

```
In[ ]:= p = Subscript[z, 1] + Subscript[z, 1]* -
      Subscript[z, 2] Subscript[z, 2]* - Subscript[z, 3] Subscript[z, 3]* -
      a (Subscript[z, 2]^2 Subscript[z, 2]^*^2 + Subscript[z, 3]^2 Subscript[z, 3]^*^2 -
      4 Subscript[z, 2] Subscript[z, 2]* Subscript[z, 3] Subscript[z, 3]^*) -
      (b Subscript[z, 2] Subscript[z, 3]^* + b* Subscript[z, 3] Subscript[z, 2]^*)
      (Subscript[z, 2] Subscript[z, 2]* - Subscript[z, 3] Subscript[z, 3]^*) -
      c Subscript[z, 2]^2 Subscript[z, 3]^*^2 - c* Subscript[z, 3]^2 Subscript[z, 2]^*^2
```

```
Out[ ]:= Conjugate[z1] + z1 - Conjugate[z2] z2 - c Conjugate[z3]2 z22 - Conjugate[z3] z3 -
      Conjugate[c] Conjugate[z2]2 z32 - (b Conjugate[z3] z2 + Conjugate[b] Conjugate[z2] z3)
      (Conjugate[z2] z2 - Conjugate[z3] z3) -
      a (Conjugate[z2]2 z22 - 4 Conjugate[z2] Conjugate[z3] z2 z3 + Conjugate[z3]2 z32)
```

```
In[ ]:= f = z1 + Z1 - z2 Z2 - z3 Z3 - a (z22 * Z22 + z32 * Z32 - 4 z2 z3 Z2 Z3) -
      (bz2 Z3 + BZ2 z3) (z2 Z2 - z3 Z3) - cz22 * Z32 - CZ22 z32
```

```
Out[ ]:= z1 - CZ22 z32 + Z1 - z2 Z2 - z3 Z3 - cz22 Z32 -
      (BZ2 z3 + bz2 Z3) (z2 Z2 - z3 Z3) - a (z22 Z22 - 4 z2 z3 Z2 Z3 + z32 Z32)
```

```
In[ ]:= D[f, Z1]
```

```
Out[ ]:= 1
```

```
In[ ]:= D[f, Z2]
```

```
Out[ ]:= -z2 - z2 (BZ2 z3 + bz2 Z3) - a (2 z22 Z2 - 4 z2 z3 Z3)
```

```
In[ ]:= ClearAll
```

```
Out[ ]:= ClearAll
```

```
In[ ]:= f = z1 + Z1 - z2 Z2 - z3 Z3 - a (z22 * Z22 + z32 * Z32 - 4 z2 z3 Z2 Z3) -
      (bz2 Z3 + BZ2 z3) (z2 Z2 - z3 Z3) - cz22 * Z32 - CZ22 z32
```

```
Out[ ]:= z1 - CZ22 z32 + Z1 - z2 Z2 - z3 Z3 - cz22 Z32 -
      (BZ2 z3 + bz2 Z3) (z2 Z2 - z3 Z3) - a (z22 Z22 - 4 z2 z3 Z2 Z3 + z32 Z32)
```

```
In[ ]:= Expand[f]
```

```
Out[ ]:= z1 - CZ22 z32 + Z1 - z2 Z2 - BZ2 z2 z3 Z2 - a z22 Z22 - z3 Z3 +
      BZ2 z32 Z3 - bz2 z2 Z2 Z3 + 4 a z2 z3 Z2 Z3 - cz22 Z32 + bz2 z3 Z32 - a z32 Z32
```

```
In[ ]:= f[z_, Z_, w_, W_, y_, Y_] :=
      z + Z - w * W - y * Y - a * (y^2 * Y^2 + w^2 * W^2 - 4 * w * y * W * Y) -
      (b * w * Y + B * W * y) * (w * W - y * Y) - g * w^2 * Y^2 - G * W^2 * y^2
```

 **SetDelayed:** Tag Plus in

(z₁ - CZ₂² z₃² + Z₁ - z₂ Z₂ - z₃ Z₃ - cz₂² Z₃² - (BZ₂ z₃ + bz₂ Z₃) (z₂ Z₂ - z₃ Z₃) - a (z₂² Z₂² - 4 z₂ z₃ Z₂ Z₃ + z₃² Z₃²))[z_, Z_,
w_, W_, y_, Y_] is Protected.

```
Out[ ]:= $Failed
```

```
In[ ]:= ClearAll
```

```
Out[ ]:= ClearAll
```

```
In[ ]:= f[z_, Z_, w_, W_, y_, Y_] :=
  z + Z - w * W - y * Y - a * (y^2 * Y^2 + w^2 * W^2 - 4 * w * y * W * Y) -
  (b * w * Y + B * W * y) * (w * W - y * Y) - g * w^2 * Y^2 - G * W^2 * y^2
```

```
SetDelayed: Tag Plus in
```

```
(z1 - C z2^2 z3^2 + Z1 - z2 Z2 - z3 Z3 - c z2^2 Z3^2 - (B z2 z3 + b z2 Z3) (z2 Z2 - z3 Z3) - a (z2^2 Z2^2 - 4 z2 z3 Z2 Z3 + z3^2 Z3^2)) [z_, Z_,
w_, W_, y_, Y_] is Protected.
```

```
Out[ ]:= $Failed
```

```
In[ ]:= Remove["Global`*"]
```

```
In[ ]:= f[z_, Z_, w_, W_, y_, Y_] :=
  z + Z - w * W - y * Y - a * (y^2 * Y^2 + w^2 * W^2 - 4 * w * y * W * Y) -
  (b * w * Y + B * W * y) * (w * W - y * Y) - g * w^2 * Y^2 - G * W^2 * y^2
```

```
In[ ]:= F := f[z1, Z1, z2, Z2, z3, Z3]
```

```
In[ ]:= F
```

```
Out[ ]:= z1 + Z1 - z2 Z2 - G z3^2 Z2^2 - z3 Z3 - g z2^2 Z3^2 -
  (B z3 Z2 + b z2 Z3) (z2 Z2 - z3 Z3) - a (z2^2 Z2^2 - 4 z2 z3 Z2 Z3 + z3^2 Z3^2)
```

```
In[ ]:= D[F, Z1]
```

```
Out[ ]:= 1
```

```
In[ ]:= D[F, Z2]
```

```
Out[ ]:= -z2 - 2 G z3^2 Z2 - z2 (B z3 Z2 + b z2 Z3) - B z3 (z2 Z2 - z3 Z3) - a (2 z2^2 Z2 - 4 z2 z3 Z3)
```

```
In[ ]:= D[F, Z3]
```

```
Out[ ]:= -z3 - 2 g z2^2 Z3 + z3 (B z3 Z2 + b z2 Z3) - b z2 (z2 Z2 - z3 Z3) - a (-4 z2 z3 Z2 + 2 z3^2 Z3)
```

```
In[ ]:= D[F, {z3, 0}]
```

```
Out[ ]:= z1 + Z1 - z2 Z2 - G z3^2 Z2^2 - z3 Z3 - g z2^2 Z3^2 -
  (B z3 Z2 + b z2 Z3) (z2 Z2 - z3 Z3) - a (z2^2 Z2^2 - 4 z2 z3 Z2 Z3 + z3^2 Z3^2)
```

```
In[ ]:= F22 = D[F, z2, Z2]
```

```
Out[ ]:= -1 - 2 B z3 Z2 - 2 b z2 Z3 - a (4 z2 Z2 - 4 z3 Z3)
```

```
In[ ]:= F23 = D[F, z2, Z3]
```

```
Out[ ]:= -b z2 Z2 + 4 a z3 Z2 - 4 g z2 Z3 + b z3 Z3 - b (z2 Z2 - z3 Z3)
```

```
In[ ]:= F32 = D[F, z3, Z2]
```

```
Out[ ]:= -B z2 Z2 - 4 G z3 Z2 + 4 a z2 Z3 + B z3 Z3 - B (z2 Z2 - z3 Z3)
```

In[]:= **F₃₃ = D[F, z₃, Z₃]**

Out[]:= $-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3)$

In[]:= **d := F₂₂ * F₃₃ - F₂₃ * F₃₂**

In[]:= **d**

Out[]:=
$$\begin{aligned} & - \left(-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) \\ & \left(-B z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + 4 a z_2 Z_3 + B z_3 Z_3 - B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) + \\ & \left(-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3) \right) \left(-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3) \right) \end{aligned}$$

In[]:= **ExpandAll[d]**

Out[]:=
$$\begin{aligned} & 1 - 16 a^2 z_2^2 Z_2^2 - 4 b B z_2^2 Z_2^2 - 8 a B z_2 z_3 Z_2^2 - 8 b G z_2 z_3 Z_2^2 - 4 B^2 z_3^2 Z_2^2 + 16 a G z_3^2 Z_2^2 - \\ & 8 a b z_2^2 Z_2 Z_3 - 8 B g z_2^2 Z_2 Z_3 + 16 a^2 z_2 z_3 Z_2 Z_3 - 16 g G z_2 z_3 Z_2 Z_3 + 8 a B z_3^2 Z_2 Z_3 + \\ & 8 b G z_3^2 Z_2 Z_3 - 4 b^2 z_2^2 Z_3^2 + 16 a g z_2^2 Z_3^2 + 8 a b z_2 z_3 Z_3^2 + 8 B g z_2 z_3 Z_3^2 - 16 a^2 z_3^2 Z_3^2 - 4 b B z_3^2 Z_3^2 \end{aligned}$$

In[]:= **F₂₂ * F₃₃**

Out[]:=
$$\left(-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3) \right) \left(-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3) \right)$$

In[]:= **ExpandAll[%]**

Out[]:=
$$\begin{aligned} & 1 - 16 a^2 z_2^2 Z_2^2 - 16 a B z_2 z_3 Z_2^2 - 4 B^2 z_3^2 Z_2^2 - 16 a b z_2^2 Z_2 Z_3 + 32 a^2 z_2 z_3 Z_2 Z_3 - \\ & 8 b B z_2 z_3 Z_2 Z_3 + 16 a B z_3^2 Z_2 Z_3 - 4 b^2 z_2^2 Z_3^2 + 16 a b z_2 z_3 Z_3^2 - 16 a^2 z_3^2 Z_3^2 \end{aligned}$$

In[]:= **F₂₂**

Out[]:=
$$-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3)$$

In[]:= **F₂₂ / d**

Out[]:=
$$\begin{aligned} & \left(-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3) \right) / \\ & \left(- \left(-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) \right. \\ & \quad \left. \left(-B z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + 4 a z_2 Z_3 + B z_3 Z_3 - B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) + \right. \\ & \quad \left. \left(-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3) \right) \right. \\ & \quad \left. \left(-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3) \right) \right) \end{aligned}$$

In[]:= **FullSimplify[%29]**

Out[]:=
$$-z_2^2 (2 a Z_2 + b Z_3) + z_3^2 (-2 G Z_2 + B Z_3) + z_2 (-1 + z_3 (-2 B Z_2 + 4 a Z_3))$$

In[]:= **F₂ = D[F, z₂]**

Out[]:=
$$-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3)$$

In[]:= **M := {{p, p₁*, p₂*, p₃*}, {p₁, p₁₁, p₁₂, p₁₃}, {p₂, p₂₁, p₂₂, p₂₃}, {p₃, p₃₁, p₃₂, p₃₃}}**

In[]:= **Det[M]**

Out[]:=
$$\begin{aligned} & \text{Conjugate}[p_3] p_3 p_{12} p_{21} - \text{Conjugate}[p_2] p_3 p_{13} p_{21} - \text{Conjugate}[p_3] p_3 p_{11} p_{22} + \\ & \text{Conjugate}[p_1] p_3 p_{13} p_{22} + \text{Conjugate}[p_2] p_3 p_{11} p_{23} - \text{Conjugate}[p_1] p_3 p_{12} p_{23} - \\ & \text{Conjugate}[p_3] p_2 p_{12} p_{31} + \text{Conjugate}[p_2] p_2 p_{13} p_{31} + \text{Conjugate}[p_3] p_1 p_{22} p_{31} - \\ & p p_{13} p_{22} p_{31} - \text{Conjugate}[p_2] p_1 p_{23} p_{31} + p p_{12} p_{23} p_{31} + \text{Conjugate}[p_3] p_2 p_{11} p_{32} - \\ & \text{Conjugate}[p_1] p_2 p_{13} p_{32} - \text{Conjugate}[p_3] p_1 p_{21} p_{32} + p p_{13} p_{21} p_{32} + \\ & \text{Conjugate}[p_1] p_1 p_{23} p_{32} - p p_{11} p_{23} p_{32} - \text{Conjugate}[p_2] p_2 p_{11} p_{33} + \text{Conjugate}[p_1] p_2 p_{12} p_{33} + \\ & \text{Conjugate}[p_2] p_1 p_{21} p_{33} - p p_{12} p_{21} p_{33} - \text{Conjugate}[p_1] p_1 p_{22} p_{33} + p p_{11} p_{22} p_{33} \end{aligned}$$

In[]:= **FullSimplify[%33]**

Out[]:=
$$2 z_3 (2 a Z_2 + b Z_3) - 2 z_2 (b Z_2 + 2 g Z_3)$$

In[]:= **M /. p → 0**

Out[]:=
$$\{\{0, \text{Conjugate}[\theta_1], \text{Conjugate}[\theta_2], \text{Conjugate}[\theta_3]\}, \{ \theta_1, \theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13}\}, \{ \theta_2, \theta_{21}, \theta_{22}, \theta_{23}\}, \{ \theta_3, \theta_{31}, \theta_{32}, \theta_{33}\}\}$$

In[]:= **ClearAll[M]**

In[]:= **M**

Out[]:= **M**

In[]:= **M := {{p, p^{*}, p^{*}, p^{*}}, {p₁, p₁₁, p₁₂, p₁₃}, {p₂, p₂₁, p₂₂, p₂₃}, {p₃, p₃₁, p₃₂, p₃₃}} /. p → 0**

In[]:= **M**

Out[]:=
$$\{\{0, \text{Conjugate}[\theta_1], \text{Conjugate}[\theta_2], \text{Conjugate}[\theta_3]\}, \{ \theta_1, \theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13}\}, \{ \theta_2, \theta_{21}, \theta_{22}, \theta_{23}\}, \{ \theta_3, \theta_{31}, \theta_{32}, \theta_{33}\}\}$$

In[]:= **ClearAll[M]**

In[]:= **M := {{0, p^{*}, p^{*}, p^{*}}, {p₁, p₁₁, p₁₂, p₁₃}, {p₂, p₂₁, p₂₂, p₂₃}, {p₃, p₃₁, p₃₂, p₃₃}}**

In[]:= **Det[M]**

Out[]:=
$$\begin{aligned} & \text{Conjugate}[p_3] p_3 p_{12} p_{21} - \text{Conjugate}[p_2] p_3 p_{13} p_{21} - \text{Conjugate}[p_3] p_3 p_{11} p_{22} + \\ & \text{Conjugate}[p_1] p_3 p_{13} p_{22} + \text{Conjugate}[p_2] p_3 p_{11} p_{23} - \text{Conjugate}[p_1] p_3 p_{12} p_{23} - \\ & \text{Conjugate}[p_3] p_2 p_{12} p_{31} + \text{Conjugate}[p_2] p_2 p_{13} p_{31} + \text{Conjugate}[p_3] p_1 p_{22} p_{31} - \\ & \text{Conjugate}[p_2] p_1 p_{23} p_{31} + \text{Conjugate}[p_3] p_2 p_{11} p_{32} - \text{Conjugate}[p_1] p_2 p_{13} p_{32} - \\ & \text{Conjugate}[p_3] p_1 p_{21} p_{32} + \text{Conjugate}[p_1] p_1 p_{23} p_{32} - \text{Conjugate}[p_2] p_2 p_{11} p_{33} + \\ & \text{Conjugate}[p_1] p_2 p_{12} p_{33} + \text{Conjugate}[p_2] p_1 p_{21} p_{33} - \text{Conjugate}[p_1] p_1 p_{22} p_{33} \end{aligned}$$

In[]:= **FullSimplify[%42]**

Out[]:=
$$\begin{aligned} & (1 + 2 z_3 (B Z_2 - 2 a Z_3) + 2 z_2 (2 a Z_2 + b Z_3)) / \\ & (-1 + 4 z_3^2 ((B^2 - 4 a G) Z_2^2 - 2 (a B + b G) Z_2 Z_3 + (4 a^2 + b B) Z_3^2) + \\ & 4 z_2^2 ((4 a^2 + b B) Z_2^2 + 2 (a b + B g) Z_2 Z_3 + (b^2 - 4 a g) Z_3^2) + \\ & 8 z_2 z_3 ((a B + b G) Z_2^2 - 2 (a^2 - g G) Z_2 Z_3 - (a b + B g) Z_3^2)) \end{aligned}$$

In[]:= **F₁ := D[F, z₁]**

In[]:= **F₀₁ := D[F, Z₁]**

In[]:= **F₁**

Out[]:= **1**

In[]:= **F₀₁**

Out[]:= **1**

In[]:= **F₂ := D[F, z₂]**

In[]:= **F₂₀ := D[F, Z₂]**

In[]:= **F₃ := D[F, z₃]**

In[]:= **- 2 G z₃ Z₂² - Z₃ + Z₃ (B z₃ Z₂ + b z₂ Z₃) - B Z₂ (z₂ Z₂ - z₃ Z₃) - a (- 4 z₂ Z₂ Z₃ + 2 z₃ Z₃²) F**

Out[]:= **- 2 G z₃ Z₂² - Z₃ + Z₃ (B z₃ Z₂ + b z₂ Z₃) - B Z₂ (z₂ Z₂ - z₃ Z₃) -
a (- 4 z₂ Z₂ Z₃ + 2 z₃ Z₃²) (z₁ + Z₁ - z₂ Z₂ - G z₃² Z₂² - z₃ Z₃ - g z₂² Z₃² -
(B z₃ Z₂ + b z₂ Z₃) (z₂ Z₂ - z₃ Z₃) - a (z₂² Z₂² - 4 z₂ z₃ Z₂ Z₃ + z₃² Z₃²))**

In[]:= **F₃₀ = D[F, Z₃]**

Out[]:= **- z₃ - 2 g z₂² Z₃ + z₃ (B z₃ Z₂ + b z₂ Z₃) - b z₂ (z₂ Z₂ - z₃ Z₃) - a (- 4 z₂ z₃ Z₂ + 2 z₃² Z₃)**

In[]:= **ClearAll[M]**

In[]:= **M**

Out[]:= **M**

In[]:= **M := {{F, F₀₁, F₀₂, F₀₃}, {F₁, 0, 0, 0}, {F₂, 0, F₂₂, F₂₃}, {F₃, 0, F₃₂, F₃₃}}**

In[]:= **MatrixForm[M]**

Out[]:= **MatrixForm=**

$$\begin{pmatrix} z_1 + Z_1 - z_2 Z_2 - G z_3^2 Z_2^2 - z_3 Z_3 - g z_2^2 Z_3^2 - (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (z_2^2 Z_2^2 - 4 z_2 z_3 Z_2 Z_3 + z_3^2 Z_3^2) \\ - Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3) \\ - 2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (- 4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2) \end{pmatrix}$$

In[]:= **Grid[%55]**

Out[]:= **Grid[Conjugate[p₃] p₃ p₁₂ p₂₁ - Conjugate[p₂] p₃ p₁₃ p₂₁ - Conjugate[p₃] p₃ p₁₁ p₂₂ +
Conjugate[p₁] p₃ p₁₃ p₂₂ + Conjugate[p₂] p₃ p₁₁ p₂₃ - Conjugate[p₁] p₃ p₁₂ p₂₃ -
Conjugate[p₃] p₂ p₁₂ p₃₁ + Conjugate[p₂] p₂ p₁₃ p₃₁ + Conjugate[p₃] p₁ p₂₂ p₃₁ -
Conjugate[p₂] p₁ p₂₃ p₃₁ + Conjugate[p₃] p₂ p₁₁ p₃₂ - Conjugate[p₁] p₂ p₁₃ p₃₂ -
Conjugate[p₃] p₁ p₂₁ p₃₂ + Conjugate[p₁] p₁ p₂₃ p₃₂ - Conjugate[p₂] p₂ p₁₁ p₃₃ +
Conjugate[p₁] p₂ p₁₂ p₃₃ + Conjugate[p₂] p₁ p₂₁ p₃₃ - Conjugate[p₁] p₁ p₂₂ p₃₃]**

