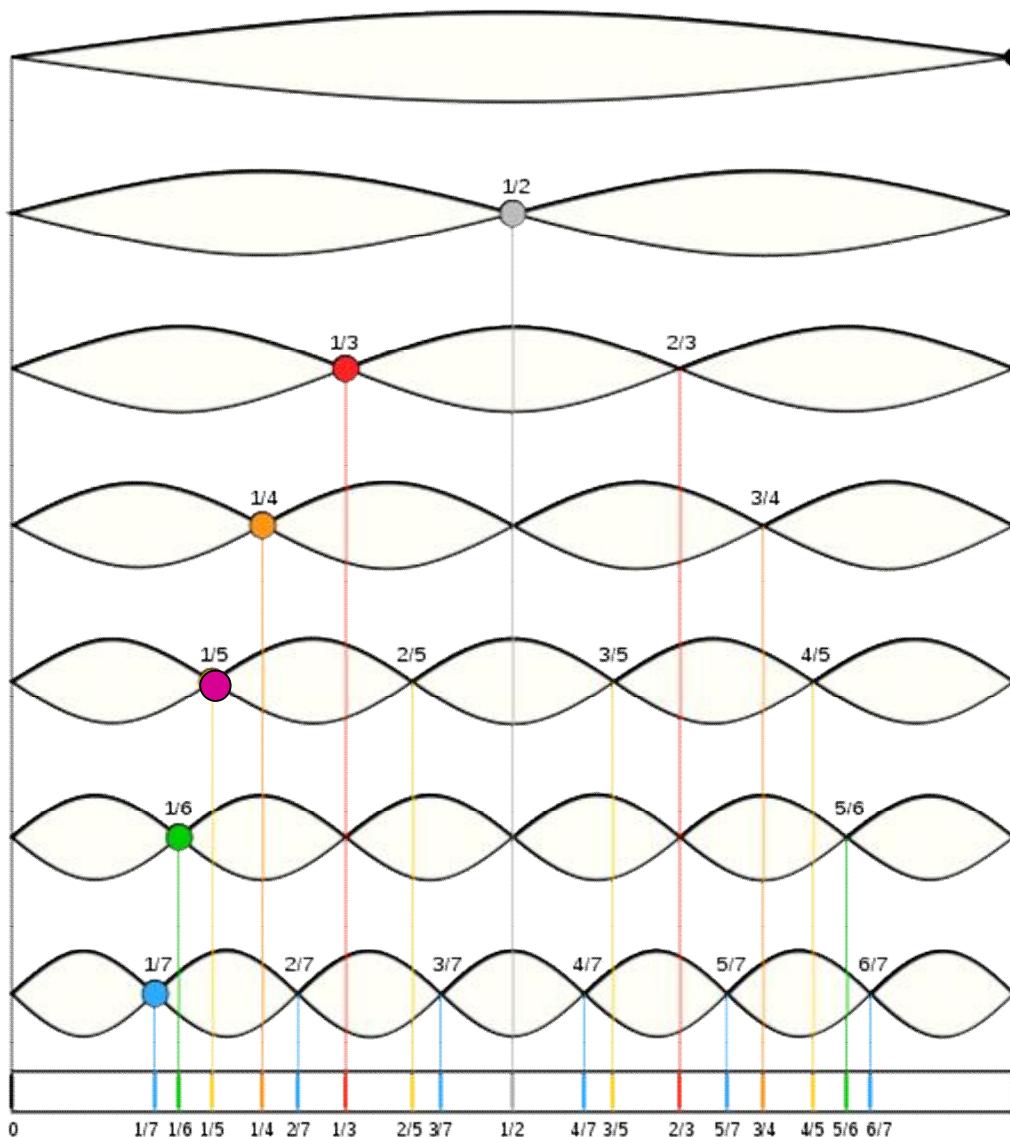


Rappel: fabrication des luthes



Notation musicale: une longue histoire...

■ Les deux dimensions de la notation musicale actuelle:

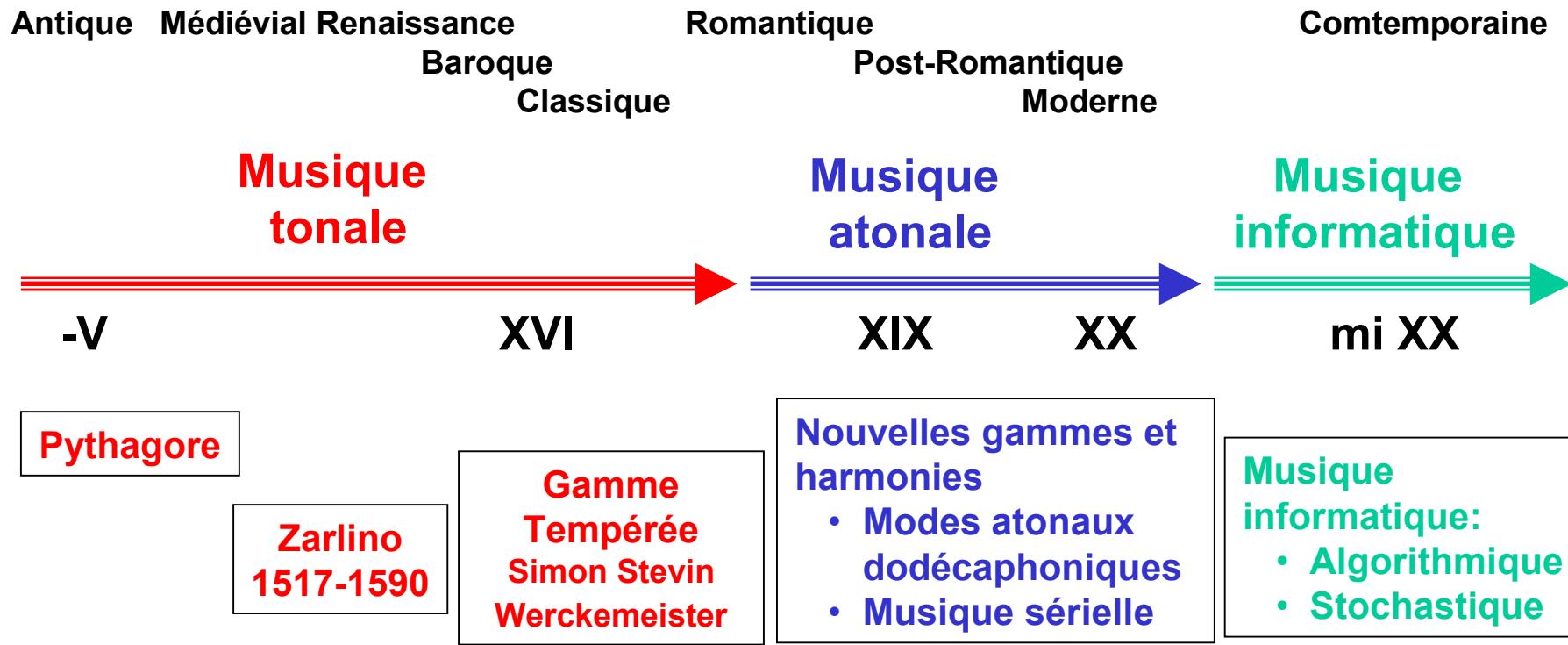
- Rythme parfaitement mathématisé :
 - Découpage binaire et tertiaire
 - Symbolique claire pour la structure des mesures
- Hauteur des sons avec 5 portées et altérations : système consacré par l'habitude mais discutable (*)

■ Multiples notations informatiques (midi)

(*) Voir critiques de J.J. Rousseau

Les grandes périodes de la musique occidentale

Edited by Foxit PDF Editor
Copyright (c) by Foxit Corporation, 2003 - 2010
For Evaluation Only.



