

שאלה 1: הוכחת שוויונות עומק קשרי

נסמן ב- $d(\varphi)$ את העומק הקשרי של פסוק φ . העומק הקשרי מוגדר כמספר הגדול ביותר של קשרים בדרך מן הקשר הראשי אל פסוק אטומי כלשהו.

א. הוכחת השוויון $d(\neg\varphi) = d(\varphi) + 1$

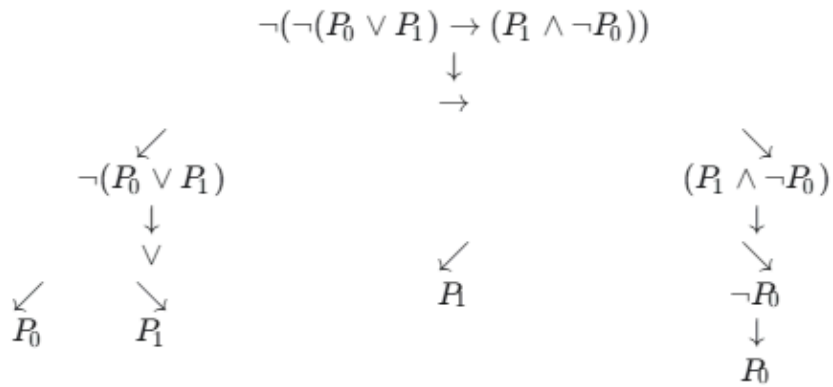
1. הפסוק $\neg\varphi = \varphi'$ הוא פסוק שלילה.
2. הקשר הראשי של φ' הוא \neg .
3. הפסוק φ הוא התת-פסוק המידי היחיד של φ' .
4. הדרך הארוכה ביותר לאטום כלשהו בתוך φ היא $d(\varphi)$.
5. הוספת הקשר הראשי \neg מוסיפה צעד אחד לכל הדרכים אל האטומים בתוך φ .
6. לכן, הדרך הארוכה ביותר לאטום בתוך φ' היא $d(\varphi)$ בתוספת הקשר הראשי \neg .
7. כלומר: $d(\neg\varphi) = d(\varphi) + 1$.

ב. הוכחת השוויון $d((\varphi \underline{Q} \psi)) = \max\{d(\varphi), d(\psi)\} + 1$

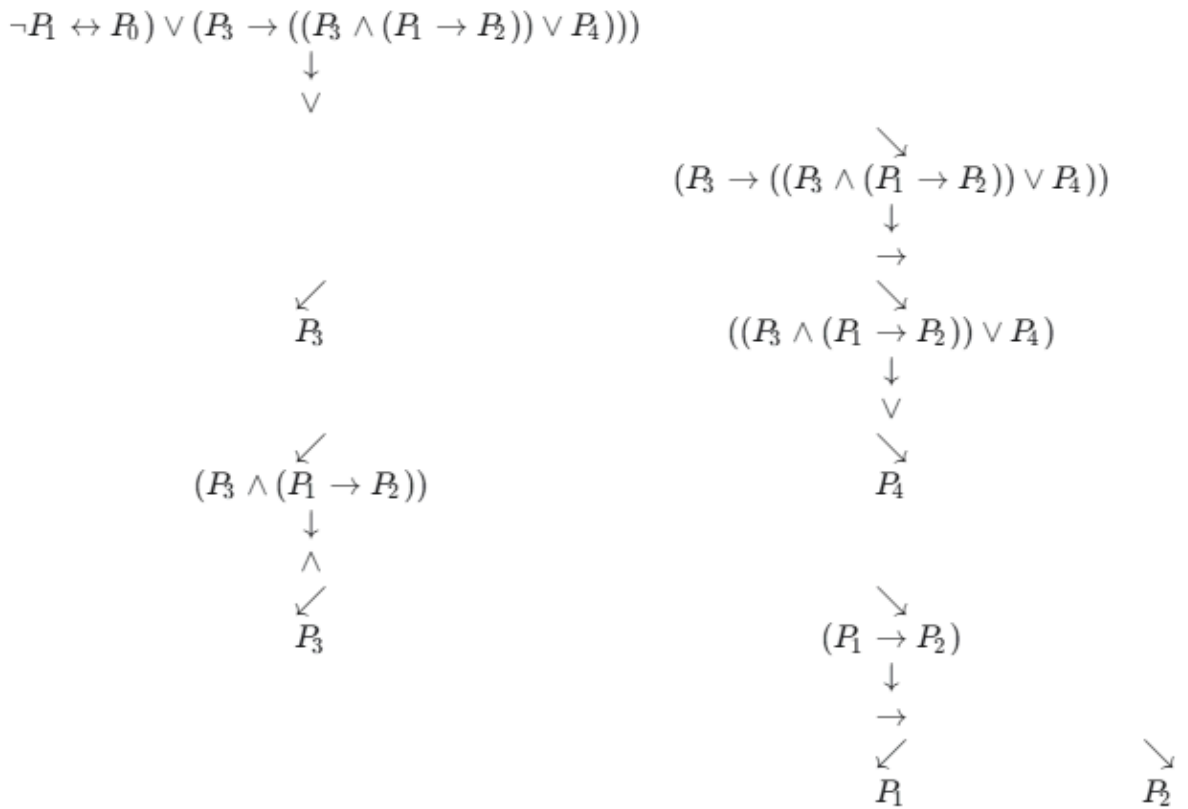
1. הפסוק $(\varphi \underline{Q} \psi) = \varphi'$ הוא פסוק מקושר, כאשר \underline{Q} הוא קשר דו-מקומי.
2. הקשר הראשי של φ' הוא \underline{Q} .
3. התת-פסוקים המידיים של φ' הם φ ו- ψ .
4. הדרך הארוכה ביותר לאטום בתוך φ' תעבור דרך הקשר הראשי \underline{Q} ותמשיך או דרך φ או דרך ψ .
5. אורך הדרך המקסימלי מן הקשר הראשי אל אטום בתוך תת-הפסוקים הוא $\max\{d(\varphi), d(\psi)\}$.
6. הוספת הקשר הראשי \underline{Q} מוסיפה צעד אחד לדרך המקסימלית.
7. כלומר: $d((\varphi \underline{Q} \psi)) = \max\{d(\varphi), d(\psi)\} + 1$.