In[]:= **Det[M]**

Out[]:= **- 1 + 16 a² z₂² Z₂² + 4 b B z₂² Z₂² + 8 a B z₂ z₃ Z₂² + 8 b G z₂ z₃ Z₂² + 4 B² z₃² Z₂² - 16 a G z₃² Z₂² +
8 a b z₂² Z₂ Z₃ + 8 B g z₂² Z₂ Z₃ - 16 a² z₂ z₃ Z₂ Z₃ + 16 g G z₂ z₃ Z₂ Z₃ - 8 a B z₃² Z₂ Z₃ -
8 b G z₃² Z₂ Z₃ + 4 b² z₂² Z₃² - 16 a g z₂² Z₃² - 8 a b z₂ z₃ Z₃² - 8 B g z₂ z₃ Z₃² + 16 a² z₃² Z₃² + 4 b B z₃² Z₃²**

$$In[] := A_{22} := - \left(F_2 * F_{03} * F_{32} + F_{02} * F_3 * F_{23} - F_2 * F_{02} * F_{33} - F_3 * F_{03} * F_{22} \right)$$

$$In[] := A_{22}$$

$$\begin{aligned} Out[] := & \left(-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a \left(-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - b Z_3 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \right)^2 - \\ & \left(-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - b Z_3 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - B Z_2 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2 \right) \right) - \\ & \left(-B z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + 4 a z_2 Z_3 + B z_3 Z_3 - B \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - b Z_3 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - B Z_2 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2 \right) \right) + \\ & \left(-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a \left(4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - B Z_2 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2 \right) \right)^2 \end{aligned}$$

In[]:= ExpandAll[%]

Out[]:=
$$\begin{aligned} & -Z_2^2 + 12 a^2 z_2^2 Z_2^4 + 2 b B z_2^2 Z_2^4 + B^2 z_2^2 Z_2^4 + 8 a B z_2 z_3 Z_2^4 + 4 b G z_2 z_3 Z_2^4 + 4 B G z_2 z_3 Z_2^4 + 3 B^2 z_3^2 Z_2^4 - \\ & 8 a G z_3^2 Z_2^4 + 4 G^2 z_3^2 Z_2^4 + 16 a^3 z_3^2 Z_2^5 + 4 a b B z_3^2 Z_2^5 + 16 a^2 B z_2^2 z_3 Z_2^5 + 2 b B^2 z_2^2 z_3 Z_2^5 + \\ & 8 a b G z_2^2 z_3 Z_2^5 + 8 a B^2 z_2 z_3^2 Z_2^5 - 16 a^2 G z_2 z_3^2 Z_2^5 + 4 b B G z_2 z_3^2 Z_2^5 + 2 B^3 z_3^2 Z_2^5 - 8 a B G z_3^2 Z_2^5 + \\ & 12 a b z_2^2 Z_2^3 Z_3 - 8 a B z_2^2 Z_2^3 Z_3 + 4 B g z_2^2 Z_2^3 Z_3 - 24 a^2 z_2 z_3 Z_2^3 Z_3 + 4 b B z_2 z_3 Z_2^3 Z_3 - \\ & 4 B^2 z_2 z_3 Z_2^3 Z_3 - 16 a G z_2 z_3 Z_2^3 Z_3 + 8 g G z_2 z_3 Z_2^3 Z_3 - 12 a B z_3^2 Z_2^3 Z_3 - 4 b G z_3^2 Z_2^3 Z_3 - \\ & 8 B G z_3^2 Z_2^3 Z_3 + 24 a^2 b z_2^2 Z_2^4 Z_3 + 8 a^2 B z_2^2 Z_2^4 Z_3 + 4 b^2 B z_2^2 Z_2^4 Z_3 + 2 b B^2 z_2^2 Z_2^4 Z_3 + 8 a B g z_2^2 Z_2^4 Z_3 - \\ & 48 a^3 z_2^2 z_3 Z_2^4 Z_3 + 4 a b B z_2^2 z_3 Z_2^4 Z_3 + 4 a B^2 z_2^2 z_3 Z_2^4 Z_3 + 4 B^2 g z_2^2 z_3 Z_2^4 Z_3 + 16 a^2 G z_2^2 z_3 Z_2^4 Z_3 + \\ & 8 b^2 G z_2^2 z_3 Z_2^4 Z_3 + 8 b B G z_2^2 z_3 Z_2^4 Z_3 + 16 a g G z_2^2 z_3 Z_2^4 Z_3 - 32 a^2 B z_2 z_3^2 Z_2^4 Z_3 + 4 b B^2 z_2 z_3^2 Z_2^4 Z_3 + \\ & 2 B^3 z_2 z_3^2 Z_2^4 Z_3 - 40 a b G z_2 z_3^2 Z_2^4 Z_3 + 8 B g G z_2 z_3^2 Z_2^4 Z_3 + 8 b G^2 z_2 z_3^2 Z_2^4 Z_3 - 12 a B^2 z_3^2 Z_2^4 Z_3 + \\ & 32 a^2 G z_3^2 Z_2^4 Z_3 - 4 b B G z_3^2 Z_2^4 Z_3 + 4 B^2 G z_3^2 Z_2^4 Z_3 - 16 a G^2 z_3^2 Z_2^4 Z_3 - Z_3^2 + 24 a^2 z_2^2 Z_2^2 Z_3^2 + \\ & 6 b^2 z_2^2 Z_2^2 Z_3^2 - 24 a b z_2 z_3 Z_2^2 Z_3^2 + 24 a B z_2 z_3 Z_2^2 Z_3^2 + 24 a^2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 + 6 B^2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 - 32 a^3 z_2^2 Z_2^2 Z_3^2 + \\ & 12 a b^2 z_2^2 Z_2^2 Z_3^2 - 4 a b B z_2^2 Z_2^2 Z_3^2 + 12 b B g z_2^2 Z_2^2 Z_3^2 + 4 B^2 g z_2^2 Z_2^2 Z_3^2 - 48 a^2 b z_2^2 z_3 Z_2^2 Z_3^2 - \\ & 40 a^2 B z_2^2 z_3 Z_2^2 Z_3^2 - 4 b B^2 z_2^2 z_3 Z_2^2 Z_3^2 - 24 a B g z_2^2 z_3 Z_2^2 Z_3^2 - 8 a b G z_2^2 z_3 Z_2^2 Z_3^2 + \\ & 24 b g G z_2^2 z_3 Z_2^2 Z_3^2 + 16 B g G z_2^2 z_3 Z_2^2 Z_3^2 + 48 a^3 z_2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 - 12 a b B z_2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 - \\ & 20 a B^2 z_2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 + 16 a^2 G z_2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 - 12 b^2 G z_2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 - 12 b B G z_2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 - \\ & 48 a g G z_2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 + 16 g G^2 z_2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 + 24 a^2 B z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 - 4 B^3 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 + 24 a b G z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 + \\ & 8 a B G z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 - 8 b G^2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 + 12 a b z_2^2 Z_2 Z_3^3 + 8 b g z_2^2 Z_2 Z_3^3 + 4 B g z_2^2 Z_2 Z_3^3 - 24 a^2 z_2 z_3 Z_2 Z_3^3 - \\ & 4 b^2 z_2 z_3 Z_2 Z_3^3 + 4 b B z_2 z_3 Z_2 Z_3^3 - 16 a g z_2 z_3 Z_2 Z_3^3 + 8 g G z_2 z_3 Z_2 Z_3^3 + 8 a b z_3^2 Z_2 Z_3^3 - \\ & 12 a B z_3^2 Z_2 Z_3^3 - 4 b G z_3^2 Z_2 Z_3^3 - 24 a^2 b z_2^2 Z_2 Z_3^3 + 4 b^3 z_2^2 Z_2 Z_3^3 - 8 a b g z_2^2 Z_2 Z_3^3 - 24 a B g z_2^2 Z_2 Z_3^3 + \\ & 8 B g^2 z_2^2 Z_2 Z_3^3 + 48 a^3 z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^3 - 20 a b^2 z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^3 - 12 a b B z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^3 + 16 a^2 g z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^3 - \\ & 12 b B g z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^3 - 12 B^2 g z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^3 - 48 a g G z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^3 + 16 g^2 G z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^3 + \\ & 40 a^2 b z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^3 + 48 a^2 B z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^3 + 4 b^2 B z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^3 + 8 a B g z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^3 + 24 a b G z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^3 - \\ & 16 b g G z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^3 - 24 B g G z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^3 - 32 a^3 z_3^2 Z_2 Z_3^3 - 4 a b B z_3^2 Z_2 Z_3^3 + 12 a B^2 z_3^2 Z_2 Z_3^3 + \\ & 4 b^2 G z_3^2 Z_2 Z_3^3 + 12 b B G z_3^2 Z_2 Z_3^3 + 3 b^2 z_2^2 Z_3^4 - 8 a g z_2^2 Z_3^4 + 4 g^2 z_2^2 Z_3^4 - 8 a b z_2 z_3 Z_3^4 - \\ & 4 b g z_2 z_3 Z_3^4 - 4 B g z_2 z_3 Z_3^4 + 12 a^2 z_3^2 Z_3^4 + b^2 z_3^2 Z_3^4 + 2 b B z_3^2 Z_3^4 - 12 a b^2 z_2^2 Z_2 Z_3^4 + 32 a^2 g z_2^2 Z_2 Z_3^4 + \\ & 4 b^2 g z_2^2 Z_2 Z_3^4 - 4 b B g z_2^2 Z_2 Z_3^4 - 16 a g^2 z_2^2 Z_2 Z_3^4 + 32 a^2 b z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^4 - 2 b^3 z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^4 - \\ & 4 b^2 B z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^4 + 40 a B g z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^4 - 8 B g^2 z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^4 - 8 b g G z_2^2 z_3 Z_2 Z_3^4 - 48 a^3 z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^4 + \\ & 4 a b^2 z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^4 + 4 a b B z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^4 + 16 a^2 g z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^4 + 8 b B g z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^4 + 8 B^2 g z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^4 + \\ & 4 b^2 G z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^4 + 16 a g G z_2 z_3^2 Z_2 Z_3^4 - 8 a^2 b z_3^2 Z_2 Z_3^4 - 24 a^2 B z_3^2 Z_2 Z_3^4 - 2 b^2 B z_3^2 Z_2 Z_3^4 - \\ & 4 b B^2 z_3^2 Z_2 Z_3^4 - 8 a b G z_3^2 Z_2 Z_3^4 - 2 b^3 z_2^2 Z_3^5 + 8 a b g z_2^2 Z_3^5 + 8 a b^2 z_2^2 z_3 Z_3^5 - 16 a^2 g z_2^2 z_3 Z_3^5 + \\ & 4 b B g z_2^2 z_3 Z_3^5 - 16 a^2 b z_2 z_3^2 Z_3^5 - 2 b^2 B z_2 z_3^2 Z_3^5 - 8 a B g z_2 z_3^2 Z_3^5 + 16 a^3 z_3^2 Z_3^5 + 4 a b B z_3^2 Z_3^5 \end{aligned}$$

In[*]:= D[A₂₂, a]

$$\begin{aligned}
 \text{Out[*]} = & - \left(4 z_2 Z_2 Z_3 - 2 z_3 Z_3^2 \right) \left(-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) \\
 & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3) \right) - \\
 & \left(4 z_2 Z_2 Z_3 - 2 z_3 Z_3^2 \right) \left(-B z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + 4 a z_2 Z_3 + B z_3 Z_3 - B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) \\
 & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3) \right) + \\
 & 2 \left(-2 z_2 Z_2^2 + 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \left(-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3) \right) \\
 & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3) \right) + \\
 & \left(4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3 \right) \\
 & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3) \right)^2 + \\
 & 2 \left(4 z_2 Z_2 Z_3 - 2 z_3 Z_3^2 \right) \left(-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3) \right) \\
 & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2) \right) - \\
 & \left(-2 z_2 Z_2^2 + 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \left(-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) \\
 & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2) \right) - \\
 & \left(-2 z_2 Z_2^2 + 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \left(-B z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + 4 a z_2 Z_3 + B z_3 Z_3 - B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) \\
 & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2) \right) - \\
 & 4 z_3 Z_2 \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3) \right) \\
 & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2) \right) - \\
 & 4 z_2 Z_3 \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3) \right) \\
 & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2) \right) + \\
 & \left(-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3 \right) \\
 & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2) \right)^2
 \end{aligned}$$

In[*]:= % /. a -> 0

$$\begin{aligned}
 \text{Out[*]} = & 2 \left(-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 \right) \left(4 z_2 Z_2 Z_3 - 2 z_3 Z_3^2 \right) \\
 & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) - \\
 & \left(-2 z_2 Z_2^2 + 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \left(-b z_2 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) \\
 & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) - \\
 & \left(-2 z_2 Z_2^2 + 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \left(-B z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + B z_3 Z_3 - B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) \\
 & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) + \\
 & \left(-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3 \right) \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right)^2 + \\
 & 2 \left(-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 \right) \left(-2 z_2 Z_2^2 + 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \\
 & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) - \\
 & \left(4 z_2 Z_2 Z_3 - 2 z_3 Z_3^2 \right) \left(-b z_2 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) \\
 & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) - \\
 & \left(4 z_2 Z_2 Z_3 - 2 z_3 Z_3^2 \right) \left(-B z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + B z_3 Z_3 - B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) \\
 & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) - \\
 & 4 z_3 Z_2 \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) \\
 & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) - \\
 & 4 z_2 Z_3 \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) \\
 & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right) + \\
 & \left(4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3 \right) \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) \right)^2
 \end{aligned}$$

In[]:= % /. {b → 0, B → 0, g → 0, G → 0}

$$\text{Out[]} = -4 z_3 Z_2^2 Z_3 - 4 z_2 Z_2 Z_3^2 + Z_2^2 (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3) + Z_3^2 (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3) + 2 Z_2 (-2 z_2 Z_2^2 + 4 z_3 Z_2 Z_3) + 2 Z_3 (4 z_2 Z_2 Z_3 - 2 z_3 Z_3^2)$$

In[]:= ExpandAll[%]

$$\text{Out[]} = 0$$

In[]:= D[A22, b]

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & -z_2 Z_3^2 (-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) \\ & (-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3)) - \\ & z_2 Z_3^2 (-B z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + 4 a z_2 Z_3 + B z_3 Z_3 - B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) \\ & (-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3)) + \\ & 2 (-z_2 Z_2 Z_3 - Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) (-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3)) \\ & (-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3)) + \\ & 2 z_2 Z_3 (-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3))^2 + \\ & 2 z_2 Z_3^2 (-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3)) \\ & (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2)) - \\ & (-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) (-z_2 Z_2 Z_3 - Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) \\ & (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2)) - \\ & (-B z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + 4 a z_2 Z_3 + B z_3 Z_3 - B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) (-z_2 Z_2 Z_3 - Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) \\ & (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2)) - \\ & (-2 z_2 Z_2 + 2 z_3 Z_3) \\ & (-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3)) \\ & (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2)) - \\ & 2 z_2 Z_3 (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2))^2 \end{aligned}$$

In[]:= % /. {a → 0, b → 0, B → 0, g → 0, G → 0}

$$\text{Out[]} = 2 z_2 Z_2^2 Z_3 - Z_2 Z_3 (-2 z_2 Z_2 + 2 z_3 Z_3) + 2 Z_2 (-z_2 Z_2 Z_3 - Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3))$$

In[]:= ExpandAll[%]

$$\text{Out[]} = 0$$

In[]:= D[A22, g]

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & -4 z_2 Z_3^2 (-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3)) \\ & (-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3)) + \\ & 2 z_2 Z_3^2 (-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) \\ & (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2)) + \\ & 2 z_2 Z_3^2 (-B z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + 4 a z_2 Z_3 + B z_3 Z_3 - B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) \\ & (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2)) + \\ & 4 z_2 Z_3 (-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3)) \\ & (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2)) \end{aligned}$$

`In[]:= % /. {a -> 0, b -> 0, B -> 0, g -> 0, G -> 0}`

`Out[]:= 0`

`In[]:= H22 := A22 /. {a -> 0, b -> 0, B -> 0, g -> 0, G -> 0}`

`In[]:= H22`

`Out[]:= -Z22 - Z32`

`In[]:= f[1 + I, 1 - I, 1.5 - 3.2 * I, 1.5 + 3.2 * I, 4.33 + 2.1 * I, 4.33 - 2.1 * I]`

`Out[]:= (-33.6489 + 0. i) + (464.684 + 0. i) a +
(10.6689 + 0. i) ((-0.225 - 17.006 i) b - (0.225 - 17.006 i) B) +
(289.153 - 7.6527 i) g + (289.153 + 7.6527 i) G`

`In[]:= FullSimplify[%78]`

`Out[]:= 0`

`In[]:= % /. {a -> 1, b -> I, B -> -I, g -> 1 - I, G -> 1 + I}`

`Out[]:= 0`

`In[]:= ClearAll[F]`

`In[]:= F`

`Out[]:= F`

`In[]:= F[1 + I, 1 - I, 1.5 - 3.2 * I, 1.5 + 3.2 * I, 4.33 + 2.1 * I, 4.33 - 2.1 * I]`

`Out[]:= F[1 + i, 1 - i, 1.5 - 3.2 i, 1.5 + 3.2 i, 4.33 + 2.1 i, 4.33 - 2.1 i]`

`In[]:= F := f[z1, Z1, z2, Z2, z3, Z3]`

`In[]:= F2 * F02`

`Out[]:= (-Z2 - 2 g z2 Z32 - Z2 (B z3 Z2 + b z2 Z3) - b Z3 (z2 Z2 - z3 Z3) - a (2 z2 Z22 - 4 z3 Z2 Z3))2`

`In[]:= F2`

`Out[]:= -Z2 - 2 g z2 Z32 - Z2 (B z3 Z2 + b z2 Z3) - b Z3 (z2 Z2 - z3 Z3) - a (2 z2 Z22 - 4 z3 Z2 Z3)`

`In[]:= F02`

`Out[]:= -Z2 - 2 g z2 Z32 - Z2 (B z3 Z2 + b z2 Z3) - b Z3 (z2 Z2 - z3 Z3) - a (2 z2 Z22 - 4 z3 Z2 Z3)`

`In[]:= F2`

`Out[]:= -Z2 - 2 g z2 Z32 - Z2 (B z3 Z2 + b z2 Z3) - b Z3 (z2 Z2 - z3 Z3) - a (2 z2 Z22 - 4 z3 Z2 Z3)`

`In[]:= F20`

`Out[]:= -z2 - 2 G z32 Z2 - z2 (B z3 Z2 + b z2 Z3) - B z3 (z2 Z2 - z3 Z3) - a (2 z22 Z2 - 4 z2 z3 Z3)`

`In[]:= F3`

`Out[]:= -2 G z3 Z22 - Z3 + Z3 (B z3 Z2 + b z2 Z3) - B Z2 (z2 Z2 - z3 Z3) - a (-4 z2 Z2 Z3 + 2 z3 Z32)`

In[]:= **F₃₀**

$$\text{Out[]} = -z_3 - 2 g z_2^2 Z_3 + z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 z_3 Z_2 + 2 z_3^2 Z_3)$$

In[]:= **M := {{F, 1, F₂₀, F₃₀}, {1, 0, 0, 0}, {F₂, 0, F₂₂, F₂₃}, {F₃, 0, F₃₂, F₃₃}}**

In[]:= **MatrixForm[M]**

Out[]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} z_1 + Z_1 - z_2 Z_2 - G z_3^2 Z_2^2 - z_3 Z_3 - g z_2^2 Z_3^2 - (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (z_2^2 Z_2^2 - 4 z_2 z_3 Z_2 Z_3 + z_3^2 Z_3^2) \\ -Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3) \\ -2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2) \end{pmatrix}$$

In[]:= **Det[M]**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & -1 + 16 a^2 z_2^2 Z_2^2 + 4 b B z_2^2 Z_2^2 + 8 a B z_2 z_3 Z_2^2 + 8 b G z_2 z_3 Z_2^2 + 4 B^2 z_3^2 Z_2^2 - 16 a G z_3^2 Z_2^2 + \\ & 8 a b z_2^2 Z_2 Z_3 + 8 B g z_2^2 Z_2 Z_3 - 16 a^2 z_2 z_3 Z_2 Z_3 + 16 g G z_2 z_3 Z_2 Z_3 - 8 a B z_3^2 Z_2 Z_3 - \\ & 8 b G z_3^2 Z_2 Z_3 + 4 b^2 z_2^2 Z_3^2 - 16 a g z_2^2 Z_3^2 - 8 a b z_2 z_3 Z_3^2 - 8 B g z_2 z_3 Z_3^2 + 16 a^2 z_3^2 Z_3^2 + 4 b B z_3^2 Z_3^2 \end{aligned}$$

In[]:= **A₂₂**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & (-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3)) \\ & (-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3))^2 - \\ & (-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) \\ & (-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3)) \\ & (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2)) - \\ & (-B Z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + 4 a z_2 Z_3 + B z_3 Z_3 - B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) \\ & (-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3)) \\ & (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2)) + \\ & (-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3)) \\ & (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2))^2 \end{aligned}$$

In[]:= **ClearAll[A₂₂]**

... **ClearAll:** A₂₂ is not a symbol or a string.