L'instrumentation musicale a suivi cette évolution.

L'orgue et le piano forte (5000 pièces) sont les instruments mécaniques parmi les plus compliqués.

L'électronique et l'informatique ont révolutionné l'instrumentation.

Gammes par quintes (Pythagore)

Grèce antique, Moyen âge, Chine, Indonésie,...

	$\times 3/2$						
Fa							Si
2/3	1	$3/2$	$(3/2)^2$	$(3/2)^3$	$(3/2)^4$	$(3/2)^5$	$(3/2)^6$
4/3	1	$3/2$	$(3/2)^2/2$	$(3/2)^3/2$	$(3/2)^4/4$	$(3/2)^5/4$	$(3/2)^6/8$
			$3^2/2^3$	$3^3/2^4$	$3^4/2^6$	$3^5/2^7$	

Violon

En continuant le système, on génère les 5 notes altérées F#, C#, G#, D#, A# puis on retombe sur F

Notes pythagoriciennes rangées dans l'octave

Note	C Do	D Ré	E Mi	F Fa	G Sol	A La	B Si
n	0	2	4	-1	1	3	5
$(3/2)^n$	1/1	9/8	81/64	4/3	3/2	27/16	243/128

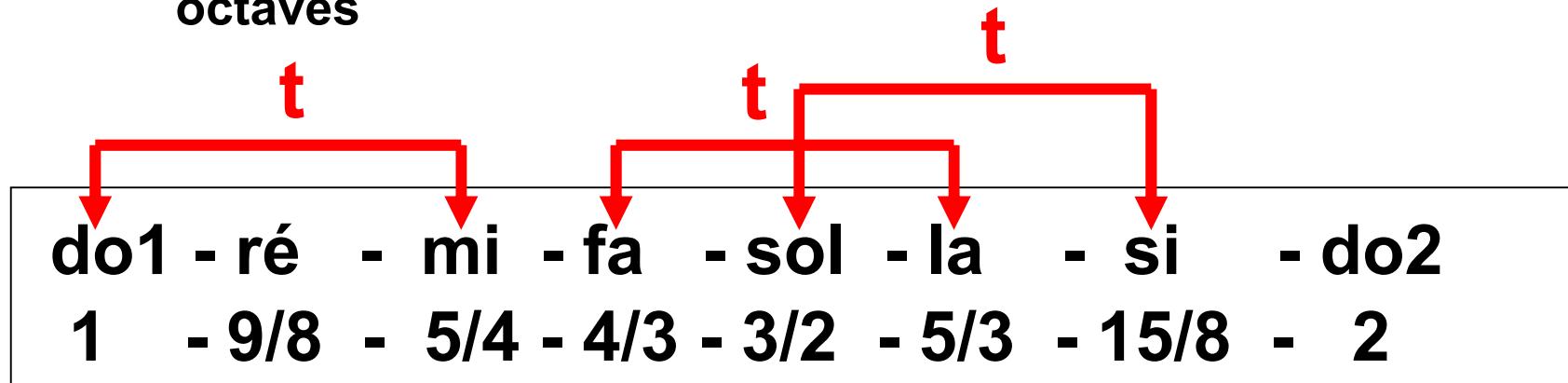
Les accords parfaits (Zarlino)

Plus et moins de la gamme Pythagoricienne:

- Par construction, quintes parfaites
- Par contre, tierces (Do- Mi) dissonantes ($\frac{81}{64}$) et éloignées d'un accord simple $\frac{5}{4}$ dit de tierce majeure

La gamme dite naturelle (Zarlino, XVIème siècle):

- Privilégie les harmoniques simples: la **tierce dite parfaite** (Do-Mi, Fa-La, Sol-Si) et la quinte Do-Sol, Mi-Si, Fa-Do, Sol-Ré, **Ré-La**
- Rapports entre notes basés sur des fractions avec multiples des premiers nombres premiers : 2, 3, 5
- Permettre une polyphonie autre que par quintes et octaves



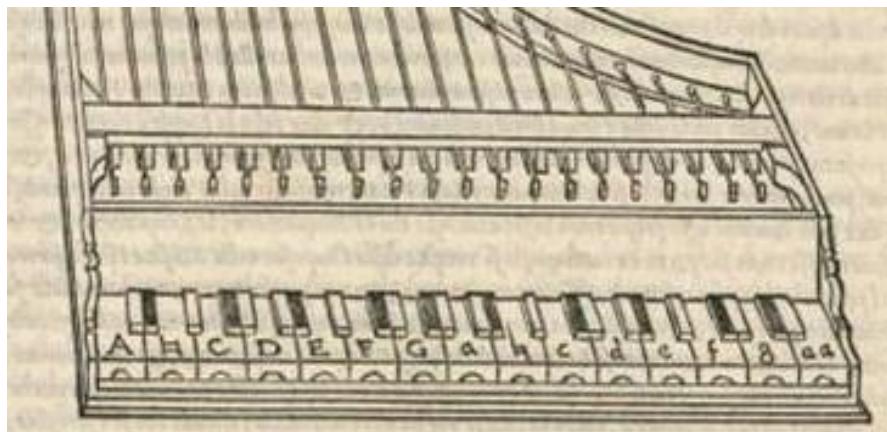
Problèmes des gammes

1. Approches incompatibles:

- Mi Zarlino $=5/4$ $=1.25$
- Mi Pythagore $=(3/2)^4/4$ $=1.265625$
- Do6 Pythagore $=(3/2)^{12}$ $=129,7 \neq 128$
- "Quinte du loup" Ré / La $= (5/3)/(9/8) = 40/27=3/2-1/54$

2. Transpositions et modulations difficiles

3. Claviers complexes !



Clavier de Zarlino:
notes altérées
dédoublées (# et ♯)

Objectifs pour une "bonne" gamme.....

