

# **Student: Mašović Haris**

## **Indeks: 17993**

### **Zadatak 1 [1.6 poena]**

Fabrika može proizvoditi dva proizvoda ( $P_1$  i  $P_2$ ) na tri grupe mašina ( $M_1$ ,  $M_2$  i  $M_3$ ). Grupa mašina  $M_1$  smije raditi najviše 75 h sedmično, grupa mašina  $M_2$  smije raditi najviše 54 h sedmično, dok grupa mašina  $M_3$  smije raditi najviše 87 h sedmično. Za proizvodnju 1 kg proizvoda  $P_1$  potrebno je 4 h rada na mašini  $M_1$ , 7 h rada na mašini  $M_2$ , te 5 h na mašini  $M_3$ . Za proizvodnju 1 kg proizvoda  $P_2$  potrebno je 8 h rada na mašini  $M_1$ , 3 h rada na mašini  $M_2$ , te 7 h na mašini  $M_3$ . Dobit od proizvoda  $P_1$  je 32 KM/kg, a od proizvoda  $P_2$  12 KM/kg.

- a. Uz pomoć simpleks metoda pronađite optimalni sedmični plan proizvodnje koji će fabrici obezbijediti najveću moguću dobit pod zadanim uvjetima. Sve podatke koji se ne mogu tačno izraziti kao cijeli brojevi ili decimalni brojevi sa konačno mnogo i relativno malo decimala vodite u simpleks tabelama kao razlomke. Obavezno prodiskutirajte ne samo koliko treba proizvesti kilograma proizvoda  $P_1$  i  $P_2$  da bi se dobila optimalna dobit, nego i koliko ostaje eventualno neiskorištenih radnih sati mašina  $M_1$ ,  $M_2$  i  $M_3$ , te koja su ograničenja "uska grla" koja sprečavaju da se ostvari veća dobit od postignute optimalne dobiti. Problem riješite na dva načina: koristeći Dantzigovo pravilo pivotiranja, te koristeći pravilo maksimalnog prirasta funkcije cilja. **[1 poen]**
- b. Rješenje dobijeno pod a. provjerite putem grafičkog metoda. **[0.4 poena]**
- c. Rješenje dobijeno pod a. provjerite uz pomoć "linprog" funkcije u MATLAB-u (potrebno je navesti šta su bili ulazni podaci i šta je dobijeno kao izlaz). **[0.2 poena]**

Potrebno je da predate izvještaj koji sadrži postavku problema i kompletan tok rješavanja problema (ne samo krajnje rješenje) u .pdf formatu. Skenirani dokumenti se prihvataju, ali samo pod uvjetom da je rukopis čitak.

a)

Uradimo prvo sa Dantzigom. Postavimo naš matematički model:

$$\begin{aligned}\arg \max Z &= 32x_1 + 12x_2 \\4x_1 + 8x_2 &\leq 75 \\7x_1 + 3x_2 &\leq 54 \\5x_1 + 7x_2 &\leq 87 \\x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

Prilagodimo ga za simpleks:

$$\begin{aligned}\arg \max Z &= 32x_1 + 12x_2 \\4x_1 + 8x_2 + x_3 &= 75 \\7x_1 + 3x_2 + x_4 &= 54 \\5x_1 + 7x_2 + x_5 &= 87 \\x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &\geq 0\end{aligned}$$

Formirajmo simpleks tabelu i uradimo iteracije:

Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$x_3$	75	4	8	1	0	0
$x_4$	54	7	3	0	1	0
$x_5$	87	5	7	0	0	1
	0	32	12	0	0	0

Izabratи ћемо колону у којој је  $x_1$  jer је ту највећи коeficijent. Izabratи ћемо red у којем је  $x_4$  jer је  $54/7$  најмања vrijednost приликом дјелjenja  $b_i$  са  $x_1$  vrijedностима из колоне.

Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$x_3$	309/7	0	44/7	1	-4/7	0
$x_1$	54/7	1	3/7	0	1/7	0
$x_5$	339/7	0	34/7	0	-5/7	1
	-1728/7	0	-12/7	0	-32/7	0

Vidimo да нema više pozitivnih koeficijenata, samim tim je postupak završen.

Finalna rješenja su:  $Z = \frac{1728}{7}, x_1 = \frac{54}{7}, x_2 = 0, x_3 = \frac{309}{7}, x_4 = 0, x_5 = \frac{339}{7}$ .

Na osnovu ovih rješenja imamo optimum  $Z$  što predstavlja zaradu i treba proizvesti  $x_1$  kilograma da bi dobili taj optimum,  $x_2$  uopšte ne proizvodimo. Možemo zaključiti da je usko grlo mašina 2 tj. njeno vremensko ograničenje jer je preostalo vrijeme rada na njoj jednako 0. Preostalo vrijeme za rad mašine 1 je  $x_3$ , a preostalo vrijeme za mašinu 3 je  $x_5$  što predstavlja neiskorištavanje mašina tj. resursa.

Uradimo sada preko pravila maksimalnog prirasta.

Formirajmo simpleks tabelu i uradimo iteracije:

Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$x_3$	75	4	8	1	0	0
$x_4$	54	7	3	0	1	0
$x_5$	87	5	7	0	0	1
	0	32	12	0	0	0

Izračunajmo maximalne vrijednosti za obje kolone:

$$X = 32$$

$$75/4 = 18.75$$

$$\textcolor{blue}{54/7 = 7.71}$$

$$87/5 = 17.4$$

$$X = 12$$

$$\textcolor{blue}{75/8 = 9.375}$$

$$54/3 = 18$$

$$87/7 = 12.42$$

$$7.71 * 32 = 246.85 \text{ i } 12 * 9.375 = 112.5$$

Izabratи ћемо kolonu gdje je  $x_1$  jer je tu veća vrijednost. Ujedno i red u kojem je  $x_4$ .

