

تمرین تئوری ۳.۱ هوش مصنوعی استاد رهبان

امیر حسین باقری ۹۸۱۰۵۶۲۱

۱

الف

مساله را با یک گراف CSP مدل می‌کنیم دقت کنید برای مدل سازی مساله باید مجموعه متغیر ها و شروط و domain را مشخص کنیم:

هر راس در گراف مشخص کننده یک شهر است و هر یال بیانگر شرط اختلاف بیشتر از ۱۰۰۰ است. (دقت کنید که هر یال بیانگر یک مسیر واصل نیست زیرا ممکن است دو شهر بیشتر از یک راه واصل داشته باشند بلکه هر یال بیانگر این است که آیا دو شهر با هر تعداد راه به یکدیگر متصل هستند یا خیر) حال داریم :

$$\begin{aligned} X_{vars} &= \text{every node in graph} \\ D_{domain} &= N \\ C &= \begin{cases} \forall edge \in graph (u1, u2) & |u1 - u2| \geq 1000 \\ \forall edge \in graph (u1, u2) & max(u1, u2) \leq 3min(u1, u2) \end{cases} \end{aligned}$$

دقت کنید که اندازه شروط و تعداد آنها حداکثر به تعداد یال های گراف است $O(n^2)$ بنابراین چند جمله است.

ب

مساله را مانند قسمت قبل با یک گراف مدل سازی می‌کنیم. به طوری که راس ها مناطق درون نقشه و بین هر دو منطقه مجاور با یک یال به هم متصل است. بنابراین داریم.

$$\begin{aligned} X_{vars} &= \text{every node in graph} \cup \{ \text{number of blue, number of red,} \\ &\quad \text{number of green, number of white} \} \\ D_{domain} &= \{ \text{blue, red, green, white} \} \\ C &= \begin{cases} \forall edge \in graph (u1, u2) & u1 \neq u2 \\ n.blue > n.red > n.green > n.white \\ n.blue \leq 1.5 n.white \end{cases} \end{aligned}$$

دو نکته مهم :

دقت کنید که دو شرط آخر را می‌توان هنگامی که همه متغیر ها مقدار گرفته اند چک کرد. اما از آنجا که در رنگ آمیزی ترتیب اهمیتی ندارد می‌توان در هر مرحله آنها چک کرد. (زیرا حالتی وجود دارد که به جواب می‌رسیم و همه این شروط در تمامی مراحل بر قرار است منتها ممکن است دیرتر به پاسخ برسیم.)

$n.color$ مختصر شده ... number of است

همچنین از آنجا که در سوال مشخص نگشته که تساوی در تعداد رنگ ها برقرار است یا خیر ذکر این نکته را ضروری است که :

دقت کنید که اگر شرط تساوی برقرار بتواند باشد نیاز به چک کردن شروط تعداد رنگ ها نیست زیرا پس از رنگ آمیزی رنگ ها را مرتب می کنیم و بیشترین استفاده را به آبی سپس قرمز سپس سبز و در آخر سفید تخصیص می دهیم و نیازی به چک کردن نامساوی رنگ ها نداریم و تنها کافیست ماکسیمم تعداد رنگ را چک کنیم بنابراین شروط به زیر تقلیل می یابند.

$$\begin{aligned} X_{vars} &= \text{every node in graph} \cup \{\text{number of blue, number of red,} \\ &\quad \text{number of green, number of white}\} \\ D_{domain} &= \{\text{blue, red, green, white}\} \\ C &= \begin{cases} \forall \text{edge} \in \text{graph} (u1, u2) & u_1 \neq u_2 \\ \max(n.colr) \leq 1.5 \min(n.color) \end{cases} \end{aligned}$$

از آنجا که تعداد یال ها حداکثر از $O(n^2)$ است بنابراین اندازه و تعداد شروط از اردر چند جمله ای است.

۲

الف

دقت کنید از آنجا که گراف strong k consistant می باشد بنابراین برای هر زیرگراف k راسی می توان بدون backtrack مساله را حل کرد به شیوه ای که ابتدا به متغیر اول سپس دوم و سپس سوم ... مقدار می دهیم و چون گراف strong k consistant است بنابراین برای هر مقداری که به یک متغیر نسبت می دهیم برای بقیه متغیر ها نیز مقدار مطلوبی باقی می ماند. حال مساله را به شیوه زیر حل می کنیم. باید ثابت کنیم که می توان مساله را بدون backtrack و با $O(nkd)$ قابل انجام است.

از آنجا که گفته شده درجه هر راس حداکثر k-1 است بنابراین با انتخاب هر راس و راس های متصل به آن حداکثر یک مجموعه k راسی خواهیم داشت که می توان با مقدار دهی به آنها همه آنها را بدون backtrack مقدار داد. و از آنجا که رئوس متصل نیز خودشان حداکثر از درجه k-1 هستند بنابراین برای مقدار دهی به رئوس متصل به آنها مشکلی پیش نمی آید. بنابراین برای هر راس حداکثر d مقدار را نسبت می دهیم. (دقت کنید اولین مقداری که شرایط برایش مهیا بود ما را به جواب مطلوب می رساند). و n راس داریم. بنابراین تعداد مراحل $O(nkd)$ است. به شیوه زیر اقدام می کنیم.

