Zadaća 5

iz predmeta Diskretna matematika

Prezime i ime: Šehalić Mirza

Broj indeksa: 17324

Grupa: DM-RI4

Odgovorni demonstrator: Emir Baručija

Elektrotehnički fakultet Sarajevo

1. Dat je periodični diskretni signal perioda 6, čije vrijednosti u trenucima 0, 1, 2, 3, 4 i 5 respektivno iznose 3, –3, –3, 9, –4 i 2.
a) Predstavite ovaj diskretni signal formulom u kojoj se javlja cijeli dio broja;
b) Predstavite ovaj signal diskretnim Fourierovim redom;
c) Odredite amplitudni i fazni spektar za ovaj signal i predstavite ga u vidu sume harmonika.

a) Svaki periodični signal osnovnog perioda N se može izraziti kao suma N članova u kojima figurira funkcija "cijeli dio broja":

$x_n = x_{-1} + \sum_{k=0}^{N-1}(x_k - x_{k-1})\lfloor\frac{n-k}{N}\rfloor$

Poznate su nam vrijednosti x_n za N[0..5] pa uvrštavanjem imamo:

$\underline{x_n = 2 + 1\cdot\lfloor\frac{n}{6}\rfloor - 6\cdot\lfloor\frac{n-1}{6}\rfloor + 0\cdot\lfloor\frac{n-2}{6}\rfloor + 12\cdot\lfloor\frac{n-3}{6}\rfloor - 13\cdot\lfloor\frac{n-4}{6}\rfloor + 6\cdot\lfloor\frac{n-5}{6}\rfloor}$

b) Svaki periodični diskretni signal se može izraziti kao suma konačno mnogo harmonijskih diskretnih signala. Oblik diskretnog Fourierovog reda:

$$x_n = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\lfloor N/2 \rfloor} a_k\ cos\frac{2k\pi}{N}n + b_k\ sin\frac{2k\pi}{N}n$$

$$a_k = \frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n\ cos\frac{2k\pi}{N}n,\ \ k = 0, 1, ..., \lfloor\ \frac{N}{2}\ \rfloor$$

$$b_k = \frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n\ sin\frac{2k\pi}{N}n,\ \ k = 0, 1, ..., \lfloor\ \frac{N}{2}\ \rfloor$$

Treba napomenuti da se kod računanja a_k za k=N/2 ispred sume javlja 1/N (umjesto 2/N) kada je N paran broj.

Računanjem dobijamo sljedeće koeficijente:

$\boxed{a_0 = 4/3}$ $\boxed{a_1 = -1}$ $\boxed{a_2 = 16/3}$ $\boxed{a_3 = -2}$

$\boxed{b_1 = 2\cdot\sqrt{3}/3}$ $\boxed{b_2 = \sqrt{3}}$ $\boxed{b_3 = 0}$

Pa je naš diskretni Fourierov red:

$\underline{x_n = \frac{4}{3} - 1\cdot cos\frac{\pi}{3}n + 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot sin\frac{\pi}{3}n + \frac{16}{3}\cdot cos\frac{2\pi}{3}n + \sqrt{3}\cdot sin\frac{2\pi}{3}n}$

c) Odredimo amplitudni i fazni spektar signala:

$$x_n = \sum_{k=0}^{\lfloor N/2 \rfloor} A_k\ sin(\frac{2k\pi}{N}n + \varphi_k)\ (*)$$

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \varphi_k = arctg\frac{a_k}{b_k}$$

Iz čega slijedi:

$\boxed{A_0 = 4/3}$ $\boxed{A_1 = \sqrt{21}/9}$ $\boxed{A_2 = \sqrt{283}/3}$ $\boxed{A_3 = 2}$

$\boxed{\phi_0 = \pi/2}$ $\boxed{\phi_1 = arctg(-\sqrt{3}/2)}$ $\boxed{\phi_2 = arctg((16\cdot\sqrt{3})/9)}$ $\boxed{\phi_3 = \pi/2}$

Nakon što raspišemo izraz za x_n sa dobijenim vrijednostima, imamo:

