

# Zadaća 1

iz predmeta Matematička logika i teorija izračunljivosti

Prezime i ime: Mašović Haris

Br. indexa: 17993

Zadatak	Bodovi
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Elektrotehnički fakultet Sarajevo

1. Rješenje zadatka

(a) Ako je 2 faktor broja  $n$  i ako je 3 faktor broja, tada je 6 faktor broja  $n$ .

Ukoliko uvedemo oznake:

A - 2 faktor broja  $n$ ;

B - 3 faktor broja  $n$ ;

C - 6 faktor broja  $n$ ;

Forma iskazne algebre glasi:  $AB \Rightarrow C$

(b) Ako je  $n$  prost broj, tada je  $n$  neparan ili jednak 2.

Ukoliko uvedemo oznake:

A -  $n$  prost broj;

B -  $n$  neparan;

C - jednak je 2;

Forma iskazne algebre glasi:  $A \Rightarrow B \vee C$

(c) Ova petlja će se izvršiti tačno  $N$  puta ako ne sadrži **return** ili **break**.

Ukoliko uvedemo oznake:

A - petlja će se izvršiti tačno  $N$  puta;

B - sadrži **return**;

C - sadrži **break**;

Forma iskazne algebre glasi:  $\neg(B \vee C) \Rightarrow A$

2. Rješenje zadatka

(a) Ako je decimalni zapis broja  $r$  konačan, tada je broj  $r$  racionalan.

Ukoliko uvedemo oznake:

A - decimalni zapis broja  $r$  je konačan

B - broj  $r$  je racionalan.

Forma iskazne algebre glasi:  $A \Rightarrow B$

Ukoliko izraz negiramo imamo:

$$\overline{A \Rightarrow B} = \overline{\overline{A} \vee B} = A\overline{B}$$

Što u prevodu znači:

Decimalni zapis broja  $r$  je konačan, ali broj  $r$  nije racionalan.

(b) Postojanje dva ugla od  $45^\circ$  u trouglu je dovoljan uvjet da bi taj trougao bio pravougli.

Ukoliko uvedemo oznake:

A - Postoje dva ugla od  $45^\circ$  u trouglu

B - Trougao je pravougli

Forma iskazne algebre glasi:  $A \Rightarrow B$

Ukoliko izraz negiramo imamo:

$$\overline{A \Rightarrow B} = \overline{A \vee B} = A\overline{B}$$

Što u prevodu znači:

Postoje dva ugla od  $45^\circ$ , ali trougao nije pravougli.

(c) Cijeli broj je paran ako i samo ako je jednak nekom proizvodu nekog drugog cijelog broja i broja 2.

Ukoliko uvedemo oznake:

A - Cijeli broj Z je paran

B - Z je jednak proizvodu nekog drugog cijelog broja i broja 2

Forma iskazne algebre glasi:  $A \Leftrightarrow B$

Ukoliko izraz negiramo imamo:

$$\overline{Z} = \overline{A \Leftrightarrow B} = \overline{AB \vee \overline{AB}} = \overline{AB} \wedge \overline{\overline{AB}} = (A \vee \overline{B})(\overline{A} \vee B) = A\overline{B} \vee \overline{A}B = A \nabla B$$

Što u prevodu znači:

Ili je cijeli broj Z paran ili je Z jednak proizvodu nekog drugog cijelog broja i broja 2.

