

---

# Identification de modèle non linéaire pour le contrôle d'écoulements instables

Congrès Français de Mécanique — Besançon

---

Aurélien HERVÉ, Denis Sipp, Peter Schmid

Office Nationale d'Etudes et de Recherches Aérospatiales

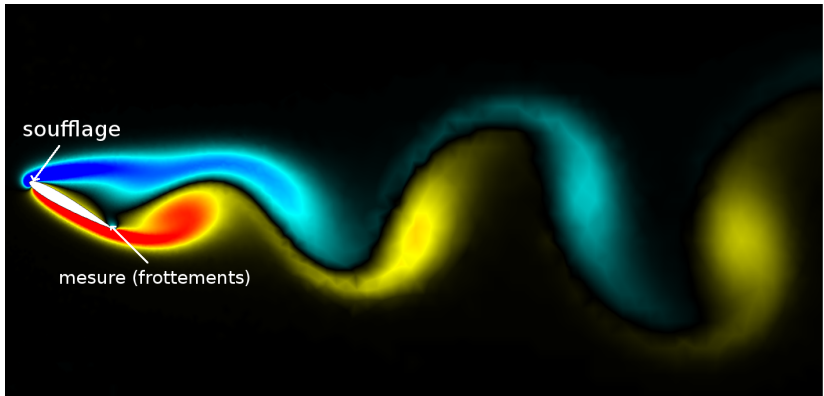


30 Août 2011

# Plan

- 1 Introduction
  - Configuration
  - problématique
- 2 Identification
  - Modèle libre
  - Ajout de l'effet du contrôle
- 3 Conclusions

# Configuration



NACA010,  $Re = 200$ , incidence  $30^\circ$

# Identification d'un modèle : méthode proposée

## Méthode proposée

- 1 Identification d'une dynamique non forcée, à l'aide d'une trajectoire POD
- 2 Utilisation d'un modèle temporel ARX pour inclure la loi de contrôle

## Critères de qualité

- 1 Requis :
  - fréquence et amplitude des oscillations respectées
  - Le modèle admet un point d'équilibre instable, qui correspond à la projection du champ de base sur la base réduite choisie
- 2 Requis :
  - Bonne prédiction d'une simulation avec forçage

# Identification d'un modèle : méthode proposée

## Méthode proposée

- 1 Identification d'une dynamique non forcée, à l'aide d'une trajectoire POD
- 2 Utilisation d'un modèle temporel ARX pour inclure la loi de contrôle

## Critères de qualité

- 1 Requis :
  - fréquence et amplitude des oscillations respectées
  - Le modèle admet un point d'équilibre instable, qui correspond à la projection du champ de base sur la base réduite choisie
- 2 Requis :
  - Bonne prédiction d'une simulation avec forçage

# Identification d'un modèle : méthode proposée

## Méthode proposée

- 1 Identification d'une dynamique non forcée, à l'aide d'une trajectoire POD
- 2 Utilisation d'un modèle temporel ARX pour inclure la loi de contrôle

## Critères de qualité

- 1 Requis :
  - fréquence et amplitude des oscillations respectées
  - Le modèle admet un point d'équilibre instable, qui correspond à la projection du champ de base sur la base réduite choisie
- 2 Requis :
  - Bonne prédiction d'une simulation avec forçage

# Identification d'un modèle : méthode proposée

## Méthode proposée

- 1 Identification d'une dynamique non forcée, à l'aide d'une trajectoire POD
- 2 Utilisation d'un modèle temporel ARX pour inclure la loi de contrôle

## Critères de qualité

- 1 Requis :
  - fréquence et amplitude des oscillations respectées
  - Le modèle admet un point d'équilibre instable, qui correspond à la projection du champ de base sur la base réduite choisie
- 2 Requis :
  - Bonne prédiction d'une simulation avec forçage

# Identification d'un modèle : méthode proposée

## Méthode proposée

- ➊ Identification d'une dynamique non forcée, à l'aide d'une trajectoire POD
- ➋ Utilisation d'un modèle temporel ARX pour inclure la loi de contrôle

## Critères de qualité

- ➊ Requis :
  - fréquence et amplitude des oscillations respectées
  - Le modèle admet un point d'équilibre instable, qui correspond à la projection du champ de base sur la base réduite choisie
- ➋ Requis :
  - Bonne prédiction d'une simulation avec forçage



## Structure du modèle

- ❶ **Calcul POD, autour de Reynolds = 50 :**

$$U = \bar{U}_{|Re=50} + \sum_i x_i \Phi_i \quad \varepsilon = \frac{1}{Re_0} - \frac{1}{Re}$$

- ❷ **Structure générale du modèle, en gardant la dépendance en Reynolds :**

$$\begin{aligned} \forall \varepsilon, x_i^{t+1} &= \varepsilon A_i + \sum_j x_j (B_{ij} + \varepsilon \beta_{ji}) + \sum_{j,k} x_j x_k C_{ijk} \\ &= f_i(X, \varepsilon) \end{aligned}$$