- 1. Optimiser le nombre des tierces et des quintes justes**
- 2. Pouvoir facilement transposer et moduler dans **tous** les tons**
- 3. Comporter un nombre limité de notes dans une octave (par exemple confondre les notes comme le do# et le réb dites enharmoniques)**
- 4. Etre acceptable par le cerveau, même si imparfaite**

Aucun système ne peut respecter tous les critères, d'où la recherche d'un compromis

Compromis: le tempérament égal

- L'octave (seul intervalle juste) est divisée géométriquement en 12 intervalles égaux :

$$\frac{1}{2} \text{ ton tempéré} = 2^{(1/12)} \approx 1,059$$

- 12 notes définies **modulo 12** (c.à.d. que 2 notes sont "égales" si elles ont le même reste de la division par 12) :

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

- Sur un clavier de piano, 88 notes séparées par $\frac{1}{2}$ ton

La gamme diatonique telle que... ...proposée

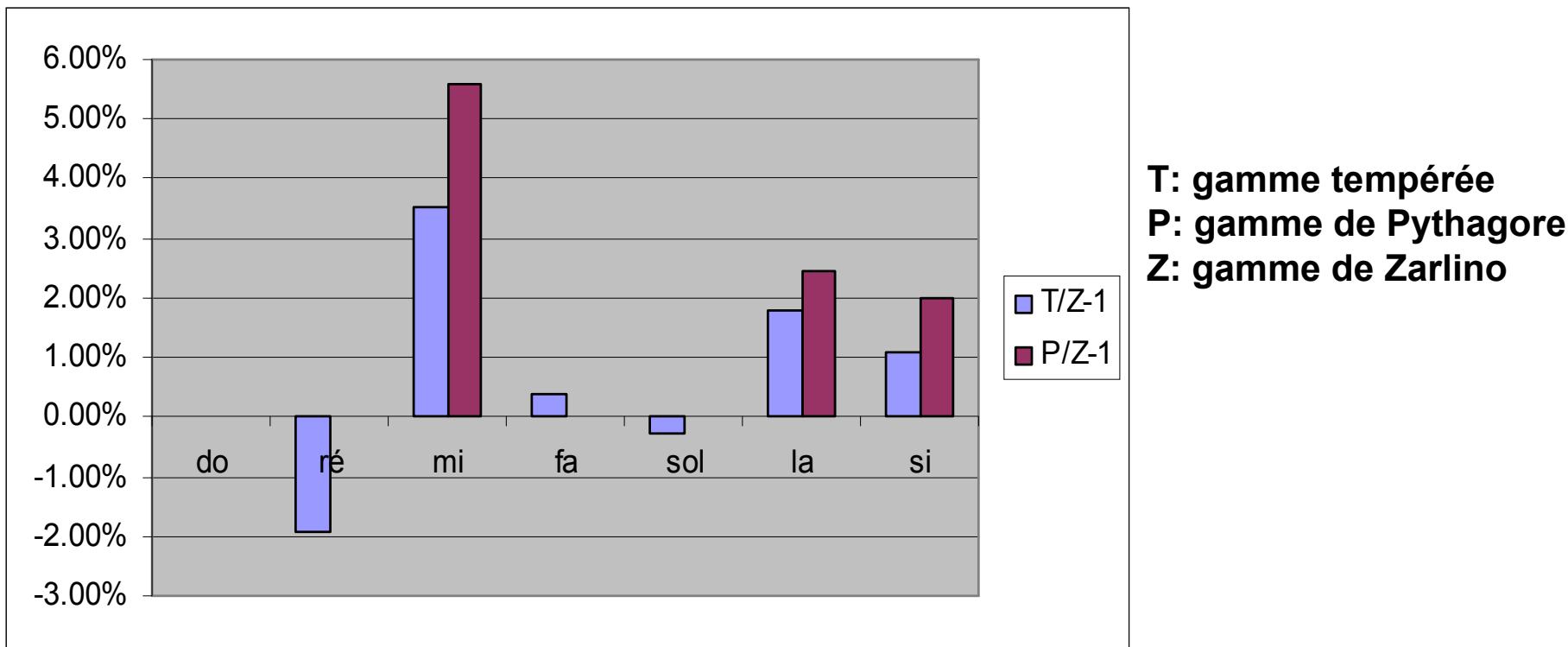
- 7 notes retenues pour la gamme diatonique :
 $\{0, 2, 4, 5, 7, 9, 11\} \equiv \{\text{do, ré, mi, fa, sol, la, si}\}$



- Pourquoi privilégier ces 7 notes sur les 12 notes tempérées (*) ?
 - Ces 7 notes sont le meilleur compromis pour approcher les gammes diatoniques (Zarlino et Pythagore)
 - C'est la « meilleure » répartition de 7 notes parmi 12 au sens mathématique
- Le tempérament égal a été retenu par d'autres musiques, Indonésienne, Arabe, mais pas toujours 12 sons à l'octave

(*) à priori, $12!/(5! \times 7!) = 792$ possibilités

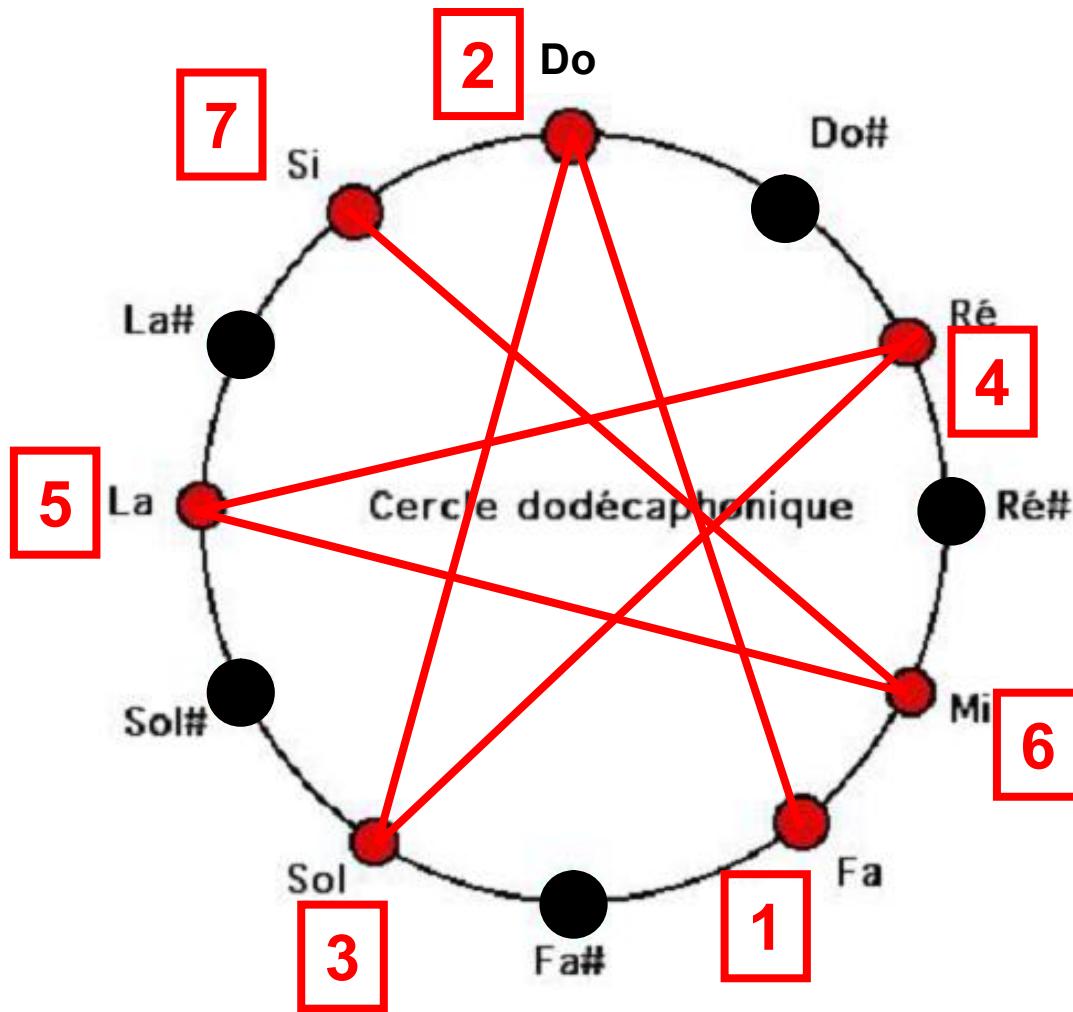
Ecart entre les gammes



Ecarts en % (échelle log) par rapport à Zarlino:

