



بسمه تعالی  
 دانشگاه صنعتی شریف  
 دانشکده مهندسی کامپیوتر  
 سیگنال و سیستم - دکتر حسین صامتی  
 تمرین عملی 5: تبدیل لاپلاس و تبدیل Z

لطفاً به موارد زیر توجه داشته باشید:

- استفاده از پایتون یا متلب برای حل تمرین مجاز است هرچند این تمرین با متلب ساده تر انجام میشود
- پاسخ باید شامل کدها و فایل pdf گزارش باشد (اگر از پایتون استفاده میکنید میتوانید داخل jupyter بنویسید).
- پاسخ سوالات مطرح شده در تمرین را حتماً در گزارش پاسخ دهید.
- پرسشهای خود در مورد تمرین را در صفحه کوئرای درس مطرح کنید.
- نام فایل ارسالی خود را حتماً به شکل Phw5\_<student id>.zip قرار دهید

## بخش اول: تبدیل لاپلاس

1. تبدیل لاپلاس توابع زیر را به کمک متلب یا پایتون بدست آورید :

- (a)  $f_1(t) = tu(t-1)$   
 (b)  $f_2(t) = \sin(t)e^{-4t}u(t)$   
 (c)  $f_3(t) = 2t \cos(3t)u(t)$

2. وارون تبدیل لاپلاس سیستم های زیر را محاسبه کنید.

- (a)  $F_1(s) = \frac{e^{-3s}}{s(s+1)}$   
 (b)  $F_2(s) = \frac{4}{s(s^2+4)}$   
 (c)  $F_3(s) = \frac{1}{s^2+3s+1}$

3. سیستم  $G(s)$  زیر را در نظر بگیرید :

$$G(s) = \frac{8}{s^2 + s + 4}$$

الف) پاسخ ضربه و پاسخ پله ی سیستم را در حوزه ی زمان رسم کنید.

ب) دیاگرام Bode سیستم را رسم کنید.

4. سیستم زیر را در نظر بگیرید :

$$G(s) = \frac{2s + 1}{s^2 + as + 7}$$

به ازای  $a = 4, 6$  :

الف) پاسخ این سیستم را به ورودی پله به دست آورده و رسم کنید.

ب) به کمک متلب یا پایتون مقادیر زیر را از روی پاسخ های پله‌ی محاسبه شده در قسمت قبل محاسبه کنید:

- مقدار نهایی پاسخ
- بیشترین مقدار پاسخ
- زمانی که پاسخ به بیشینه مقدار خود میرسد

## بخش دوم : تبدیل Z

1- ابتدا هر کدام از سیگنال‌های زیر را در یک پنجره رسم کنید ، سپس برای هر کدام تبدیل Z را (در متلب با استفاده از `syms` , `ztrans`) بدست آورده و ناحیه همگرایی را مشخص کنید ، سپس برای هر کدام نمودار قطب - صفر را رسم کنید. (`pzplot` در متلب) و با استفاده از آن از صحت جواب برای ROC مطمئن شوید.

1.  $x[n] = 3, 2, 1, -2, -3 \quad x[0] = 1$

2.  $x[n] = (0.8)^n u[n - 2]$

3.  $x[n] = 2^n \cos(0.4\pi n) u[n]$

2- دو تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید :

$$H_1(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - z^{-1} + 0.5z^{-2}}$$

$$H_2(z) = \frac{z^{-1}}{2 - \sqrt{3}z^{-1} + 0.5z^{-2}}$$

الف) نمودار صفر-قطب این دو تابع تبدیل را رسم کنید با فرض علی بودن آنها ، ROC را مشخص کنید. هم چنین در مورد وضعیت پایداری این سیستم ها نیز استدلال کنید.

ب) یکی از روش های متداول برای محاسبه ی وارون تبدیل  $z$ ، تجزیه ی تابع تبدیل به کسرهای جزئی است. در این روش، تابع تبدیل را به فرم زیر در می آوریم:

$$H(z) = \sum_i \frac{r_i}{1 - p_i z^{-1}} + \sum_j k_j z^{-j}$$

در مطلب با دستور `residuez` میتوان تابع تبدیل را به فرم معادله بالا در نوشت. به کمک این دستور دو  $H_1(z)$  ,  $H_2(z)$  را به کسرهای جزئی تجزیه کنید و با توجه به دانسته های خود از مباحث تئوری درس، فرم زمانی  $h_1[n]$  ,  $h_2[n]$  را بیابید.

ج) به کمک دستور `iztrans`، وارون تبدیل  $z$  را برای  $H_1(z)$  ,  $H_2(z)$  حساب کرده و به کمک آن از صحت نتیجه ی خود در بخش ب اطمینان حاصل کنید.