## Structure du modèle

- ❶ **Calcul POD, autour de Reynolds = 50 :**

$$U = \bar{U}_{|Re=50} + \sum_i x_i \Phi_i \quad \varepsilon = \frac{1}{Re_0} - \frac{1}{Re}$$

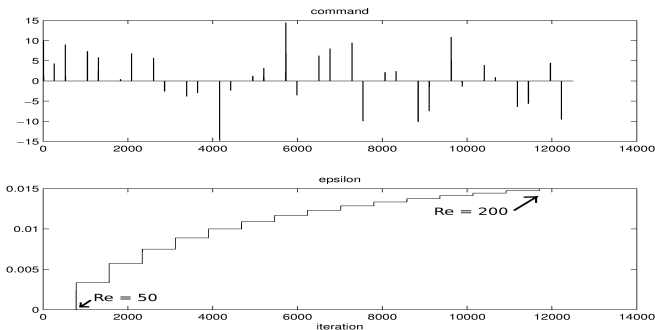
- ❷ **Structure générale du modèle, en gardant la dépendance en Reynolds :**

$$\begin{aligned} \forall \varepsilon, x_i^{t+1} &= \varepsilon A_i + \sum_j x_j (B_{ij} + \varepsilon \beta_{ji}) + \sum_{j,k} x_j x_k C_{ijk} \\ &= f_i(X, \varepsilon) \end{aligned}$$

# Identification du modèle : ensemble d'apprentissage

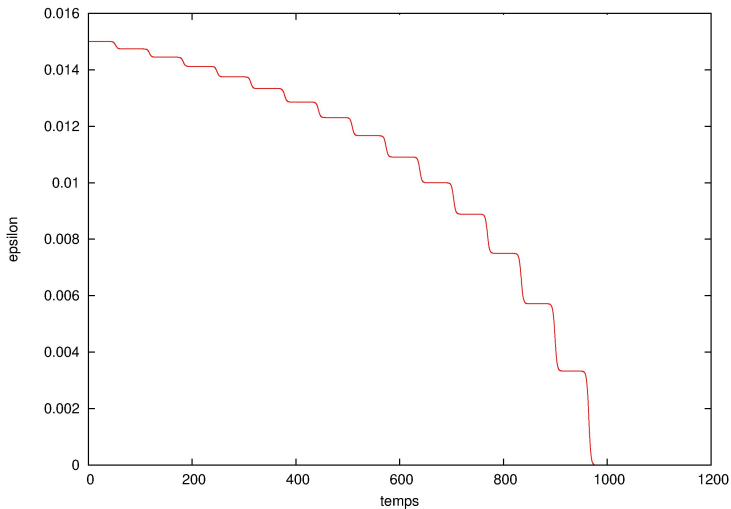
## Equation du modèle

$$x_i^{t+1}(X, \varepsilon) = \varepsilon A_i + \sum_j B_{ij} x_j + \sum_j \varepsilon \beta_{ij} x_j + \sum_{j,k} C_{i,j,k} x_j x_k$$

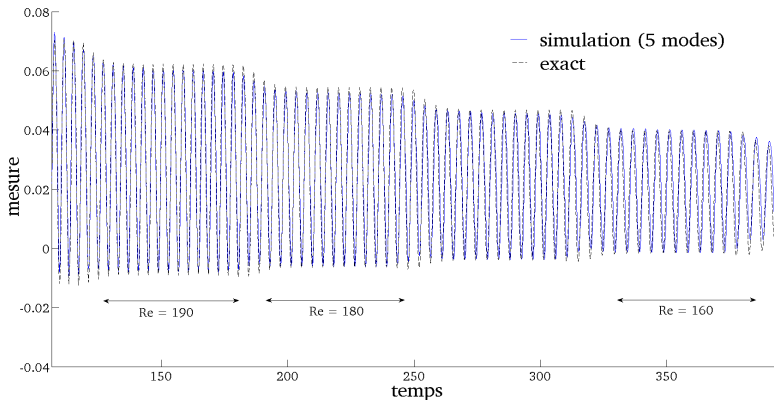


*Ensemble d'apprentissage. La simulation est ponctuellement forcée pour observer une dynamique plus riche*

# Ensemble de test

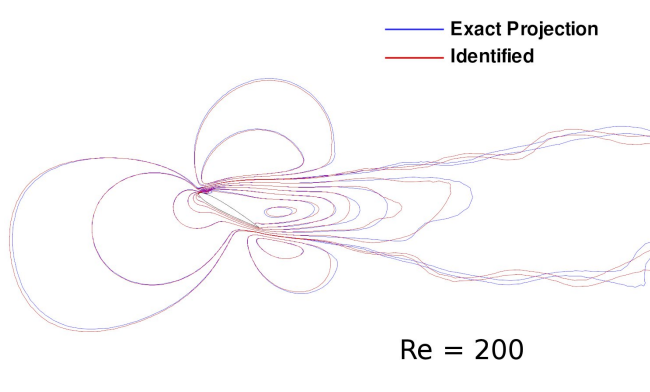


# Résultat de l'identification : prédiction d'une simulation



*Simulation sur l'ensemble de test : le Reynolds diminue et la loi de forçage est nulle*