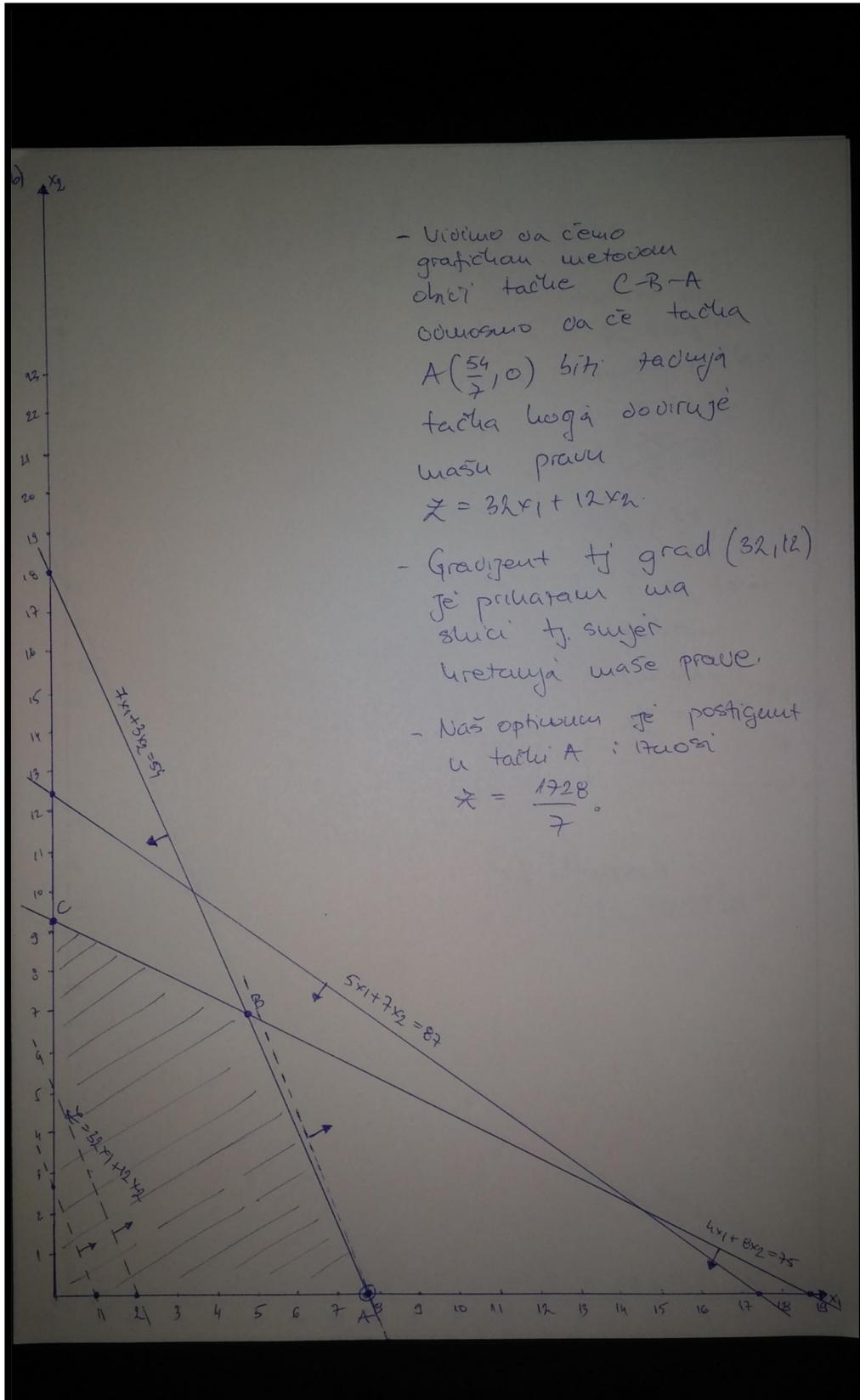
Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$x_3$	$\textcolor{blue}{309/7}$	0	$44/7$	1	$-4/7$	0
$x_1$	$\textcolor{blue}{54/7}$	1	$3/7$	0	$1/7$	0
$x_5$	$\textcolor{blue}{339/7}$	0	$34/7$	0	$-5/7$	1
	$-1728/7$	0	$-12/7$	0	$-32/7$	0

Vidimo da nema više pozitivnih koeficijenata, samim tim je postupak završen.

$$\text{Finalna rješenja su: } Z = \frac{1728}{7}, x_1 = \frac{54}{7}, x_2 = 0, x_3 = \frac{309}{7}, x_4 = 0, x_5 = \frac{339}{7}.$$

Zaključci su isti kao u prvom postupku.