In[]:= **A₂₂**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & (-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3)) \\ & (-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3))^2 - \\ & (-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) \\ & (-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3)) \\ & (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2)) - \\ & (-B Z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + 4 a z_2 Z_3 + B z_3 Z_3 - B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) \\ & (-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - b Z_3 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3)) \\ & (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2)) + \\ & (-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3)) \\ & (-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) - B Z_2 (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2))^2 \end{aligned}$$

In[]:= A

Out[]:= A

In[]:= Clear[A₂₂]

Clear: A₂₂ is not a symbol or a string.

In[]:= A₂₂

Out[]:=
$$\begin{aligned} & \left(-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a \left(-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - b Z_3 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \right)^2 - \\ & \left(-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - b Z_3 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - B Z_2 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2 \right) \right) - \\ & \left(-B z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + 4 a z_2 Z_3 + B z_3 Z_3 - B \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - b Z_3 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - B Z_2 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2 \right) \right) + \\ & \left(-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a \left(4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - B Z_2 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2 \right) \right)^2 \end{aligned}$$

In[]:= A₂₂ := F₂ * F₃₀ * F₃₂ + F₂₀ * F₃ * F₂₃ - F₂ * F₂₀ * F₃₃ - F₃ * F₃₀ * F₂₂

In[]:= A₂₂

Out[]:=
$$\begin{aligned} & - \left(-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a \left(-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_2 - 2 G z_3^2 Z_2 - z_2 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - B z_3 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(2 z_2^2 Z_2 - 4 z_2 z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - b Z_3 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \right) + \\ & \left(-B z_2 Z_2 - 4 G z_3 Z_2 + 4 a z_2 Z_3 + B z_3 Z_3 - B \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_3 - 2 g z_2^2 Z_3 + z_3 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - b z_2 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(-4 z_2 z_3 Z_2 + 2 z_3^2 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - b Z_3 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \right) + \\ & \left(-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_2 - 2 G z_3^2 Z_2 - z_2 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - B z_3 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(2 z_2^2 Z_2 - 4 z_2 z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - B Z_2 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2 \right) \right) - \\ & \left(-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a \left(4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_3 - 2 g z_2^2 Z_3 + z_3 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - b z_2 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(-4 z_2 z_3 Z_2 + 2 z_3^2 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - B Z_2 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2 \right) \right) \end{aligned}$$

In[]:= **ExpandAll[%]**

Out[]:=
$$\begin{aligned} & z_2 Z_2 - 12 a^2 z_2^3 Z_2^3 - 3 b B z_2^3 Z_2^3 - 6 a B z_2^2 z_3 Z_2^3 - 6 b G z_2^2 z_3 Z_2^3 - 3 B^2 z_2 z_3^2 Z_2^3 + 12 a G z_2 z_3^2 Z_2^3 - \\ & 16 a^3 z_2^4 Z_2^4 - 4 a b B z_2^4 Z_2^4 - 24 a^2 B z_2^3 z_3 Z_2^4 - 4 b B^2 z_2^3 z_3 Z_2^4 - 8 a b G z_2^3 z_3 Z_2^4 - 12 a B^2 z_2^2 z_3^2 Z_2^4 - \\ & 12 b B G z_2^2 z_3^2 Z_2^4 - 4 B^3 z_2 z_3^3 Z_2^4 + 8 a B G z_2 z_3^3 Z_2^4 - 8 b G^2 z_2 z_3^3 Z_2^4 - 4 B^2 G z_2^4 Z_2^4 + 16 a G^2 z_2^4 Z_2^4 + \\ & z_3 Z_3 - 6 a b z_2^3 Z_2^2 Z_3 - 6 B g z_2^3 Z_2^2 Z_3 - 3 b B z_2^2 z_3 Z_2^2 Z_3 - 12 g G z_2^2 z_3 Z_2^2 Z_3 - 3 B^2 z_2^3 Z_2^2 Z_3 + \\ & 12 a G z_2^3 Z_2^2 Z_3 - 24 a^2 b z_2^4 Z_2^3 Z_3 - 4 b^2 B z_2^4 Z_2^3 Z_3 - 8 a B g z_2^4 Z_2^3 Z_3 + 80 a^3 z_2^3 z_3 Z_2^3 Z_3 - \\ & 8 B^2 g z_2^3 z_3 Z_2^3 Z_3 - 8 b^2 G z_2^3 z_3 Z_2^3 Z_3 - 16 a g G z_2^3 z_3 Z_2^3 Z_3 + 72 a^2 B z_2^2 z_3^2 Z_2^3 Z_3 + \\ & 48 a b G z_2^2 z_3^2 Z_2^3 Z_3 - 24 B g G z_2^2 z_3^2 Z_2^3 Z_3 + 32 a B^2 z_2 z_3^3 Z_2^3 Z_3 - 48 a^2 G z_2 z_3^3 Z_2^3 Z_3 + \\ & 16 b B G z_2 z_3^3 Z_2^3 Z_3 - 16 g G^2 z_2 z_3^3 Z_2^3 Z_3 + 4 B^3 z_2^4 Z_2^3 Z_3 - 8 a B G z_2^4 Z_2^3 Z_3 + 8 b G^2 z_2^4 Z_2^3 Z_3 - \\ & 3 b^2 z_2^3 Z_2^2 Z_3^2 + 12 a g z_2^3 Z_2^2 Z_3^2 - 3 b B z_2^2 z_3 Z_2^2 Z_3^2 - 12 g G z_2^2 z_3 Z_2^2 Z_3^2 + 6 a B z_2^3 Z_2^2 Z_3^2 + \\ & 6 b G z_2^3 Z_2^2 Z_3^2 - 12 a b^2 z_2^4 Z_2^2 Z_3^2 - 12 b B g z_2^4 Z_2^2 Z_3^2 + 72 a^2 b z_2^3 z_3 Z_2^2 Z_3^2 + 48 a B g z_2^3 z_3 Z_2^2 Z_3^2 - \\ & 24 b g G z_2^3 z_3 Z_2^2 Z_3^2 - 96 a^3 z_2^2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 + 24 a b B z_2^2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 + 12 B^2 g z_2^2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 + \\ & 12 b^2 G z_2^2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 + 96 a g G z_2^2 z_3^2 Z_2^2 Z_3^2 - 72 a^2 B z_2 z_3^3 Z_2^2 Z_3^2 - 48 a b G z_2 z_3^3 Z_2^2 Z_3^2 + \\ & 24 B g G z_2 z_3^3 Z_2^2 Z_3^2 - 12 a B^2 z_2^4 Z_2^2 Z_3^2 - 12 b B G z_2^4 Z_2^2 Z_3^2 - 3 b^2 z_2^3 z_3 Z_2^3 + 12 a g z_2^3 z_3 Z_2^3 + \\ & 6 a b z_2^2 z_3^2 Z_2^3 + 6 B g z_2^2 z_3^2 Z_2^3 - 12 a^2 z_2^3 Z_2^3 - 3 b B z_2^3 Z_2^3 - 4 b^3 z_2^4 Z_2^3 + 8 a b g z_2^4 Z_2^3 - \\ & 8 B g^2 z_2^4 Z_2^3 + 32 a b^2 z_2^3 z_3 Z_2^3 - 48 a^2 g z_2^3 z_3 Z_2^3 + 16 b B g z_2^3 z_3 Z_2^3 - 16 g^2 G z_2^3 z_3 Z_2^3 - \\ & 72 a^2 b z_2^2 z_3^2 Z_2^3 - 48 a B g z_2^2 z_3^2 Z_2^3 + 24 b g G z_2^2 z_3^2 Z_2^3 + 80 a^3 z_2 z_3^3 Z_2^3 - 8 B^2 g z_2 z_3^3 Z_2^3 - \\ & 8 b^2 G z_2 z_3^3 Z_2^3 - 16 a g G z_2 z_3^3 Z_2^3 + 24 a^2 B z_2^4 Z_2^3 + 4 b B^2 z_2^4 Z_2^3 + 8 a b G z_2^4 Z_2^3 - \\ & 4 b^2 g z_2^4 Z_2^3 + 16 a g^2 z_2^4 Z_2^3 + 4 b^3 z_2^3 z_3 Z_2^4 - 8 a b g z_2^3 z_3 Z_2^4 + 8 B g^2 z_2^3 z_3 Z_2^4 - 12 a b^2 z_2^2 z_3^2 Z_2^4 - \\ & 12 b B g z_2^2 z_3^2 Z_2^4 + 24 a^2 b z_2 z_3^3 Z_2^4 + 4 b^2 B z_2 z_3^3 Z_2^4 + 8 a B g z_2 z_3^3 Z_2^4 - 16 a^3 z_2^4 Z_2^4 - 4 a b B z_2^4 Z_2^4 \end{aligned}$$

In[]:= **A22 /. {a → 0, b → 0, B → 0, g → 0, G → 0}**

Out[]:= $z_2 Z_2 + z_3 Z_3$

In[]:= **D[A₂₂, a]**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & \left(4 z_2 z_2 z_3 - 2 z_3 z_3^2 \right) \left(-b z_2 z_2 + 4 a z_3 z_2 - 4 g z_2 z_3 + b z_3 z_3 - b \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_2 - 2 G z_3^2 z_2 - z_2 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - B z_3 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(2 z_2^2 z_2 - 4 z_2 z_3 z_3 \right) \right) - \\ & \left(-2 z_2 z_2^2 + 4 z_3 z_2 z_3 \right) \left(-1 + 2 B z_3 z_2 + 2 b z_2 z_3 - a \left(-4 z_2 z_2 + 4 z_3 z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_2 - 2 G z_3^2 z_2 - z_2 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - B z_3 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(2 z_2^2 z_2 - 4 z_2 z_3 z_3 \right) \right) - \\ & \left(4 z_2 z_2 z_3 - 2 z_3 z_3^2 \right) \left(-1 - 2 B z_3 z_2 - 2 b z_2 z_3 - a \left(4 z_2 z_2 - 4 z_3 z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_3 - 2 g z_2^2 z_3 + z_3 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - b z_2 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(-4 z_2 z_3 z_2 + 2 z_3^2 z_3 \right) \right) + \\ & \left(-2 z_2 z_2^2 + 4 z_3 z_2 z_3 \right) \left(-B z_2 z_2 - 4 G z_3 z_2 + 4 a z_2 z_3 + B z_3 z_3 - B \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_3 - 2 g z_2^2 z_3 + z_3 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - b z_2 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(-4 z_2 z_3 z_2 + 2 z_3^2 z_3 \right) \right) + \\ & \left(4 z_2 z_3 z_2 - 2 z_3^2 z_3 \right) \left(-B z_2 z_2 - 4 G z_3 z_2 + 4 a z_2 z_3 + B z_3 z_3 - B \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_2 - 2 g z_2 z_3^2 - z_2 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - b z_3 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(2 z_2 z_2^2 - 4 z_3 z_2 z_3 \right) \right) - \\ & \left(-2 z_2^2 z_2 + 4 z_2 z_3 z_3 \right) \left(-1 + 2 B z_3 z_2 + 2 b z_2 z_3 - a \left(-4 z_2 z_2 + 4 z_3 z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_2 - 2 g z_2 z_3^2 - z_2 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - b z_3 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(2 z_2 z_2^2 - 4 z_3 z_2 z_3 \right) \right) - \\ & \left(4 z_2 z_2 - 4 z_3 z_3 \right) \\ & \left(-z_2 - 2 G z_3^2 z_2 - z_2 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - B z_3 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(2 z_2^2 z_2 - 4 z_2 z_3 z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_2 - 2 g z_2 z_3^2 - z_2 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - b z_3 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(2 z_2 z_2^2 - 4 z_3 z_2 z_3 \right) \right) + \\ & 4 z_2 z_3 \left(-z_3 - 2 g z_2^2 z_3 + z_3 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - b z_2 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(-4 z_2 z_3 z_2 + 2 z_3^2 z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_2 - 2 g z_2 z_3^2 - z_2 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - b z_3 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(2 z_2 z_2^2 - 4 z_3 z_2 z_3 \right) \right) - \\ & \left(4 z_2 z_3 z_2 - 2 z_3^2 z_3 \right) \left(-1 - 2 B z_3 z_2 - 2 b z_2 z_3 - a \left(4 z_2 z_2 - 4 z_3 z_3 \right) \right) \\ & \left(-2 G z_3 z_2^2 - z_3 + z_3 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - B z_2 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(-4 z_2 z_2 z_3 + 2 z_3 z_3^2 \right) \right) + \\ & \left(-2 z_2^2 z_2 + 4 z_2 z_3 z_3 \right) \left(-b z_2 z_2 + 4 a z_3 z_2 - 4 g z_2 z_3 + b z_3 z_3 - b \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) \right) \\ & \left(-2 G z_3 z_2^2 - z_3 + z_3 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - B z_2 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(-4 z_2 z_2 z_3 + 2 z_3 z_3^2 \right) \right) + \\ & 4 z_3 z_2 \left(-z_2 - 2 G z_3^2 z_2 - z_2 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - B z_3 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(2 z_2^2 z_2 - 4 z_2 z_3 z_3 \right) \right) \\ & \left(-2 G z_3 z_2^2 - z_3 + z_3 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - B z_2 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(-4 z_2 z_2 z_3 + 2 z_3 z_3^2 \right) \right) - \\ & \left(-4 z_2 z_2 + 4 z_3 z_3 \right) \\ & \left(-z_3 - 2 g z_2^2 z_3 + z_3 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - b z_2 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(-4 z_2 z_3 z_2 + 2 z_3^2 z_3 \right) \right) \\ & \left(-2 G z_3 z_2^2 - z_3 + z_3 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - B z_2 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(-4 z_2 z_2 z_3 + 2 z_3 z_3^2 \right) \right) \end{aligned}$$

In[]:= **% /. {a → 0, b → 0, B → 0, g → 0, G → 0}**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & 8 z_2 z_3 z_2 z_3 - z_2 z_2 \left(4 z_2 z_2 - 4 z_3 z_3 \right) - z_3 z_3 \left(-4 z_2 z_2 + 4 z_3 z_3 \right) - z_2 \left(-2 z_2^2 z_2 + 4 z_2 z_3 z_3 \right) - \\ & z_3 \left(4 z_2 z_3 z_2 - 2 z_3^2 z_3 \right) - z_2 \left(-2 z_2 z_2^2 + 4 z_3 z_2 z_3 \right) - z_3 \left(4 z_2 z_2 z_3 - 2 z_3 z_3^2 \right) \end{aligned}$$

In[]:= **Simplify[%]**

$$\text{Out[]} = 0$$

$$\text{In[]} := \mathbf{H_{22} := (-z_2 z_2 - z_3 z_3) / 4}$$

$$\text{In[]} := \mathbf{A_{23} := F_{30} * F_{32} - F_{20} * F_{33}}$$

In[]:= **A₂₃**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & - \left(-1 + 2 B z_3 z_2 + 2 b z_2 z_3 - a \left(-4 z_2 z_2 + 4 z_3 z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_2 - 2 G z_3^2 z_2 - z_2 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - B z_3 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(2 z_2^2 z_2 - 4 z_2 z_3 z_3 \right) \right) + \\ & \left(-B z_2 z_2 - 4 G z_3 z_2 + 4 a z_2 z_3 + B z_3 z_3 - B \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_3 - 2 g z_2^2 z_3 + z_3 \left(B z_3 z_2 + b z_2 z_3 \right) - b z_2 \left(z_2 z_2 - z_3 z_3 \right) - a \left(-4 z_2 z_3 z_2 + 2 z_3^2 z_3 \right) \right) \end{aligned}$$

In[]:= **ExpandAll[%]**

$$\begin{aligned} \text{Out[]}= & -z_2 + 2 a z_2^2 Z_2 + 2 B z_2 z_3 Z_2 + 2 G z_3^2 Z_2 + 8 a^2 z_2^3 Z_2^2 + 2 b B z_2^3 Z_2^2 + 4 a B z_2^2 z_3 Z_2^2 + \\ & 4 b G z_2^2 z_3 Z_2^2 + 2 B^2 z_2 z_3^2 Z_2^2 - 8 a G z_2 z_3^2 Z_2^2 + b z_2^2 Z_3 - 4 a z_2 z_3 Z_3 - B z_3^2 Z_3 + 4 a b z_2^3 Z_2 Z_3 + \\ & 4 B g z_2^3 Z_2 Z_3 - 8 a^2 z_2^2 z_3 Z_2 Z_3 + 8 g G z_2^2 z_3 Z_2 Z_3 - 4 a B z_2 z_3^2 Z_2 Z_3 - 4 b G z_2 z_3^2 Z_2 Z_3 + \\ & 2 b^2 z_2^3 Z_3^2 - 8 a g z_2^3 Z_3^2 - 4 a b z_2^2 z_3 Z_3^2 - 4 B g z_2^2 z_3 Z_3^2 + 8 a^2 z_2 z_3^2 Z_3^2 + 2 b B z_2 z_3^2 Z_3^2 \end{aligned}$$

$$\text{In[]}= H_{23} := \left(-z_2 + 2 a z_2^2 Z_2 + 2 B z_2 z_3 Z_2 + 2 G z_3^2 Z_2 + b z_2^2 Z_3 - 4 a z_2 z_3 Z_3 - B z_3^2 Z_3 \right) / 4$$

$$\text{In[]}= A_{24} := F_{20} * F_{23} - F_{30} * F_{22}$$

In[]:= **A₂₄**

$$\begin{aligned} \text{Out[]}= & \left(-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_2 - 2 G z_3^2 Z_2 - z_2 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - B z_3 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(2 z_2^2 Z_2 - 4 z_2 z_3 Z_3 \right) \right) - \\ & \left(-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a \left(4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-z_3 - 2 g z_2^2 Z_3 + z_3 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - b z_2 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(-4 z_2 z_3 Z_2 + 2 z_3^2 Z_3 \right) \right) \end{aligned}$$

In[]:= **ExpandAll[%]**

$$\begin{aligned} \text{Out[]}= & -z_3 + b z_2^2 Z_2 - 4 a z_2 z_3 Z_2 - B z_3^2 Z_2 + 8 a^2 z_2^2 z_3 Z_2^2 + 2 b B z_2^2 z_3 Z_2^2 + 4 a B z_2 z_3^2 Z_2^2 + \\ & 4 b G z_2 z_3^2 Z_2^2 + 2 B^2 z_3^3 Z_2^2 - 8 a G z_2^3 Z_2^2 + 2 g z_2^2 Z_3 - 2 b z_2 z_3 Z_3 + 2 a z_3^2 Z_3 + 4 a b z_2^2 z_3 Z_2 Z_3 + \\ & 4 B g z_2^2 z_3 Z_2 Z_3 - 8 a^2 z_2 z_3^2 Z_2 Z_3 + 8 g G z_2 z_3^2 Z_2 Z_3 - 4 a B z_2^3 Z_2 Z_3 - 4 b G z_2^3 Z_2 Z_3 + \\ & 2 b^2 z_2^2 z_3 Z_3^2 - 8 a g z_2^2 z_3 Z_3^2 - 4 a b z_2 z_3^2 Z_3^2 - 4 B g z_2 z_3^2 Z_3^2 + 8 a^2 z_3^3 Z_3^2 + 2 b B z_3^3 Z_3^2 \end{aligned}$$

$$\text{In[]}= H_{24} := \left(-z_3 + b z_2^2 Z_2 - 4 a z_2 z_3 Z_2 - B z_3^2 Z_2 + 2 g z_2^2 Z_3 - 2 b z_2 z_3 Z_3 + 2 a z_3^2 Z_3 \right) / 4$$

In[]:= **F₃₃**

$$\text{Out[]}= -1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a \left(-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3 \right)$$

$$\text{In[]}= H_{33} := F_{33} / 4$$

$$\text{In[]}= H_{44} := F_{22} / 4$$

$$\text{In[]}= A_{32} := F_3 * F_{23} - F_2 * F_{33}$$

In[]:= **A₃₂**

$$\begin{aligned} \text{Out[]}= & - \left(-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a \left(-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-Z_2 - 2 g z_2 Z_3^2 - Z_2 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - b z_3 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(2 z_2 Z_2^2 - 4 z_3 Z_2 Z_3 \right) \right) + \\ & \left(-b z_2 Z_2 + 4 a z_3 Z_2 - 4 g z_2 Z_3 + b z_3 Z_3 - b \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) \right) \\ & \left(-2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 + Z_3 \left(B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3 \right) - B z_2 \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) - a \left(-4 z_2 Z_2 Z_3 + 2 z_3 Z_3^2 \right) \right) \end{aligned}$$