$\underline{x_n = \frac{4}{3}\cdot sin(\frac{\pi}{2}n) + \frac{\sqrt{21}}{3}\cdot sin(\frac{\pi}{3}n + arctg(\frac{-\sqrt{3}}{2})) + \sqrt{283}/3\cdot sin(\frac{2\pi}{3}n + arctg(\frac{16\cdot\sqrt{3}}{9})) + 2\cdot sin(\pi n + \frac{\pi}{2})}$

2. Ispitajte koji su od sljedećih diskretnih signala periodični a koji nisu. Za one koji jesu, nađite osnovni period N:
a) $sin(2n\pi/15) + 3cos(5n\pi/21 + \pi/4)$
b) $3 + cos^2(12n\pi/5 - 1)$
c) $3 \cdot sin(2n\pi + \pi/3) - 2 \cdot cos(3n\pi - \pi/2)$
d) $\lfloor n/5 \rfloor + \lfloor (n-3)/5 \rfloor$
Odgovori moraju biti obrazloženi, inače se neće priznavati!

a) $f = sin(2n\pi/15) + 3cos(5n\pi/21 + \pi/4)$
Najprije ćemo rastaviti funkciju na prvi i drugi dio:
$f_1(x) = sin(2n\pi/15)$ *i* $f_2(x) = 3cos(5n\pi/21 + \pi/4)$
Period prvog dijela je očigledno 15, obzirom da se po formuli $T = \frac{2\pi}{w}$ lako dobije da je $w =$ 15, pa je i $\boxed{T_1 = 15}$.
Što se tiče drugog dijela funkcije, računanje perioda je nešto složenije. Prije svega moramo shvatiti da $\frac{\pi}{4}$ nema utjecaja na period funkcije obzirom da ne ovisi od n i njen period je 0. Ostaje nam prvi dio f_2, odnosno $sin(3cos(\frac{5n\pi}{21}))$ čiji je period jednak $T = \frac{2\pi}{\frac{5\pi}{21}}$, odnosno $\boxed{T_2 = \frac{42}{5}}$. Ono što preostaje jeste da nađemo najmanji zajednički sadržilac za vrijednosti perioda iz dva dijela naše funkcije, tj. NZS (42, 15) = 210, što je i period naše funkcije T.
$\boxed{T_f = 210}$

b) $f = 3 + cos^2(12n\pi/5 - 1)$
Ono što je evidentno kod ove funkcije jeste činjenica da se moramo riješiti kvadrata kosinusa u izrazu. To je najlakše učiniti koristeći formulu za polovinu ugla kod kosinusa: $cos^2\frac{x}{2} = \frac{1+cosx}{2}$. *Stoga pišemo:*
$$f = 3 + \frac{1+cos2(12n\pi/5-1)}{2}$$
$$f = 3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot cos2(12n\pi/5 - 1)$$
Iz ovog oblika funkcije možemo očitati $w = 2 \cdot 12\pi/5$, pa je period funkcije $T_f = \frac{2\pi}{2 \cdot \frac{12\pi}{5}}$,
odnosno $\boxed{T_f = \frac{5}{12}}$

c) $f = 3 \cdot sin(2n\pi + \pi/3) - 2 \cdot cos(3n\pi - \pi/2)$
Ovdje također možemo primijeniti metod razdvajanja funkcije na dvije pomoćne funkcije, kao u dijelu pod a) pa imamo:
$f_1(x) = 3 \cdot sin(2n\pi + \pi/3)$ *i* $f_2(x) = -2 \cdot cos(3n\pi - \pi/2)$.
Na periode funkcija ne utiču elementi $\frac{\pi}{3}$ i $\frac{-\pi}{2}$, kao što je objašnjeno u dijelu pod a).
Stoga za T_1 imamo $T_1 = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$, a za T_2 imamo $T_2 = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}$.
Potrebno je još naći NZS(1,2/3) = 2, što je i period naše polazne funkcije f.
$\boxed{T_f = 2}$

d) $f = \lfloor n/5 \rfloor + \lfloor (n-3)/5 \rfloor$

Ova funkcija je monotono neopadajuća i kao takva nije periodična. Međutim, postupak traženja izvoda zbira dvije "floor" funkcije nije nimalo jednostavan, stoga je jednostavnije pokazati da "floor" ni u kom slučaju nije periodična funkcija na cijelom svome domenu. To je najlakše pokazati tako što ćemo naći barem jedno x za koje ne vrijedi osnovni uslov periodičnosti (f(x) = f(x+c)), odnosno da za bilo koji pozitivan c, postoji barem jedno x za koje formula ne vrijedi.

