

שאלה 1: הוכחת שוויונות עומק קשרי

נסמן ב- $d(\varphi)$ את העומק הקשרי של פסוק φ . העומק הקשור מוגדר כמספר הגדל ביותר של קשרים בדרך כלל מן הקשר הראשי אל פסוק אטומי כלשהו.

a. הוכחת השוויון 1 $d(\neg\varphi) = d(\varphi) + 1$

1. הפסוק $\neg\varphi = \neg' \varphi$ הוא פסוק שלילה.

2. הקשר הראשי של $\neg' \varphi$ הוא \neg .

3. הפסוק φ הוא התת-פסוק המידי היחיד של \neg' .

4. הדרך הארוכה ביותר לאטום כלשהו בתחום φ היא $d(\varphi)$.

5. הוספת הקשר הראשי \neg מוסיפה צעד אחד לכל הדרכים אל האטומים בתחום φ .

6. לכן, הדרך הארוכה ביותר לאטום בתחום φ היא $d(\varphi) + 1$ בתוספת הקשר הראשי \neg .

7. כלומר: $d(\neg\varphi) = d(\varphi) + 1$

b. הוכחת השוויון 1 $d((\varphi Q \psi)) = \max\{d(\varphi), d(\psi)\} + 1$

1. הפסוק $(\varphi Q \psi) = \varphi' \psi'$ הוא פסוק מקוואר, כאשר \underline{Q} הוא קשר דו-מקומי.

2. הקשר הראשי של φ' הוא \underline{Q} .

3. התת-פסוקים המידיים של φ' הם φ ו- ψ .

4. הדרך הארוכה ביותר לאטום בתחום φ' תעבור דרך הקשר הראשי \underline{Q} ותמשיך או דרך φ או דרך ψ .

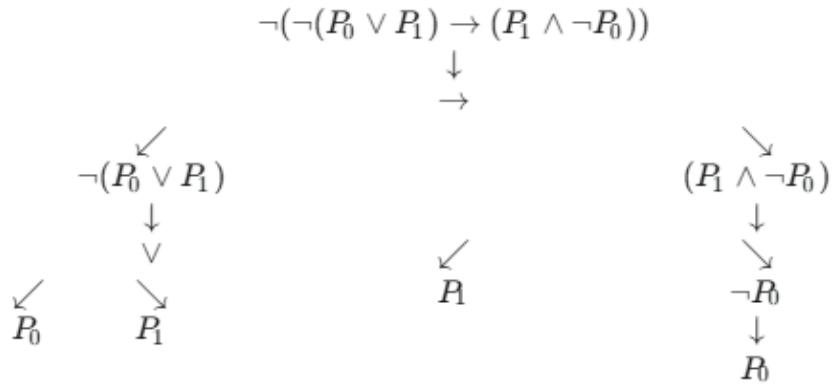
5. אורך הדרך המקסימלי מן הקשר הראשי אל אטום בתחום תת-פסוקים הוא $\max\{d(\varphi), d(\psi)\}$.

6. הוספת הקשר הראשי \underline{Q} מוסיפה צעד אחד לדרכ המקסימלית.

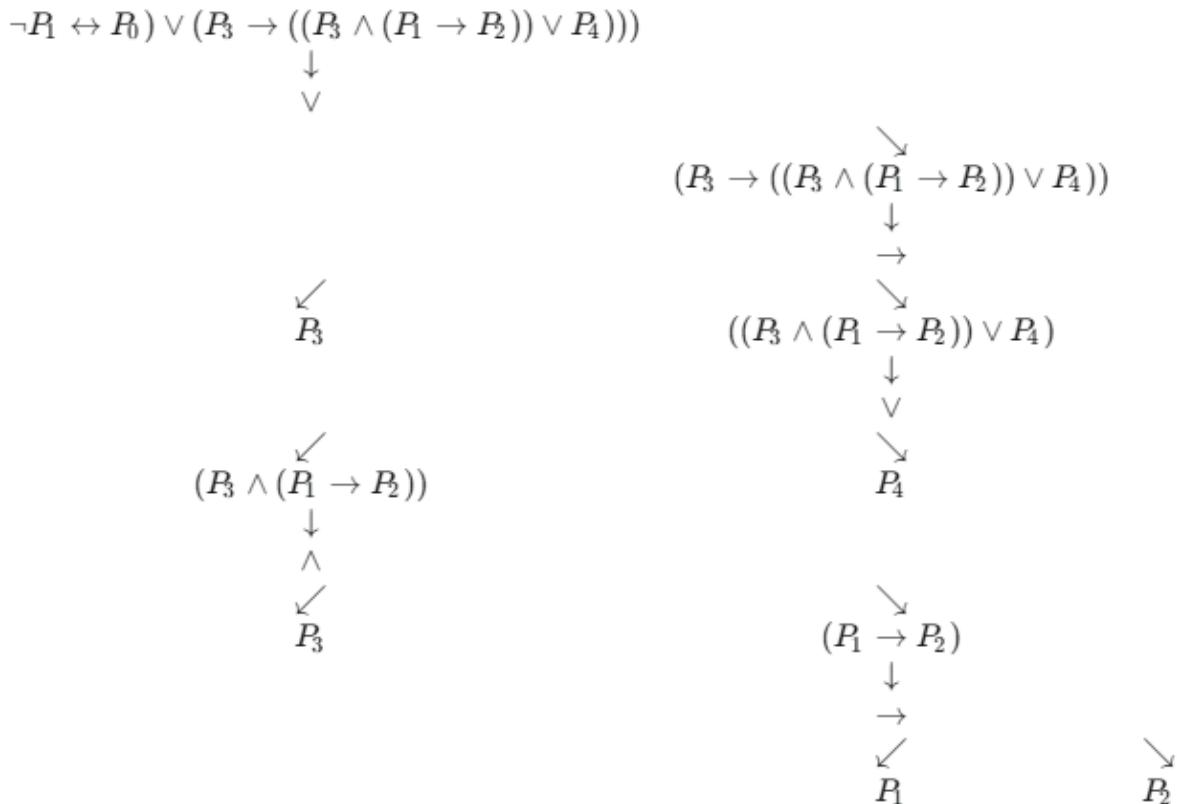
7. כלומר: $d((\varphi Q \psi)) = \max\{d(\varphi), d(\psi)\} + 1$