In[]:= **ExpandAll[%]**

$$\begin{aligned} \text{Out[]}= & -Z_2 + 2 a z_2 Z_2^2 + B z_3 Z_2^2 + 8 a^2 z_2^2 Z_2^2 + 2 b B z_2^2 Z_2^2 + 4 a B z_2 z_3 Z_2^2 + 4 b G z_2 z_3 Z_2^2 + 2 B^2 z_3^2 Z_2^2 - \\ & 8 a G z_2^3 Z_2^2 + 2 b z_2 Z_2 Z_3 - 4 a z_3 Z_2 Z_3 + 4 a b z_2^2 Z_2^2 Z_3 + 4 B g z_2^2 Z_2^2 Z_3 - 8 a^2 z_2 z_3 Z_2^2 Z_3 + \\ & 8 g G z_2 z_3 Z_2^2 Z_3 - 4 a B z_2^3 Z_2^2 Z_3 - 4 b G z_2^3 Z_2^2 Z_3 + 2 g z_2 Z_3^2 - b z_3 Z_3^2 + 2 b^2 z_2^2 Z_2 Z_3^2 - \\ & 8 a g z_2^2 Z_2 Z_3^2 - 4 a b z_2 z_3 Z_2 Z_3^2 - 4 B g z_2 z_3 Z_2 Z_3^2 + 8 a^2 z_3^2 Z_2 Z_3^2 + 2 b B z_3^2 Z_2 Z_3^2 \end{aligned}$$

$$\text{In[]}= H_{32} := \left(-Z_2 + 2 a z_2 Z_2^2 + B z_3 Z_2^2 + 2 b z_2 Z_2 Z_3 - 4 a z_3 Z_2 Z_3 + 2 g z_2 Z_3^2 - b z_3 Z_3^2 \right) / 4$$

In[]:= **H₂₃**

$$\text{Out[]} = \frac{1}{4} \left(-z_2 + 2 a z_2^2 Z_2 + 2 B z_2 z_3 Z_2 + 2 G z_3^2 Z_2 + b z_2^2 Z_3 - 4 a z_2 z_3 Z_3 - B z_3^2 Z_3 \right)$$

In[]:= **H₃₂**

$$\text{Out[]} = \frac{1}{4} \left(-Z_2 + 2 a z_2 Z_2^2 + B z_3 Z_2^2 + 2 b z_2 Z_2 Z_3 - 4 a z_3 Z_2 Z_3 + 2 g z_2 Z_3^2 - b z_3 Z_3^2 \right)$$

In[]:= **A₄₂ := F₂ * F₃₂ - F₃ * F₂₂**

In[]:= **ExpandAll[A₄₂]**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & B z_2 Z_2^2 + 2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 - 4 a z_2 Z_2 Z_3 - 2 B z_3 Z_2 Z_3 + 8 a^2 z_2^2 Z_2^2 Z_3 + 2 b B z_2^2 Z_2^2 Z_3 + \\ & 4 a B z_2 z_3 Z_2^2 Z_3 + 4 b G z_2 z_3 Z_2^2 Z_3 + 2 B^2 z_3^2 Z_2^2 Z_3 - 8 a G z_3^2 Z_2^2 Z_3 - b z_2 Z_3^2 + 2 a z_3 Z_3^2 + \\ & 4 a b z_2^2 Z_2 Z_3^2 + 4 B g z_2^2 Z_2 Z_3^2 - 8 a^2 z_2 z_3 Z_2 Z_3^2 + 8 g G z_2 z_3 Z_2 Z_3^2 - 4 a B z_3^2 Z_2 Z_3^2 - \\ & 4 b G z_3^2 Z_2 Z_3^2 + 2 b^2 z_2^2 Z_3^3 - 8 a g z_2^2 Z_3^3 - 4 a b z_2 z_3 Z_3^3 - 4 B g z_2 z_3 Z_3^3 + 8 a^2 z_3^2 Z_3^3 + 2 b B z_3^2 Z_3^3 \end{aligned}$$

In[]:= **H₄₂ := (B z₂ Z₂² + 2 G z₃ Z₂² - Z₃ - 4 a z₂ Z₂ Z₃ - 2 B z₃ Z₂ Z₃ - b z₂ Z₃² + 2 a z₃ Z₃²) / 4**

In[]:= **H₂₄**

$$\text{Out[]} = \frac{1}{4} \left(-z_3 + b z_2^2 Z_2 - 4 a z_2 z_3 Z_2 - B z_3^2 Z_2 + 2 g z_2^2 Z_3 - 2 b z_2 z_3 Z_3 + 2 a z_3^2 Z_3 \right)$$

In[]:= **H₄₂**

$$\text{Out[]} = \frac{1}{4} \left(B z_2 Z_2^2 + 2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 - 4 a z_2 Z_2 Z_3 - 2 B z_3 Z_2 Z_3 - b z_2 Z_3^2 + 2 a z_3 Z_3^2 \right)$$

In[]:= **H₄₃ := -F₃₂ / 4**

In[]:= **H₃₄ := -F₂₃ / 4**

In[]:= **A := {{0, I, 0, 0}, {-I, H₂₂, H₂₃, H₂₄}, {0, H₃₂, H₃₃, H₃₄}, {0, H₄₂, H₄₃, H₄₄}}**

In[]:= **p := {{p₀, I * p₁, p₂, p₃}}**

In[]:= **ClearAll[P]**

In[]:= **P**

Out[]:= P

In[]:= **P**

*** \$RecursionLimit: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of {p₀, i p₁, p₂, p₃}.

Out[]:= **Hold[{{p₀, i p₁, p₂, p₃}}]**

In[]:= **P := {{p₀}, {-I * p₁}, {P₂}, {P₃}}**

In[]:= **P**

*** \$RecursionLimit: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of {p₀, i p₁, p₂, p₃}.

Out[]:= **Hold[{{p₀}, {-i p₁}, {P₂}, {P₃}}]**

In[]:= **p**

... **\$RecursionLimit**: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of $\{p_0, i p_1, p_2, p_3\}$.

Out[]:= **Hold**[$\{\{p_0, i p_1, p_2, p_3\}\}$]

In[]:= **p * A * P**

... **\$RecursionLimit**: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of $\{p_0, i p_1, p_2, p_3\}$.

Out[]:= **Hold**[**p A P**]

In[]:= **ExpandAll**[%]

Out[]:= **Hold**[**p A P**]

In[]:= **Dot**[**p, A, P**]

... **\$RecursionLimit**: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of $\{p_0, i p_1, p_2, p_3\}$.

Out[]:= **Hold**[**p.A.P**]

In[]:= **p := {p₀, p₁, p₂, p₃}**

In[]:= **p**

... **\$RecursionLimit**: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of p_0 .

Out[]:= **Hold**[$\{p_0, p_1, p_2, p_3\}$]

In[]:= **p**

... **\$RecursionLimit**: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of p_0 .

Out[]:= **Hold**[$\{p_0, p_1, p_2, p_3\}$]

In[]:= **ReleaseHold**[**Hold**[$\{p_0, i p_1, p_2, p_3\}$]]

... **\$RecursionLimit**: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of p_0 .

Out[]:= **Hold**[$\{p_0, i p_1, p_2, p_3\}$]

In[]:= **P := {p₀, -I * p₁, P₂, P₃}**

In[]:= **Dot**[**p, A, P**]

... **\$RecursionLimit**: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of p_0 .

Out[]:= **Hold**[**p.A.P**]

In[]:= **p.A.P**

... **\$RecursionLimit**: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of p_0 .

Out[]:= **Hold**[**p.A.P**]

In[]:= **ReleaseHold**[**Hold**[**p.A.P**]]

... **\$RecursionLimit**: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of p_0 .

Out[]:= **Hold**[**p.A.P**]

```
In[ ]:= MatrixForm[Dot[p, A, P]]
```

\$\$\$ \$RecursionLimit: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of p₀.

```
Out[ ]:= Hold[p.A.P]
```

```
In[ ]:= {a, b}.{c, e}
```

```
Out[ ]:= a c + b e
```

```
In[ ]:= A.P
```

\$\$\$ \$RecursionLimit: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of p₀.

```
Out[ ]:= Hold[A.P]
```

```
In[ ]:= A
```

```
Out[ ]:= { {0, 1, 0, 0}, { -1, 1/4 (-z2 Z2 - z3 Z3),
```

$$\frac{1}{4} (-z_2 + 2 a z_2^2 Z_2 + 2 B z_2 z_3 Z_2 + 2 G z_3^2 Z_2 + b z_2^2 Z_3 - 4 a z_2 z_3 Z_3 - B z_3^2 Z_3),$$

$$\frac{1}{4} (-z_3 + b z_2^2 Z_2 - 4 a z_2 z_3 Z_2 - B z_3^2 Z_2 + 2 g z_2^2 Z_3 - 2 b z_2 z_3 Z_3 + 2 a z_3^2 Z_3) },$$

$$\{0, \frac{1}{4} (-Z_2 + 2 a z_2 Z_2^2 + B z_3 Z_2^2 + 2 b z_2 Z_2 Z_3 - 4 a z_3 Z_2 Z_3 + 2 g z_2 Z_3^2 - b z_3 Z_3^2),$$

$$\frac{1}{4} (-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3)) ,$$

$$\frac{1}{4} (b z_2 Z_2 - 4 a z_3 Z_2 + 4 g z_2 Z_3 - b z_3 Z_3 + b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) },$$

$$\{0, \frac{1}{4} (B z_2 Z_2^2 + 2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 - 4 a z_2 Z_2 Z_3 - 2 B z_3 Z_2 Z_3 - b z_2 Z_3^2 + 2 a z_3 Z_3^2),$$

$$\frac{1}{4} (B z_2 Z_2 + 4 G z_3 Z_2 - 4 a z_2 Z_3 - B z_3 Z_3 + B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) ,$$

$$\frac{1}{4} (-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3)) } \}$$

```
In[ ]:= P
```

\$\$\$ \$RecursionLimit: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of p₀.

```
Out[ ]:= Hold[{p0, -1 p1, P2, P3}]
```

```
In[ ]:= Extract[Hold[{p0, -1 p1, P2, P3}], 2, Hold]
```

\$\$\$ Extract: Part 2 of Hold[{p₀, -1 p₁, P₂, P₃}] does not exist.

```
Out[ ]:= Extract[Hold[{p0, -1 p1, P2, P3}], 2, Hold]
```

```
In[ ]:= q := {w, e, r, t}
```

```
In[ ]:= q
```

```
Out[ ]:= {w, e, r, t}
```

In[]:= **A.q**

$$\begin{aligned} \text{Out[]}= & \left\{ i e, -i w + \frac{1}{4} e \left(-z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) + \right. \\ & \frac{1}{4} t \left(-z_3 + b z_2^2 Z_2 - 4 a z_2 z_3 Z_2 - B z_3^2 Z_2 + 2 g z_2^2 Z_3 - 2 b z_2 z_3 Z_3 + 2 a z_3^2 Z_3 \right) + \\ & \frac{1}{4} r \left(-z_2 + 2 a z_2^2 Z_2 + 2 B z_2 z_3 Z_2 + 2 G z_3^2 Z_2 + b z_2^2 Z_3 - 4 a z_2 z_3 Z_3 - B z_3^2 Z_3 \right), \\ & \frac{1}{4} e \left(-Z_2 + 2 a z_2 Z_2^2 + B z_3 Z_2^2 + 2 b z_2 Z_2 Z_3 - 4 a z_3 Z_2 Z_3 + 2 g z_2 Z_3^2 - b z_3 Z_3^2 \right) + \\ & \frac{1}{4} t \left(b z_2 Z_2 - 4 a z_3 Z_2 + 4 g z_2 Z_3 - b z_3 Z_3 + b \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) \right) + \\ & \frac{1}{4} r \left(-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a \left(-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3 \right) \right), \\ & \frac{1}{4} e \left(B z_2 Z_2^2 + 2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 - 4 a z_2 Z_2 Z_3 - 2 B z_3 Z_2 Z_3 - b z_2 Z_3^2 + 2 a z_3 Z_3^2 \right) + \\ & \frac{1}{4} t \left(-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a \left(4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3 \right) \right) + \\ & \left. \frac{1}{4} r \left(B z_2 Z_2 + 4 G z_3 Z_2 - 4 a z_2 Z_3 - B z_3 Z_3 + B \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) \right) \right\} \end{aligned}$$

In[]:= **q := {w₁, w₂, w₃, w₄}**

In[]:= **q**

Out[]= {w₁, w₂, w₃, w₄}

In[]:= **ClearAll[p]**

In[]:= **ClearAll[P]**

In[]:= **p**

Out[]= p

In[]:= **P**

Out[]= P

In[]:= **o := {p₀, p₁, p₂, p₃}**

In[]:= **o**

Out[]= {p₀, p₁, p₂, p₃}

In[]:= **q**

Out[]= {w₁, w₂, w₃, w₄}

In[]:= **p**

Out[]= p

In[]:= **ClearAll[p]**

In[]:= **p**

Out[]:= **p**

In[]:= **p := {p₁, p₂, p₃, p₄}**

In[]:= **p**

... **\$RecursionLimit**: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of p₁.

Out[]:= **Hold[{p₁, p₂, p₃, p₄}]**

In[]:= **ClearAll[p]**

In[]:= **p := {w₁, w₂, w₃, w₄}**

In[]:= **p**

Out[]:= **{w₁, w₂, w₃, w₄}**

In[]:= **p := {e₀, e₂, e₃, e₄}**

In[]:= **p**

Out[]:= **{e₀, e₂, e₃, e₄}**

In[]:= **p**

Out[]:= **{e₀, e₂, e₃, e₄}**

In[]:= **p**

Out[]:= **{e₀, e₂, e₃, e₄}**

In[]:= **p₀**

Out[]:= **{e₀, e₂, e₃, e₄}₀**

In[]:= **p₁**

Out[]:= **{e₀, e₂, e₃, e₄}₁**

In[]:= **o**

Out[]:= **{ {e₀, e₂, e₃, e₄}₀, {e₀, e₂, e₃, e₄}₁, {e₀, e₂, e₃, e₄}₂, {e₀, e₂, e₃, e₄}₃ }**

In[]:= **ClearAll[q, p, o]**

In[]:= **B = {{1, 2}, {3, 4}}**

Out[]:= **{{1, 2}, {3, 4}}**

In[]:= **MatrixForm[B]**

Out[]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

In[]:= **ClearAll[B]**

In[]:= B

Out[]:= B

In[]:= MatrixForm[B]

Out[]//MatrixForm=

B

In[]:= q := {p₀, I * p₁, p₂, p₃}

In[]:= q

Out[]:= {p₀, i p₁, p₂, p₃}

In[]:= Q := {p₀, -I * p₁, p₂, p₃}

In[]:= Q

Out[]:= {p₀, -i p₁, p₂, p₃}

In[]:= q.A.Q

Out[]:= p₀ p₁ - i p₁ $\left(i p_0 + \frac{1}{4} i p_1 (-z_2 Z_2 - z_3 Z_3) + \right.$
 $\frac{1}{4} p_3 (B z_2 Z_2^2 + 2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 - 4 a z_2 Z_2 Z_3 - 2 B z_3 Z_2 Z_3 - b z_2 Z_3^2 + 2 a z_3 Z_3^2) +$
 $\frac{1}{4} p_2 (-Z_2 + 2 a z_2 Z_2^2 + B z_3 Z_2^2 + 2 b z_2 Z_2 Z_3 - 4 a z_3 Z_2 Z_3 + 2 g z_2 Z_3^2 - b z_3 Z_3^2) \Big) +$
 $p_3 \left(\frac{1}{4} i p_1 (-z_3 + b z_2^2 Z_2 - 4 a z_2 z_3 Z_2 - B z_3^2 Z_2 + 2 g z_2^2 Z_3 - 2 b z_2 z_3 Z_3 + 2 a z_3^2 Z_3) + \right.$
 $\frac{1}{4} p_3 (-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3)) +$
 $\frac{1}{4} p_2 (b z_2 Z_2 - 4 a z_3 Z_2 + 4 g z_2 Z_3 - b z_3 Z_3 + b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) \Big) +$
 $p_2 \left(\frac{1}{4} i p_1 (-z_2 + 2 a z_2^2 Z_2 + 2 B z_2 z_3 Z_2 + 2 G z_3^2 Z_2 + b z_2^2 Z_3 - 4 a z_2 z_3 Z_3 - B z_3^2 Z_3) + \right.$
 $\frac{1}{4} p_3 (B z_2 Z_2 + 4 G z_3 Z_2 - 4 a z_2 Z_3 - B z_3 Z_3 + B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) +$
 $\frac{1}{4} p_2 (-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3)) \Big)$

In[]:= **ExpandAll[%]**

$$\begin{aligned}
 \text{Out[]} = & 2 p_0 p_1 - \frac{p_2 P_2}{4} - \frac{p_3 P_3}{4} - \frac{1}{4} i p_1 P_2 z_2 - \frac{1}{4} i p_1 P_3 z_3 + \frac{1}{4} i p_1 p_2 Z_2 - \frac{1}{4} p_1^2 z_2 Z_2 + a p_2 P_2 z_2 Z_2 + \\
 & \frac{1}{2} B p_3 P_2 z_2 Z_2 + \frac{1}{2} b p_2 P_3 z_2 Z_2 - a p_3 P_3 z_2 Z_2 + \frac{1}{2} i a p_1 P_2 z_2^2 Z_2 + \frac{1}{4} i b p_1 P_3 z_2^2 Z_2 + \\
 & \frac{1}{2} B p_2 P_2 z_3 Z_2 + G p_3 P_2 z_3 Z_2 - a p_2 P_3 z_3 Z_2 - \frac{1}{2} B p_3 P_3 z_3 Z_2 + \frac{1}{2} i B p_1 P_2 z_2 z_3 Z_2 - \\
 & i a p_1 P_3 z_2 z_3 Z_2 + \frac{1}{2} i G p_1 P_2 z_3^2 Z_2 - \frac{1}{4} i B p_1 P_3 z_3^2 Z_2 - \frac{1}{2} i a p_1 p_2 z_2 Z_2^2 - \frac{1}{4} i B p_1 p_3 z_2 Z_2^2 - \\
 & \frac{1}{4} i B p_1 p_2 z_3 Z_2^2 - \frac{1}{2} i G p_1 p_3 z_3 Z_2^2 + \frac{1}{4} i p_1 p_3 z_3 + \frac{1}{2} b p_2 P_2 z_2 Z_3 - a p_3 P_2 z_2 Z_3 + \\
 & g p_2 P_3 z_2 Z_3 - \frac{1}{2} b p_3 P_3 z_2 Z_3 + \frac{1}{4} i b p_1 P_2 z_2^2 Z_3 + \frac{1}{2} i g p_1 P_3 z_2^2 Z_3 - \frac{1}{4} p_1^2 z_3 Z_3 - a p_2 P_2 z_3 Z_3 - \\
 & \frac{1}{2} B p_3 P_2 z_3 Z_3 - \frac{1}{2} b p_2 P_3 z_3 Z_3 + a p_3 P_3 z_3 Z_3 - i a p_1 P_2 z_2 z_3 Z_3 - \frac{1}{2} i b p_1 P_3 z_2 z_3 Z_3 - \\
 & \frac{1}{4} i B p_1 P_2 z_3^2 Z_3 + \frac{1}{2} i a p_1 P_3 z_3^2 Z_3 - \frac{1}{2} i b p_1 p_2 z_2 Z_2 Z_3 + i a p_1 p_3 z_2 Z_2 Z_3 + i a p_1 p_2 z_3 Z_2 Z_3 + \\
 & \frac{1}{2} i B p_1 p_3 z_3 Z_2 Z_3 - \frac{1}{2} i g p_1 p_2 z_2 Z_3^2 + \frac{1}{4} i b p_1 p_3 z_2 Z_3^2 + \frac{1}{4} i b p_1 p_2 z_3 Z_3^2 - \frac{1}{2} i a p_1 p_3 z_3 Z_3^2
 \end{aligned}$$