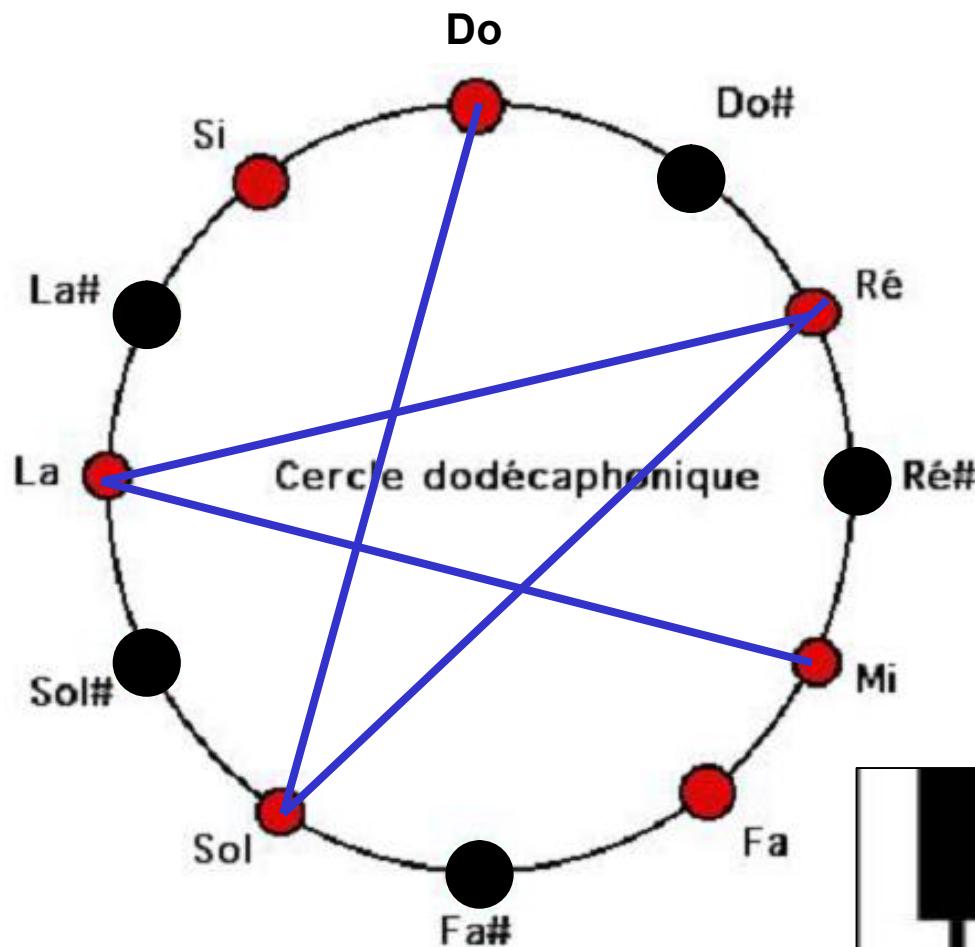
- Tempérée: **jamais juste sauf à l'octave mais dispersion acceptable ($\sigma = 1,72\%$)**
- Pythagore: **juste fa, do, sol, ré mais écart moyen plus important ($\sigma = 2,11\%$)**

Génération par quintes: gal...ma...ma...ma...

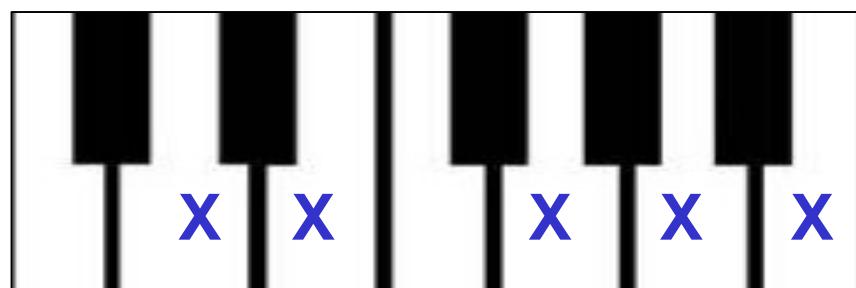


- Gamme dite naturelle: 7 notes, générées par quintes (rotation horaire +7)
- Figure proche d'un heptagone régulier
- Une transposition correspond à une rotation de l'heptagone (p ex, quinte =+7 horaire)

Gamme pythagoricienne



- Gamme pentatonique, Do, Ré, Mi, Sol, La sous-ensemble de la gamme diatonique
- Est la base de nombreuses musiques non occidentales, en particulier chinoise



Transpositions de la gamme

Gamme Do Majeur (mode occidental)

