

Contents

수학 상

For. 3~4

다항식

1. 다항식의 연산
2. 항등식과 나머지 정리
3. 인수분해

06
20
37



방정식과 부등식

1. 복소수
2. 이차방정식
3. 이차방정식과 이차함수와의 관계
4. 여러 가지 방정식
5. 여러 가지 부등식

50
66
86
108
126



도형의 방정식

1. 평면좌표
2. 직선의 방정식
3. 원의 방정식
4. 도형의 이동

150
167
188
208



1 다항식의 연산

개념

01 다항식의 덧셈과 뺄셈

다항식의 덧셈은 동류항끼리 모아서 정리한다.

이때 두 다항식의 차 $A-B$ 는 A 에 B 의 각 항의 부호를 바꾼 $-B$ 를 더한 것과 같다.

즉, $A-B=A+(-B)$ 이다.

보기 다항식 $A=x^2-4x+5$, $B=-x^3-4x^2+3x+4$ 에서

(1) $A+B$

$$\begin{aligned} &= (x^2-4x+5) + (-x^3-4x^2+3x+4) \\ &= -x^3 + (1-4)x^2 + (-4+3)x + (5+4) \\ &= -x^3 - 3x^2 - x + 9 \end{aligned}$$

(2) $A-B$

$$\begin{aligned} &= (x^2-4x+5) - (-x^3-4x^2+3x+4) \\ &= (x^2-4x+5) + (x^3+4x^2-3x-4) \\ &= x^3 + (1+4)x^2 + (-4-3)x + (5-4) \\ &= x^3 + 5x^2 - 7x + 1 \end{aligned}$$

개념

02 다항식의 덧셈에 대한 성질

세 다항식 A , B , C 에 대하여

(1) 교환법칙 $A+B=B+A$

(2) 결합법칙 $(A+B)+C=A+(B+C)=A+B+C$

예제 01

$x=2+\sqrt{3}$, $y=2-\sqrt{3}$ 일 때, x^3+y^3 의 값을 구하여라.

풀이 $x+y=4$, $xy=1$ 이므로 x^3 과 y^3 을 각각 계산하여 더하는 것보다 x^3+y^3 을 $x+y$ 와 xy 에 대한 식으로 나타내어 구하는 것이 더 간단하다.

곱셈 공식 $(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$ 을 변형하면

$$x^3+y^3=(x+y)^3-3x^2y-3xy^2=(x+y)^3-3xy(x+y)=4^3-3\times 1\times 4=52$$

$$\begin{aligned} x^3+y^3 &= (2+\sqrt{3})^3 + (2-\sqrt{3})^3 \\ &= \{2^3+3\times 2^2\times \sqrt{3}+3\times 2\times (\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^3\} + \{2^3-3\times 2^2\times \sqrt{3}+3\times 2\times (\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^3\} \\ &= (26+15\sqrt{3}) + (26-15\sqrt{3}) = 52 \text{로 계산하면 계산이 훨씬 복잡함을 알 수 있다.} \end{aligned}$$

예제 02

$x+\frac{1}{x}=7$ 일 때, $x^3+\frac{1}{x^3}+3x+\frac{3}{x}$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad x^3+\frac{1}{x^3}+3x+\frac{3}{x} &= \left(x^3+\frac{1}{x^3}\right) + 3\left(x+\frac{1}{x}\right) \\ &= \left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x+\frac{1}{x}\right)\right\} + 3\left(x+\frac{1}{x}\right) \\ &= (7^3 - 3\cdot 7) + 3\cdot 7 = 7^3 = 343 \end{aligned}$$

예제 03

$a-b=3$, $b-c=2$ 일 때, $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad a-b=3, b-c=2 \text{이므로} \\ c-a &= (c-b) + (b-a) = -2 + (-3) = -5 \\ a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca &= \frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca) \\ &= \frac{1}{2}\{(a^2-2ab+b^2) + (b^2-2bc+c^2) + (c^2-2ca+a^2)\} \\ &= \frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} \\ &= \frac{1}{2}\{3^2+2^2+(-5)^2\} = 19 \end{aligned}$$

두 다항식 A, B 에 대하여 $A \blacklozenge B$ 를 $A \blacklozenge B = A^2 - AB - B^2$ 라 할 때,

다항식 $(2x^3 + x + 1) \blacklozenge (3x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x)$ 의 전개식에서 x 의 계수와 x^2 의 계수의 합을 구하여라.

해설 | 문제 009

정답: $8x+6$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 + 3x + 3)(x - 1) - x + 5 \\ &= x^3 + 2x^2 - x + 2 \end{aligned}$$

따라서 $x^3 + 2x^2 - x + 2$

$$= (x^2 - 2x)(x + 4) + 7x + 2$$

이므로 몫 $= x + 4$, 나머지 $= 7x + 2$ 이다.

따라서 합 $8x + 6$