In[]:= **Simplify[%]**

$$\begin{aligned}
 \text{Out[]} = & -\frac{1}{4} i \left(8 i p_0 p_1 - i p_3 P_3 + p_1 P_2 z_2 + p_1 P_3 z_3 - i p_1^2 z_2 Z_2 + 2 i B p_3 P_2 z_2 Z_2 - \right. \\
 & 4 i a p_3 P_3 z_2 Z_2 - 2 a p_1 P_2 z_2^2 Z_2 - b p_1 P_3 z_2^2 Z_2 + 4 i G p_3 P_2 z_3 Z_2 - 2 i B p_3 P_3 z_3 Z_2 - \\
 & 2 B p_1 P_2 z_2 z_3 Z_2 + 4 a p_1 P_3 z_2 z_3 Z_2 - 2 G p_1 P_2 z_3^2 Z_2 + B p_1 P_3 z_3^2 Z_2 + B p_1 p_3 z_2 Z_2^2 + \\
 & 2 G p_1 p_3 z_3 Z_2^2 - p_1 p_3 Z_3 - 4 i a p_3 P_2 z_2 Z_3 - 2 i b p_3 P_3 z_2 Z_3 - b p_1 P_2 z_2^2 Z_3 - \\
 & 2 g p_1 P_3 z_2^2 Z_3 - i p_1^2 z_3 Z_3 - 2 i B p_3 P_2 z_3 Z_3 + 4 i a p_3 P_3 z_3 Z_3 + 4 a p_1 P_2 z_2 z_3 Z_3 + \\
 & 2 b p_1 P_3 z_2 z_3 Z_3 + B p_1 P_2 z_3^2 Z_3 - 2 a p_1 P_3 z_3^2 Z_3 - 4 a p_1 p_3 z_2 Z_2 Z_3 - 2 B p_1 p_3 z_3 Z_2 Z_3 - \\
 & b p_1 p_3 z_2 Z_3^2 + 2 a p_1 p_3 z_3 Z_3^2 + p_2 \left(i P_2 \left(-1 + 2 z_3 \left(B Z_2 - 2 a Z_3 \right) + 2 z_2 \left(2 a Z_2 + b Z_3 \right) \right) + \right. \\
 & \left. 2 i P_3 \left(-z_3 \left(2 a Z_2 + b Z_3 \right) + z_2 \left(b Z_2 + 2 g Z_3 \right) \right) + \right. \\
 & \left. p_1 \left(\left(2 a z_2 + B z_3 \right) Z_2^2 + \left(2 g z_2 - b z_3 \right) Z_3^2 + Z_2 \left(-1 + 2 b z_2 Z_3 - 4 a z_3 Z_3 \right) \right) \right)
 \end{aligned}$$

In[]:= **ab := 2 + 2**

In[]:= **ab**

Out[]:= **4**

In[]:= **H**

Out[]:= **H**

In[]:= **H := q.A.Q**

In[]:= **dz2 := 2 * D[H, P2]**

In[]:= **dz2**

*** \$RecursionLimit: Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of p0.

Out[]:= **Hold[2 ∂_{P2} H]**

In[]:= **D**

Out[]:= **D**

In[]:= **H**

*** **\$RecursionLimit:** Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of $\{p_0, i p_1, p_2, p_3\}$.

Out[]:= **Hold[q.A.Q]**

In[]:= **q.A.Q**

*** **\$RecursionLimit:** Recursion depth of 1024 exceeded during evaluation of p_0 .

Out[]:= **Hold[q.A.Q]**

In[]:= **ClearAll[H]**

In[]:= **H**

Out[]:= **H**

In[]:= **q.A.Q**

$$\begin{aligned}
 \text{Out[]:= } & p_0 p_1 - i p_1 \left(i p_0 + \frac{1}{4} i p_1 (-z_2 Z_2 - z_3 Z_3) + \right. \\
 & \frac{1}{4} p_3 (B z_2 Z_2^2 + 2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 - 4 a z_2 Z_2 Z_3 - 2 B z_3 Z_2 Z_3 - b z_2 Z_3^2 + 2 a z_3 Z_3^2) + \\
 & \left. \frac{1}{4} p_2 (-Z_2 + 2 a z_2 Z_2^2 + B z_3 Z_2^2 + 2 b z_2 Z_2 Z_3 - 4 a z_3 Z_2 Z_3 + 2 g z_2 Z_3^2 - b z_3 Z_3^2) \right) + \\
 & p_3 \left(\frac{1}{4} i p_1 (-z_3 + b z_2^2 Z_2 - 4 a z_2 z_3 Z_2 - B z_3^2 Z_2 + 2 g z_2^2 Z_3 - 2 b z_2 z_3 Z_3 + 2 a z_3^2 Z_3) + \right. \\
 & \frac{1}{4} p_3 (-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3)) + \\
 & \left. \frac{1}{4} p_2 (b z_2 Z_2 - 4 a z_3 Z_2 + 4 g z_2 Z_3 - b z_3 Z_3 + b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) \right) + \\
 & p_2 \left(\frac{1}{4} i p_1 (-z_2 + 2 a z_2^2 Z_2 + 2 B z_2 z_3 Z_2 + 2 G z_3^2 Z_2 + b z_2^2 Z_3 - 4 a z_2 z_3 Z_3 - B z_3^2 Z_3) + \right. \\
 & \frac{1}{4} p_3 (B z_2 Z_2 + 4 G z_3 Z_2 - 4 a z_2 Z_3 - B z_3 Z_3 + B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) + \\
 & \left. \frac{1}{4} p_2 (-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3)) \right)
 \end{aligned}$$

In[]:= **h := q.A.Q**

In[]:= **h**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & p_0 p_1 - i p_1 \left(i p_0 + \frac{1}{4} i p_1 (-z_2 Z_2 - z_3 Z_3) + \right. \\ & \frac{1}{4} p_3 (B z_2 Z_2^2 + 2 G z_3 Z_2^2 - Z_3 - 4 a z_2 Z_2 Z_3 - 2 B z_3 Z_2 Z_3 - b z_2 Z_3^2 + 2 a z_3 Z_3^2) + \\ & \left. \frac{1}{4} p_2 (-Z_2 + 2 a z_2 Z_2^2 + B z_3 Z_2^2 + 2 b z_2 Z_2 Z_3 - 4 a z_3 Z_2 Z_3 + 2 g z_2 Z_3^2 - b z_3 Z_3^2) \right) + \\ & p_3 \left(\frac{1}{4} i p_1 (-z_3 + b z_2^2 Z_2 - 4 a z_2 z_3 Z_2 - B z_3^2 Z_2 + 2 g z_2^2 Z_3 - 2 b z_2 z_3 Z_3 + 2 a z_3^2 Z_3) + \right. \\ & \frac{1}{4} p_3 (-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a (4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3)) + \\ & \left. \frac{1}{4} p_2 (b z_2 Z_2 - 4 a z_3 Z_2 + 4 g z_2 Z_3 - b z_3 Z_3 + b (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) \right) + \\ & p_2 \left(\frac{1}{4} i p_1 (-z_2 + 2 a z_2^2 Z_2 + 2 B z_2 z_3 Z_2 + 2 G z_3^2 Z_2 + b z_2^2 Z_3 - 4 a z_2 z_3 Z_3 - B z_3^2 Z_3) + \right. \\ & \frac{1}{4} p_3 (B z_2 Z_2 + 4 G z_3 Z_2 - 4 a z_2 Z_3 - B z_3 Z_3 + B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) + \\ & \left. \frac{1}{4} p_2 (-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3)) \right) \end{aligned}$$

In[]:= **dz₂ := 2 * D[h, P₂]**

In[]:= **dz₂**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & 2 \left(\frac{1}{4} i p_1 (-z_2 + 2 a z_2^2 Z_2 + 2 B z_2 z_3 Z_2 + 2 G z_3^2 Z_2 + b z_2^2 Z_3 - 4 a z_2 z_3 Z_3 - B z_3^2 Z_3) + \right. \\ & \frac{1}{4} p_3 (B z_2 Z_2 + 4 G z_3 Z_2 - 4 a z_2 Z_3 - B z_3 Z_3 + B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) + \\ & \left. \frac{1}{4} p_2 (-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3)) \right) \end{aligned}$$

In[]:= **ExpandAll[%]**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & -\frac{p_2}{2} - \frac{1}{2} i p_1 z_2 + 2 a p_2 z_2 Z_2 + B p_3 z_2 Z_2 + i a p_1 z_2^2 Z_2 + B p_2 z_3 Z_2 + \\ & 2 G p_3 z_3 Z_2 + i B p_1 z_2 z_3 Z_2 + i G p_1 z_3^2 Z_2 + b p_2 z_2 Z_3 - 2 a p_3 z_2 Z_3 + \\ & \frac{1}{2} i b p_1 z_2^2 Z_3 - 2 a p_2 z_3 Z_3 - B p_3 z_3 Z_3 - 2 i a p_1 z_2 z_3 Z_3 - \frac{1}{2} i B p_1 z_3^2 Z_3 \end{aligned}$$

In[]:= **dz₂ . / z₂ → 2**



In[]:= **dz₂**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & 2 \left(\frac{1}{4} i p_1 (-z_2 + 2 a z_2^2 Z_2 + 2 B z_2 z_3 Z_2 + 2 G z_3^2 Z_2 + b z_2^2 Z_3 - 4 a z_2 z_3 Z_3 - B z_3^2 Z_3) + \right. \\ & \frac{1}{4} p_3 (B z_2 Z_2 + 4 G z_3 Z_2 - 4 a z_2 Z_3 - B z_3 Z_3 + B (z_2 Z_2 - z_3 Z_3)) + \\ & \left. \frac{1}{4} p_2 (-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a (-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3)) \right) \end{aligned}$$

$ln[*]:= dz_2 /. z_2 \rightarrow 2$

$$Out[*]= 2 \left(\frac{1}{4} \text{I} p_1 \left(-2 + 8 a Z_2 + 4 B z_3 Z_2 + 2 G z_3^2 Z_2 + 4 b Z_3 - 8 a z_3 Z_3 - B z_3^2 Z_3 \right) + \right. \\ \left. \frac{1}{4} p_3 \left(2 B Z_2 + 4 G z_3 Z_2 - 8 a Z_3 - B z_3 Z_3 + B \left(2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) \right) + \right. \\ \left. \frac{1}{4} p_2 \left(-1 + 2 B z_3 Z_2 + 4 b Z_3 - a \left(-8 Z_2 + 4 z_3 Z_3 \right) \right) \right)$$

$ln[*]:= dz_2$

$$Out[*]= 2 \left(\frac{1}{4} \text{I} p_1 \left(-z_2 + 2 a z_2^2 Z_2 + 2 B z_2 z_3 Z_2 + 2 G z_3^2 Z_2 + b z_2^2 Z_3 - 4 a z_2 z_3 Z_3 - B z_3^2 Z_3 \right) + \right. \\ \left. \frac{1}{4} p_3 \left(B z_2 Z_2 + 4 G z_3 Z_2 - 4 a z_2 Z_3 - B z_3 Z_3 + B \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) \right) + \right. \\ \left. \frac{1}{4} p_2 \left(-1 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - a \left(-4 z_2 Z_2 + 4 z_3 Z_3 \right) \right) \right)$$

$ln[*]:= dz_3 := 2 * D[h, P_3]$

$ln[*]:= dz_3$

$$Out[*]= 2 \left(\frac{1}{4} \text{I} p_1 \left(-z_3 + b z_2^2 Z_2 - 4 a z_2 z_3 Z_2 - B z_3^2 Z_2 + 2 g z_2^2 Z_3 - 2 b z_2 z_3 Z_3 + 2 a z_3^2 Z_3 \right) + \right. \\ \left. \frac{1}{4} p_3 \left(-1 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 - a \left(4 z_2 Z_2 - 4 z_3 Z_3 \right) \right) + \right. \\ \left. \frac{1}{4} p_2 \left(b z_2 Z_2 - 4 a z_3 Z_2 + 4 g z_2 Z_3 - b z_3 Z_3 + b \left(z_2 Z_2 - z_3 Z_3 \right) \right) \right)$$

$ln[*]:= dp_2 := -2 * D[h, Z_2]$

$ln[*]:= dp_2$

$$Out[*]= -2 \left(P_3 \left(\frac{1}{4} p_2 \left(2 b z_2 - 4 a z_3 \right) + \frac{1}{4} p_3 \left(-4 a z_2 - 2 B z_3 \right) + \frac{1}{4} \text{I} p_1 \left(b z_2^2 - 4 a z_2 z_3 - B z_3^2 \right) \right) + \right. \\ P_2 \left(\frac{1}{4} p_2 \left(4 a z_2 + 2 B z_3 \right) + \frac{1}{4} p_3 \left(2 B z_2 + 4 G z_3 \right) + \frac{1}{4} \text{I} p_1 \left(2 a z_2^2 + 2 B z_2 z_3 + 2 G z_3^2 \right) \right) - \\ \text{I} p_1 \left(-\frac{1}{4} \text{I} p_1 z_2 + \frac{1}{4} p_2 \left(-1 + 4 a z_2 Z_2 + 2 B z_3 Z_2 + 2 b z_2 Z_3 - 4 a z_3 Z_3 \right) + \right. \\ \left. \frac{1}{4} p_3 \left(2 B z_2 Z_2 + 4 G z_3 Z_2 - 4 a z_2 Z_3 - 2 B z_3 Z_3 \right) \right) \right)$$

$ln[*]:= dp_3 := -2 * D[h, Z_3]$

$ln[*]:= dp_3$

$$Out[*]= -2 \left(P_3 \left(\frac{1}{4} p_3 \left(-2 b z_2 + 4 a z_3 \right) + \frac{1}{4} p_2 \left(4 g z_2 - 2 b z_3 \right) + \frac{1}{4} \text{I} p_1 \left(2 g z_2^2 - 2 b z_2 z_3 + 2 a z_3^2 \right) \right) + \right. \\ P_2 \left(\frac{1}{4} p_2 \left(2 b z_2 - 4 a z_3 \right) + \frac{1}{4} p_3 \left(-4 a z_2 - 2 B z_3 \right) + \frac{1}{4} \text{I} p_1 \left(b z_2^2 - 4 a z_2 z_3 - B z_3^2 \right) \right) - \\ \text{I} p_1 \left(-\frac{1}{4} \text{I} p_1 z_3 + \frac{1}{4} p_3 \left(-1 - 4 a z_2 Z_2 - 2 B z_3 Z_2 - 2 b z_2 Z_3 + 4 a z_3 Z_3 \right) + \right. \\ \left. \frac{1}{4} p_2 \left(2 b z_2 Z_2 - 4 a z_3 Z_2 + 4 g z_2 Z_3 - 2 b z_3 Z_3 \right) \right) \right)$$

In[*]:= **u₂ :=**

**dz₂ /. {z₂ → s * Exp[I * t] + s^3 * v₂, z₃ → c * s + s^3 * v₃, Z₂ → s * Exp[-I * t] + s^3 * v₂,
Z₃ → c * s + s^3 * v₃, p₁ → -1, p₂ → -I * s * Exp[I * t] + s^3 * w₂,
p₃ → s * I * c + s^3 * w₃, P₂ → I * s * Exp[-I * t] + s^3 * w₂, P₃ → -s * I * c + s^3 * w₃}**

In[*]:= **u₂**

$$\begin{aligned} \text{Out[*]} = & 2 \left(-\frac{1}{4} i \left(-e^{i t} s - s^3 v_2 + 2 a (e^{i t} s + s^3 v_2)^2 (e^{-i t} s + s^3 v_2) + 2 B (e^{i t} s + s^3 v_2) (c s + s^3 v_3) \right. \right. \\ & \left. \left(e^{-i t} s + s^3 v_2 \right) + 2 G (c s + s^3 v_3)^2 (e^{-i t} s + s^3 v_2) + b (e^{i t} s + s^3 v_2)^2 (c s + s^3 v_3) - \right. \\ & \left. 4 a (e^{i t} s + s^3 v_2) (c s + s^3 v_3) (c s + s^3 v_3) - B (c s + s^3 v_3)^2 (c s + s^3 v_3) \right) + \\ & \frac{1}{4} (-1 + 2 B (c s + s^3 v_3) (e^{-i t} s + s^3 v_2) + 2 b (e^{i t} s + s^3 v_2) (c s + s^3 v_3) - \\ & a (-4 (e^{i t} s + s^3 v_2) (e^{-i t} s + s^3 v_2) + 4 (c s + s^3 v_3) (c s + s^3 v_3))) (-i e^{i t} s + s^3 w_2) + \\ & \frac{1}{4} (B (e^{i t} s + s^3 v_2) (e^{-i t} s + s^3 v_2) + 4 G (c s + s^3 v_3) (e^{-i t} s + s^3 v_2) - \\ & 4 a (e^{i t} s + s^3 v_2) (c s + s^3 v_3) - B (c s + s^3 v_3) (c s + s^3 v_3) + \\ & B ((e^{i t} s + s^3 v_2) (e^{-i t} s + s^3 v_2) - (c s + s^3 v_3) (c s + s^3 v_3))) (i c s + s^3 w_3) \end{aligned}$$

In[*]:= **ExpandAll[%]**

$$\begin{aligned} \text{Out[*]} = & i e^{i t} s - i B c s^3 - \frac{1}{2} i B c^3 s^3 - 3 i a e^{i t} s^3 + 2 i a c^2 e^{i t} s^3 - \frac{3}{2} i b c e^{2 i t} s^3 + i c^2 e^{-i t} G s^3 + \\ & \frac{1}{2} i s^3 v_2 - 4 i a s^5 v_2 - 2 i b c e^{i t} s^5 v_2 - \frac{1}{2} i b c s^7 v_2^2 - i a e^{-i t} s^7 v_2^2 - 2 i B s^5 v_3 + \\ & 4 i a c e^{i t} s^5 v_3 + 2 i a c s^7 v_2 v_3 - i B e^{-i t} s^7 v_2 v_3 + \frac{1}{2} i B c s^7 v_3^2 - i e^{-i t} G s^7 v_3^2 - i B c e^{i t} s^5 v_2 - \\ & 3 i a e^{2 i t} s^5 v_2 + i c^2 G s^5 v_2 - 4 i a e^{i t} s^7 v_2 v_2 - i a s^9 v_2^2 v_2 - 2 i B e^{i t} s^7 v_3 v_2 - i B s^9 v_2 v_3 v_2 - \\ & i G s^9 v_3^2 v_2 - \frac{1}{2} i B c^2 s^5 v_3 + 2 i a c e^{i t} s^5 v_3 - \frac{3}{2} i b e^{2 i t} s^5 v_3 - 2 i b e^{i t} s^7 v_2 v_3 - \\ & \frac{1}{2} i b s^9 v_2^2 v_3 + 4 i a e^{i t} s^7 v_3 v_3 + 2 i a s^9 v_2 v_3 v_3 + \frac{1}{2} i B s^9 v_3^2 v_3 - \frac{s^3 w_2}{2} + 2 a s^5 w_2 - \\ & 2 a c^2 s^5 w_2 + B c e^{-i t} s^5 w_2 + b c e^{i t} s^5 w_2 + b c s^7 v_2 w_2 + 2 a e^{-i t} s^7 v_2 w_2 - 2 a c s^7 v_3 w_2 + \\ & B e^{-i t} s^7 v_3 w_2 + B c s^7 v_2 w_2 + 2 a e^{i t} s^7 v_2 w_2 + 2 a s^9 v_2 v_2 w_2 + B s^9 v_3 v_2 w_2 - 2 a c s^7 v_3 w_2 + \\ & b e^{i t} s^7 v_3 w_2 + b s^9 v_2 v_3 w_2 - 2 a s^9 v_3 v_3 w_2 + B s^5 w_3 - B c^2 s^5 w_3 - 2 a c e^{i t} s^5 w_3 + 2 c e^{-i t} G s^5 w_3 - \\ & 2 a c s^7 v_2 w_3 + B e^{-i t} s^7 v_2 w_3 - B c s^7 v_3 w_3 + 2 e^{-i t} G s^7 v_3 w_3 + B e^{i t} s^7 v_2 w_3 + 2 c G s^7 v_2 w_3 + \\ & B s^9 v_2 v_2 w_3 + 2 G s^9 v_3 v_2 w_3 - B c s^7 v_3 w_3 - 2 a e^{i t} s^7 v_3 w_3 - 2 a s^9 v_2 v_3 w_3 - B s^9 v_3 v_3 w_3 \end{aligned}$$