שאלה 2: עץ המבנה (עץ הגזירה)

2. (א) הפסוק: $\neg(\neg(P_0 \vee P_1) \rightarrow (P_1 \wedge \neg P_0))$



2. (ב) הפסוק: $((\neg P_1 \leftrightarrow P_0) \vee (P_3 \rightarrow ((P_3 \wedge (P_1 \rightarrow P_2)) \vee P_4)))$



שאלה 3: הגדרות רקורסיביות

3. (א) פונקציה $f : E \rightarrow \mathbb{N}$ המוגדרת באמצעות $0, f(\psi_1) + 1, \max\{f(\psi_1), f(\psi_2)\} + 1$.

i. קביעת קבוצת המטרה והפונקציות f_e, C_-, C_Q :

- קבוצת המטרה $(A) : \mathbb{N}$ (קבוצת המספרים הטבעיים).
- פונקציית הבסיס $(f_e) : E_0 \rightarrow \mathbb{N}$ מוגדרת $f_e(\psi) = 0$ לכל $\psi \in E_0$.
- פונקציית הקשר האונרי $(C_-) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ מוגדרת $C_-(x) = x + 1$.
- פונקציית הקשר הבינארי $(C_Q) : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ מוגדרת $C_Q(x_1, x_2) = \max\{x_1, x_2\} + 1$.

ii. מה מחשבת הפונקציה f : הפונקציה f מחשבת את העומק הקשרי של הפסוק.

3. (ב) פונקציה f המוגדרת עם $f_e \equiv 1, C_-(x) = x + 1, C_Q(x_1, x_2) = x_1 + x_2 + 1$.

מה מחשבת הפונקציה f :

הפונקציה f מחשבת את סך מספר האטומים והקשרים בפסוק (כלומר, את אורך הפסוק, למעט סוגריים).

- בסיס $(f_e) : f(\psi) = 1$ לכל אטום (סופר את האטום עצמו).
- קשר אונרי $(C_-) : f(\neg\psi_1) = f(\psi_1) + 1$ (מוסיף 1 לקשר \neg).
- קשר בינארי $(C_Q) : f(\psi_1 Q \psi_2) = f(\psi_1) + f(\psi_2) + 1$ (מחבר את הספירה של תתי-הפסוקים ומוסיף 1 לקשר Q).

3. (ג) הגדרת פונקציה f המחזירה את מספר הסוגריים בפסוק.

1. צורה מפורשת:

$$f(\psi) = \begin{cases} 0 & \psi \in E_0 \\ f(\psi_1) & \psi = \neg\psi_1 \\ f(\psi_1) + f(\psi_2) + 2 & \psi = (\psi_1 Q \psi_2) \end{cases}$$

2. פירוט רכיבים (f_e, C_-, C_Q) :

- קבוצת המטרה $(A) : \mathbb{N}$.
- פונקציית הבסיס $(f_e) : E_0 \rightarrow \mathbb{N}$ מוגדרת $f_e(\psi) = 0$ לכל $\psi \in E_0$.
- פונקציית הקשר האונרי $(C_-) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ מוגדרת $C_-(x) = x + 1$.
- פונקציית הקשר הבינארי $(C_Q) : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ מוגדרת $C_Q(x_1, x_2) = x_1 + x_2 + 2$.