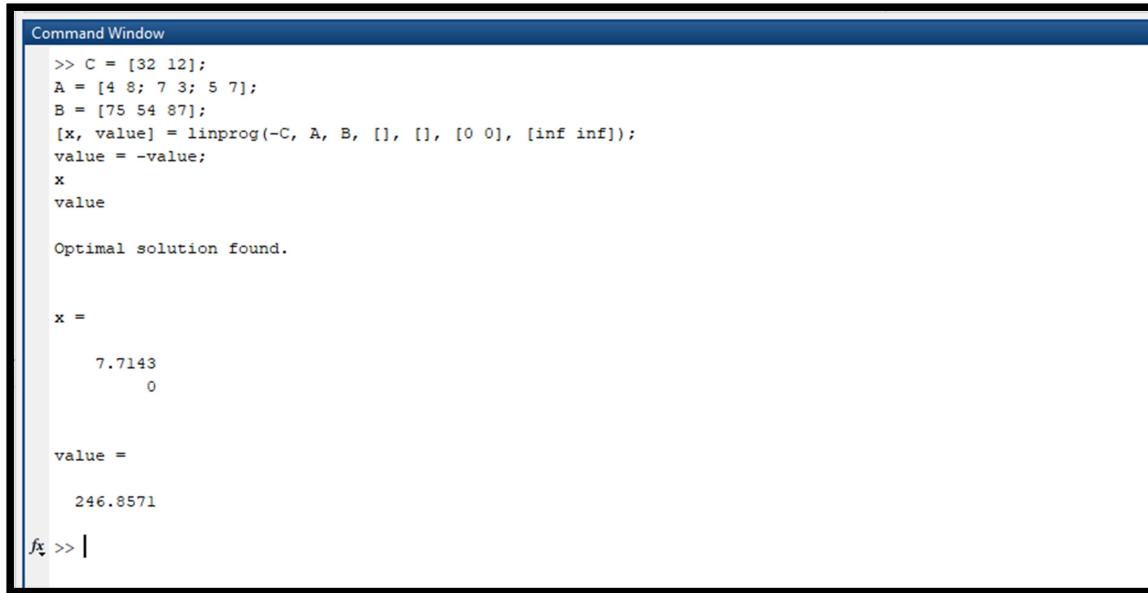
b)



Tačku A(54/7,0) smo dobili tako što smo uzeli našu pravu na kojoj ona leži i stavili da je naše  $x_2 = 0$ .

Vidimo da se grafički metod slaže sa simpleks metodom u rješenjima.

c)



```
Command Window
>> C = [32 12];
A = [4 8; 7 3; 5 7];
B = [75 54 67];
[x, value] = linprog(-C, A, B, [], [], [0 0], [inf inf]);
value = -value;
x
value

Optimal solution found.

x =
    7.7143
    0

value =
    246.8571

fz >> |
```

Vidimo da je  $x_1$  jednako  $54/7$ ,  $x_2$  je jednako 0, a Z jednako  $1728/7$ . Ulazni podaci su bili matrica A tj. koliko je potrebno sati za proizvodnju kilograma proizvoda pri svakoj mašini, ograničenja B tj. koliko maštne mogu raditi, također koeficijenti C tj. cijene  $x_1$  odnosno  $x_2$  po kilogramu. Kao rezultat linproga dobijamo tražene x vrijednosti tj. kilograme za oba proizvoda i vrijednost optimuma tj. ukupna zarada u KM.

# **Student: Mašović Haris**

## **Indeks: 17993**

### **Zadatak 2 [1 poen]**

Tri proizvoda pakuju se u jednu kutiju zapremine  $15 \text{ m}^3$ . Gustine ovih proizvoda su  $2.8 \text{ kg/m}^3$ ,  $3 \text{ kg/m}^3$  i  $2 \text{ kg/m}^3$  respektivno, a njihove prodajne cijene su 9 EUR/kg, 9 EUR/kg i 9 EUR/kg respektivno. Potrebno je odrediti koliko svakog od proizvoda (u kubnim metrima) treba smjestiti u kutiju da bi se ostvarila maksimalna vrijednost kutije, a da se pri tome ispoštuje dodatno ograničenje da težina kutije ne smije preći 10 kg.

- a. Riješite postavljeni problem uz pomoć simpleks metoda. Sve podatke koji se ne mogu tačno izraziti kao cijeli brojevi ili decimalni brojevi sa konačno mnogo i relativno malo decimala vodite u simpleks tabelama kao razlomke. Obavezno prodiskutirajte ne samo koliko treba kubnih metara proizvoda smjestiti u kutiju nego i koliko iznose "rezerve", odnosno koliko se još zapreminskih odnosno težinskih jedinica moglo još eventualno smjestiti u kutiju. Također istaknite koja su ograničenja "uska grla" koja sprečavaju da se postigne veća vrijednost kutije od dobijene optimalne vrijednosti. Problem riješite na dva načina: koristeći Dantzigovo pravilo pivotiranja, te koristeći pravilo maksimalnog prirasta funkcije cilja. **[0.8 poena]**
- b. Rješenje dobijeno pod a. provjerite uz pomoć "linprog" funkcije u MATLAB-u (potrebno je navesti šta su bili ulazni podaci i šta je dobijeno kao izlaz). **[0.2 poena]**

Potrebno je da predate izvještaj koji sadrži postavku problema i kompletan tok rješavanja problema (ne samo krajnje rješenje) u .pdf formatu. Skenirani dokumenti se prihvataju, ali samo pod uvjetom da je rukopis čitak.

Prvo ćemo formirati funkciju cilja, tako što ćemo gustine svakog proizvoda pomnožiti sa cijenama pojedinačnog proizvoda kako bismo dobili vrijednost x-ova u metrima kubnih.

$$9 \text{ [EUR/kg]} * 2.8 \text{ [kg/m}^3\text{]} = 25.2 \text{ [EUR/m}^3\text{]},$$

$$9 \text{ [EUR/kg]} * 3 \text{ [kg/m}^3\text{]} = 27 \text{ [EUR/m}^3\text{]},$$

$$9 \text{ [EUR/kg]} * 2 \text{ [kg/m}^3\text{]} = 18 \text{ [EUR/m}^3\text{]}.$$

Sad možemo predstaviti naš model.