In[8]:= **Collect**[% , s]

$$\begin{aligned}
 \text{Out}[8] = & \, i e^{i t} s + s^3 \left(-i B c - \frac{1}{2} i B c^3 - 3 i a e^{i t} + 2 i a c^2 e^{i t} - \frac{3}{2} i b c e^{2 i t} + i c^2 e^{-i t} G + \frac{i v_2}{2} - \frac{w_2}{2} \right) + \\
 & s^5 \left(-4 i a v_2 - 2 i b c e^{i t} v_2 - 2 i B v_3 + 4 i a c e^{i t} v_3 - i B c e^{i t} V_2 - \right. \\
 & \quad 3 i a e^{2 i t} V_2 + i c^2 G V_2 - \frac{1}{2} i B c^2 V_3 + 2 i a c e^{i t} V_3 - \frac{3}{2} i b e^{2 i t} V_3 + 2 a w_2 - \\
 & \quad \left. 2 a c^2 w_2 + B c e^{-i t} w_2 + b c e^{i t} w_2 + B w_3 - B c^2 w_3 - 2 a c e^{i t} w_3 + 2 c e^{-i t} G w_3 \right) + \\
 & s^7 \left(-\frac{1}{2} i b c v_2^2 - i a e^{-i t} v_2^2 + 2 i a c v_2 v_3 - i B e^{-i t} v_2 v_3 + \frac{1}{2} i B c v_3^2 - i e^{-i t} G v_3^2 - \right. \\
 & \quad 4 i a e^{i t} v_2 V_2 - 2 i B e^{i t} v_3 V_2 - 2 i b e^{i t} v_2 V_3 + 4 i a e^{i t} v_3 V_3 + b c v_2 w_2 + 2 a e^{-i t} v_2 w_2 - \\
 & \quad 2 a c v_3 w_2 + B e^{-i t} v_3 w_2 + B c V_2 w_2 + 2 a e^{i t} V_2 w_2 - 2 a c V_3 w_2 + b e^{i t} V_3 w_2 - 2 a c v_2 w_3 + \\
 & \quad \left. B e^{-i t} v_2 w_3 - B c v_3 w_3 + 2 e^{-i t} G v_3 w_3 + B e^{i t} V_2 w_3 + 2 c G V_2 w_3 - B c V_3 w_3 - 2 a e^{i t} V_3 w_3 \right) + \\
 & s^9 \left(-i a v_2^2 V_2 - i B v_2 v_3 V_2 - i G v_3^2 V_2 - \frac{1}{2} i b v_2^2 V_3 + 2 i a v_2 v_3 V_3 + \frac{1}{2} i B v_3^2 V_3 + 2 a v_2 V_2 w_2 + \right. \\
 & \quad \left. B v_3 V_2 w_2 + b v_2 V_3 w_2 - 2 a v_3 V_3 w_2 + B v_2 V_2 w_3 + 2 G v_3 V_2 w_3 - 2 a v_2 V_3 w_3 - B v_3 V_3 w_3 \right)
 \end{aligned}$$

In[9]:= **ExpandAll**[dz2]

$$\begin{aligned}
 \text{Out}[9] = & -\frac{p_2}{2} - \frac{1}{2} i p_1 z_2 + 2 a p_2 z_2 Z_2 + B p_3 z_2 Z_2 + i a p_1 z_2^2 Z_2 + B p_2 z_3 Z_2 + \\
 & 2 G p_3 z_3 Z_2 + i B p_1 z_2 z_3 Z_2 + i G p_1 z_3^2 Z_2 + b p_2 z_2 Z_3 - 2 a p_3 z_2 Z_3 + \\
 & \frac{1}{2} i b p_1 z_2^2 Z_3 - 2 a p_2 z_3 Z_3 - B p_3 z_3 Z_3 - 2 i a p_1 z_2 z_3 Z_3 - \frac{1}{2} i B p_1 z_3^2 Z_3
 \end{aligned}$$

In[9]:= **u3** :=

$$\begin{aligned}
 & dz_2 /. \{z_2 \rightarrow s * \text{Exp}[I * t] + s^3 * v_2, z_3 \rightarrow c * s + s^3 * v_3, Z_2 \rightarrow s * \text{Exp}[-I * t] + s^3 * V_2, \\
 & \quad Z_3 \rightarrow c * s + s^3 * V_3, p_1 \rightarrow -1, p_2 \rightarrow -I * s * \text{Exp}[I * t] + s^3 * w_2, \\
 & \quad p_3 \rightarrow s * I * c + s^3 * w_3, P_2 \rightarrow I * s * \text{Exp}[-I * t] + s^3 * W_2, P_3 \rightarrow -s * I * c + s^3 * W_3\}
 \end{aligned}$$

In[9]:= **u3**

$$\begin{aligned}
 \text{Out}[9] = & 2 \left(-\frac{1}{4} i \left(-c s - s^3 v_3 + b \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right)^2 \left(e^{-i t} s + s^3 V_2 \right) - 4 a \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) \left(c s + s^3 v_3 \right) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left(e^{-i t} s + s^3 V_2 \right) - B \left(c s + s^3 v_3 \right)^2 \left(e^{-i t} s + s^3 V_2 \right) + 2 g \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right)^2 \left(c s + s^3 V_3 \right) - \right. \\
 & \quad \left. 2 b \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) \left(c s + s^3 v_3 \right) \left(c s + s^3 V_3 \right) + 2 a \left(c s + s^3 v_3 \right)^2 \left(c s + s^3 V_3 \right) \right) + \\
 & \frac{1}{4} \left(b \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) \left(e^{-i t} s + s^3 V_2 \right) - 4 a \left(c s + s^3 v_3 \right) \left(e^{-i t} s + s^3 V_2 \right) + \right. \\
 & \quad 4 g \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) \left(c s + s^3 V_3 \right) - b \left(c s + s^3 v_3 \right) \left(c s + s^3 V_3 \right) + \\
 & \quad \left. b \left(\left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) \left(e^{-i t} s + s^3 V_2 \right) - \left(c s + s^3 v_3 \right) \left(c s + s^3 V_3 \right) \right) \right) \left(-i e^{i t} s + s^3 w_2 \right) + \\
 & \frac{1}{4} \left(-1 - 2 B \left(c s + s^3 v_3 \right) \left(e^{-i t} s + s^3 V_2 \right) - 2 b \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) \left(c s + s^3 V_3 \right) - \right. \\
 & \quad \left. a \left(4 \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) \left(e^{-i t} s + s^3 V_2 \right) - 4 \left(c s + s^3 v_3 \right) \left(c s + s^3 V_3 \right) \right) \right) \left(i c s + s^3 w_3 \right)
 \end{aligned}$$

In[]:= **ExpandAll[%]**

$$\begin{aligned}
 \text{Out[]}= & 2 \, i \, a \, c \, s^3 + i \, a \, c^3 \, s^3 - \frac{1}{2} \, i \, B \, c^2 \, e^{-i \, t} \, s^3 - \frac{3}{2} \, i \, b \, e^{i \, t} \, s^3 + i \, b \, c^2 \, e^{i \, t} \, s^3 - 3 \, i \, c \, e^{2 \, i \, t} \, g \, s^3 - 2 \, i \, b \, s^5 \, v_2 - \\
 & 4 \, i \, c \, e^{i \, t} \, g \, s^5 \, v_2 - \frac{1}{2} \, i \, b \, e^{-i \, t} \, s^7 \, v_2^2 - i \, c \, g \, s^7 \, v_2^2 + \frac{1}{2} \, i \, s^3 \, v_3 + 4 \, i \, a \, s^5 \, v_3 + 2 \, i \, b \, c \, e^{i \, t} \, s^5 \, v_3 + \\
 & i \, b \, c \, s^7 \, v_2 \, v_3 + 2 \, i \, a \, e^{-i \, t} \, s^7 \, v_2 \, v_3 - i \, a \, c \, s^7 \, v_3^2 + \frac{1}{2} \, i \, B \, e^{-i \, t} \, s^7 \, v_3^2 - \frac{1}{2} \, i \, B \, c^2 \, s^5 \, V_2 + 2 \, i \, a \, c \, e^{i \, t} \, s^5 \, V_2 - \\
 & \frac{3}{2} \, i \, b \, e^{2 \, i \, t} \, s^5 \, V_2 - 2 \, i \, b \, e^{i \, t} \, s^7 \, v_2 \, V_2 - \frac{1}{2} \, i \, b \, s^9 \, v_2^2 \, V_2 + 4 \, i \, a \, e^{i \, t} \, s^7 \, v_3 \, V_2 + 2 \, i \, a \, s^9 \, v_2 \, v_3 \, V_2 + \\
 & \frac{1}{2} \, i \, B \, s^9 \, v_3^2 \, V_2 + i \, a \, c^2 \, s^5 \, V_3 + i \, b \, c \, e^{i \, t} \, s^5 \, V_3 - 3 \, i \, e^{2 \, i \, t} \, g \, s^5 \, V_3 - 4 \, i \, e^{i \, t} \, g \, s^7 \, v_2 \, V_3 - i \, g \, s^9 \, v_2^2 \, V_3 + \\
 & 2 \, i \, b \, e^{i \, t} \, s^7 \, v_3 \, V_3 + i \, b \, s^9 \, v_2 \, v_3 \, V_3 - i \, a \, s^9 \, v_3^2 \, V_3 + b \, s^5 \, w_2 - b \, c^2 \, s^5 \, w_2 - 2 \, a \, c \, e^{-i \, t} \, s^5 \, w_2 + \\
 & 2 \, c \, e^{i \, t} \, g \, s^5 \, w_2 + b \, e^{-i \, t} \, s^7 \, v_2 \, w_2 + 2 \, c \, g \, s^7 \, v_2 \, w_2 - b \, c \, s^7 \, v_3 \, w_2 - 2 \, a \, e^{-i \, t} \, s^7 \, v_3 \, w_2 - 2 \, a \, c \, s^7 \, V_2 \, w_2 + \\
 & b \, e^{i \, t} \, s^7 \, V_2 \, w_2 + b \, s^9 \, v_2 \, V_2 \, w_2 - 2 \, a \, s^9 \, v_3 \, V_2 \, w_2 - b \, c \, s^7 \, V_3 \, w_2 + 2 \, e^{i \, t} \, g \, s^7 \, V_3 \, w_2 + 2 \, g \, s^9 \, v_2 \, V_3 \, w_2 - \\
 & b \, s^9 \, v_3 \, V_3 \, w_2 - \frac{s^3 \, w_3}{2} - 2 \, a \, s^5 \, w_3 + 2 \, a \, c^2 \, s^5 \, w_3 - B \, c \, e^{-i \, t} \, s^5 \, w_3 - b \, c \, e^{i \, t} \, s^5 \, w_3 - b \, c \, s^7 \, v_2 \, w_3 - \\
 & 2 \, a \, e^{-i \, t} \, s^7 \, v_2 \, w_3 + 2 \, a \, c \, s^7 \, v_3 \, w_3 - B \, e^{-i \, t} \, s^7 \, v_3 \, w_3 - B \, c \, s^7 \, V_2 \, w_3 - 2 \, a \, e^{i \, t} \, s^7 \, V_2 \, w_3 - \\
 & 2 \, a \, s^9 \, v_2 \, V_2 \, w_3 - B \, s^9 \, v_3 \, V_2 \, w_3 + 2 \, a \, c \, s^7 \, V_3 \, w_3 - b \, e^{i \, t} \, s^7 \, V_3 \, w_3 - b \, s^9 \, v_2 \, V_3 \, w_3 + 2 \, a \, s^9 \, v_3 \, V_3 \, w_3
 \end{aligned}$$

In[]:= **Collect[%, s]**

$$\begin{aligned}
 \text{Out[]}= & s^3 \left(2 \, i \, a \, c + i \, a \, c^3 - \frac{1}{2} \, i \, B \, c^2 \, e^{-i \, t} - \frac{3}{2} \, i \, b \, e^{i \, t} + i \, b \, c^2 \, e^{i \, t} - 3 \, i \, c \, e^{2 \, i \, t} \, g + \frac{i \, V_3}{2} - \frac{w_3}{2} \right) + \\
 & s^5 \left(-2 \, i \, b \, v_2 - 4 \, i \, c \, e^{i \, t} \, g \, v_2 + 4 \, i \, a \, v_3 + 2 \, i \, b \, c \, e^{i \, t} \, v_3 - \frac{1}{2} \, i \, B \, c^2 \, V_2 + \right. \\
 & 2 \, i \, a \, c \, e^{i \, t} \, V_2 - \frac{3}{2} \, i \, b \, e^{2 \, i \, t} \, V_2 + i \, a \, c^2 \, V_3 + i \, b \, c \, e^{i \, t} \, V_3 - 3 \, i \, e^{2 \, i \, t} \, g \, V_3 + b \, w_2 - \\
 & b \, c^2 \, w_2 - 2 \, a \, c \, e^{-i \, t} \, w_2 + 2 \, c \, e^{i \, t} \, g \, w_2 - 2 \, a \, w_3 + 2 \, a \, c^2 \, w_3 - B \, c \, e^{-i \, t} \, w_3 - b \, c \, e^{i \, t} \, w_3 \left. \right) + \\
 & s^7 \left(-\frac{1}{2} \, i \, b \, e^{-i \, t} \, v_2^2 - i \, c \, g \, v_2^2 + i \, b \, c \, v_2 \, v_3 + 2 \, i \, a \, e^{-i \, t} \, v_2 \, v_3 - i \, a \, c \, v_3^2 + \frac{1}{2} \, i \, B \, e^{-i \, t} \, v_3^2 - \right. \\
 & 2 \, i \, b \, e^{i \, t} \, v_2 \, V_2 + 4 \, i \, a \, e^{i \, t} \, v_3 \, V_2 - 4 \, i \, e^{i \, t} \, g \, v_2 \, V_3 + 2 \, i \, b \, e^{i \, t} \, v_3 \, V_3 + b \, e^{-i \, t} \, v_2 \, w_2 + 2 \, c \, g \, v_2 \, w_2 - \\
 & b \, c \, v_3 \, w_2 - 2 \, a \, e^{-i \, t} \, v_3 \, w_2 - 2 \, a \, c \, V_2 \, w_2 + b \, e^{i \, t} \, V_2 \, w_2 - b \, c \, V_3 \, w_2 + 2 \, e^{i \, t} \, g \, V_3 \, w_2 - b \, c \, v_2 \, w_3 - \\
 & 2 \, a \, e^{-i \, t} \, v_2 \, w_3 + 2 \, a \, c \, v_3 \, w_3 - B \, e^{-i \, t} \, v_3 \, w_3 - B \, c \, V_2 \, w_3 - 2 \, a \, e^{i \, t} \, V_2 \, w_3 + 2 \, a \, c \, V_3 \, w_3 - b \, e^{i \, t} \, V_3 \, w_3 \left. \right) + \\
 & s^9 \left(-\frac{1}{2} \, i \, b \, v_2^2 \, V_2 + 2 \, i \, a \, v_2 \, v_3 \, V_2 + \frac{1}{2} \, i \, B \, v_3^2 \, V_2 - i \, g \, v_2^2 \, V_3 + i \, b \, v_2 \, v_3 \, V_3 - i \, a \, v_3^2 \, V_3 + b \, v_2 \, V_2 \, w_2 - \right. \\
 & 2 \, a \, v_3 \, V_2 \, w_2 + 2 \, g \, v_2 \, V_3 \, w_2 - b \, v_3 \, V_3 \, w_2 - 2 \, a \, v_2 \, V_2 \, w_3 - B \, v_3 \, V_2 \, w_3 - b \, v_2 \, V_3 \, w_3 + 2 \, a \, v_3 \, V_3 \, w_3 \left. \right)
 \end{aligned}$$

In[]:= **k2 :=**

$$\begin{aligned}
 & \text{dp}_2 /. \{z_2 \rightarrow s \, \text{Exp}[I \, t] + s^3 \, v_2, \, z_3 \rightarrow c \, s + s^3 \, v_3, \, Z_2 \rightarrow s \, \text{Exp}[-I \, t] + s^3 \, V_2, \\
 & Z_3 \rightarrow c \, s + s^3 \, V_3, \, p_1 \rightarrow -1, \, p_2 \rightarrow -I \, s \, \text{Exp}[I \, t] + s^3 \, w_2, \\
 & p_3 \rightarrow s \, I \, c + s^3 \, w_3, \, P_2 \rightarrow I \, s \, \text{Exp}[-I \, t] + s^3 \, W_2, \, P_3 \rightarrow -s \, I \, c + s^3 \, W_3\}
 \end{aligned}$$

In[]:= **k₂**

$$\begin{aligned}
 \text{Out[]}= & -2 \left(i \left(\frac{1}{4} i \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) + \right. \right. \\
 & \frac{1}{4} \left(-1 + 4 a \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) \left(e^{-i t} s + s^3 v_2 \right) + 2 B \left(c s + s^3 v_3 \right) \left(e^{-i t} s + s^3 v_2 \right) + \right. \\
 & 2 b \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) \left(c s + s^3 v_3 \right) - 4 a \left(c s + s^3 v_3 \right) \left(c s + s^3 v_3 \right) \left. \right) \left(-i e^{i t} s + s^3 w_2 \right) + \\
 & \frac{1}{4} \left(2 B \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) \left(e^{-i t} s + s^3 v_2 \right) + 4 G \left(c s + s^3 v_3 \right) \left(e^{-i t} s + s^3 v_2 \right) - \right. \\
 & 4 a \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) \left(c s + s^3 v_3 \right) - 2 B \left(c s + s^3 v_3 \right) \left(c s + s^3 v_3 \right) \left. \right) \left(i c s + s^3 w_3 \right) \left. \right) + \\
 & \left(-\frac{1}{4} i \left(2 a \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right)^2 + 2 B \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) \left(c s + s^3 v_3 \right) + 2 G \left(c s + s^3 v_3 \right)^2 \right) + \right. \\
 & \frac{1}{4} \left(4 a \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) + 2 B \left(c s + s^3 v_3 \right) \right) \left(-i e^{i t} s + s^3 w_2 \right) + \\
 & \frac{1}{4} \left(2 B \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) + 4 G \left(c s + s^3 v_3 \right) \right) \left(i c s + s^3 w_3 \right) \left. \right) \left(i e^{-i t} s + s^3 w_2 \right) + \\
 & \left(-\frac{1}{4} i \left(b \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right)^2 - 4 a \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) \left(c s + s^3 v_3 \right) - B \left(c s + s^3 v_3 \right)^2 \right) + \right. \\
 & \frac{1}{4} \left(2 b \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) - 4 a \left(c s + s^3 v_3 \right) \right) \left(-i e^{i t} s + s^3 w_2 \right) + \\
 & \left. \frac{1}{4} \left(-4 a \left(e^{i t} s + s^3 v_2 \right) - 2 B \left(c s + s^3 v_3 \right) \right) \left(i c s + s^3 w_3 \right) \right) \left(-i c s + s^3 w_3 \right) \left. \right)
 \end{aligned}$$

In[]:= **ExpandAll[%]**

$$\begin{aligned}
 \text{Out[]}= & e^{i t} s - B c s^3 - \frac{1}{2} B c^3 s^3 - 5 a e^{i t} s^3 - 2 a c^2 e^{i t} s^3 + \frac{1}{2} b c e^{2 i t} s^3 + 3 c^2 e^{-i t} G s^3 + \\
 & \frac{s^3 v_2}{2} - 6 a s^5 v_2 - 2 a c^2 s^5 v_2 + B c e^{-i t} s^5 v_2 + b c e^{i t} s^5 v_2 + \frac{1}{2} b c s^7 v_2^2 - a e^{-i t} s^7 v_2^2 - \\
 & 3 B s^5 v_3 - B c^2 s^5 v_3 - 2 a c e^{i t} s^5 v_3 + 2 c e^{-i t} G s^5 v_3 - 2 a c s^7 v_2 v_3 - B e^{-i t} s^7 v_2 v_3 - \\
 & \frac{1}{2} B c s^7 v_3^2 - e^{-i t} G s^7 v_3^2 - 2 a e^{2 i t} s^5 v_2 + 2 c^2 G s^5 v_2 + B c s^7 v_2 v_2 - 2 a e^{i t} s^7 v_2 v_2 - \\
 & B e^{i t} s^7 v_3 v_2 + 2 c G s^7 v_3 v_2 - B c^2 s^5 v_3 - b e^{2 i t} s^5 v_3 - 2 a c s^7 v_2 v_3 - b e^{i t} s^7 v_2 v_3 - \\
 & B c s^7 v_3 v_3 + 2 a e^{i t} s^7 v_3 v_3 + \frac{1}{2} i s^3 w_2 - 4 i a s^5 w_2 - 2 i B c e^{-i t} s^5 w_2 - 4 i a e^{-i t} s^7 v_2 w_2 - \\
 & 2 i B e^{-i t} s^7 v_3 w_2 - i B c s^7 v_2 w_2 - 2 i a e^{i t} s^7 v_2 w_2 - 2 i a s^9 v_2 v_2 w_2 - i B s^9 v_3 v_2 w_2 + \\
 & 2 i a c s^7 v_3 w_2 - i b e^{i t} s^7 v_3 w_2 - i b s^9 v_2 v_3 w_2 + 2 i a s^9 v_3 v_3 w_2 - 2 i B s^5 w_3 - \\
 & 4 i c e^{-i t} G s^5 w_3 - 2 i B e^{-i t} s^7 v_2 w_3 - 4 i e^{-i t} G s^7 v_3 w_3 - i B e^{i t} s^7 v_2 w_3 - 2 i c G s^7 v_2 w_3 - \\
 & i B s^9 v_2 v_2 w_3 - 2 i G s^9 v_3 v_2 w_3 + i B c s^7 v_3 w_3 + 2 i a e^{i t} s^7 v_3 w_3 + 2 i a s^9 v_2 v_3 w_3 + \\
 & i B s^9 v_3 v_3 w_3 + i B c e^{i t} s^5 w_2 + 3 i a e^{2 i t} s^5 w_2 - i c^2 G s^5 w_2 + 4 i a e^{i t} s^7 v_2 w_2 + \\
 & i a s^9 v_2^2 w_2 + 2 i B e^{i t} s^7 v_3 w_2 + i B s^9 v_2 v_3 w_2 + i G s^9 v_3^2 w_2 - B c s^7 w_2 w_2 - 2 a e^{i t} s^7 w_2 w_2 - \\
 & 2 a s^9 v_2 w_2 w_2 - B s^9 v_3 w_2 w_2 - B e^{i t} s^7 w_3 w_2 - 2 c G s^7 w_3 w_2 - B s^9 v_2 w_3 w_2 - 2 G s^9 v_3 w_3 w_2 + \\
 & \frac{1}{2} i B c^2 s^5 w_3 - 2 i a c e^{i t} s^5 w_3 + \frac{3}{2} i b e^{2 i t} s^5 w_3 + 2 i b e^{i t} s^7 v_2 w_3 + \frac{1}{2} i b s^9 v_2^2 w_3 - \\
 & 4 i a e^{i t} s^7 v_3 w_3 - 2 i a s^9 v_2 v_3 w_3 - \frac{1}{2} i B s^9 v_3^2 w_3 + 2 a c s^7 w_2 w_3 - b e^{i t} s^7 w_2 w_3 - \\
 & b s^9 v_2 w_2 w_3 + 2 a s^9 v_3 w_2 w_3 + B c s^7 w_3 w_3 + 2 a e^{i t} s^7 w_3 w_3 + 2 a s^9 v_2 w_3 w_3 + B s^9 v_3 w_3 w_3
 \end{aligned}$$