Ukoliko se pronađe takvo x da njegov zbir sa c producira različit rezultat funkcije (tj. f(x) $\neq$ f(x+c)), pokazat ćemo da funkcija nije periodična na cijelome domenu.

Najbolji primjer je ako uzmemo $x = \frac{-c}{2}$. Vrijedi: $f(\frac{-c}{2}) = \lfloor \frac{-c}{2} \rfloor$ tj. $f(x) < 0$.

Međutim, također vrijedi i $x + c = \frac{-c}{2} + c = \frac{c}{2}$, tj. $f(x+c) = \lfloor \frac{c}{2} \rfloor \geq 0$.

Kako smo dobili da je f(x) striktno negativan broj, a f(x+c) pozitivan broj ili nula, vrijedi f(x) $\neq$ f(x+c) i funkcija "floor" nije periodična na svome domenu za pozitivne brojeve pa ni naša funkcija f nije periodična.

3. Odredite i nacrtajte amplitudno-frekventnu i fazno-frekventnu karakteristiku diskretnog sistema opisanog diferentnom jednačinom $y_n - 3y_{n-1} = -7x_n - 2x_{n-1}$, a nakon toga, odredite odziv ovog sistema na periodični signal iz Zadatka 1. Uputa: razmotrite prolazak svakog od harmonika posebno.

Nađimo prvo funkciju sistema H(z). Ako stavimo $x_n = z^n$, onda vrijedi da je $y_n = z^n H(z)$.

Naša diferentna jednačina postaje: $z^n H(z) - 3z^{n-1}H(z) = -7z^n - 2z^{n-1}$

Odavde je $H(z) = \frac{-7z^n - 2z^{n-1}}{z^n - 3z^{n-1}} = \frac{-7z^2 - 2z}{z^2 - 3z}$

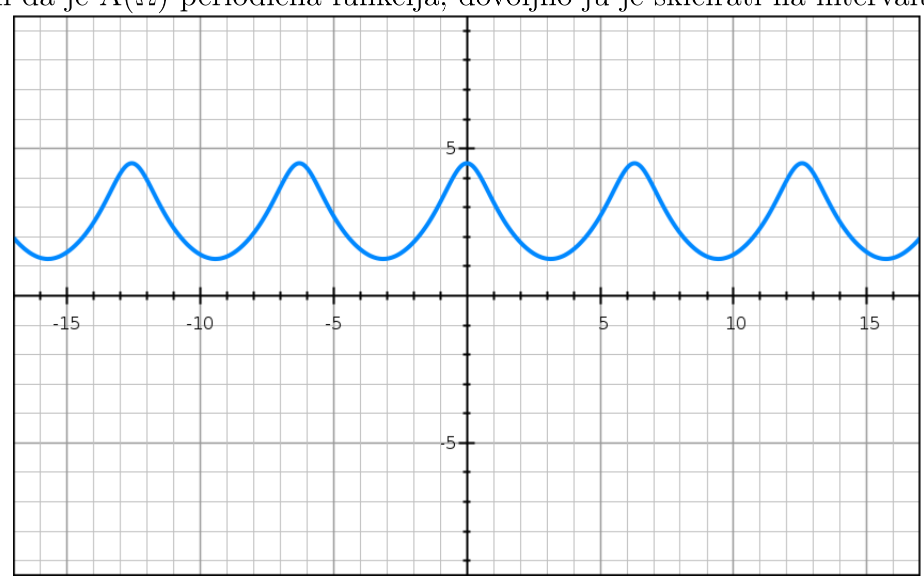
Amplitudno-frekventnu karakteristiku nalazimo kao:

$A(\Omega) = |He^{i\Omega}|$.

$$\mathrm{A}(\Omega) = |\frac{-7e^{2i\Omega} - 2e^{i\Omega}}{e^{2i\Omega} - 3e^{i\Omega}}| = |\frac{2+7e^{i\Omega}}{3-e^{i\Omega}}| = |\frac{2+7(cos\Omega + i \cdot sin\Omega)}{3-(cos\Omega + i \cdot sin\Omega)}| = \sqrt{\frac{(2+7cos\Omega)^2 + 49sin^2\Omega}{(3-cos\Omega)^2 + sin^2\Omega}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4+28cos\Omega + 49cos^2\Omega + 49sin^2\Omega}{9-6cos\Omega + cos^2\Omega + sin^2\Omega}} = \sqrt{\frac{53+28cos\Omega}{10-6cos\Omega}}$$