{0,2,4,5,7,9,11}

Gamme Sol Majeur = {gamme Do + 7} =

{7,9,11,12,14,16,18} ie Mod/12

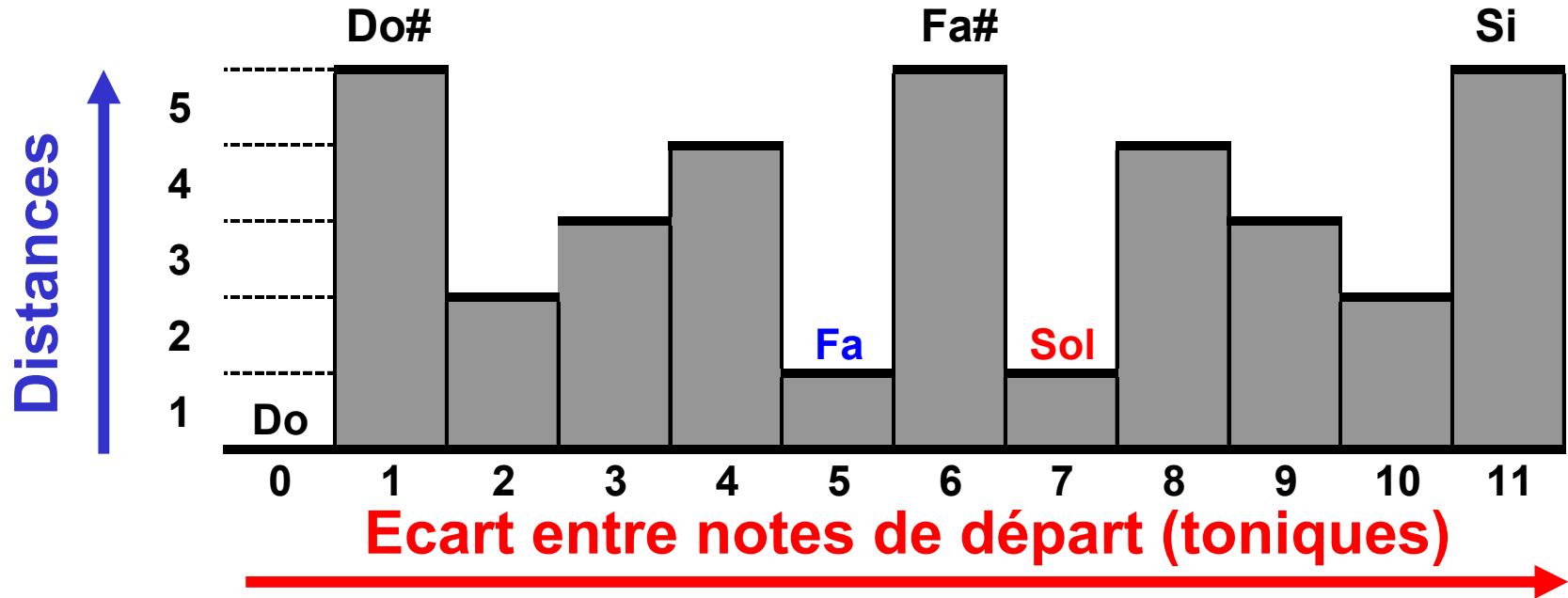
{7,9,11,0,2,4,6} 6=Fa#

Gamme Fa Majeur = {gamme Do + 5} =

{5,7,9,10,12,14,16} i.e. Mod/12

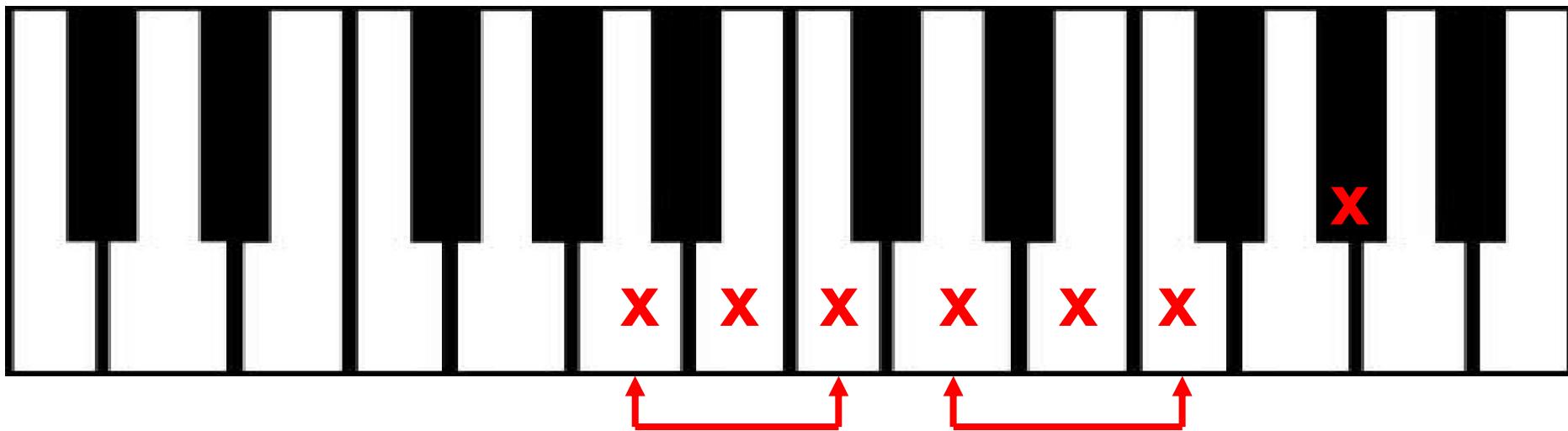
{5,7,9,10,0,2,4} 10=Sib

Distance entre tonalités



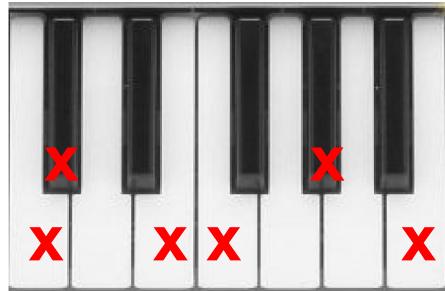
La distance entre tonalités (nombre d'altérations en solfège classique) mesure la difficulté de transposition et de modulation (changement de ton) d'une tonalité de gamme majeure à l'autre ... et d'exécution

Gammes occidentales m...mineur

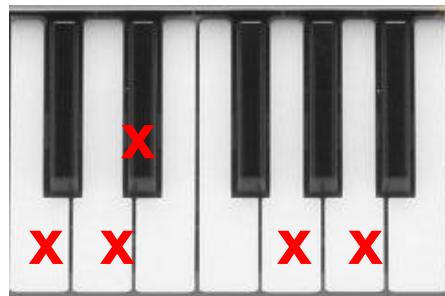


- Plusieurs gammes sont dites en mode mineur. Elles ont toutes en commun le fait que la **1ere tierce est mineure** (même effet psychologique)
- 4 modes mineurs:
 - Gamme mineure naturelle (en La, dite relative de Do)
 - Gamme mineure harmonique
 - Gamme mineure mélodique ascendante
 - Gamme mineure mélodique descendante

Modes non occidentaux: Exemples

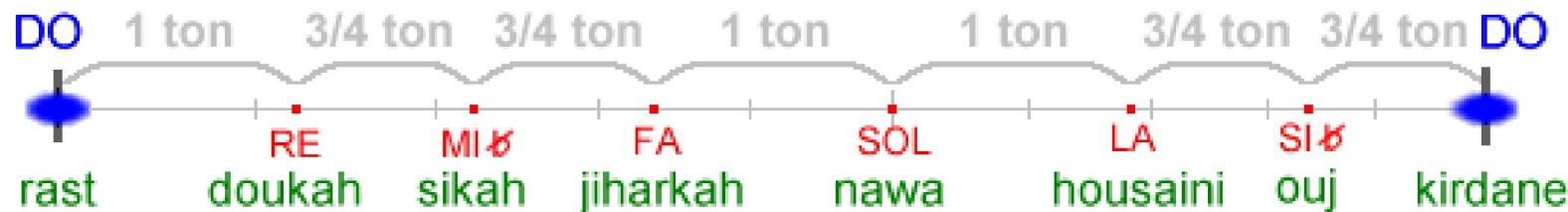


Orientale



Japonaise

- Beaucoup de modes sont pentatoniques mineurs;
- Le tempérament $2^{(1/12)}$ n'est pas le seul, p ex:
 - $\frac{1}{4}$ ton dans la musique arabe;
 - Tempérament javanais: $2^{(1/5)}$