In[*]:= **Collect**[% , s]

$$\begin{aligned}
 \text{Out[*]} = & e^{i t} s + s^3 \left(-B c - \frac{B c^3}{2} - 5 a e^{i t} - 2 a c^2 e^{i t} + \frac{1}{2} b c e^{2 i t} + 3 c^2 e^{-i t} G + \frac{v_2}{2} + \frac{i w_2}{2} \right) + \\
 & s^5 \left(-6 a v_2 - 2 a c^2 v_2 + B c e^{-i t} v_2 + b c e^{i t} v_2 - 3 B v_3 - B c^2 v_3 - 2 a c e^{i t} v_3 + 2 c e^{-i t} G v_3 - \right. \\
 & 2 a e^{2 i t} V_2 + 2 c^2 G V_2 - B c^2 V_3 - b e^{2 i t} V_3 - 4 i a w_2 - 2 i B c e^{-i t} w_2 - 2 i B w_3 - 4 i c e^{-i t} G w_3 + \\
 & i B c e^{i t} W_2 + 3 i a e^{2 i t} W_2 - i c^2 G W_2 + \frac{1}{2} i B c^2 W_3 - 2 i a c e^{i t} W_3 + \frac{3}{2} i b e^{2 i t} W_3 \left. \right) + \\
 & s^7 \left(\frac{1}{2} b c v_2^2 - a e^{-i t} v_2^2 - 2 a c v_2 v_3 - B e^{-i t} v_2 v_3 - \frac{1}{2} B c v_3^2 - e^{-i t} G v_3^2 + B c v_2 V_2 - \right. \\
 & 2 a e^{i t} v_2 V_2 - B e^{i t} v_3 V_2 + 2 c G v_3 V_2 - 2 a c v_2 V_3 - b e^{i t} v_2 V_3 - B c v_3 V_3 + 2 a e^{i t} v_3 V_3 - \\
 & 4 i a e^{-i t} v_2 w_2 - 2 i B e^{-i t} v_3 w_2 - i B c V_2 w_2 - 2 i a e^{i t} V_2 w_2 + 2 i a c V_3 w_2 - i b e^{i t} V_3 w_2 - \\
 & 2 i B e^{-i t} v_2 w_3 - 4 i e^{-i t} G v_3 w_3 - i B e^{i t} V_2 w_3 - 2 i c G V_2 w_3 + i B c V_3 w_3 + 2 i a e^{i t} V_3 w_3 + \\
 & 4 i a e^{i t} v_2 w_2 + 2 i B e^{i t} v_3 w_2 - B c w_2 w_2 - 2 a e^{i t} w_2 w_2 - B e^{i t} w_3 w_2 - 2 c G w_3 w_2 + \\
 & 2 i b e^{i t} v_2 w_3 - 4 i a e^{i t} v_3 w_3 + 2 a c w_2 w_3 - b e^{i t} w_2 w_3 + B c w_3 w_3 + 2 a e^{i t} w_3 w_3 \left. \right) + \\
 & s^9 \left(-2 i a v_2 V_2 w_2 - i B v_3 V_2 w_2 - i b v_2 V_3 w_2 + 2 i a v_3 V_3 w_2 - i B v_2 V_2 w_3 - \right. \\
 & 2 i G v_3 V_2 w_3 + 2 i a v_2 V_3 w_3 + i B v_3 V_3 w_3 + i a v_2^2 W_2 + i B v_2 v_3 W_2 + \\
 & i G v_3^2 W_2 - 2 a v_2 w_2 W_2 - B v_3 w_2 W_2 - B v_2 w_3 W_2 - 2 G v_3 w_3 W_2 + \frac{1}{2} i b v_2^2 W_3 - \\
 & 2 i a v_2 v_3 W_3 - \frac{1}{2} i B v_3^2 W_3 - b v_2 w_2 W_3 + 2 a v_3 w_2 W_3 + 2 a v_2 w_3 W_3 + B v_3 w_3 W_3 \left. \right)
 \end{aligned}$$

In[*]:= **ExpandAll**[dp2]

$$\begin{aligned}
 \text{Out[*]} = & -\frac{1}{2} i p_1 p_2 + \frac{1}{2} p_1^2 z_2 - 2 a p_2 P_2 z_2 - B p_3 P_2 z_2 - b p_2 P_3 z_2 + 2 a p_3 P_3 z_2 - i a p_1 P_2 z_2^2 - \frac{1}{2} i b p_1 P_3 z_2^2 - \\
 & B p_2 P_2 z_3 - 2 G p_3 P_2 z_3 + 2 a p_2 P_3 z_3 + B p_3 P_3 z_3 - i B p_1 P_2 z_2 z_3 + 2 i a p_1 P_3 z_2 z_3 - \\
 & i G p_1 P_2 z_3^2 + \frac{1}{2} i B p_1 P_3 z_3^2 + 2 i a p_1 p_2 z_2 Z_2 + i B p_1 p_3 z_2 Z_2 + i B p_1 p_2 z_3 Z_2 + \\
 & 2 i G p_1 p_3 z_3 Z_2 + i b p_1 p_2 z_2 Z_3 - 2 i a p_1 p_3 z_2 Z_3 - 2 i a p_1 p_2 z_3 Z_3 - i B p_1 p_3 z_3 Z_3
 \end{aligned}$$

In[*]:=

In[*]:= **F**

$$\begin{aligned}
 \text{Out[*]} = & z_1 + Z_1 - z_2 Z_2 - G z_3^2 Z_2^2 - z_3 Z_3 - g z_2^2 Z_3^2 - \\
 & (B z_3 Z_2 + b z_2 Z_3) (z_2 Z_2 - z_3 Z_3) - a (z_2^2 Z_2^2 - 4 z_2 z_3 Z_2 Z_3 + z_3^2 Z_3^2)
 \end{aligned}$$

In[*]:= **H22**

$$\text{Out[*]} = \frac{1}{4} (-z_2 Z_2 - z_3 Z_3)$$

In[]:= **h**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & p_0 p_1 - i p_1 \left(i p_0 + \frac{1}{4} i p_1 (-z_2 z_2 - z_3 z_3) + \right. \\ & \frac{1}{4} p_3 (B z_2 z_2^2 + 2 G z_3 z_2^2 - z_3 - 4 a z_2 z_2 z_3 - 2 B z_3 z_2 z_3 - b z_2 z_3^2 + 2 a z_3 z_3^2) + \\ & \left. \frac{1}{4} p_2 (-z_2 + 2 a z_2 z_2^2 + B z_3 z_2^2 + 2 b z_2 z_2 z_3 - 4 a z_3 z_2 z_3 + 2 g z_2 z_3^2 - b z_3 z_3^2) \right) + \\ & p_3 \left(\frac{1}{4} i p_1 (-z_3 + b z_2^2 z_2 - 4 a z_2 z_3 z_2 - B z_3^2 z_2 + 2 g z_2^2 z_3 - 2 b z_2 z_3 z_3 + 2 a z_3^2 z_3) + \right. \\ & \frac{1}{4} p_3 (-1 - 2 B z_3 z_2 - 2 b z_2 z_3 - a (4 z_2 z_2 - 4 z_3 z_3)) + \\ & \left. \frac{1}{4} p_2 (b z_2 z_2 - 4 a z_3 z_2 + 4 g z_2 z_3 - b z_3 z_3 + b (z_2 z_2 - z_3 z_3)) \right) + \\ & p_2 \left(\frac{1}{4} i p_1 (-z_2 + 2 a z_2^2 z_2 + 2 B z_2 z_3 z_2 + 2 G z_3^2 z_2 + b z_2^2 z_3 - 4 a z_2 z_3 z_3 - B z_3^2 z_3) + \right. \\ & \frac{1}{4} p_3 (B z_2 z_2 + 4 G z_3 z_2 - 4 a z_2 z_3 - B z_3 z_3 + B (z_2 z_2 - z_3 z_3)) + \\ & \left. \frac{1}{4} p_2 (-1 + 2 B z_3 z_2 + 2 b z_2 z_3 - a (-4 z_2 z_2 + 4 z_3 z_3)) \right) \end{aligned}$$

In[]:= **ExpandAll[%]**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & 2 p_0 p_1 - \frac{p_2 p_2}{4} - \frac{p_3 p_3}{4} - \frac{1}{4} i p_1 p_2 z_2 - \frac{1}{4} i p_1 p_3 z_3 + \frac{1}{4} i p_1 p_2 z_2 - \frac{1}{4} p_1^2 z_2 z_2 + a p_2 p_2 z_2 z_2 + \\ & \frac{1}{2} B p_3 p_2 z_2 z_2 + \frac{1}{2} b p_2 p_3 z_2 z_2 - a p_3 p_3 z_2 z_2 + \frac{1}{2} i a p_1 p_2 z_2^2 z_2 + \frac{1}{4} i b p_1 p_3 z_2^2 z_2 + \\ & \frac{1}{2} B p_2 p_2 z_3 z_2 + G p_3 p_2 z_3 z_2 - a p_2 p_3 z_3 z_2 - \frac{1}{2} B p_3 p_3 z_3 z_2 + \frac{1}{2} i B p_1 p_2 z_2 z_3 z_2 - \\ & i a p_1 p_3 z_2 z_3 z_2 + \frac{1}{2} i G p_1 p_2 z_3^2 z_2 - \frac{1}{4} i B p_1 p_3 z_3^2 z_2 - \frac{1}{2} i a p_1 p_2 z_2 z_2^2 - \frac{1}{4} i B p_1 p_3 z_2 z_2^2 - \\ & \frac{1}{4} i B p_1 p_2 z_3 z_2^2 - \frac{1}{2} i G p_1 p_3 z_3 z_2^2 + \frac{1}{4} i p_1 p_3 z_3 + \frac{1}{2} b p_2 p_2 z_2 z_3 - a p_3 p_2 z_2 z_3 + \\ & g p_2 p_3 z_2 z_3 - \frac{1}{2} b p_3 p_3 z_2 z_3 + \frac{1}{4} i b p_1 p_2 z_2^2 z_3 + \frac{1}{2} i g p_1 p_3 z_2^2 z_3 - \frac{1}{4} p_1^2 z_3 z_3 - a p_2 p_2 z_3 z_3 - \\ & \frac{1}{2} B p_3 p_2 z_3 z_3 - \frac{1}{2} b p_2 p_3 z_3 z_3 + a p_3 p_3 z_3 z_3 - i a p_1 p_2 z_2 z_3 z_3 - \frac{1}{2} i b p_1 p_3 z_2 z_3 z_3 - \\ & \frac{1}{4} i B p_1 p_2 z_3^2 z_3 + \frac{1}{2} i a p_1 p_3 z_3^2 z_3 - \frac{1}{2} i b p_1 p_2 z_2 z_2 z_3 + i a p_1 p_3 z_2 z_2 z_3 + i a p_1 p_2 z_3 z_2 z_3 + \\ & \frac{1}{2} i B p_1 p_3 z_2 z_3 z_3 - \frac{1}{2} i g p_1 p_2 z_2 z_3^2 + \frac{1}{4} i b p_1 p_3 z_2 z_3^2 + \frac{1}{4} i b p_1 p_2 z_3 z_3^2 - \frac{1}{2} i a p_1 p_3 z_3 z_3^2 \end{aligned}$$

In[]:= **% /. {a → 0, b → 0, B → 0, g → 0, G → 0}**

$$\begin{aligned} \text{Out[]} = & 2 p_0 p_1 - \frac{p_2 p_2}{4} - \frac{p_3 p_3}{4} - \frac{1}{4} i p_1 p_2 z_2 - \\ & \frac{1}{4} i p_1 p_3 z_3 + \frac{1}{4} i p_1 p_2 z_2 - \frac{1}{4} p_1^2 z_2 z_2 + \frac{1}{4} i p_1 p_3 z_3 - \frac{1}{4} p_1^2 z_3 z_3 \end{aligned}$$

In[]:= **ξ₂ := -i B c - 1/2 i B c³ - 3 i a e^{i t} + 2 i a c² e^{i t} - 3/2 i b c e^{2 i t} + i c² e^{-i t} G + i v₂/2 - w₂/2**

$\text{In}[*]:= \xi_2$

$$\text{Out}[*]:= -i B c - \frac{1}{2} i B c^3 - 3 i a e^{i t} + 2 i a c^2 e^{i t} - \frac{3}{2} i b c e^{2 i t} + i c^2 e^{-i t} G + \frac{i v_2}{2} - \frac{w_2}{2}$$

$$\text{In}[*]:= \xi_3 := 2 i a c + i a c^3 - \frac{1}{2} i B c^2 e^{-i t} - \frac{3}{2} i b e^{i t} + i b c^2 e^{i t} - 3 i c e^{2 i t} g + \frac{i v_3}{2} - \frac{w_3}{2}$$

$$\text{In}[*]:= \eta_2 := -B c - \frac{B c^3}{2} - 5 a e^{i t} - 2 a c^2 e^{i t} + \frac{1}{2} b c e^{2 i t} + 3 c^2 e^{-i t} G + \frac{v_2}{2} + \frac{i w_2}{2}$$

$\text{In}[*]:= k_3 :=$

$$\begin{aligned} & \text{dp}_3 /. \{z_2 \rightarrow s * \text{Exp}[I * t] + s^3 * v_2, z_3 \rightarrow c * s + s^3 * v_3, Z_2 \rightarrow s * \text{Exp}[-I * t] + s^3 * V_2, \\ & Z_3 \rightarrow c * s + s^3 * V_3, p_1 \rightarrow -1, p_2 \rightarrow -I * s * \text{Exp}[I * t] + s^3 * w_2, \\ & p_3 \rightarrow s * I * c + s^3 * w_3, P_2 \rightarrow I * s * \text{Exp}[-I * t] + s^3 * W_2, P_3 \rightarrow -s * I * c + s^3 * W_3\} \end{aligned}$$

$\text{In}[*]:= k_3$

$\text{Out}[*]:= -2$

$$\begin{aligned} & \left(i \left(\frac{1}{4} i (c s + s^3 v_3) + \frac{1}{4} (2 b (e^{i t} s + s^3 v_2) (e^{-i t} s + s^3 V_2) - 4 a (c s + s^3 v_3) (e^{-i t} s + s^3 V_2) + 4 \right. \right. \\ & \quad g (e^{i t} s + s^3 v_2) (c s + s^3 V_3) - 2 b (c s + s^3 v_3) (c s + s^3 V_3)) (-i e^{i t} s + s^3 w_2) + \\ & \quad \frac{1}{4} (-1 - 4 a (e^{i t} s + s^3 v_2) (e^{-i t} s + s^3 V_2) - 2 B (c s + s^3 v_3) (e^{-i t} s + s^3 V_2) - \\ & \quad \left. 2 b (e^{i t} s + s^3 v_2) (c s + s^3 V_3) + 4 a (c s + s^3 v_3) (c s + s^3 V_3)) (i c s + s^3 w_3) \right) + \\ & \left(-\frac{1}{4} i (b (e^{i t} s + s^3 v_2)^2 - 4 a (e^{i t} s + s^3 v_2) (c s + s^3 v_3) - B (c s + s^3 v_3)^2) + \right. \\ & \quad \frac{1}{4} (2 b (e^{i t} s + s^3 v_2) - 4 a (c s + s^3 v_3)) (-i e^{i t} s + s^3 w_2) + \\ & \quad \left. \frac{1}{4} (-4 a (e^{i t} s + s^3 v_2) - 2 B (c s + s^3 v_3)) (i c s + s^3 w_3) \right) (i e^{-i t} s + s^3 W_2) + \\ & \left(-\frac{1}{4} i (2 g (e^{i t} s + s^3 v_2)^2 - 2 b (e^{i t} s + s^3 v_2) (c s + s^3 v_3) + 2 a (c s + s^3 v_3)^2) + \right. \\ & \quad \frac{1}{4} (4 g (e^{i t} s + s^3 v_2) - 2 b (c s + s^3 v_3)) (-i e^{i t} s + s^3 w_2) + \\ & \quad \left. \frac{1}{4} (-2 b (e^{i t} s + s^3 v_2) + 4 a (c s + s^3 v_3)) (i c s + s^3 w_3) \right) (-i c s + s^3 W_3) \end{aligned}$$

In[]:= **ExpandAll[%]**

$$\begin{aligned}
 \text{Out[]}= & 2 a c s^3 + a c^3 s^3 - \frac{3}{2} B c^2 e^{-i t} s^3 - \frac{5}{2} b e^{i t} s^3 - b c^2 e^{i t} s^3 + c e^{2 i t} g s^3 - 3 b s^5 v_2 - \\
 & b c^2 s^5 v_2 - 2 a c e^{-i t} s^5 v_2 + 2 c e^{i t} g s^5 v_2 - \frac{1}{2} b e^{-i t} s^7 v_2^2 + c g s^7 v_2^2 + \frac{s^3 v_3}{2} + \\
 & 6 a s^5 v_3 + 2 a c^2 s^5 v_3 - B c e^{-i t} s^5 v_3 - b c e^{i t} s^5 v_3 - b c s^7 v_2 v_3 + 2 a e^{-i t} s^7 v_2 v_3 + \\
 & a c s^7 v_3^2 + \frac{1}{2} B e^{-i t} s^7 v_3^2 - B c^2 s^5 V_2 - b e^{2 i t} s^5 V_2 - 2 a c s^7 v_2 V_2 - b e^{i t} s^7 v_2 V_2 - \\
 & B c s^7 v_3 V_2 + 2 a e^{i t} s^7 v_3 V_2 + 2 a c^2 s^5 V_3 - 2 e^{2 i t} g s^5 V_3 - b c s^7 v_2 V_3 - 2 e^{i t} g s^7 v_2 V_3 + \\
 & 2 a c s^7 v_3 V_3 + b e^{i t} s^7 v_3 V_3 - 2 i b s^5 w_2 + 4 i a c e^{-i t} s^5 w_2 - 2 i b e^{-i t} s^7 v_2 w_2 + \\
 & 4 i a e^{-i t} s^7 v_3 w_2 + 2 i a c s^7 V_2 w_2 - i b e^{i t} s^7 V_2 w_2 - i b s^9 v_2 V_2 w_2 + 2 i a s^9 v_3 V_2 w_2 + \\
 & i b c s^7 V_3 w_2 - 2 i e^{i t} g s^7 V_3 w_2 - 2 i g s^9 v_2 V_3 w_2 + i b s^9 v_3 V_3 w_2 + \frac{1}{2} i s^3 w_3 + 4 i a s^5 w_3 + \\
 & 2 i B c e^{-i t} s^5 w_3 + 4 i a e^{-i t} s^7 v_2 w_3 + 2 i B e^{-i t} s^7 v_3 w_3 + i B c s^7 V_2 w_3 + 2 i a e^{i t} s^7 V_2 w_3 + \\
 & 2 i a s^9 v_2 V_2 w_3 + i B s^9 v_3 V_2 w_3 - 2 i a c s^7 V_3 w_3 + i b e^{i t} s^7 V_3 w_3 + i b s^9 v_2 V_3 w_3 - \\
 & 2 i a s^9 v_3 V_3 w_3 + \frac{1}{2} i B c^2 s^5 W_2 - 2 i a c e^{i t} s^5 W_2 + \frac{3}{2} i b e^{2 i t} s^5 W_2 + 2 i b e^{i t} s^7 v_2 W_2 + \\
 & \frac{1}{2} i b s^9 v_2^2 W_2 - 4 i a e^{i t} s^7 v_3 W_2 - 2 i a s^9 v_2 v_3 W_2 - \frac{1}{2} i B s^9 v_3^2 W_2 + 2 a c s^7 w_2 W_2 - \\
 & b e^{i t} s^7 w_2 W_2 - b s^9 v_2 w_2 W_2 + 2 a s^9 v_3 w_2 W_2 + B c s^7 w_3 W_2 + 2 a e^{i t} s^7 w_3 W_2 + 2 a s^9 v_2 w_3 W_2 + \\
 & B s^9 v_3 w_3 W_2 - i a c^2 s^5 W_3 - i b c e^{i t} s^5 W_3 + 3 i e^{2 i t} g s^5 W_3 + 4 i e^{i t} g s^7 v_2 W_3 + \\
 & i g s^9 v_2^2 W_3 - 2 i b e^{i t} s^7 v_3 W_3 - i b s^9 v_2 v_3 W_3 + i a s^9 v_3^2 W_3 + b c s^7 w_2 W_3 - 2 e^{i t} g s^7 w_2 W_3 - \\
 & 2 g s^9 v_2 w_2 W_3 + b s^9 v_3 w_2 W_3 - 2 a c s^7 w_3 W_3 + b e^{i t} s^7 w_3 W_3 + b s^9 v_2 w_3 W_3 - 2 a s^9 v_3 w_3 W_3
 \end{aligned}$$