### 3. Rješenje zadatka

Iskaz:  $(p \vee (\neg q \Rightarrow r)) \wedge s \vee (s \Leftrightarrow r) \wedge q$

Ukoliko označimo izraze (radi lakšeg snalaženja):

1 -  $\top$  (tačno); 0 -  $\perp$  (netačno);

A -  $p \vee (\neg q \Rightarrow r)$

B -  $A \wedge s$

C -  $s \Leftrightarrow r$

D -  $C \wedge q$

Čitav iskaz -  $B \vee D$

Imamo sljedeću tabelu:

q	p	r	s	$\neg q$	$\neg q \Rightarrow r$	A	B	C	D	$B \vee D$
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

#### 4. Rješenje zadatka

Primjenom aksioma iskazne algebre minimizirajte izraze:

(a)

$$\begin{aligned} &[(A \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)] \Leftrightarrow [(A \Rightarrow C) \Rightarrow (B \Rightarrow D)] = [(\overline{A \Rightarrow B}) \vee (C \Rightarrow D)] \Leftrightarrow [(\overline{A \Rightarrow C}) \vee (B \Rightarrow D)] = \\ &= [A\overline{B} \vee \overline{C} \vee D] \Leftrightarrow [A\overline{C} \vee \overline{B} \vee D] = [A\overline{B} \vee \overline{C} \vee D][A\overline{C} \vee \overline{B} \vee D] \vee [\overline{A\overline{B} \vee \overline{C} \vee D}][\overline{A\overline{C} \vee \overline{B} \vee D}] \end{aligned}$$

\* Ukoliko posmatramo lijevu stranu disjunkcije imamo:

$$\begin{aligned} [A\overline{B} \vee \overline{C} \vee D][A\overline{C} \vee \overline{B} \vee D] &= A\overline{B} \overline{C} \vee A\overline{B} \vee A\overline{B}D \vee A\overline{C} \vee \overline{B} \overline{C} \vee D\overline{C} \vee A\overline{C}D \vee \overline{B}D \vee D = \\ &= A\overline{B} \vee A\overline{C} \vee \overline{B} \overline{C} \vee D \end{aligned}$$

\* Ukoliko posmatramo desnu stranu disjunkcije imamo:

$$\begin{aligned} [\overline{AB \vee C \vee D}][\overline{AC \vee B \vee D}] &= (\overline{A \vee B})C\overline{D}[(\overline{A \vee C})B\overline{D}] = [\overline{ACD} \vee BCD\overline{D}][(\overline{A \vee C})B\overline{D}] = \\ &= [\overline{ACD} \vee BCD\overline{D}][\overline{ABD} \vee CBD\overline{D}] = AC\overline{D}B \vee \overline{A}BCD\overline{D} \vee BCD\overline{D} = BCD\overline{D}(A \vee \overline{A}) \vee BCD\overline{D} = BCD\overline{D} \end{aligned}$$

\* Ukoliko disjunkciju napišemo na sljedeći način imamo:

$$\begin{aligned} \overline{\overline{AB \vee AC \vee B \vee C \vee D \vee BCD}} &= \overline{(\overline{A \vee B})(\overline{A \vee C})(\overline{B \vee C}) \overline{D}(\overline{B \vee C \vee D})} = \\ &= \overline{(\overline{A \vee B})(\overline{A \vee C})(\overline{B \vee C})(\overline{B \vee D \vee D \vee C})} = \overline{(\overline{A \vee BC})(\overline{B \vee C \vee D \vee C \vee B \vee D})} = \overline{\overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D} \vee \overline{A} \overline{C} \overline{B} \overline{D}} = \\ &= \overline{\overline{A} \overline{D}(\overline{B \vee C \vee B \vee C})} = \overline{\overline{A} \vee \overline{D} \vee \overline{B \vee C}} = \overline{\overline{A} \vee \overline{D} \vee (B \vee C)} \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\overline{\overline{B(A \vee B)} \vee \overline{A(\overline{B \vee C})}} &= B(A \vee B) \wedge \overline{\overline{A(\overline{B \vee C})}} = B(A \vee B)[A \vee (B \vee C)] = \\ &= B(A\overline{C} \vee \overline{A}C)[A \vee (B\overline{C} \vee \overline{B}C)] = (A\overline{C} \vee \overline{A}C)(AB \vee B\overline{C}) = AB\overline{C} \vee ABC = AB\overline{C}\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}A\overline{B} \vee B\overline{C} \vee AC &= A\overline{B} \vee B\overline{C} \vee AC(B \vee \overline{B}) = A\overline{B} \vee B\overline{C} \vee ABC \vee A\overline{B}C = \\ &= A\overline{B} \vee B\overline{C}A \vee \overline{C}B\overline{A} \vee ABC = A\overline{B} \vee AB \vee \overline{A}B\overline{C} = A \vee \overline{A}B\overline{C} = (A \vee \overline{A})(A \vee B)(A \vee \overline{C}) = \\ &= (A \vee B)(A \vee \overline{C}) = A \vee B\overline{C}\end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned}A \vee (B \vee C) \vee (C \Rightarrow B) &= A \vee (B\overline{C} \vee \overline{B}C) \vee (\overline{C} \vee B) = A \vee B\overline{C} \vee \overline{B}C \vee \overline{C} \vee B = \\ &= A \vee \overline{B}C \vee \overline{C} \vee B = A \vee \overline{B}C \vee \overline{C} \vee BC \vee B\overline{C} = A \vee C \vee \overline{C} = A \vee \top = \top\end{aligned}$$