از یک راس شروع می کنیم به آن مقدار می دهیم سپس به رئوس مجاور آن مقدار می دهیم از آنجا که گراف strong k consistant است می توان به تمام آنها مقدار داد سپس همین کار را برای تمام رئوس مجاور راس مذکور انجام می دهیم (که تعداد k-1 است حداکثر) (و به راس هایی که مقدار داده نشده اند مقدار می دهیم). ...

دقت کنید که n راس داریم و برای هر راس حداکثر d مقدار را با شروط متصل $O(K)$ چک می کنیم تست می کنیم تا به مقدار مجاز برسیم و آنرا نسبت دهیم. بنابراین : $O(nkd)$

ب

دقت کنید که در این حالت برخلاف قسمت الف نمیتوان از هر راسی شروع کرد زیرا در آن صورت ممکن است از راسی با درجه k شروع کنیم و در این صورت راس انتخابی به همراه رئوس مجاور آن یک مجموعه $K+1$ عضوی هستند که نمی توان تضمین کرد می توان بدون backtrack به آنها مقادیر مطلوب داد.

بنابراین از رئوس با درجه کمتر از k شروع می‌کنیم. سپس با مقدار دهی به راس مذکور چون گراف strong k constant است بنابراین برای حداکثر $k-1$ راس از رئوس مجاور می‌توان بدون backtrack به آنها مقدار نسبت داد. حال نکته اصلی در اینجا است که زمانی که می‌خواهیم همین کار را برای رئوس مجاور انجام دهیم دقت کنید که راس پدر (همان که قبل از این راس به آن مقدار داده ایم و راس فعلی همسایه آن بوده است)، حداکثر از درجه k است و ما به یکی از رئوس همسایه مقدار نسبت داده ایم بنابراین $k-1$ راس مجاور آن باقی مانده اند (اگر تمامی آنها مقدار دهی نشده باشند). حال مجموعه راس فعلی و همسایه های آن بجز راس پدر را در نظر بگیرید از آنجا که گراف strong k constant است می‌توان برای این مجموعه بدون نیاز به track back به آنها مقدار داد بنابراین مساله مانند قسمت قبل در $O(nkd)$ مرحله قابل انجام است.

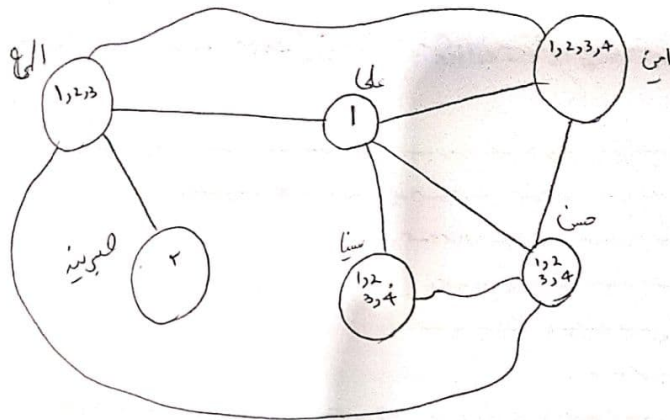
دقت کنید که نکته مهم آن است که زمانی که از راس با درجه کمتر از k شروع می‌کنیم با توجه به خواص گراف می‌توانیم به آن راس و همسایه های آن مقدار دهیم به این صورت برای فرزندان آن راس (همسایه ها) یک یال را حذف کرده ایم زیرا **satisfied** شده است و دیگر تغییر نمی‌کند. و در ادامه می‌توانیم فرزندان فرزندان را بجز راس پدر در نظر بگیریم و آنها نیز مجموعه k تایی می‌شوند که بدون backtrack قابل حل است.

دقت کنید که مساله برای یک گراف همبند تشریح شده است و اگر گراف همبند نبود با یک عملیات pre process با استفاده از DFS مولفه های همبندی را جدا کرده و بر روی ب را اجرا می‌کنیم.

سوال سوم

۱	۲	۳	۴
ali	sabrine amin	elahe sina	hassan

گراف صفحه بعد



$$X = \{ \text{علی، حسن، اله، سینا، امین، مهرین} \}$$

$$D = \{ (1), (2), (3, 4), (1, 2, 3, 4), (1, 2, 3, 4, 5), (1, 2, 3, 4, 5, 6) \}$$

$$C = \{ (\text{امین} \neq \text{اله}), (\text{امین} \neq \text{حسن}), (\text{امین} \neq \text{علی}), (\text{اله} \neq \text{مهرین}), (\text{حسن} \neq \text{اله}), (\text{علی} \neq \text{سینا}), (\text{علی} \neq \text{حسن}), (\text{حسن} \neq \text{سینا}) \}$$

4	3	2	1
حسن	اله سینا	مهرین امین	علی

بناهم

برنامه :