In[*]:= Collect[%, s]

$$\begin{aligned}
 \text{Out[*]} = & s^3 \left(2 a c + a c^3 - \frac{3}{2} B c^2 e^{-i t} - \frac{5}{2} b e^{i t} - b c^2 e^{i t} + c e^{2 i t} g + \frac{v_3}{2} + \frac{i w_3}{2} \right) + \\
 & s^5 \left(-3 b v_2 - b c^2 v_2 - 2 a c e^{-i t} v_2 + 2 c e^{i t} g v_2 + 6 a v_3 + 2 a c^2 v_3 - B c e^{-i t} v_3 - b c e^{i t} v_3 - \right. \\
 & B c^2 v_2 - b e^{2 i t} v_2 + 2 a c^2 v_3 - 2 e^{2 i t} g v_3 - 2 i b w_2 + 4 i a c e^{-i t} w_2 + 4 i a w_3 + 2 i B c e^{-i t} w_3 + \\
 & \left. \frac{1}{2} i B c^2 w_2 - 2 i a c e^{i t} w_2 + \frac{3}{2} i b e^{2 i t} w_2 - i a c^2 w_3 - i b c e^{i t} w_3 + 3 i e^{2 i t} g w_3 \right) + \\
 & s^7 \left(-\frac{1}{2} b e^{-i t} v_2^2 + c g v_2^2 - b c v_2 v_3 + 2 a e^{-i t} v_2 v_3 + a c v_3^2 + \frac{1}{2} B e^{-i t} v_3^2 - 2 a c v_2 v_2 - \right. \\
 & b e^{i t} v_2 v_2 - B c v_3 v_2 + 2 a e^{i t} v_3 v_2 - b c v_2 v_3 - 2 e^{i t} g v_2 v_3 + 2 a c v_3 v_3 + b e^{i t} v_3 v_3 - \\
 & 2 i b e^{-i t} v_2 w_2 + 4 i a e^{-i t} v_3 w_2 + 2 i a c v_2 w_2 - i b e^{i t} v_2 w_2 + i b c v_3 w_2 - 2 i e^{i t} g v_3 w_2 + \\
 & 4 i a e^{-i t} v_2 w_3 + 2 i B e^{-i t} v_3 w_3 + i B c v_2 w_3 + 2 i a e^{i t} v_2 w_3 - 2 i a c v_3 w_3 + i b e^{i t} v_3 w_3 + \\
 & 2 i b e^{i t} v_2 w_2 - 4 i a e^{i t} v_3 w_2 + 2 a c w_2 w_2 - b e^{i t} w_2 w_2 + B c w_3 w_2 + 2 a e^{i t} w_3 w_2 + \\
 & \left. 4 i e^{i t} g v_2 w_3 - 2 i b e^{i t} v_3 w_3 + b c w_2 w_3 - 2 e^{i t} g w_2 w_3 - 2 a c w_3 w_3 + b e^{i t} w_3 w_3 \right) + \\
 & s^9 \left(-i b v_2 v_2 w_2 + 2 i a v_3 v_2 w_2 - 2 i g v_2 v_3 w_2 + i b v_3 v_3 w_2 + 2 i a v_2 v_2 w_3 + \right. \\
 & i B v_3 v_2 w_3 + i b v_2 v_3 w_3 - 2 i a v_3 v_3 w_3 + \frac{1}{2} i b v_2^2 w_2 - 2 i a v_2 v_3 w_2 - \\
 & \frac{1}{2} i B v_3^2 w_2 - b v_2 w_2 w_2 + 2 a v_3 w_2 w_2 + 2 a v_2 w_3 w_2 + B v_3 w_3 w_2 + i g v_2^2 w_3 - \\
 & \left. i b v_2 v_3 w_3 + i a v_3^2 w_3 - 2 g v_2 w_2 w_3 + b v_3 w_2 w_3 + b v_2 w_3 w_3 - 2 a v_3 w_3 w_3 \right)
 \end{aligned}$$

$$\text{In[*]} := \eta_3 := 2 a c + a c^3 - \frac{3}{2} B c^2 e^{-i t} - \frac{5}{2} b e^{i t} - b c^2 e^{i t} + c e^{2 i t} g + \frac{v_3}{2} + \frac{i w_3}{2}$$

In[*]:= ξ_2

$$\text{Out[*]} = -i B c - \frac{1}{2} i B c^3 - 3 i a e^{i t} + 2 i a c^2 e^{i t} - \frac{3}{2} i b c e^{2 i t} + i c^2 e^{-i t} g + \frac{i v_2}{2} - \frac{w_2}{2}$$

In[*]:= η_2

$$\text{Out[*]} = -B c - \frac{B c^3}{2} - 5 a e^{i t} - 2 a c^2 e^{i t} + \frac{1}{2} b c e^{2 i t} + 3 c^2 e^{-i t} g + \frac{v_2}{2} + \frac{i w_2}{2}$$

```

In[ ]:= sol = DSolve[
  {l'[t] == -i B c -  $\frac{1}{2}$  i B c3 - 3 i a ei t + 2 i a c2 ei t -  $\frac{3}{2}$  i b c e2 i t + i c2 e-i t G +  $\frac{i l[t]}{2}$  -  $\frac{m[t]}{2}$ ,
   m'[t] == -B c -  $\frac{B c^3}{2}$  - 5 a ei t - 2 a c2 ei t +  $\frac{1}{2}$  b c e2 i t + 3 c2 e-i t G +  $\frac{l[t]}{2}$  +  $\frac{i m[t]}{2}$ }, {l[t],
   m[t]}, t]
Out[ ]:= { {l[t] → - $\frac{1}{2}$  i e $\frac{i t}{2}$ 
  (i (2 a - b c + 4 a c2) ei t - i b c e2 i t - 2 i c2 e-2 i t G + i c e-i t (2 B + B c2 + 2 c G) + 8 a t)
  Cos[ $\frac{t}{2}$ ] + e $\frac{i t}{2}$  C[1] Cos[ $\frac{t}{2}$ ] -  $\frac{1}{2}$  e $\frac{i t}{2}$  (-i B c (2 + c2) e-i t + i b c ei t + 2 i a (1 + 2 c2) ei t -
  i b c e2 i t + 2 i c2 e-i t G + 2 i c2 e-2 i t G - 8 a t) Sin[ $\frac{t}{2}$ ] - e $\frac{i t}{2}$  C[2] Sin[ $\frac{t}{2}$ ],
  m[t] →  $\frac{1}{2}$  e $\frac{i t}{2}$  (-i B c (2 + c2) e-i t + i b c ei t + 2 i a (1 + 2 c2) ei t - i b c e2 i t +
  2 i c2 e-i t G + 2 i c2 e-2 i t G - 8 a t) Cos[ $\frac{t}{2}$ ] + e $\frac{i t}{2}$  C[2] Cos[ $\frac{t}{2}$ ] -  $\frac{1}{2}$  i e $\frac{i t}{2}$ 
  (i (2 a - b c + 4 a c2) ei t - i b c e2 i t - 2 i c2 e-2 i t G + i c e-i t (2 B + B c2 + 2 c G) + 8 a t)
  Sin[ $\frac{t}{2}$ ] + e $\frac{i t}{2}$  C[1] Sin[ $\frac{t}{2}$ ]} }

```

```

In[ ]:= V2[t_] := l[t] /. sol[[1]]

```

```

In[ ]:= V2[t]

```

```

Out[ ]:= - $\frac{1}{2}$  i e $\frac{i t}{2}$  (i (2 a - b c + 4 a c2) ei t - i b c e2 i t - 2 i c2 e-2 i t G + i c e-i t (2 B + B c2 + 2 c G) + 8 a t)
  Cos[ $\frac{t}{2}$ ] + e $\frac{i t}{2}$  C[1] Cos[ $\frac{t}{2}$ ] -
   $\frac{1}{2}$  e $\frac{i t}{2}$  (-i B c (2 + c2) e-i t + i b c ei t + 2 i a (1 + 2 c2) ei t - i b c e2 i t +
  2 i c2 e-i t G + 2 i c2 e-2 i t G - 8 a t) Sin[ $\frac{t}{2}$ ] - e $\frac{i t}{2}$  C[2] Sin[ $\frac{t}{2}$ ]

```

```

In[ ]:= v2 := V2[t]

```

```

In[ ]:= v2

```

```

Out[ ]:= - $\frac{1}{2}$  i e $\frac{i t}{2}$  (i (2 a - b c + 4 a c2) ei t - i b c e2 i t - 2 i c2 e-2 i t G + i c e-i t (2 B + B c2 + 2 c G) + 8 a t)
  Cos[ $\frac{t}{2}$ ] + e $\frac{i t}{2}$  C[1] Cos[ $\frac{t}{2}$ ] -
   $\frac{1}{2}$  e $\frac{i t}{2}$  (-i B c (2 + c2) e-i t + i b c ei t + 2 i a (1 + 2 c2) ei t - i b c e2 i t +
  2 i c2 e-i t G + 2 i c2 e-2 i t G - 8 a t) Sin[ $\frac{t}{2}$ ] - e $\frac{i t}{2}$  C[2] Sin[ $\frac{t}{2}$ ]

```

```

In[ ]:= TrigReduce[%268]

```

```

Out[ ]:=  $\frac{1}{2}$  (2 B c + B c3 + 2 a ei t + 4 a c2 ei t - 2 b c e2 i t - 8 i a ei t t + C[1] + ei t C[1] - i C[2] + i ei t C[2])

```

In[8]:= **ExpandAll[%]**

$$\text{Out[8]} = B c + \frac{B c^3}{2} + a e^{i t} + 2 a c^2 e^{i t} - b c e^{2 i t} - 4 i a e^{i t} t + \frac{C[1]}{2} + \frac{1}{2} e^{i t} C[1] - \frac{1}{2} i C[2] + \frac{1}{2} i e^{i t} C[2]$$

In[9]:= **v2**

$$\begin{aligned} \text{Out[9]} = & -\frac{1}{2} i e^{\frac{i t}{2}} \left(i \left(2 a - b c + 4 a c^2 \right) e^{i t} - i b c e^{2 i t} - 2 i c^2 e^{-2 i t} G + i c e^{-i t} \left(2 B + B c^2 + 2 c G \right) + 8 a t \right) \\ & \cos\left[\frac{t}{2}\right] + e^{\frac{i t}{2}} C[1] \cos\left[\frac{t}{2}\right] - \\ & \frac{1}{2} e^{\frac{i t}{2}} \left(-i B c \left(2 + c^2 \right) e^{-i t} + i b c e^{i t} + 2 i a \left(1 + 2 c^2 \right) e^{i t} - i b c e^{2 i t} + \right. \\ & \left. 2 i c^2 e^{-i t} G + 2 i c^2 e^{-2 i t} G - 8 a t \right) \sin\left[\frac{t}{2}\right] - e^{\frac{i t}{2}} C[2] \sin\left[\frac{t}{2}\right] \end{aligned}$$

In[10]:= **FullSimplify[%271]**

$$\text{Out[10]} = \frac{1}{2} \left(B c \left(2 + c^2 \right) - 2 b c e^{2 i t} + C[1] + e^{i t} \left(a \left(2 + 4 c^2 - 8 i t \right) + C[1] + i C[2] \right) - i C[2] \right)$$

In[11]:= **Collect[v2, G]**

$$\begin{aligned} \text{Out[11]} = & B c e^{-\frac{i t}{2}} \cos\left[\frac{t}{2}\right] + \frac{1}{2} B c^3 e^{-\frac{i t}{2}} \cos\left[\frac{t}{2}\right] + \frac{1}{2} \left(2 a - b c + 4 a c^2 \right) e^{\frac{3 i t}{2}} \cos\left[\frac{t}{2}\right] - \frac{1}{2} b c e^{\frac{5 i t}{2}} \cos\left[\frac{t}{2}\right] - \\ & 4 i a e^{\frac{i t}{2}} t \cos\left[\frac{t}{2}\right] + e^{\frac{i t}{2}} C[1] \cos\left[\frac{t}{2}\right] + \frac{1}{2} i B c \left(2 + c^2 \right) e^{-\frac{i t}{2}} \sin\left[\frac{t}{2}\right] - \frac{1}{2} i b c e^{\frac{3 i t}{2}} \sin\left[\frac{t}{2}\right] - \\ & i a \left(1 + 2 c^2 \right) e^{\frac{3 i t}{2}} \sin\left[\frac{t}{2}\right] + \frac{1}{2} i b c e^{\frac{5 i t}{2}} \sin\left[\frac{t}{2}\right] + 4 a e^{\frac{i t}{2}} t \sin\left[\frac{t}{2}\right] - e^{\frac{i t}{2}} C[2] \sin\left[\frac{t}{2}\right] + \\ & G \left(c^2 e^{-\frac{i t}{2}} \cos\left[\frac{t}{2}\right] - c^2 e^{-\frac{3 i t}{2}} \cos\left[\frac{t}{2}\right] - i c^2 e^{-\frac{i t}{2}} \sin\left[\frac{t}{2}\right] - i c^2 e^{-\frac{3 i t}{2}} \sin\left[\frac{t}{2}\right] \right) \end{aligned}$$

$$\text{In[12]} := c^2 e^{-\frac{i t}{2}} \cos\left[\frac{t}{2}\right] - c^2 e^{-\frac{3 i t}{2}} \cos\left[\frac{t}{2}\right] - i c^2 e^{-\frac{i t}{2}} \sin\left[\frac{t}{2}\right] - i c^2 e^{-\frac{3 i t}{2}} \sin\left[\frac{t}{2}\right]$$

$$\text{Out[12]} = c^2 e^{-\frac{i t}{2}} \cos\left[\frac{t}{2}\right] - c^2 e^{-\frac{3 i t}{2}} \cos\left[\frac{t}{2}\right] - i c^2 e^{-\frac{i t}{2}} \sin\left[\frac{t}{2}\right] - i c^2 e^{-\frac{3 i t}{2}} \sin\left[\frac{t}{2}\right]$$

In[13]:= **W2[t_] := m[t] /. sol[[1]]**

In[14]:= **W2[t]**

$$\begin{aligned} \text{Out[14]} = & \frac{1}{2} e^{\frac{i t}{2}} \left(-i B c \left(2 + c^2 \right) e^{-i t} + i b c e^{i t} + 2 i a \left(1 + 2 c^2 \right) e^{i t} - \right. \\ & \left. i b c e^{2 i t} + 2 i c^2 e^{-i t} G + 2 i c^2 e^{-2 i t} G - 8 a t \right) \cos\left[\frac{t}{2}\right] + e^{\frac{i t}{2}} C[2] \cos\left[\frac{t}{2}\right] - \\ & \frac{1}{2} i e^{\frac{i t}{2}} \left(i \left(2 a - b c + 4 a c^2 \right) e^{i t} - i b c e^{2 i t} - 2 i c^2 e^{-2 i t} G + i c e^{-i t} \left(2 B + B c^2 + 2 c G \right) + 8 a t \right) \\ & \sin\left[\frac{t}{2}\right] + e^{\frac{i t}{2}} C[1] \sin\left[\frac{t}{2}\right] \end{aligned}$$

In[15]:= **w2 := W2[t]**

In[]:= **W₂**

$$\begin{aligned} \text{Out[]}= & \frac{1}{2} e^{\frac{it}{2}} \left(-i B c (2 + c^2) e^{-it} + i b c e^{it} + 2 i a (1 + 2 c^2) e^{it} - \right. \\ & \left. i b c e^{2it} + 2 i c^2 e^{-it} G + 2 i c^2 e^{-2it} G - 8 a t \right) \cos\left[\frac{t}{2}\right] + e^{\frac{it}{2}} C[2] \cos\left[\frac{t}{2}\right] - \\ & \frac{1}{2} i e^{\frac{it}{2}} \left(i (2 a - b c + 4 a c^2) e^{it} - i b c e^{2it} - 2 i c^2 e^{-2it} G + i c e^{-it} (2 B + B c^2 + 2 c G) + 8 a t \right) \\ & \sin\left[\frac{t}{2}\right] + e^{\frac{it}{2}} C[1] \sin\left[\frac{t}{2}\right] \end{aligned}$$


In[]:= **TrigReduce[%278]**

$$\begin{aligned} \text{Out[]}= & \frac{1}{2} e^{-it} \left(-2 i B c e^{it} - i B c^3 e^{it} + 2 i a e^{2it} + 4 i a c^2 e^{2it} + \right. \\ & \left. 4 i c^2 G - 8 a e^{2it} t + i e^{it} C[1] - i e^{2it} C[1] + e^{it} C[2] + e^{2it} C[2] \right) \end{aligned}$$

In[]:= **ℒ₃**

$$\begin{aligned} \text{Out[]}= & 2 i a c + i a c^3 - \frac{1}{2} i B c^2 e^{-it} - \frac{3}{2} i b e^{it} + i b c^2 e^{it} - 3 i c e^{2it} G + \\ & \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} e^{\frac{it}{2}} \left(-i B c (2 + c^2) e^{-it} + i b c e^{it} + 2 i a (1 + 2 c^2) e^{it} - i b c e^{2it} + \right. \right. \\ & \left. \left. 2 i c^2 e^{-it} G + 2 i c^2 e^{-2it} G - 8 a t \right) \cos\left[\frac{t}{2}\right] - e^{\frac{it}{2}} C[2] \cos\left[\frac{t}{2}\right] + \frac{1}{2} i e^{\frac{it}{2}} \right. \\ & \left. \left(i (2 a - b c + 4 a c^2) e^{it} - i b c e^{2it} - 2 i c^2 e^{-2it} G + i c e^{-it} (2 B + B c^2 + 2 c G) + 8 a t \right) \right. \\ & \left. \sin\left[\frac{t}{2}\right] - e^{\frac{it}{2}} C[1] \sin\left[\frac{t}{2}\right] \right) + \frac{i v_3}{2} \end{aligned}$$

In[]:= **ClearAll[W₃]**

 **ClearAll:** W₃ is not a symbol or a string.


In[]:= **W₃**

Out[]:= **W₃**

In[]:= **W₃[t]**

$$\begin{aligned} \text{Out[]}= & \frac{1}{2} e^{\frac{it}{2}} \left(-i B c (2 + c^2) e^{-it} + i b c e^{it} + 2 i a (1 + 2 c^2) e^{it} - \right. \\ & \left. i b c e^{2it} + 2 i c^2 e^{-it} G + 2 i c^2 e^{-2it} G - 8 a t \right) \cos\left[\frac{t}{2}\right] + e^{\frac{it}{2}} C[2] \cos\left[\frac{t}{2}\right] - \\ & \frac{1}{2} i e^{\frac{it}{2}} \left(i (2 a - b c + 4 a c^2) e^{it} - i b c e^{2it} - 2 i c^2 e^{-2it} G + i c e^{-it} (2 B + B c^2 + 2 c G) + 8 a t \right) \\ & \sin\left[\frac{t}{2}\right] + e^{\frac{it}{2}} C[1] \sin\left[\frac{t}{2}\right] \end{aligned}$$

W₃[t_] :=

 **Clear:** W₃[t_] is not a symbol or a string.