Arabe authentique avec $\frac{1}{4}$ de ton

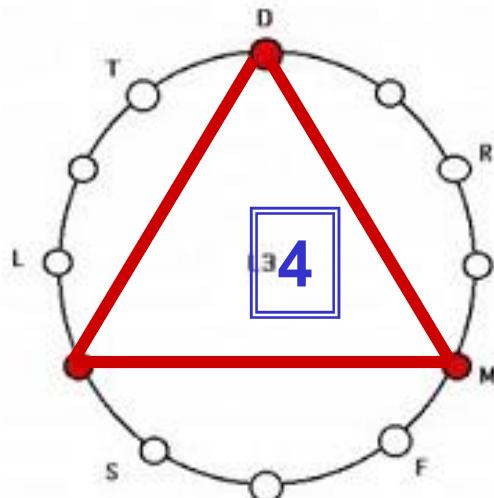
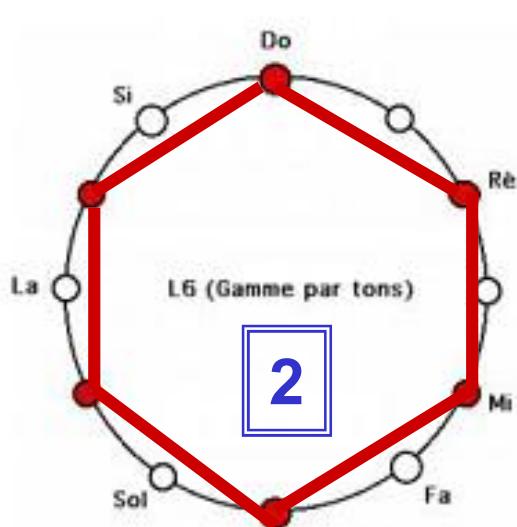
Les ruptures avec l'harmonie classique

- Symbole de rupture: le fameux « **accord Tristan** » de Wagner



- Les impressionnistes français
- Les modes dodécaphoniques
- La musique serielle
- La musique algorithmique

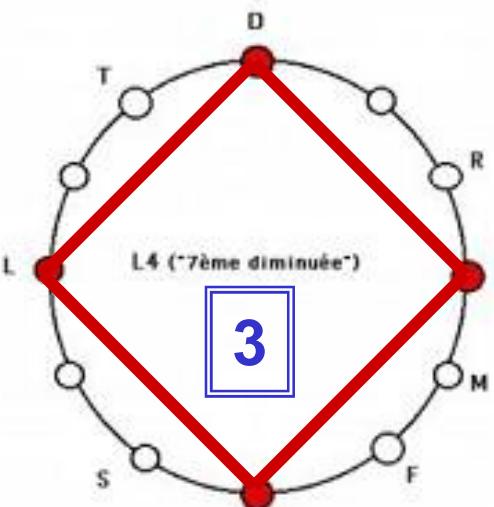
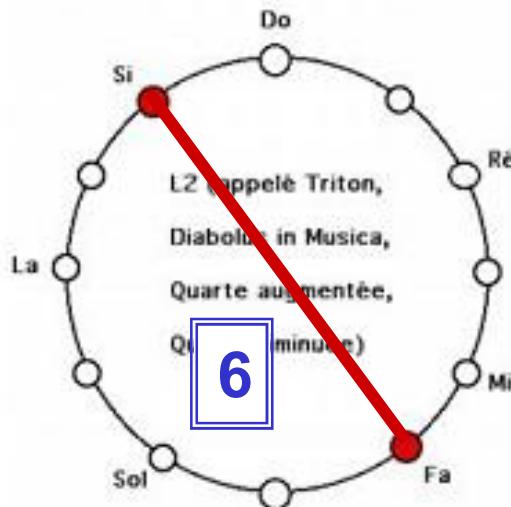
Modes à transposition limitée



Les plus utilisés:

- ton ton
- 7eme diminuée

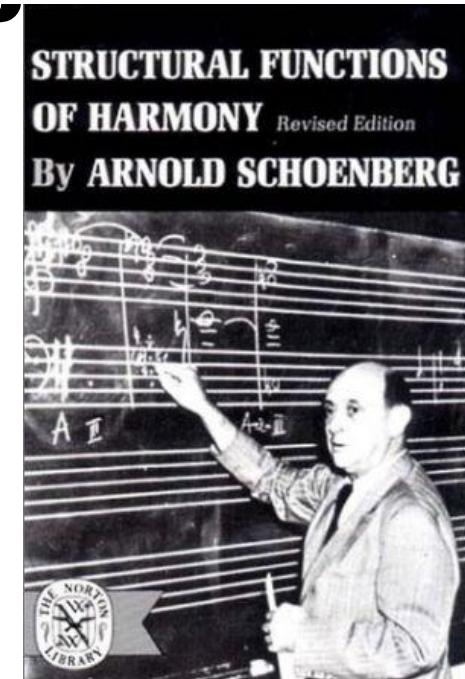
N indique sur le schéma le nombre d'occurrences



Par exemple, la gamme par tons a été très utilisée par Debussy ...et Thelonious Monk

Schönberg : musique sérielle

- On fait se succéder les douze sons dans l'ordre que l'on veut (au gré de l'inspiration « sérielle »), et l'on ne doit pas répéter deux fois le même son.
- La première œuvre de Schönberg rigoureusement écrite selon ce principe est la valse de l'op. 23. La série en était :



C#	A	B	G	Ab	Gb	Bb	D	E	Eb	C	F
1	9	11	7	8	6	10	2	4	3	0	5

- Tout le morceau découle donc d'une série préalablement établie, avec de nombreuses transformations possibles.

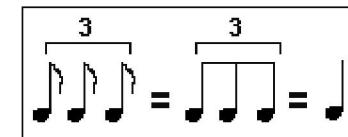
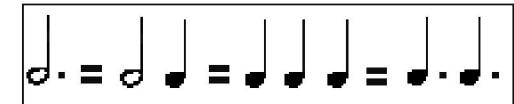
Rythme: une notation arithmétique

Notation des durées élémentaires

Binaire

1	la RONDE	—	○ = 2	○ = 4	— = 8	— = 16	— = 32	— = 64	—
1	la BLANCHE	—	○ = 2	— = 4	— = 8	— = 16	— = 32	—	
1	la NOIRE	—	— = 2	— = 4	— = 8	— = 16	—		
1	la CROCHE	—	— = 2	— = 4	— = 8	—			
1	la DOUBLE CROCHE	—	— = 2	— = 4	—				
1	la TRIPLE CROCHE	—	— = 2	—					
1	la QUADRUPLE CROCHE	—							

