**.

ζ) Μια επικάλυψη του τελεστή **/** τέτοια ώστε η έκφραση **b/d**, όπου **b** και **d** αντικείμενα τύπου **vector**, να επιστρέφει ένα αντικείμενο του ίδιου τύπου για το οποίο, ως τιμές των συνιστωσών του διανύσματος που υλοποιεί, να έχουν καταχωρηθεί τα πηλικά των αντιστοίχων συνιστωσών των διανυσμάτων που υλοποιούν τα αντικείμενα **b** και **d**.

η) Μια επικάλυψη του τελεστή **[]** τέτοια ώστε η έκφραση **b[i]**, όπου **b** αντικείμενο τύπου **vector**, και **i** αριθμός τύπου **int** να επιστρέφει την τιμή του στοιχείου που βρίσκεται στην **i** θέση του πίνακα που υλοποιεί το αντικείμενο **b**.

Ως αυτόνομη συνάρτηση να οριστεί ακόμη στο πρόγραμμα μια επικάλυψη του τελεστή ***** τέτοια ώστε η έκφραση **a*b** όπου **a** αντικείμενο τύπου **matrix** και **b** αντικείμενο τύπου **vector** να επιστρέφει ένα αντικείμενο τύπου **vector** στο οποίο, ο πίνακας που υλοποιεί, να περιέχει τις συνιστώσες του διανύσματος που θα προκύψει από τον πολλαπλασιασμό του τετραγωνικού πίνακα που υλοποιεί το αντικείμενο **a** επί το διάνυσμα που υλοποιεί το αντικείμενο **b**.

Αφού δημιουργήσετε την πιο πάνω βιβλιοθήκη να ορίσετε την κλάση **system_solve** η οποία να υλοποιεί ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων.

Η κλάση να ορίζει ένα αντικείμενο τύπου **matrix** που να υλοποιεί τον πίνακα των συντελεστών των αγνώστων και ένα αντικείμενο τύπου **vector** που να υλοποιεί το διάνυσμα των σταθερών όρων του συστήματος.

Στην κλάση να ορίζεται η συνάρτηση **vector solve(int k,float e)** η οποία να επιστρέφει ένα αντικείμενο τύπου **vector** του οποίου ο πίνακας να περιέχει τη λύση του συστήματος. Για την επίλυση του συστήματος να χρησιμοποιηθεί η επαναληπτική μέθοδος $x_{i+1} = (b - a * x_i + d * x_i) / d$ όπου x_{i+1} , **b**, x_i και **d** είναι αντικείμενα τύπου **vector** και **a** αντικείμενο τύπου **matrix**. Το αντικείμενο **b** υλοποιεί το διάνυσμα των σταθερών όρων του συστήματος, το αντικείμενο **a** υλοποιεί τον πίνακα των συντελεστών των αγνώστων και το αντικείμενο **d** υλοποιεί ένα διάνυσμα που ως συνιστώσες περιέχει τα στοιχεία της κύριας διαγωνίου του πίνακα των συντελεστών των αγνώστων.

Ο αλγόριθμος εφαρμόζεται επαναληπτικά δίνοντας μια αρχική τιμή για τη λύση στις συνιστώσες του διανύσματος που υλοποιεί το αντικείμενο x_i

και παίρνοντας μια νέα τιμή, πιο κοντά στη λύση του συστήματος, στις συνιστώσες του διανύσματος που υλοποιεί το αντικείμενο x_{i+1} . Η διαδικασία επαναλαμβάνεται θέτοντας στη θέση του αντικειμένου x_i το αντικείμενο x_{i+1} για να πάρουμε μια ακόμη καλύτερη λύση. Ο αλγόριθμος σχηματίζει μια ακολουθία διανυσμάτων x_n οι συνιστώσες των οποίων συγκλίνουν προς τη λύση του συστήματος. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι, για δύο διαδοχικές προσεγγίσεις, οι απόλυτες τιμές των διαφορών των αντιστοίχων συνιστωσών των διανυσμάτων x_{i+1} και x_i γίνουν όλες μικρότερες από τον αριθμό **e** που ορίζεται ως ακρίβεια για τη λύση. Επειδή ο αριθμός των επαναλήψεων μπορεί να είναι πολύ μεγάλος για να επιτευχθεί η ακρίβεια **e**, ως μέγιστος αριθμός επαναλήψεων να ορίζεται ο αριθμός **k**.

Επειδή ο αλγόριθμος συγκλίνει προς τη λύση όταν ο πίνακας των συντελεστών των αγνώστων είναι διαγωνίως υπερτερών, πριν εφαρμόσετε τον αλγόριθμο, να κάνετε σχετικό έλεγχο χρησιμοποιώντας την επικάλυψη του τελεστή ! που ορίστηκε για τα αντικείμενα της κλάσης **matrix**.

Η συνάρτηση **main** του προγράμματος να ορίζει ένα αντικείμενο στον τύπο της κλάσης **system_solve** και να καλεί την συνάρτηση **solve()** για να επιλύσει το αντίστοιχο σύστημα.

Βοηθητικές παρατηρήσεις

Ένας τετραγωνικός πίνακας είναι διαγωνίως υπερτερών όταν, για κάθε ένα από τα στοιχεία του που βρίσκονται στην κύρια διαγώνιο του πίνακα, η απόλυτη τιμή του στοιχείου είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα των απολύτων τιμών των υπολοίπων στοιχείων του πίνακα που βρίσκονται στην ίδια γραμμή ή από το άθροισμα των απολύτων τιμών των υπολοίπων στοιχείων του πίνακα που βρίσκονται στην ίδια στήλη.

Ως συναρτήσεις μέλη μπορείτε να ορίσετε και όποια άλλη συνάρτηση νομίζετε αναγκαία για τη λειτουργία του προγράμματος.

Οι συναρτήσεις επικάλυψης των τελεστών να ελέγχουν αν είναι δυνατή η αντίστοιχη πράξη.