Obzirom da je A(Ω) periodična funkcija, dovoljno ju je skicirati na intervalu [-π, π]:



Nađimo sada fazno-frekventnu karakteristiku $\Phi(\omega)$:

$$\Phi(\Omega) = \arg\frac{(2+7\cdot cos\Omega+7\cdot i\cdot sin\Omega)}{3-(cos\Omega+i\cdot sin\Omega)} = \arg\frac{(2+7\cdot cos\Omega+7\cdot i\cdot sin\Omega)\cdot(3-cos\Omega-i\cdot sin\Omega)}{(3-cos\Omega+i\cdot sin\Omega)\cdot(3-cos\Omega-i\cdot sin\Omega)} =$$

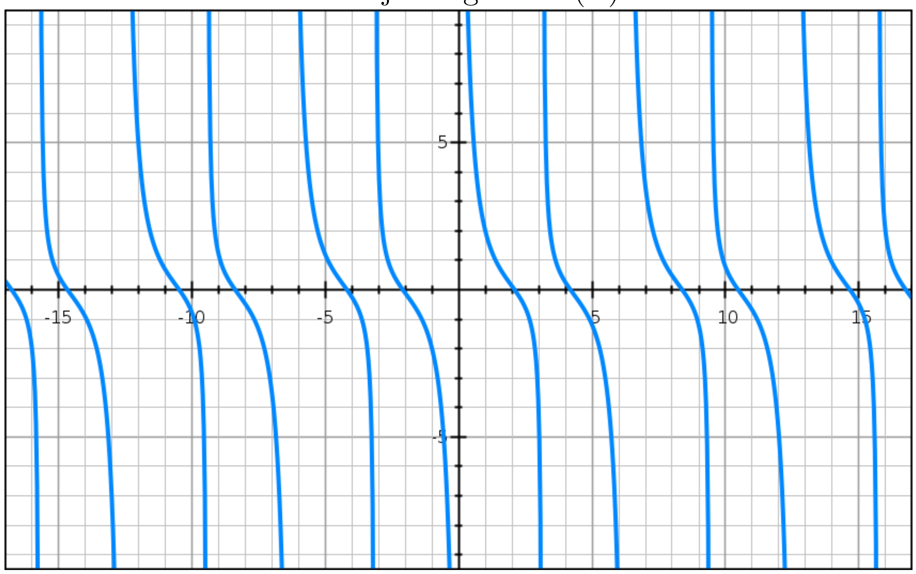
$$= \arg\frac{7sin^2(\Omega)+19\cdot i\cdot sin(\Omega)-7\cdot cos^2(\Omega)+19\cdot cos(\Omega)-14\cdot i\cdot sin(\Omega)\cdot cos(\Omega)+6}{10-6cos\Omega} =$$

$$= \arg[\frac{7sin^2(\Omega)-7\cdot cos^2(\Omega)+19\cdot cos(\Omega)+6}{10-6cos\Omega} + i\cdot\frac{-14\cdot sin(\Omega)\cdot cos(\Omega)+19\cdot sin(\Omega)}{10-6cos\Omega}]$$

Vrijedi arg = arctg (Im(z)/Re(z)) ukoliko je Re(z) $>$ 0 pa imamo:

$$\Phi(\Omega) = \frac{6+19cos(\Omega)-7cos(2\Omega)}{19sin(\Omega)-7sin(2\Omega)}$$

Skicirajmo i grafik $\Phi(\Omega)$:



Preostaje nam još samo da odredimo odziv sistema na periodični signal iz prvog zadatka:

$$y_n = -7x_n - 2x_{n-1} + 3y_{n-1}.$$

Obzirom da je sistem kauzalan (ne ovisi od budućih vrijednosti x_n), tj. iz x_n=0 za n$<$0 slijedi y_n=0 za n$<$0, imamo:

$$y_0 = -7x_0 - 2x_{-1} + 3y_{-1}$$
$$y_1 = -7x_1 - 2x_0 + 3y_0$$
$$y_2 = -7x_2 - 2x_1 + 3y_1$$
$$y_3 = -7x_3 - 2x_2 + 3y_2$$