## 5. Rješenje zadatka

\* Ukoliko označimo sljedeće rečenice iskazima:

A - Automobil je ispravan

S - Urađen je servis

V - Automobil je spreman za vožnju

L - Svijetli lampica upozorenje na kvar

\* Možemo formulirati (na osnovu teksta) sljedeći iskaz:

$$\begin{aligned}(A \Leftrightarrow S)(S \Rightarrow V)(\overline{V} \vee L)(\overline{A} \Rightarrow L)\overline{L} &= (AS \vee \overline{A} \overline{S})(\overline{S} \vee V)(\overline{V} \vee L)(A \vee L)\overline{L} = \\ (AS \vee \overline{A} \overline{S})(\overline{S} \vee V)(\overline{V} \vee L)(A\overline{L}) &= (AS \vee \overline{A} \overline{S})(\overline{S} \vee V)(\overline{V}A\overline{L}) = (AS \vee \overline{A} \overline{S})(\overline{S} \vee V)\overline{L} = \perp\end{aligned}$$

\*\* Možemo zaključiti da ovaj skup rečenica nije konzistentan.

## 6. Rješenje zadatka

\* Ukoliko svaku izjavu označimo sa slovima:

A - Johnny: Bobby je ubio Maxa.

B - Lenny: Vinnie nije ubio maxa.

C - Bobby: Vinnie je sa Johnnym pucao u boce na zidu kada je Max pao.

D - Vinnie: Bobby nije ubio Maxa.

\* Intuitivno možemo zaključiti sljedeće:

Očigledno je bio ili Bobby ili Vinnie, što se vidi iz izjava, pa možemo napraviti 2 slučaja:

1) Ako je Bobby ubio Maxa, važi A,B,C ali ne i D što se protivrječi postavci zadatka koja kaže da 3 izjave su lažne. Samim tim Bobby nije ubio Maxa.

2) Ako je Vinnie ubio Maxa, A,B,C ne važe i važi samo D, što se poklapa sa postavkom zadatka zadatka koja kaže da 3 izjave su lažne. Samim tim Vinnie je ubio Maxa.

\* Dalje možemo zaključiti da je  $A = \overline{D}$

\* Formalnim putem možemo napisati iskaz:

$$(A \overline{B} \overline{C} \overline{D}) \vee (\overline{A} B \overline{C} \overline{D}) \vee (\overline{A} \overline{B} C \overline{D}) \vee (\overline{A} \overline{B} \overline{C} D) = (\overline{D} \overline{B} \overline{C}) \vee (D \overline{B} \overline{C}) = \overline{B} \overline{C}$$

\*\* Odavde možemo zaključiti da je Vinnie ubio Maxa i da Vinnie nije sa Johnnym pucao u boce na zidu kada je Max pao (što je logično).