Subject:
Date:

سوال یک

اثبات قسمت ب

ب)

$$\|L_n\|^2 = \underset{x \sim Q_n}{E}\left[\frac{dP_n}{dQ_n}\frac{dP_n}{dQ_n}\right] = \sum_{x \in Q_n} \frac{dP_n}{dQ_n}\frac{dP_n}{dQ_n} dQ_n = \sum_{x \in Q_n} \frac{dP_n}{dQ_n} dP_n$$

$$\|L_n\|^2 = \underset{Q_n}{E}\left(\sum_{x \in Q_n} \frac{dP_n}{dQ_n} dP_n\right) \to \mathrm{I}$$

با توجه به عبارت I در جاهای که $P_n(x_n) \underset{n\to\infty}{\to} 0$ ولی $Q(x_n) \underset{n\to\infty}{\neq} 0$ مشکلی حاصل نمی‌شود.

در $x_n$ های که $Q_n(x_n) \underset{n\to\infty}{\to} 0$ بوده داریم $\Leftarrow$ $\frac{dP_n}{dQ_n} = ?$ اگر $P_n(x_n) \underset{n\to\infty}{\not\to} 0$ آنگاه حاصل عبارت $\Leftarrow$

$\|L_n\|^2 = \infty$ می‌شود $\Leftarrow$ $\boxed{\checkmark}$ $\|L_n\|^2 < \infty$ implies that if $Q_n(x_n) \underset{n\to\infty}{\to} 0 \Rightarrow P_n(x_n) \underset{n\to\infty}{\to} 0$

در واقع عبارت I برابر $\underset{P_n}{E}\left[\frac{dP_n}{dQ_n}\right]$ است. $\Leftarrow$ امید ریاضی $\frac{dP_n}{dQ_n}$ تحت $P_n$

باید تعریف شود $\Leftarrow$ $E_{P_n}\left[\frac{dP_n}{dQ_n}\right] < \infty$

$\Leftarrow$ عبارت $g(x) = \frac{dP_n(x_n)}{dQ_n(x_n)}$ نباید $\infty$ شود $\Leftarrow$ $\frac{dP_n}{dQ_n} < \infty \overset{\text{implies}}{\Rightarrow} Q_n(x_n) \underset{n\to\infty}{\to} 0 \Rightarrow P_n(x_n) \underset{n\to\infty}{\to} 0$

اثبات کامل ■

Scanned by CamScanner

Subject:

Date:

الف) در کلاس اثبات شد که ML بهینه است (MLE) $\Leftarrow$ $P_e = \frac{1}{2}\left(1 - TV(P_n, Q_n)\right)$

$P_e = \frac{1}{2}\left(1 - TV(P_n, Q_n)\right)$

مطابق تعریف سوال در حالتی که $n \to \infty$ دو توزیع برابر یکدیگر می‌شوند $\Leftarrow$

for even $x_n$ : $Q_n(x_n) \to 0 \Rightarrow P_n(x_n) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$

$\Leftarrow$ support دو توزیع $P_n, Q_n$ یکسان می‌شود $(n \to \infty)$ بنابراین همان‌طور که در کلاس مطرح شد با یکسان

بودن support دو توزیع TV نمی‌تواند یک شود $\Leftarrow$ $P_e \underset{n\to\infty}{\not\to} 0$