Sada ćemo razmotriti prolazak svakog od harmonika iz prvog zadatka posebno:

$$\underline{1.\ x_n = \frac{4}{3}\cdot sin(\frac{\pi}{2}n)}$$

$$y_0 = -7\cdot 0 - 2\cdot 0 + 3\cdot 0 = 0$$
$$y_1 = -7\cdot\frac{4}{3} - 2\cdot 0 + 3\cdot 0 = \frac{-28}{3}$$
$$y_2 = -7\cdot 0 - 2\cdot 1 + 3\cdot\frac{-28}{3} = \text{-30}$$
$$y_3 = -7\frac{-4}{3} - 2\cdot 0 + 3\cdot -30 = \frac{-242}{3}$$

$$\underline{2.\ x_n = \frac{\sqrt{21}}{3}\cdot sin(\frac{\pi}{3}n + arctg(\frac{-\sqrt{3}}{2}))}$$

$$y_0 = -7\cdot -1 - 2\cdot 0 + 3\cdot 0 = 7$$
$$y_1 = -7\cdot 0.5 - 2\cdot -1 + 3\cdot 7 = 19.5$$
$$y_2 = -7\cdot 1.5 - 2\cdot 0.5 + 3\cdot 19.5 = 47$$
$$y_3 = -7\cdot 1 - 2\cdot 1.5 + 3\cdot 47 = 131$$

$$\underline{3.\ x_n = \sqrt{283}/3 \cdot sin(\tfrac{2\pi}{3}n + arctg(\tfrac{16\cdot\sqrt{3}}{9}))}$$

$$y_0 = -7 \cdot \tfrac{16}{3} - 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = \tfrac{-112}{3}$$
$$y_1 = -7 \cdot \tfrac{-7}{6} - 2 \cdot \tfrac{16}{3} + 3 \cdot \tfrac{-112}{3} = \text{-114.5}$$
$$y_2 = -7 \cdot \tfrac{-25}{6} - 2 \cdot \tfrac{-7}{6} + 3 \cdot -114.5 = \text{-312}$$
$$y_3 = -7 \cdot \tfrac{16}{3} - 2 \cdot \tfrac{-25}{6} + 3 \cdot -312 = \text{-965}$$

$$\underline{4.\ x_n = 2 \cdot sin(\pi n + \tfrac{\pi}{2})}$$

$$y_0 = -7 \cdot 2 - 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = \text{-14}$$
$$y_1 = -7 \cdot -2 - 2 \cdot 2 + 3 \cdot -14 = \text{-32}$$
$$y_2 = -7 \cdot 2 - 2 \cdot -2 + 3 \cdot -32 = \text{-106}$$
$$y_3 = -7 \cdot -2 - 2 \cdot 2 + 3 \cdot -106 = \text{-308}$$

4. Nađite z-transformaciju sekvence $x_n = (n^2 cos(\frac{n\pi}{6}) + \frac{(-1)^n}{(2n+1)!})u_{n-2}$. Pri tome se po potrebi možete koristiti tablicama i osobinama z-transformacije.

Prvi dio sekvence je oblika $n^k y_n$, pa možemo postepeno tražiti z-transformaciju tog dijela izraza:

$$\text{Y(z)} = \text{Z}\{\cos(\tfrac{n\pi}{6})\} = \frac{z(z-cos(\pi/6))}{z^2-2zcos(\pi/6)+1} = \frac{z(z-\sqrt{3}/2)}{z^2-\sqrt{3}z+1} = \frac{z^2-\sqrt{3}z}{2(z^2-\sqrt{3}z+1)}.$$

Prema pravilu za transformaciju sekvenci oblika $n^k y_n$, imamo:

$$\text{X(z)} = (\text{-z}\tfrac{d}{dz})^2\text{Y(z)} = -z\tfrac{d}{dz}[-z\tfrac{d}{dz}(\frac{z^2-\sqrt{3}z}{2(z^2-\sqrt{3}z+1)})] = -z\tfrac{d}{dz}[\frac{2z-\sqrt{3}}{2(z^2-\sqrt{3}z+1)^2}] =$$
$$= \boxed{z\frac{-3z^2+3\sqrt{3}z-2}{(z^2-\sqrt{3}z+1)^3}}$$