a) Uradimo prvo sa Dantzigom. Postavimo naš matematički model:

$$\begin{aligned} \arg \max Z &= 25.2x_1 + 27x_2 + 18x_3 \\ 2.8x_1 + 3x_2 + 2x_3 &\leq 10 \\ x_1 + x_2 + x_3 &\leq 15 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Prilagodimo ga za simpleks:

$$\begin{aligned} \arg \max Z &= 25.2x_1 + 27x_2 + 18x_3 \\ 2.8x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &= 10 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_5 &= 15 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &\geq 0 \end{aligned}$$

Formirajmo simpleks tabelu i uradimo iteracije:

Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$x_4$	10	2.8	3	2	1	0
$x_5$	15	1	1	1	0	1
	0	25.2	27	18	0	0

Izabratи ћемо колону у којој је  $x_2$  jer је ту највећи коeficijent. Izabratи ћемо red у којем је  $x_4$ jer је  $10/3$  најмања vrijednost prilikom dijeljenja  $b_i$  sa  $x_2$  vrijedностима из колоне.

Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$x_2$	10/3	2.8/3	1	2/3	1/3	0
$x_5$	35/3	0.2/3	0	1/3	-1/3	1
	-90	0	0	0	-9	0

Vidimo da nema više pozitivnih koeficijenata, samim tim je postupak završen.

Finalna rješenja su:  $Z = 90, x_1 = 0, x_2 = \frac{10}{3}, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = \frac{35}{3}$ .

Vidimo da je ukupna dobit jednaka 90EUR, da će od ukupnih 15m kubnih drugi proizvod zauzeti  $10/3$ m kubnih, dok će  $35/3$ m kubnih biti prazno. Drugi proizvod će zauzeti cifru od 10kg, samim tim, uslov da je maximalno 10kg težina kutije predstavlja usko grlo ovdje. Također imamo degenerirano rješenje ovdje, što se vidi jer imamo 3 nule u koeficijentima. Ako izbacimo  $x_2$  a ubacimo neki drugi proizvod dobiti ћемо manju/veću kubnu vrijednost, ali ћемо dobiti isti optimum.

Uradimo sada preko pravila maksimalnog prirasta.

Formirajmo simpleks tabelu i uradimo iteracije:

Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$x_4$	10	<b>2.8</b>	3	2	1	0
$x_5$	15	1	1	1	0	1
	0	25.2	27	18	0	0

Izračunajmo maximalne vrijednosti za sve 3 kolone:

$$X = 25.2$$

$$\textcolor{blue}{10/2.8 = 3.57}$$

$$15/1 = 15$$

$$X = 27$$

$$\textcolor{blue}{10/3 = 3.333}$$

$$15/1 = 15$$

$$X = 18$$

$$\textcolor{blue}{10/2 = 5}$$

$$15/1 = 15$$

$$10/2.8 * 25.2 = 90 \text{ i } 10/3 * 27 = 90 \text{ i } 5 * 18 = 90$$

Vidimo da su iste vrijednosti, jer je degenerirano rješenje. Izabratи ћemo kolonu gdje je  $x_1$  ujedno i red u kojem je  $x_4$ .

Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$x_1$	<b>10/2.8</b>	1	3/2.8	2/2.8	1/2.8	0
$x_5$	<b>32/2.8</b>	0	-0.2/2.8	0.8/2.8	-1/2.8	1
	-90	0	0	0	-9	0

Finalna rješenja su:  $Z = 90$ ,  $x_1 = \frac{10}{2.8}$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 0$ ,  $x_4 = 0$ ,  $x_5 = \frac{32}{2.8}$ .

Isti zaključci važe i za ovu metodu.

b)

```
Command Window
>> A = [2.8 3 2; 1 1 1];
B = [10 15];
C = [25.2 27 18];

[x, value] = linprog(-C, A, B, [], [], [0 0 0], [inf inf inf]);
value = -value;
x
value

Optimal solution found.

x =
    3.5714
    0
    0

value =
    90

f1 >>
```

Vidimo da su  $x_1$  i  $Z$  jednaki kao pod a). Ulazni podaci su veličine proizvoda, tj. koeficijenti C. B predstavlja ograničenja u veličini kutije i težini kutije. A predstavlja matricu ograničenja tj. gustine svakih proizvoda odnosno težina. Kao izlaz imamo veličine svih proizvoda u m kubnim, tj. vidimo da u ovom slučaju veličina prvog proizvoda iznosi 3.57, dok za ostale iznosi 0. Ukupna zarada predstavlja value vrijednost tj. 90 EUR.

**Student: Mašović Haris**

**Indeks: 17993**

**Zadatak 3 [2.4 poena]**

Kod radio terapije, doza radijacije treba biti dovoljno velika da uništi maligne ćelije i dovoljno mala da poštedi zdrave ćelije u organizmu. Nakon analize utvrđeni su potrebni parametri za konkretnu terapiju. Uzimaju se četiri oblasti: zdrava anatomija, kritično tkivo, region tumora i centar tumora. Koriste se dvije vrste zraka. U tački ulaska prve zrake, sa jediničnim nivoom radijacije, prosječna apsorpcija zdrave anatomije je 0.35 kilorada, kritičnog tkiva 0.25 kilorada, regionala tumora 0.52 kilorada i centra tumora 0.65 kilorada. Analogni parametri za drugi tip zrake su 0.45, 0.1, 0.49 i 0.37 kilorada respektivno. Za kritično tkivo nivo apsorpcije ne smije prelaziti 3 kilorada, za regiju tumora mora biti tačno 5.5 kilorada, a za centar tumora barem 5.5 kilorada.