שאלה 2: עץ המבנה (עץ הגזירה)

(א) הפסוק 2: $\neg(\neg(P_0 \vee P_1) \rightarrow (P_1 \wedge \neg P_0))$



(ב) הפסוק 2: $((\neg P_1 \leftrightarrow P_0) \vee (P_3 \rightarrow ((P_3 \wedge (P_1 \rightarrow P_2)) \vee P_4)))$



שאלה 3: הגדרות וקשריות

3. (א) פונקציה $\mathbb{N} \rightarrow E$: f המוגדרת באמצעות $1, \max\{f(\psi_1), f(\psi_2)\} + 1$.

ו. קבוצת קבוצת המטרה והפונקציות $:f_e, C_{\neg}, C_Q$

• **קבוצת המטרה (A):** \mathbb{N} (קבוצת המספרים הטבעיים).

• **פונקציית הבסיס (f_e):** $E_0 \rightarrow \mathbb{N}$: $f_e(\psi) = 0$ לכל $\psi \in E_0$.

• **פונקציית הקשר האונרי (C_¬):** $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$: $C_{\neg}(x) = x + 1$ מוגדרת

• **פונקציית הקשר הבינארי (C_Q):** $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$: $C_Q(x_1, x_2) = \max\{x_1, x_2\} + 1$

ii. מה מחשבת הפונקציה f : ההפונקציה f מחשבת את העומק הקשור של הפסוק.

3. (ב) פונקציה f המוגדרת עם 1 - ו. $C_{\neg}(x) = x + 1, f_e \equiv 1$

מה מחשבת ההפונקציה f :

ההפונקציה f מחשבת את סך מספר האטומים והקשרים בפסוק (כלומר, את אורך הפסוק, למעט סוגרים).

• **בסיס (f_e):** $f_e(\psi) = 1$ לכל אטום (סופר את האטום עצמו).

• **קשר אונרי (C_¬):** $C_{\neg}(\psi_1 + \psi_2) = f(\psi_1) + f(\psi_2)$ (מוסיף 1 לקשר ¬).

• **קשר ביןארי (C_Q):** $C_Q(\psi_1 Q \psi_2) = f(\psi_1) + f(\psi_2) + 1$ (מחבר את הספירה של תתי-פסוקים ומוסיף 1 לקשר Q).

3. (ג) הגדרת פונקציה f המחזירה את מספר הסוגרים בפסוק.

1. צורה מפורשת:

$$f(\psi) = \begin{cases} 0 & \psi \in E_0 \\ f(\psi_1) & \psi = \neg\psi_1 \\ f(\psi_1) + f(\psi_2) + 2 & \psi = (\psi_1 Q \psi_2) \end{cases}$$

2. פירוט רכיבים (f_e, C_¬, C_Q):

• **קבוצת המטרה (A):** \mathbb{N} .

• **פונקציית הבסיס (f_e):** $E_0 \rightarrow \mathbb{N}$: $f_e(\psi) = 0$ לכל $\psi \in E_0$.

• **פונקציית הקשר האונרי (C_¬):** $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$: $C_{\neg}(x) = x + 1$ מוגדרת

• **פונקציית הקשר הבינארי (C_Q):** $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$: $C_Q(x_1, x_2) = x_1 + x_2 + 2$