Ternaire



Rythme: une notation ari.....que

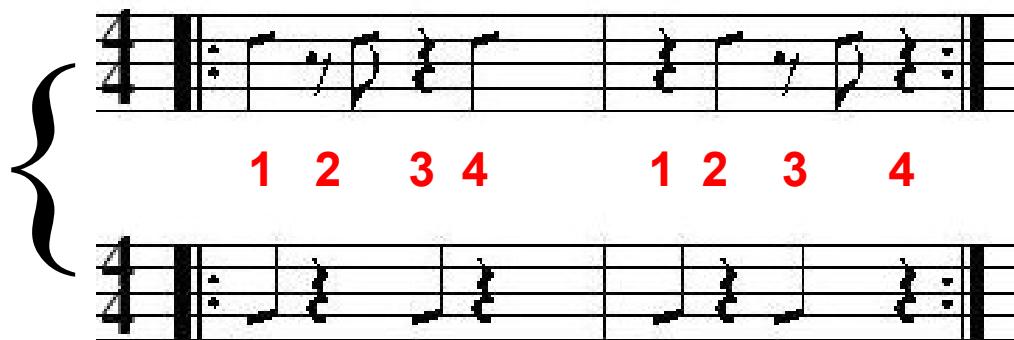


- Partition divisée en mesures elles-mêmes divisées en temps élémentaires, **horloge de base de la pulsation**
- Structure: **x/y** signifie: mesure de **x** pulsations de **1/y** durée élémentaire chacune.
- Ex:
 - 4 / 4: mesure à 4 temps de 4 noires (1/4 de ronde)
 - 3 / 4: mesure à 3 temps de noires
 - 6 / 8 : mesure à 6 temps de croches, proche de 3 / 4

- Dimensions de complication du rythme:
 - Mesures composites, syncopes
 - Rythmes différents entre voix
 - Pavages complexes

Rythmes complexes

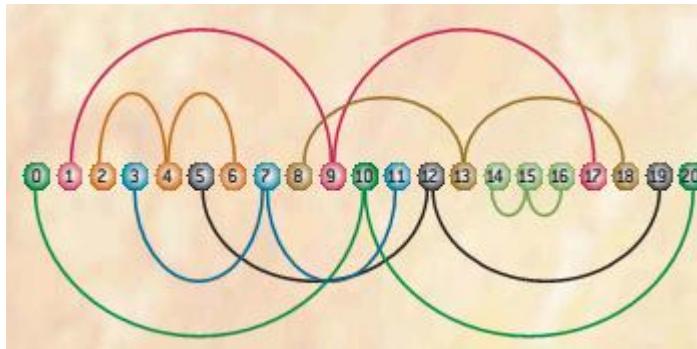
■ Combinatoire élevée pour mesures dites complexes (ex de la **clave brésilienne**)



Le cycle est sur 2 mesures

Pulsation

■ Pavages complexes



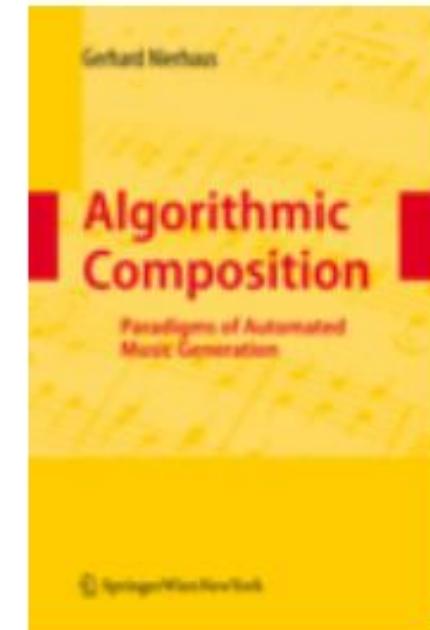
Une algorithmique théorique a été créée pour étudier les rythmes complexes analogues aux pavages géométriques et schémas de jonglage

Cours de musique contemporaine

Gerhard Nierhaus: *Algorithmic Composition. Paradigms of Automated Music Generation*, Springer 2009

- 1 Introduction
- 2 Historical Development of Algorithmic Procedures
- 3 Markov Models
- 4 Generative Grammars
- 5 Transition Networks
- 6 Chaos and Self-Similarity
- 7 Genetic Algorithms
- 8 Cellular Automata
- 9 Artificial Neural Networks
- 10 Artificial Intelligence

Outils connus pour
l'étude des systèmes
complexes



Musique et information: ~~l'information~~

Numérisation (Shannon-Nyquist)

CD stéréo

- Echantillonnage: 44,1 kHz (> 2 fois 20 kHz)
- Codage linéaire 16 bits
 - Débit: $2 \times 705 \text{ kb/s}$

Compression MP3

→ Débit: de 180 kb/s à 320 kb/s

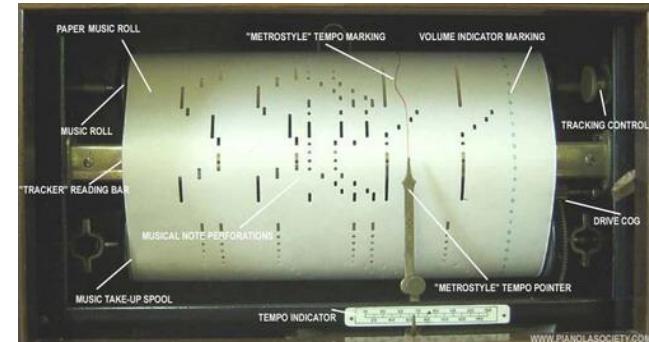
Paradoxe:

- La parole reste compréhensible avec une forte compression (13,8 kb/s pour le GSM)
- Mais l'effort de mémorisation pour la musique semble plus petit que pour le langage

Musique et information: ~~l'information~~

■ Hypothèses du « pianola »:

- Un pianiste joue une partition ¼ heure, rythme allegro (220 noires/m), précision ½ croche
- Une note codée en 7 bits ($2^7=128>88$ notes du clavier)
- Moyenne de 5 notes simultanées



■ Estimations:

- Débit binaire: $5 \times 7 \times (220/60)^*4 \approx 523$ bits/s
- Effort de mémorisation brut:

$$900 \times (220/60) \times 4 \times 7 \times 5 \approx 500 \text{ k bits}$$

■ Mais en fait effort inférieur dans le cas d'accès à un vocabulaire connu, du moins en musique tonale: (*)

(*) p ex, musique serielle plus difficile à retenir

Musique et information: ~~l'information~~

Comparaison avec le langage

- Données: livre de 250 pages, 500 mots de 5 caractères par page, 2 hypothèses:
 - a) Livre « de singe »
 - b) Vocabulaire de 5 000 mots
- 1 caractère codé en 6 bits, 1 mot codé en 9 bits:
 - Ha: $250 \times 500 \times 5 \times 6 = 3\,750 \text{ K bits}$
 - Hb: $250 \times 500 \times 9 = 1\,125 \text{ K bits}$

Le paradoxe de l'information

■ Musique agréable :

- Fait appel à un vocabulaire connu (donc appris)
- Est assez prédictible
- Contient peu d'information (Shannon) ou complexité faible (Kolmogorov): peut être simulée avec des algorithmes relativement simples

■ Musique novatrice :

- Tout le contraire : plus complexe, plus d'information, moins prédictive, mais pas agréable