- a. Uz pomoć simpleks metoda pronađite koliko trebaju iznositi doze obje zrake u ulaznoj tački (u kiloradima) tako da se minimizira ukupna apsorpcija u zdravoj anatomiji. Sve podatke koji se ne mogu tačno izraziti kao cijeli brojevi ili decimalni brojevi sa konačno mnogo i relativno malo decimala vodite u simpleks tabelama kao razlomke. Obavezno prodiskutirajte ne samo kolike su optimalne doze obje zrake, nego i koliko iznose "rezerve" i "viškovi", odnosno koliko je pri optimalnim dozama još dozvoljeno zračiti kritično tkivo, odnosno koliki je premašaj doze zračenja centra tumora u odnosu na minimalno propisanu. Koristite Dantzigovo pravilo pivotiranja. **[0.8 poena]**
- b. Rješenje dobijeno pod a. provjerite putem grafičkog metoda. **[0.4 poena]**
- c. Rješenje dobijeno pod a. provjerite uz pomoć "`linprog`" funkcije u MATLAB-u (potrebno je navesti šta su bili ulazni podaci i šta je dobijeno kao izlaz). **[0.2 poena]**
- d. Ponovite ponovo rješavanje problema pod a. ukoliko se želi smanjiti apsorpcija u kritičnom tkivu sa 3 na 1.3 kilorada. **[0.5 poena]**
- e. Rješenje dobijeno pod d. provjerite putem grafičkog metoda. **[0.3 poena]**
- f. Rješenje dobijeno pod d. provjerite uz pomoć "`linprog`" funkcije u MATLAB-u (potrebno je navesti šta su bili ulazni podaci i šta je dobijeno kao izlaz). **[0.2 poena]**

Potrebno je da predate izvještaj koji sadrži postavku problema i kompletan tok rješavanja problema (ne samo krajnje rješenje) u `.pdf` formatu. Skenirani dokumenti se prihvataju, ali samo pod uvjetom da je rukopis čitak.

a) Postavimo naš matematički model:

$$\begin{aligned}\arg \min Z &= 0.35x_1 + 0.45x_2 \\ 0.25x_1 + 0.1x_2 &\leq 3 \\ 0.52x_1 + 0.49x_2 &= 5.5 \\ 0.65x_1 + 0.37x_2 &\geq 5.5 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

Prilagodimo ga za simpleks:

$$\begin{aligned}\arg \min Z &= 0.35x_1 + 0.45x_2 + Mx_4 + Mx_6 \\ 0.25x_1 + 0.1x_2 + x_3 &= 3 \\ 0.52x_1 + 0.49x_2 + x_4 &= 5.5 \\ 0.65x_1 + 0.37x_2 - x_5 + x_6 &= 5.5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geq 0\end{aligned}$$

Izrazimo  $x_4$  i  $x_6$  preko ostalih promjenljivih:

$$\begin{aligned}\arg \min Z &= 0.35x_1 + 0.45x_2 + M(5.5 - 0.52x_1 - 0.49x_2) + M(5.5 - 0.65x_1 \\ &\quad - 0.37x_2 + x_5)\end{aligned}$$

Formirajmo finalni matematički model:

$$\begin{aligned}\arg \max -Z &= (1.17M - 0.35)x_1 + (0.86 - 0.45)x_2 - 11M - x_5M \\ 0.25x_1 + 0.1x_2 + x_3 &= 3 \\ 0.52x_1 + 0.49x_2 + x_4 &= 5.5 \\ 0.65x_1 + 0.37x_2 - x_5 + x_6 &= 5.5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geq 0\end{aligned}$$

Formirajmo simpleks tabelu i uradimo iteracije:

Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_3$	3	1/4	1/10	1	0	0	0
$x_4$	11/2	13/25	49/100	0	1	0	0
$x_6$	11/2	13/20	37/100	0	0	-1	1
M	11	117/100	43/50	0	0	-1	0
	0	-7/20	-9/20	0	0	0	0

Vidimo da je najveća vrijednost 1.17 odnosno 117/100 shodno tome biramo kolonu u kojem je  $x_1$ . Dijeljenjem  $b_i$  sa svim vrijednostima iz  $x_1$  dobiti ćemo da je najmanja vrijednost u redu u kojem je  $x_6$ . Izbacujemo  $x_6$  a ubacujemo  $x_1$ .

Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_3$	23/26	0	-11/260	1	0	5/13	-5/13
$x_4$	11/10	0	97/500	0	1	4/5	-4/5
$x_1$	110/13	1	37/65	0	0	-20/13	20/13
M	11/10	0	97/500	0	0	4/5	-9/5
	77/26	0	-163/650	0	0	-7/13	7/13

Vidimo da je najveća vrijednost 0.8 odnosno 4/5 shodno tome biramo kolonu u kojem je  $x_5$ . Dijeljenjem  $b_i$  sa svim vrijednostima iz  $x_1$  dobiti ćemo da je najmanja vrijednost u redu u kojem je  $x_4$ . Izbacujemo  $x_4$  a ubacujemo  $x_5$ .

Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_5$
$x_3$	37/104	0	-141/1040	1	0
$x_5$	11/8	0	97/400	0	1
$x_1$	275/26	1	49/52	0	0
	385/104	0	-25/208	0	0

Vidimo da nema više pozitivnih koeficijenata i da je vrijednost M dostigla 0, samim tim je završen postupak. Vrijednost M je postala 0, vještačke promjenljive nam nisu bitne, samim tim nisu prikazane u zadnjoj tabeli.