# Prédiction du champ de base grâce au modèle identifié



Baseflow (Newton) } -----> Exact projection  
POD basis  
model equilibrium } -----> Identified baseflow  
POD basis

## Identification de l'action du contrôle sur la base :

- Calcul d'une simulation avec forçage aléatoire  $u(t)$
- $\Delta(t) = X(t+1) - f(X(t), \varepsilon(t))$
- *modèle ARX* :  $\Delta(t) = \sum_k \alpha_k u(t-k)$

## Identification de l'action du contrôle sur la base :

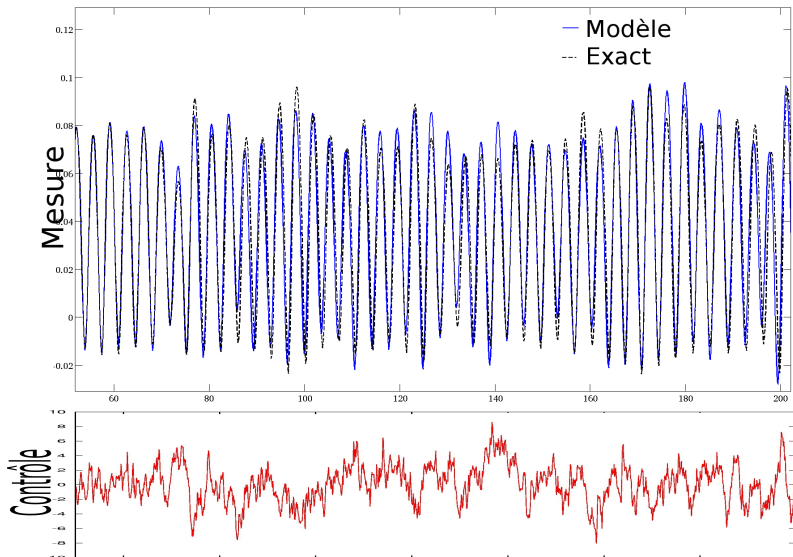
- Calcul d'une simulation avec forçage aléatoire  $u(t)$
- $\Delta(t) = X(t+1) - f(X(t), \varepsilon(t))$
- *modèle ARX* :  $\Delta(t) = \sum_k \alpha_k u(t-k)$



## Identification de l'action du contrôle sur la base :

- Calcul d'une simulation avec forçage aléatoire  $u(t)$
- $\Delta(t) = X(t+1) - f(X(t), \varepsilon(t))$
- *modèle ARX* :  $\Delta(t) = \sum_k \alpha_k u(t-k)$

# Ajout de l'effet du forçage : résultats



# Conclusion

## Modèle réduit

- Modélisation fiable de la dynamique non forcée à l'aide de 5 modes, et sur une large plage de Reynolds
- La projection du champ de base sur la base réduite est déduite de la dynamique observée
- Modèle temporel pour prendre en compte les effets du forçage

## Perspectives

- Influence du forçage comme fonction du Reynolds
- Définition d'un estimateur
- Contrôle non linéaire

# Conclusion

## Modèle réduit

- Modélisation fiable de la dynamique non forcée à l'aide de 5 modes, et sur une large plage de Reynolds
- La projection du champ de base sur la base réduite est déduite de la dynamique observée
- Modèle temporel pour prendre en compte les effets du forçage

## Perspectives

- Influence du forçage comme fonction du Reynolds
- Définition d'un estimateur
- Contrôle non linéaire

# Conclusion

## Modèle réduit

- Modélisation fiable de la dynamique non forcée à l'aide de 5 modes, et sur une large plage de Reynolds
- La projection du champ de base sur la base réduite est déduite de la dynamique observée
- Modèle temporel pour prendre en compte les effets du forçage

## Perspectives

- Influence du forçage comme fonction du Reynolds
- Définition d'un estimateur
- Contrôle non linéaire

# Conclusion

## Modèle réduit

- Modélisation fiable de la dynamique non forcée à l'aide de 5 modes, et sur une large plage de Reynolds
- La projection du champ de base sur la base réduite est déduite de la dynamique observée
- Modèle temporel pour prendre en compte les effets du forçage

## Perspectives

- Influence du forçage comme fonction du Reynolds
- Définition d'un estimateur
- Contrôle non linéaire

# Conclusion

## Modèle réduit

- Modélisation fiable de la dynamique non forcée à l'aide de 5 modes, et sur une large plage de Reynolds
- La projection du champ de base sur la base réduite est déduite de la dynamique observée
- Modèle temporel pour prendre en compte les effets du forçage

## Perspectives

- Influence du forçage comme fonction du Reynolds
- Définition d'un estimateur
- Contrôle non linéaire

# Conclusion

## Modèle réduit

- Modélisation fiable de la dynamique non forcée à l'aide de 5 modes, et sur une large plage de Reynolds
- La projection du champ de base sur la base réduite est déduite de la dynamique observée
- Modèle temporel pour prendre en compte les effets du forçage

## Perspectives

- Influence du forçage comme fonction du Reynolds
- Définition d'un estimateur
- Contrôle non linéaire