Sada treba naći z-transformaciju za drugi dio sekvence, odnosno $\frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$. Potrebno je razdvojiti ovu sekvencu na $(-1)^n \cdot \frac{1}{(2n+1)!}$. Z-transformaciju prvog dijela možemo očitati iz tablice kao Z$\{(-1)^n\} = \frac{z}{z+1}$, dok z-transformacija drugog dijela glasi:

$$\text{Z}\{\tfrac{1}{(2n+1)!}\} = \sqrt{z} \cdot \frac{e^{1/\sqrt{z}} - e^{-1/\sqrt{z}}}{2} = \boxed{\sqrt{z} \cdot sinh(\tfrac{1}{\sqrt{z}})}$$

Z-transformacija drugog dijela izraza je shodno ovome: $\boxed{\sqrt{z} \cdot sin(\frac{1}{\sqrt{z}})}$

Preostaje nam još primijeniti posljednje pravilo, a to je izvedeno pravilo za Z$\{y_n u_{n-k}\}$ = Y(z) - $\sum_{i=0}^{k-1} y_i z^{-i}$

Konačna z-transformacija naše sekvence će biti:

$$\text{z}\{x_n\} = \text{Y(z) - } y_0 \text{ - } y_1 z^{-1} = z\frac{-3z^2+3\sqrt{3}z-2}{(z^2-\sqrt{3}z+1)^3} + \sqrt{z} \cdot sin(\tfrac{1}{\sqrt{z}}) - 1 - (\tfrac{\sqrt{3}}{2} - \tfrac{1}{6})z^{-1} =$$
$$= \boxed{z\frac{-3z^2+3\sqrt{3}z-2}{(z^2-\sqrt{3}z+1)^3} + \sqrt{z} \cdot sin(\tfrac{1}{\sqrt{z}}) - \frac{2z-\sqrt{3}}{2z}}$$

5. Dat je diskretni sistem opisan diferentnom jednačinom $5y_{n+3} - 7y_{n+2} = 3x_{n+3} + 2x_n$. Nađite odziv ovog sistema na pobudu $x_n = n\ cos(2n\pi/3)u_n$. Rješenje treba izraziti u obliku u kojem se ne javljaju kompleksni brojevi.

Iz diferentne jednačine se neposredno može naći funkcija sistema kao:

$$\text{H(z)} = \frac{3z^3+2}{5z^3+7z^2} = \frac{3z^3+2}{z^2(5z+7)}$$

Nađimo z-transformaciju za pobudu $x_n = n\ cos(2n\pi/3)u_n$:

$$Z\{cos(2n\pi/3)\} = \frac{z(z-cos(2n\pi/3))}{z^2-2zcos(2n\pi/3)+1} = \frac{z(z+1/2)}{z^2+z+1}$$

Prema osobinama z-transformacije možemo pisati:

$$Z\{\text{n } cos(2n\pi/3)\} = -z\frac{d}{dz}[\frac{z(z+1/2)}{z^2+z+1}] = -z\frac{(2z+1/2)(z^2+z+1)-z(z+1/2)(2z+1)}{(z^2+z+1)^2} =$$

$$= \boxed{-z\frac{z(z^2+4z+1)}{2(z^2+z+1)^2}}$$

6. Neki linearni, stacionarni i kauzalni sistem ima impulsni odziv $h_n = (172+84n)(-5)^n - 47\delta_n + 30\delta_{n-1}$ za n ≥ 0 i hn $= 0$ za n < 0. Nađite impulsni odziv h_n' inverznog sistema ovog sistema koristeći tehnike zasnovane na z-transformaciji.
Provjerite rezultat tako što ćete naći vrijednosti hn' za n = 0 .. 5 postupkom diskretne dekonvolucije.