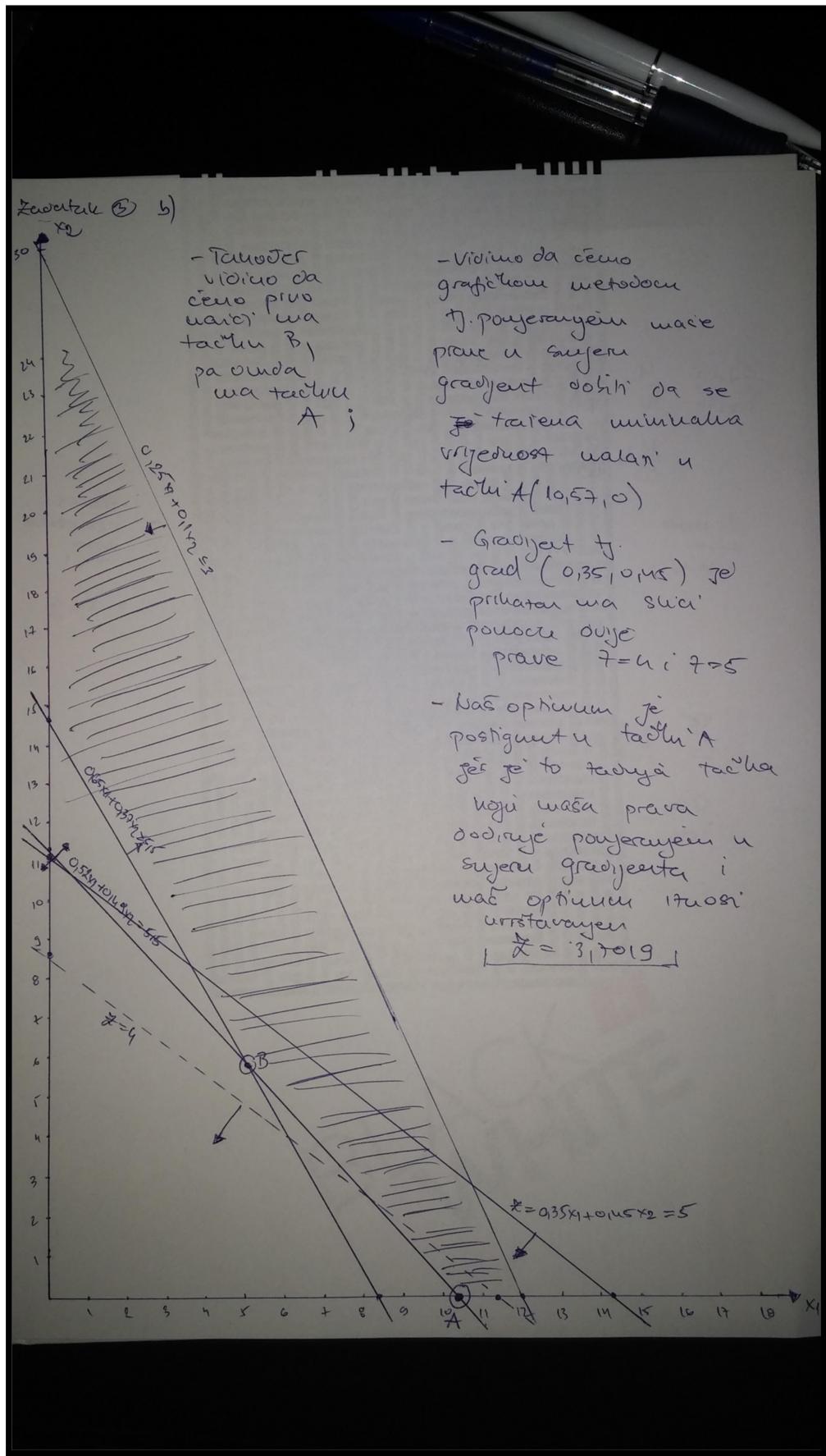
Finalna rješenja su:

$$Z = \frac{385}{104} = 3.7019, x_1 = \frac{275}{26} = 10.5769, x_2 = 0,$$

$$x_3 = \frac{37}{104} = 0.355769, x_5 = \frac{11}{8} = 1.375.$$

- Da se minimizira ukupna apsorpcija u zdravoj anatomiji tačke moraju biti  $x_1 = 10.5769$  i  $x_2 = 0$ . Najmanja vrijednost ukupne apsorpcije je  $Z = 3.7019$ .
- „Rezerva“ je  $x_3 = 0.355769$ , shodno je dozvoljeno zračiti kritično tkivo za 0.355769.
- „Višak“ je  $x_5 = 1.375$ , premašaj doze zračenja centra tumora u odnosu na minimalno propisanu 5.5 je 1.375.

b)



Tačku A(10.57,0) smo dobili tako što smo našoj pravoj na kojoj ona leži stavili da je  $x_2 = 0$ , pa smo iz tog dobili  $x_1$  odnosno tačku A.

c)

```

Command Window
>> C = [0.35 0.45];
A = [0.25 0.1; -0.65 -0.37];
B = [3 -5.5];
Aeq = [0.52 0.49];
Beq = [5.5];
[x,value] = linprog(C,A,B,Aeq,Beq, [0 0], [inf inf])

Optimal solution found.

x =
    10.5769
    0

value =
    3.7019

fx >> |

```

Kao vektor C poslali smo prosječne apsorpcije zdrave anatomije za obje zrake, kao matrica A i ujedno i AeQ (za slučajeve jednakosti) poslali smo koliko svaka zraka sadrži kilorada. Kao vektor B smo poslali ograničenja tj. nivo apsorpcije za sumu obje zrake, ujedno i BeQ (za slučajeve jednakosti).

