

Zadaća 5

iz predmeta **Diskretna Matematika**

Prezime i ime: Mašović Haris

Br. indexa: 17993

Demonstrator: Rijad Muminović

Grupa: RI - 4

Zadatak	Bodovi
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

1. Rješenje zadatka

Zadatak 1 [0.5 poena]

a) Predstavite ovaj diskretni signal formulom u kojoj se javlja cijeli dio broja.

Svaki periodičan signal perioda N može se izraziti formulom u kojoj figurira cijeli dio broja na sljedeći način:

$$x_n = x_{-1} + \sum_{k=0}^{N-1} (x_k - x_{k-1}) \lfloor \frac{n-k}{N} \rfloor$$

U zadanom primjeru poznate su vrijednosti x_n a $n = [0, 5]$ i one redom iznose -9, -6, 2, -2, 5 i -2. Zbog periodičnosti, poznata je i vrijednost $x_{-1} = x_5 = -2$. Uvrštavanjem ovih vrijednosti u navedenu formulu dobija se sljedeći izraz:

$$x_n = -2 - 7 \cdot \lfloor \frac{n}{6} \rfloor + 3 \cdot \lfloor \frac{n-1}{6} \rfloor + 8 \cdot \lfloor \frac{n-2}{6} \rfloor - 4 \cdot \lfloor \frac{n-3}{6} \rfloor + 7 \cdot \lfloor \frac{n-4}{6} \rfloor - 7 \cdot \lfloor \frac{n-5}{6} \rfloor$$

b) Predstavite ovaj signal diskretnim Fourierovim redom.

Svaki periodični signal sa periodom N također je moguće izraziti preko diskretnog Fourierovog reda. Njegov oblik i koeficijenti dati su formulama:

$$x_n = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\lfloor N/2 \rfloor} a_k \cos \frac{2k\pi}{N} n + b_k \sin \frac{2k\pi}{N} n$$

$$a_k = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos \frac{2k\pi}{N} n, \quad k = 0, 1, \dots, \lfloor \frac{N}{2} \rfloor$$

$$b_k = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \sin \frac{2k\pi}{N} n, \quad k = 0, 1, \dots, \lfloor \frac{N}{2} \rfloor$$

Iznimku pri upotrebi ove formule predstavlja situacija kada je N paran broj, jer se tada pri računanju koeficijenta a_k za $k = N/2$ ispred sume umjesto faktora $2/N$ javlja faktor $1/N$. Također, b_k za takvo k jednako nuli za parno N . Potrebni koeficijenti su:

$$a_0 = -4 \quad a_1 = \frac{-29}{6} \quad a_2 = \frac{-7}{2} \quad a_3 = \frac{8}{3}$$

$$b_1 = \frac{-7 \cdot \sqrt{3}}{6} \quad b_2 = \frac{-\sqrt{3}}{6} \quad b_3 = 0$$

Diskretni Fourierov red glasi:

$$x_n = -2 + \frac{-29}{6} \cos \frac{\pi}{3} n + \frac{-7 \cdot \sqrt{3}}{6} \sin \frac{\pi}{3} n + \frac{-7}{2} \cos \frac{2\pi}{3} n + \frac{-\sqrt{3}}{6} \sin \frac{2\pi}{3} n + \frac{8}{3} \cos \pi n$$

c) Odredite amplitudni i fazni spektar za ovaj signal i predstavite ga u vidu sume harmonika.

$$x_n = \sum_{k=0}^{\lfloor N/2 \rfloor} A_k \sin\left(\frac{2k\pi}{N}n + \varphi_k\right) (*)$$

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \varphi_k = \arctg \frac{a_k}{b_k}$$

pa imamo:

$$A_0 = 4 \quad A_1 = \frac{\sqrt{247}}{3} \quad A_2 = \frac{\sqrt{111}}{3} \quad A_3 = \frac{8}{3}$$

$$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \quad \varphi_1 = \arctg \frac{29}{7\sqrt{3}} \quad \varphi_2 = \arctg \frac{21}{\sqrt{3}} \quad \varphi_3 = \frac{\pi}{2}$$

Uvrštavanje vrijednosti u (*) imamo:

$$x_n = 4 \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \frac{\sqrt{247}}{3} \sin\left(\frac{\pi}{3}n + \arctg \frac{29}{7\sqrt{3}}\right) + \frac{\sqrt{111}}{3} \sin\left(\frac{2\pi}{3}n + \arctg \frac{21}{\sqrt{3}}\right) + \frac{8}{3} \sin\left(\pi n + \frac{\pi}{2}\right)$$

2. Rješenje zadatka

Zadatak 2 [0.4 poena]