Structure fractale génér... ...e de la musique

- Une équipe de recherche dirigée par des neuroscientifiques des universités McGill et Stanford, a analysé les partitions de quelque 2 000 compositions de divers genres musicaux occidentaux qu'ont écrites plus de 40 compositeurs au cours des 400 dernières années :
 - Le rythme: une géométrie fractale qui rend la musique agréable
 - Tout compositeur, de Bach à Brubeck, répète des motifs rythmiques, de sorte que la partie reproduit le tout

Curiosité : le triton en jazz

1. Le 7eme de dominante C7= {C E Bb} contient les notes {0, 4, 10} dont le triton {4, 10}
 - Il est à la base du blues C7-F7- C7
 - Le triton de F7 égale le triton de C7-1, c'est-à-dire {3, 9}
2. C7 et Gb7 ont le même triton=> substitution tritonique, très utilisée (bebop)

gamme chromatique	C	Db	D	Eb	E	F	Gb	G	Ab	A	Bb	B
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Passage de C7 à F7 (modul à la quarte)												
C7	X				X							X
F7=C7+5 (mod 12)					X	X				X		
Substitution tritonique: C7 et Gb7 ont le même triton												
C7	X					X					X	
Gb7=C7+6 (mod 12)					X		X				X	

Combinatoire élevée

- Théoriquement: 12 toniques x 16 modes
~200 accords avec leurs renversements;
- Pratiquement, tonalités les plus fréquentes:
 - C, F, Bb, Eb, Ab, G, D,A
- Les modes (et gammes) les + usuels
 - I, II, IV, VI, VII (majeurs et mineurs)
 - Pentatonique et blues
 - ton-ton, ton-1/2ton, 1/2ton ton
- Accords enrichis: 9^{eme}, 13^{eme}, Alt, Augm, etc.

Génération des notes

Cordes vibrantes: $F_n = (n/L) \times \sqrt{T/\mu}$

F fréquence, n harmonique, L longueur, T tension,
 μ masse linéique

$$F_{Do2} = 2 F_{Do1}$$

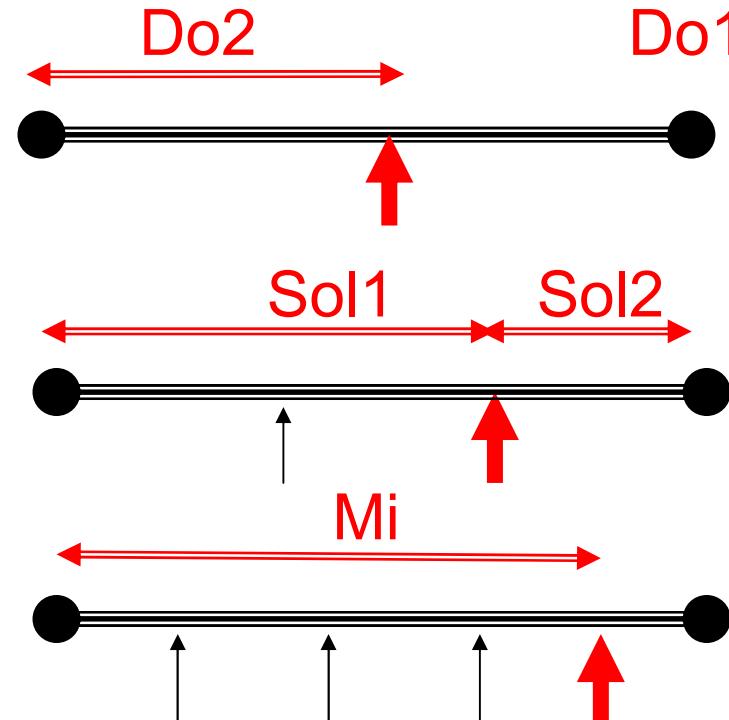
$$L_{Do2} = \frac{1}{2} L_{Do1}$$

$$F_{Sol1} = \frac{3}{2} F_{Do1}$$

$$L_{Sol1} = \frac{2}{3} L_{Do1}$$

$$F_{Mi} = \frac{5}{4} F_{Do1}$$

$$L_{Mi} = \frac{4}{5} L_{Do1}$$

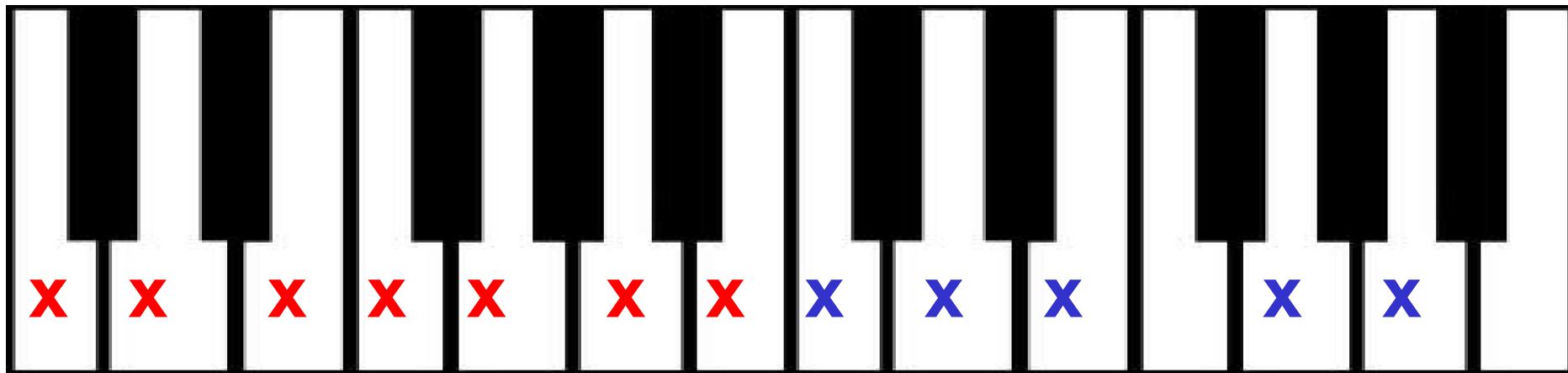


Harmoniques et battements

- Un son de fréquence f s'accompagne en général d'harmoniques $n_x f$
- L'agrément d'un accord entre deux notes dépend des harmoniques communs (*)
- Exemple 1: accord de Do Mi: $(f \text{ Mi}/f \text{ Do}) = 5/4$
 - Harmoniques Do: $f, 2xf, 3xf, 4xf, 5xf,$
 - Harmoniques Mi : $(5/4)xf, (10/4)xf, (15/4)xf, (20/4)xf$
- Exemple 2: triton $(f \text{ Si}/f \text{ Fa})=45/32$
 - Harmoniques communs très éloignés, accord très dissonant ($\text{PPCM}=1440$, 1^{er} harmonique commun dans 11eme octave)
- L'addition de deux notes très voisines génère des battements désagréables

(*)PPCM des fréquences des deux notes

Gammes occidentales majeures



Diatonique

Pentatonique (sous ensemble " pythagoricien ")