Kao rezultat dobijamo naše zrake (x-ovi) tj. nivo apsorpcija pri čemu je najmanja vrijednosti odnosno optimum tj. value, koji zadovoljava postavljena ograničenja za zrake.

d) Postavimo naš matematički model:

$$\begin{aligned}
 \arg \min Z &= 0.35x_1 + 0.45x_2 \\
 0.25x_1 + 0.1x_2 &\leq 1.3 \\
 0.52x_1 + 0.49x_2 &= 5.5 \\
 0.65x_1 + 0.37x_2 &\geq 5.5 \\
 x_1, x_2 &\geq 0
 \end{aligned}$$

Prilagodimo ga za simpleks:

$$\begin{aligned}
 \arg \min Z &= 0.35x_1 + 0.45x_2 + Mx_4 + Mx_6 \\
 0.25x_1 + 0.1x_2 + x_3 &= 1.3 \\
 0.52x_1 + 0.49x_2 + x_4 &= 5.5 \\
 0.65x_1 + 0.37x_2 - x_5 + x_6 &= 5.5 \\
 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geq 0
 \end{aligned}$$

Izrazimo  $x_4$  i  $x_6$  preko ostalih promjenljivih:

$$\arg \min Z = 0.35x_1 + 0.45x_2 + M(5.5 - 0.52x_1 - 0.49x_2) + M(5.5 - 0.65x_1 - 0.37x_2 + x_5)$$

Formirajmo finalni matematički model:

$$\arg \max -Z = (1.17M - 0.35)x_1 + (0.86 - 0.45)x_2 - 11M - x_5M$$

$$\begin{aligned} 0.25x_1 + 0.1x_2 + x_3 &= 1.3 \\ 0.52x_1 + 0.49x_2 + x_4 &= 5.5 \\ 0.65x_1 + 0.37x_2 - x_5 + x_6 &= 5.5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geq 0 \end{aligned}$$

Formirajmo simpleks tabelu i uradimo iteracije:

Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_3$	13/10	1/4	1/10	1	0	0	0
$x_4$	11/2	13/25	49/100	0	1	0	0
$x_6$	11/2	13/20	37/100	0	0	-1	1
M	11	117/100	43/50	0	0	-1	0
	0	-7/20	-9/20	0	0	0	0

Vidimo da je najveća vrijednost 1.17 odnosno 117/100 shodno tome biramo kolonu u kojem je  $x_1$ . Dijeljenjem  $b_i$  sa svim vrijednostima iz  $x_1$  dobiti ćemo da je najmanja vrijednost u redu u kojem je  $x_3$ . Izbacujemo  $x_3$  a ubacujemo  $x_1$ .

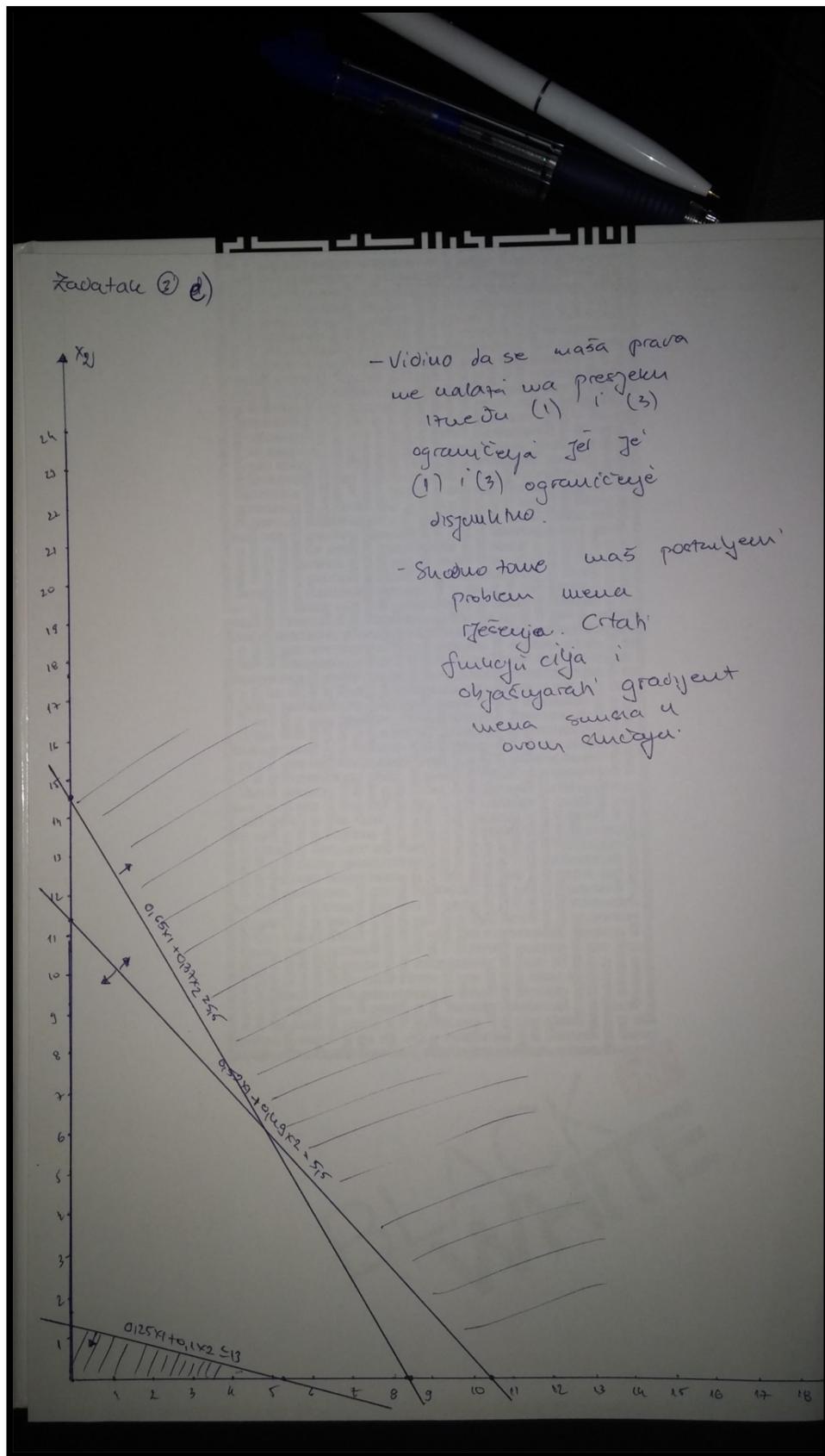
Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	26/5	1	2/5	4	0	0	0
$x_4$	699/250	0	141/500	-52/25	1	0	0
$x_6$	53/25	0	11/100	-13/5	0	-1	1
M	1229/250	0	49/125	-117/25	0	-1	0
	91/50	0	-31/100	7/5	0	0	0