Prema teoremi o konvoluciji, ako sistem δ ima funkciju sistema H(z), tada njegov inverzni sistem δ^{-1} ima funkciju sistema $\frac{1}{H(z)}$. Dakle, funkcija sistema δ^{-1}:

$$\frac{1}{(172+84n)(-5)^n-47\delta_n+30\delta_{n-1}}$$

Postupak diskretne dekonvolucije:

$$h_0' = \frac{1}{h_0} = \frac{1}{172-47} = \frac{1}{125}$$

U općem slučaju (za n = 0..5): $h_n' = -\frac{1}{h_0}\sum_{k=0}^{5} h_k' h_{n-k}$, pa imamo:

$$h_1' = -\frac{1}{125}(\frac{1}{125}\cdot h_1) =$$
$$= -\frac{1}{125}(\frac{1}{125}\cdot(256\cdot -5+30)) =$$
$$= -\frac{1}{125}(\frac{1}{125}\cdot -1250) =$$
$$= -\frac{1}{125}(-10) =$$
$$= \boxed{\frac{10}{125}}$$

$$h_2' = -\frac{1}{125}(\frac{1}{125}\cdot h_2 + \frac{10}{125}\cdot h_1) =$$
$$= -\frac{1}{125}(\frac{1}{125}\cdot 8500 + \frac{10}{125}\cdot -1250) =$$
$$= -\frac{1}{125}(68-100) =$$
$$= -\frac{1}{125}(-32) =$$
$$= \boxed{\frac{32}{125}}$$

$$h_3' = -\frac{1}{125}(\frac{1}{125}\cdot h_3 + \frac{10}{125}\cdot h_2 + \frac{32}{125}\cdot h_1) =$$
$$= -\frac{1}{125}(\frac{1}{125}\cdot -53000 + \frac{10}{125}\cdot 8500 + \frac{32}{125}\cdot -1250) =$$
$$= -\frac{1}{125}(-424+680-320) =$$
$$= -\frac{1}{125}(-64) =$$
$$= \boxed{\frac{64}{125}}$$

$$h_4' = -\frac{1}{125}(\frac{1}{125}\cdot h_4 + \frac{10}{125}\cdot h_3 + \frac{32}{125}\cdot h_2 + \frac{64}{125}\cdot h_1) =$$
$$= -\frac{1}{125}(\frac{1}{125}\cdot 317500 + \frac{10}{125}\cdot -53000 + \frac{32}{125}\cdot 8500 + \frac{64}{125}\cdot -1250) =$$
$$= -\frac{1}{125}(2540-4240+2176-640) =$$
$$= -\frac{1}{125}(-164) =$$
$$= \boxed{\frac{164}{125}}$$

$$h_5' = -\frac{1}{125}(\frac{1}{125}\cdot h_5 + \frac{10}{125}\cdot h_4 + \frac{32}{125}\cdot h_3 + \frac{64}{125}\cdot h_2 + \frac{164}{125}\cdot h_1) =$$
$$= -\frac{1}{125}(\frac{1}{125}\cdot -1850000 + \frac{10}{125}\cdot 317500 + \frac{32}{125}\cdot -53000 + \frac{64}{125}\cdot 8500 + \frac{164}{125}\cdot -1250) =$$

$$= -\frac{1}{125}(-14800 + 25400 - 13568 + 4352 - 1640) =$$
$$= -\frac{1}{125}(-256) =$$
$$= \boxed{\frac{256}{125}}$$

Ovime smo potvrdili rezultate dobijene tehnikama zasnovanim na z-transformaciji.

7. Data su dva diskretna sistema opisana diferentnim jednačinama $5y_n + 6y_{n\check{}1} + y_{n\check{}2} = 4x_n - 5x_{n\check{}1} i 2y_n + y_{n\check{}1} = x_n + 2x_{n\check{}1}$. Nađite diferentne jednačine kojima se opisuju paralelna i serijska (kaskadna) veza ova dva sistema, a nakon toga odredite odziv serijske veze ovih sistema na pobudu $x_n = sin^3(n\pi/2), n \in$ (u krajnjem rješenju ne smiju figurirati kompleksni brojevi). Uputa: razmotrite kako glase funkcije sistema paralelne odnosno serijske veze dva sistema ukoliko su poznate njihove funkcije sistema i kako možete rekonstruisati diferentnu jednačinu koja opisuje neki sistem ukoliko znate njegovu funkciju sistema. Što se tiče pobude x_n, razmotrite kako se ona može prikazati u vidu linearne kombinacije pobuda oblika z_n.

8.