Vidimo da je najveća vrijednost 49/125 shodno tome biramo kolonu u kojem je  $x_2$ . Dijeljenjem  $b_i$  sa svim vrijednostima iz  $x_1$  dobiti ćemo da je najmanja vrijednost u redu u kojem je  $x_4$ . Izbacujemo  $x_4$  a ubacujemo  $x_2$ .

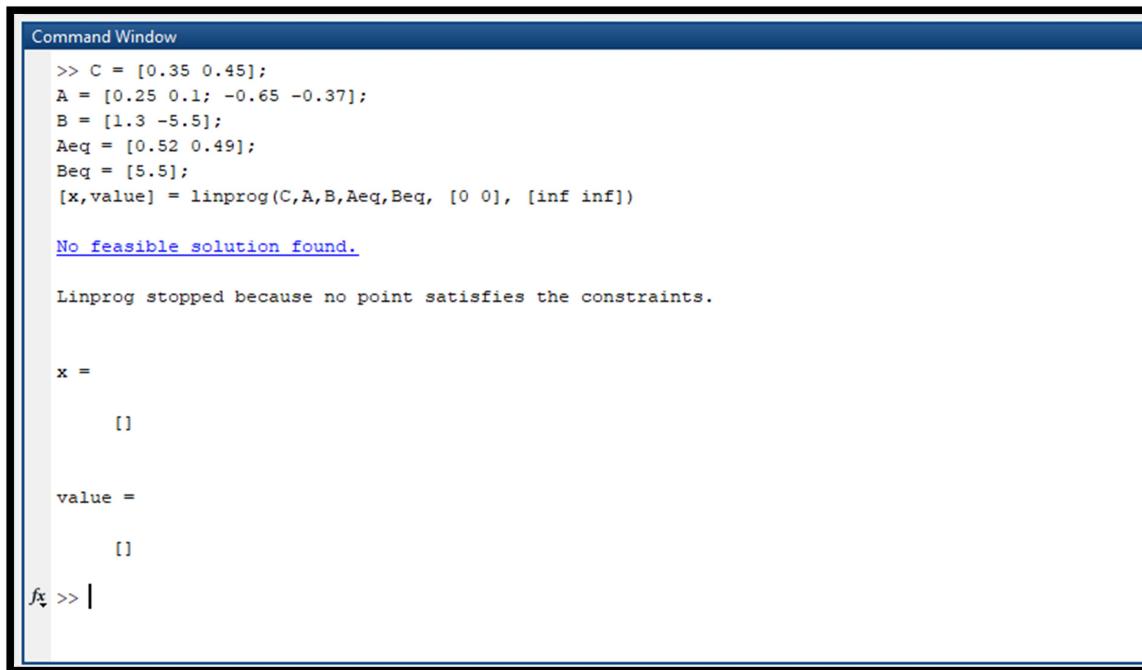
Baza	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	58/47	1	0	980/141	-200/141	0	0
$x_2$	466/47	0	1	-1040/141	500/141	0	0
$x_6$	2419/2350	0	0	-1261/705	-55/141	-1	1
M	2419/2350	0	0	-1261/705	-196/141	-1	0
	230/47	0	0	-125/141	155/141	0	0

Vidimo da koeficijenti unutar M reda su svi manji od nule, ali vještačka promijenljiva  $x_6$  nije izašla iz baze, samim tim naš problem nema rješenja.

e)



f)



The image shows a screenshot of the MATLAB Command Window. The window title is "Command Window". The code entered is:

```
>> C = [0.35 0.45];
A = [0.25 0.1; -0.65 -0.37];
B = [1.3 -5.5];
Aeq = [0.52 0.49];
Beq = [5.5];
[x,value] = linprog(C,A,B,Aeq,Beq, [0 0], [inf inf])

No feasible solution found.

Linprog stopped because no point satisfies the constraints.

x =
[]

value =
[]

fx >> |
```

The output indicates that there is no feasible solution found, and the optimization process was stopped because no point satisfies the constraints. The variables `x` and `value` are both empty arrays, and the final value `fx` is also empty.

Kao vektor C poslali smo prosječne apsorpcije zdrave anatomije za obje zrake, kao matrica A i ujedno i AeQ (za slučajeve jednakosti) poslali smo koliko svaka zraka sadrži kilorada. Kao vektor B smo poslali ograničenja tj. nivo apsorpcije za sumu obje zrake, ujedno i BeQ (za slučajeve jednakosti).

Kao rezultat dobijamo da za postavljeni problem mi nemamo niti jednu tačku tj. dvije zrake koje zadovoljavaju da budu rješenje.